

УДК 621.91: 621.793: 004.942

А. Г. НАРЫЖНЫЙ, Ю. Н. КУЦЕНКО, М. В. ГРОМ, Д. Р. СТЕПАНЕНКО

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ РЕЗЦОМ С ИЗНОСОСТОЙКИМ ПОКРЫТИЕМ

Статья посвящена созданию термомеханической модели резания резцом с износостойким покрытием с целью удешевления процесса внедрения новых образцов высокотехнологического инструмента. Рассматриваемая задача относится к классу многокритериальных задач параметрической оптимизации. Для решения поставленной задачи предложено использовать метод Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE). Применение этого метода позволяет избежать трудностей, возникающих в результате создания новых поверхностей, что трудно выполнимо при применении метода конечных элементов. Создана механическая модель резания резцом с покрытием, проведен анализ адекватности поведения модели.

Ключевые слова: процесс резания, резец с износостойким покрытием, математическая модель, метод ALE.

Введение

Сегодня на машиностроительных предприятиях остро стоит вопрос повышения производительности труда в таких трудоемких процессах как механообработка, сборочные операции и др. Одним из направлений совершенствования процесса механообработки, является внедрение современного режущего инструмента (РИ) с износостойким покрытием (далее РИ с покрытием). Увеличение эксплуатационных характеристик РИ позволяет сократить вспомогательное время (частота замены инструмента), а также уменьшить основное время (путем повышения параметров режима резания).

Внедрение в производство РИ с покрытием предполагает ряд мероприятий не только создания дорогостоящих лабораторий с квалифицированным персоналом для разработки новых покрытий, но и проверки экспериментального или теоретического поведения РИ с различными материалами заготовок.

Методы экспериментального исследования хорошо освещены в трудах Г. И. Костюка, например, в монографии [1] приводятся методы экспериментального исследования процесса резания.

Но экспериментальное исследование характеристик РИ с покрытием задача дорогостоящая, из-за высокой цены очищенного материала покрытия, дороговизны технологии нанесения покрытия, а также сложная, так как толщина покрытия может находиться в пределах от 5 до 10 мкм. [2].

В связи с вышесказанным, актуальной является задача теоретического исследования характеристик РИ с покрытием, наличие большой теоретической и эмпирической базы данных о процессе резания, а также использование современной вычислительной

техники дает возможность построения численной модели процесса резания РИ с покрытием.

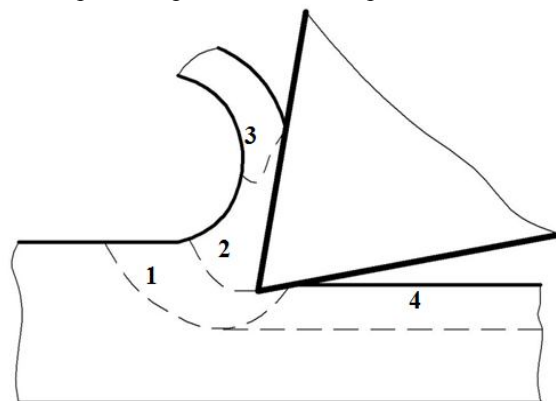


Рис. 1. Упрощенная схема стружкообразования:
1 – зона упругих и малых пластических деформаций;
2 – зона наибольшей интенсивности деформации;
3 – отформованный материал, образующий стружку; 4 – поверхностный слой обработанной детали

Так как РИ в процессе эксплуатации подвергается различным механическим, термическим и другим видам нагружения, которые в свою очередь приводят к протеканию процессов связанных со структурными преобразованиями [3-5], то это усложняет процесс создания численной модели.

Вследствие действия РИ на материал заготовки в последней можно выделить несколько зон. Первая зона характерна большими упругими и малыми пластическими деформациями, напряжения приближаются к пределу текучести. Зона предшествует «разрыву» материала и образованию новой поверхности. Вторая зона характерна высокими температурами, в результате трения отделяемого материала о перед-

нюю поверхность РИ, сопровождающееся высокими скоростями деформации и высокой пластической деформацией [1, 6-7]. Третья – собственно стружка, скорость деформации близка нулю, а величина пластической деформации достигает максимального значения. Поверхностный слой обработанной детали – зона четыре, характерна высокими пластическими деформациями и температурой, вследствие больших скоростей деформации в процессе ее образования и трения о заднюю поверхность РИ [1].

Процесс теплообмена, в теле резца и детали имеет кондуктивный характер, часть тепла (и работы деформации) уносится вместе со стружкой, еще часть – с охлаждающей жидкостью, которая влияет также на характер контактного взаимодействия [8].

Изменение температуры детали и резца приводит к тепловым деформациям и напряжениям, изменению механических и тепловых свойств и параметров материалов, а также совместно с напряжениями к структурно-фазовым превращениям, в частности, влияющим на период стойкости резца в процессе резания [6].

На образование и характер (качество) поверхности влияет как этап нагружения, который имеет немонотонный упруго-пластический характер, равно как и этап разгрузки, имеющий упругий характер [9-10]. В теле детали образуются поля остаточных напряжений и деформаций, которые могут приводить к вторичным деформациям (короблению) особенно в деталях малой жесткости.

Также можно выделить влияние специальных подготовительных мер на состояние, как детали, так и резца, в результате которых элементы технологической системы приобретают специальные свойства. Деталь обычно проходит термическую подготовку для снятия и выравнивания напряжений и уменьшения сопротивления резанию. Резец также претерпевает структурно-фазовые и механические изменения под действием термо-химических и иных технологических воздействий, которые приводят к изменению характеристик РИ [1, 11].

Важным направлением технологии изготовления резцов является нанесение упрочняющих покрытий, в результате которого на режущей поверхности резца образуется слой, обладающий специальными свойствами, которые увеличивают его стойкость к различным видам износов [1, 11]. За счет внедрения частиц в матрицу основного материала возникает поверхностное поле остаточных напряжений, которое влияет на температурно- и износостойкость, а также на другие процессы.

Теоретическое исследование процесса резания реализуется математическим моделированием с применением модели ортогонального резания мате-

риала [10, 12-15]. Это обусловлено простотой данной модели, возможностью перехода к двумерной задаче, что значительно сокращает вычислительную трудоемкость расчета.

Метод конечных элементов (МКЭ) может рассматриваться как удовлетворительный подход для изучения процессов резания, позволяющий понизить стоимость исследования. Он дает информацию о некоторых трудноизмеримых (в эксперименте) параметрах, таких как температура, энергия, напряжения и таким образом является приемлемым инструментом исследователя [12].

Но при построении модели, для решения динамических задач, базирующейся на МКЭ следует учитывать возможность превышения допустимой величины искажения расчетной сетки, что может привести к неправильным результатам [10, 14].

В статье авторов В. С. Кривцова, А. Г. Нарыжного [4] выделен метод Smooth Particle Hydrodynamics (SPH) с помощью которого получена математическая модель процесса резания, дающая хорошее соответствие с результатами эксперимента. Также рассмотрено трехмерное моделирование течения в рамках подхода ALE. Использована упруго-пластическая модель материала Джонсона-Кука со скоростным упрочнением и температурным влиянием. Анализируются нагрузки на инструмент, температуры и напряжения в пластинке. Отмечено хорошее соответствие экспериментальным данным.

В литературе практически не освещены особенности термомеханических процессов резания с использованием резцов с покрытием.

Методы позволяющие моделировать процесс резания, реализуемы в прикладных пакетах: LS DYNA, ABAQUS-Explicit, AdventEdge, ANSYS, ABAQUS-Implicit, MSC Marc и другие [12].

Постановка задачи

Целью работы является создание модели процесса резания РИ с износостойким покрытием, что позволит удешевить процесс внедрения высокотехнологичного инструмента в производство. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- обосновать и описать нестационарной объемной математической моделью комплекс термомеханических процессов, сопровождающих процесс образования стружки в технологической системе, включающей деталь и резец с покрытием;
- выбрать метод численного решения системы определяющих выражений модели;
- проанализировать адекватность и точность предложенной методики.

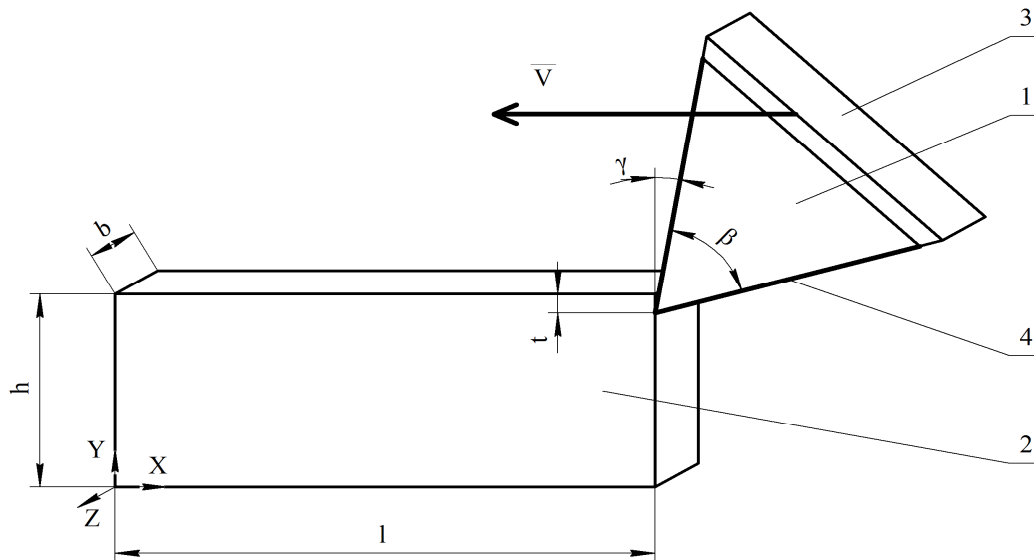


Рис. 2. Общий вид образца и РИ

Новизна исследования в применении метода ALE для моделирования процесса резания РИ с покрытием. В модели роль покрытия играет тонкая оболочка, свойства которой отличны от свойств инструмента.

На рисунке 2 представлена геометрическая модель резания. РИ 1 представлен в форме клина с передним углом γ и углом заострения β . Заготовка 2 имеет форму параллелепипеда с длиной l , шириной b и высотой h . На режущий инструмент нанесена оболочка 4 с отличными от РИ характеристиками материала по передней и задней поверхностям. Моделирование процесса резания осуществляется на глубину резания t . К режущему инструменту прикреплена абсолютно жесткая пластина 3, которая передает кинематическое возмущение РИ V вдоль оси OX . Модель является трехмерной, но решает двумерную задачу, за счет ограничения перемещения вдоль оси OZ . Также введено ограничение РИ вдоль оси OY , а заготовка в левом торце и основании ограничена по осям OX , OY и OZ .

В модели используются три системы отсчета [16]:

- материальная (лагранжева) X ;
- вспомогательная, движущаяся по заданному закону, $\tilde{x}$;
- неподвижная (эйлерова) x .

Относительная скорость точки в подвижной вспомогательной системе отсчета обозначена

$$c = v - \tilde{v}, \quad (1)$$

где v – материальная скорость точки, $\tilde{v}$ – скорость места материальной точки во вспомогательной системе.

Определяющие уравнения механики сплошных сред:

- уравнение сохранения массы

$$\frac{\partial \rho}{\partial t \tilde{x}} + \nabla_x \cdot c + \rho \operatorname{div}_x v = 0; \quad (2)$$

– уравнение сохранения количества движения

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t \tilde{x}} + \rho \nabla_x v \cdot c + \operatorname{div}_x \sigma - \rho b = 0; \quad (3)$$

– уравнение сохранения внутренней энергии

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t \tilde{x}} + \rho \nabla_x e \cdot c + \operatorname{div}_x q - r - \nabla_x v \cdot \sigma = 0, \quad (4)$$

где ρ – плотность, t – время, ∇ – оператор Гамильтона «набла», div – оператор дивергенции, σ – тензор напряжений Коши, ρb – объемная плотность сил, e – плотность внутренней энергии, r – плотность источников тепла, $\nabla_x v \cdot \sigma$ – двойное скалярное произведение тензора скорости деформаций и тензора напряжений, представляет мощность работы напряжений, q – поток тепла.

$$q = \lambda \nabla_x T, \quad (5)$$

где λ – теплопроводность материала, T – температура.

Особенностью применения модели является чередование этапов решения на лагранжевых сетках, сохранении результатов на вспомогательной сетке (адвекция) и построения новых лагранжевых сеток, отражающих актуальные конфигурации элементов системы.

Особенностью задачи теплообмена при моделировании процесса резания с образованием стружки является зависимость термического контакта от механических процессов (перемещения) тел, в результате чего меняется характер теплообмена, появляются и исчезают зоны контакта, а также то, что значительная доля тепла уносится вместе со стружкой.

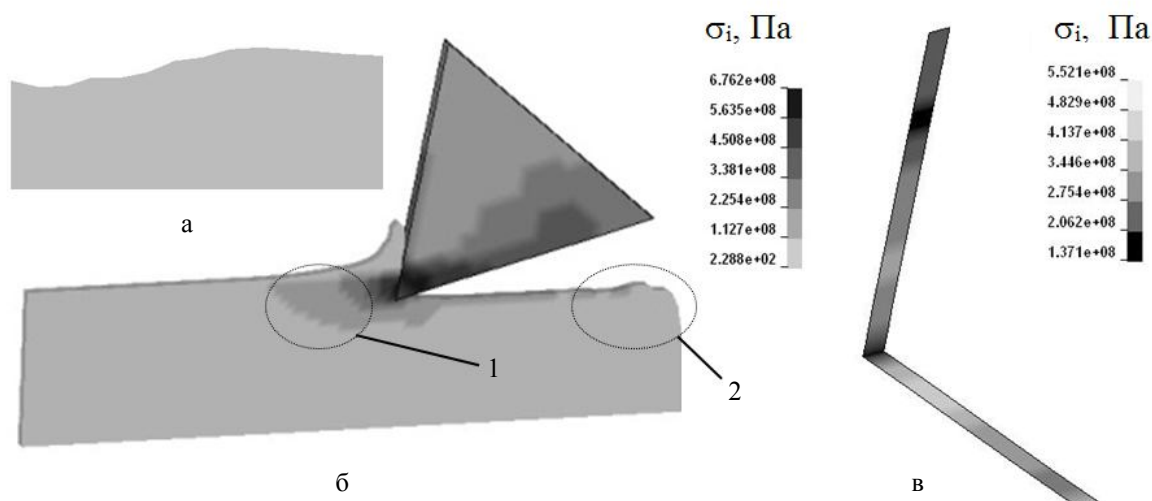


Рис. 3. Распределение интенсивности напряжений:

а – участок выхода инструмента из тела заготовки; б – распределение интенсивности напряжений в системе инструмент-заготовка; в – распределение интенсивности напряжения в покрытии

Исходной, для исследования процесса резания с РИ с покрытием, была принята геометрия резца $\gamma=10^\circ$, $\beta=65^\circ$ и геометрия заготовки $l=50$ мм, $b=1$ мм, $h=12$ мм с режимом резания $t=2$ мм и $V=50$ м/с.

Для модели использовались материалы: для заготовки сталь 15X28, для резца твердый сплав марки Т40 с покрытием из нитрида титана опираясь на исследования А. А. Лимаря в статье [17].

Результаты

После разработки модели важно было убедиться в адекватности полученных результатов. Процесс резания невозможно представить без участка регулярного резания и участков с краевым эффектом, в модели они отчетливо наблюдаются на рисунке 3, момент врезания сопровождается большими ударными напряжениями и образованиями неровной поверхности резания – область 2. Другой краевой эффект – вырыв материала в результате выхода инструмента из тела заготовки, вследствие возникновения концентратора напряжения в виде «обрыва» заготовки, рисунок 3а. Во время регулярного режима резания не наблюдается значительного искажения обработанной поверхности.

Результат моделирования позволяет анализировать данные в определенном участке времени. Для анализа результатов работы выбрано среднее время, которое соответствует установившемуся режиму резания, также это необходимо, чтобы сравнить различные процессы без поправок на момент измерения.

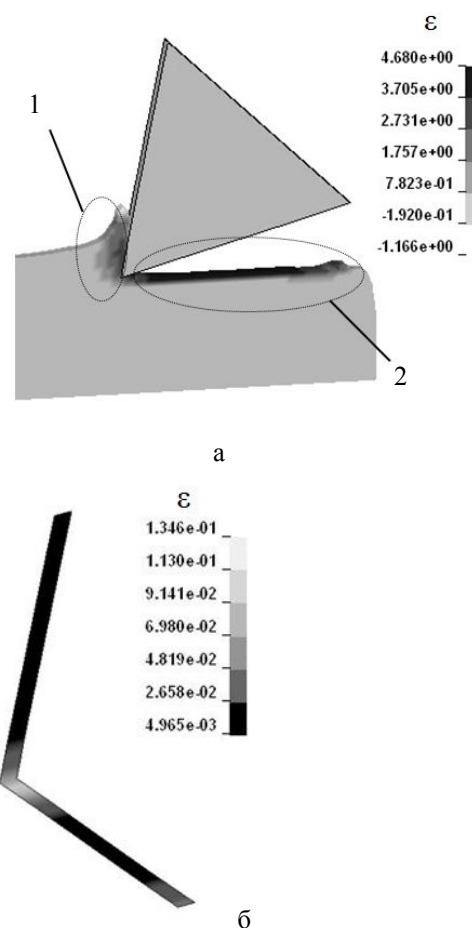


Рис. 4. Распределение пластической деформации: а – в заготовке; б – в покрытии

В ходе исследования было рассчитано распределение интенсивности напряжений (рис 3), это позволяет проанализировать природу распределения напряжений в процессе резания. При рассмотрении

РИ наблюдается большая интенсивность напряжений вдоль задней поверхности, что связано с распространением напряжения от режущей кромки до основания РИ в противоход подачи инструмента. В заготовке очаг большой интенсивности напряжения сосредоточен в месте контакта с РИ и уменьшается с расстоянием. Локализованная в зоне 1, рисунок 3 б, интенсивность напряжений соответствуют упрощенной схеме стружкообразования, напряжения гораздо меньше, чем в области резания, деформации не достигают пластического характера. Распределение интенсивности напряжений аналогичным с инструментом образом видны в покрытии, это позволит определить зоны наибольших напряжений, для дальнейшего совершенствования улучшения РИ.

Также были рассчитаны пластические деформации в системе заготовка-инструмент (рис.4). Распределения больших пластических деформаций сосредоточены в зоне контакта поверхности разрыва с передней поверхностью РИ (1), также в зоне контакта режущей кромки и заготовки и вдоль образованной поверхности заготовки (2). РИ не подвергся пластическим деформациям, это можно объяснить тем, что всё напряжение в РИ «погасилось» упругими деформациями, не достигнув предела текучести. Пластические деформации сопровождаются выделением большого количества тепла. Необходимо решить температурную задачу, чтобы дать количественное заключение о данном процессе. В покрытии большие пластические деформации сосредоточены вблизи режущей кромки, максимум которых сосредоточен на задней поверхности.

Построено распределение наибольших главных напряжений. Первое главное напряжение является наибольшим растягивающим, по величине которого можно судить о возможных разрывах. Для большей наглядности на рис. 5 а) вынесено непосредственно место контакта РИ с заготовкой. Можно сделать заключение о характере зарождения трещины в заготовке (2), в случае обработки хрупких материалов, что лишний раз подтверждает адекватность разработанной модели [18-19]. Данное явление может влиять на качество образованной поверхности: шероховатость, точность и т. д. Также видна четвертая зона упрощенной схемы стружкообразования – собственно стружка, область 1 на рисунке 5 а, что подтверждает адекватность разработанной модели.

Заключение

Разработана параметрическая модель резания (строгания), основанная на методе ALE, в которой использовался РИ с покрытием, что открыло возможности анализа изменения состояния. Данная модель позволяет учесть механические факторы в процессе резания, что является преимуществом в связи с дороговизной проводимого натурного эксперимента. Однако модель не включает тепловую задачу, что не дает возможности учесть характер распределения температуры и влияние температуры на сам процесс. Адекватность модели соответствует классической теории резания (рис. 1).

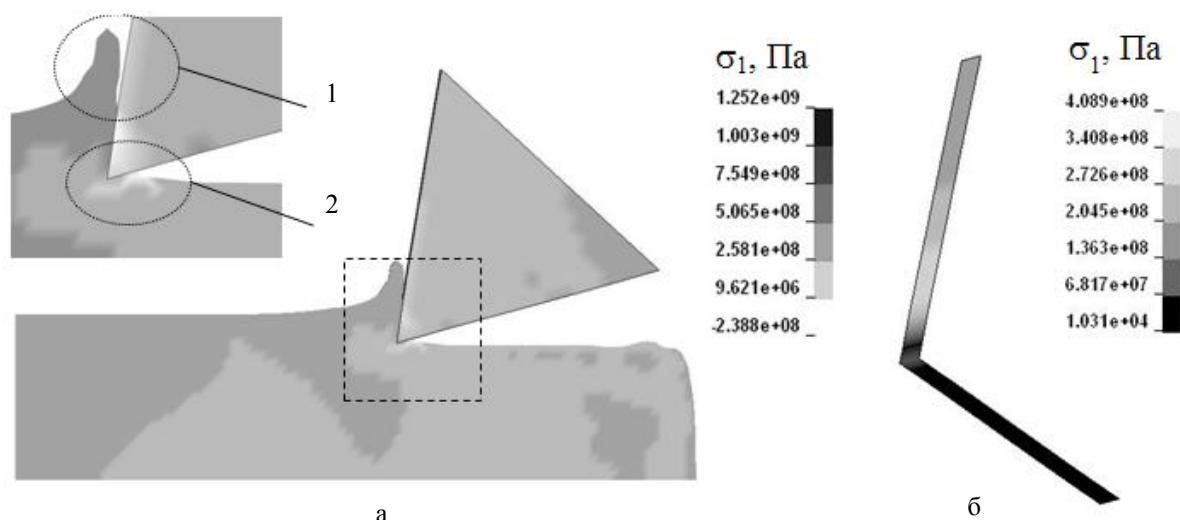


Рис. 5. Первое главное напряжение:
а – в системе инструмент-заготовка; б – в покрытии

Следующими этапами разработки модели:

- внедрение упруго-пластической модели материала Джонсона Кука;
- решение термической задачи;
- создание модели резания основанной на методе SPH и сравнение с текущей моделью.

Литература

1. Костюк, Г. И. Физико-технические основы роботизированного производства [Текст] : учеб. пособие / Г. И. Костюк. – Х. : ХАИ, 2006. – 612 с.
2. Панов, В. С. Режущий инструмент с покрытием из нитрида кремния [Текст] / В. С. Панов // Породоразрушающий и металлообрабатывающий инструмент – техника и технология его изготовления и применения : сб. науч. тр. / Институт надтвердых матеріалів ім. В. М. Бакуля Національної академії наук України. – К., 2010. – Вып. 13. – С. 441–446.
3. Орлова, Н. Ю. Разработка модели процесса резания материала ПСМ-2 с учетом цикличности формирования стружки [Текст] / Н. Ю. Орлова, В. С. Крутиков // Научная сессия НИЯУ МИФИ – 2014 : четвертое заседание тематических секций по направлению инновационные ядерные технологии : сб. науч. тр. / М-во образования и науки Рос. Федерации, Гос. корпорация по атомной энергии «РОСАТОМ», Нац. исследоват. ядерный ун-т «МИФИ», Снежинский физико-техн. ин-т НИЯУ МИФИ, 30–31 января 2014 г., г. Снежинск. – Снежинск, 2014. – С. 90–92.
4. Кривцов, В. С. Механико-математическое моделирование технологических систем [Текст] / В. С. Кривцов, А. Г. Нарыжный // Технологические системы. – 2012. – Вып. 4 (61). – С. 51–60.
5. Юркевич, В. В. Измерение силы резания на токарном станке. [Текст] / В. В. Юркевич, А. А. Митропольский // Вестн. Моск. гос. техн. ун-та «Станкин». – М., 2011. – № 2 (14). – С. 38–39.
6. Жумаев, А. А. Контактное взаимодействие при резании как фактор деформационного упрочнения инструмента [Текст] / А. А. Жумаев, С. С. Якубова // Вестник магистратуры. – 2014. – №2 (29). – С. 26–27.
7. Олейник, А. П. Моделирование процесса формирования сливной стружки с учетом термо-механической разгрузки [Текст] / А. П. Олейник, С. В. Михайлов // Вестн. Костром. гос. технолог. ун-та. – Кострома, 2008. – № 17. – С. 68–72.
8. Криворучко, Д. В. Температура внешней поверхности стружки [Текст] / Д. В. Криворучко, М. Г. Сторчак // Вісн. Нац. техн. ун-ту України «Київ. політехн. ін-т» : зб. наук. пр. Сер.: Машинобудування. – К., 2012. – Вып. 64. – С. 56–62.
9. Волков, Д. И. Разработка модели процесса резания с учетом цикличности формирования стружки [Текст] / Д. И. Волков, С. Л. Проскуряков // Вестн. Уфим. гос. авиац. техн. ун-та. – Уфа, 2011. – Т. 15, № 3 (43). – С. 72–78.
10. Бурков, П. В. Динамическое численное моделирование напряженно-деформированного состояния обрабатываемого изделия и стружки [Текст] / П. В. Бурков, Ю. П. Стефанов // Вестн. Томск. гос. педагог. ун-та. – Томск, 2004. – № 6 (43). – С. 76–80.
11. Григорьев, С. Н. Технологические методы повышения износостойкости контактных площадок режущего инструмента [Текст] / С. Н. Григорьев, В. П. Табаков, М. А. Волосова. – Старый Оскол : ТНТ, 2011. – 380 с.
12. Залогова, В. А. Имитационная модель прямоугольного свободного резания [Текст] / В. А. Залогова, Д. В. Криворучко, С. Н. Хвостик // Вісн. Сум. держ. ун-ту : зб. наук. пр. Серія: Технічні науки. – Суми, 2005. – Вып. 11 (83). – С. 55–66.
13. Амосов, Е. А. Моделирование процесса стружкообразования [Текст] / Е. А. Амосов // Вестн. Самарск. гос. техн. ун-та. Сер.: Технические науки. – Самара, 2005. – № 39. – С. 91–97.
14. Modeling High Speed Machining with the SPH Method [Text] / C. Espinosa, J. Lacome, J. Limido, M. Salaun, C. Mabru, R. Chieragatti. // 10th International LS-DYNA® Users Conference, June 8–10, 2008, Dearborn, Michigan USA : conference proceedings. – Dearborn, 2008. – P. 1-1 – 1-12.
15. Михайлов, А. Н. Анализ физических процессов при обработке резанием Ti6Al4V инструментами с покрытием TiAlN на основе функционально ориентированного подхода [Текст] / А. Н. Михайлов, Е. В. Сидорова, Д. В. Волохов // Прогресивні технології і системи машинобудування : міжнар. зб. наук. пр. / Донец. нац. техн. ун-т. – Донецьк, 2011. – Вып. 41. – С. 225–233.
16. Kuhl, E. An arbitrary Lagrangian Eulerian finite- element approach for fluid-structure interaction phenomena [Text] / E. Kuhl, S. Hulshoff, R. De Borst // International journal for numerical methods in engineering. – 2003. – V. 57. – P. 117–142.
17. Лимарь, А. А. Влияние износостойких покрытий на стокостные характеристики режущего инструмента при обработке труднообрабатываемых коррозионностойких металлов [Текст] / А. А. Лимарь // Вісн. Нац. техн. ун-та України «Київ. політехн. ін-т». – К., 2013. – № 2 (68). – С. 116–121.
18. Мозговой, Н. И. Исследования влияния физико-механических свойств стеклопластиков на процесс резания [Текст] / Н. И. Мозговой, Я. Г. Мозговая // Вестн. Алтайской науки. – Барнаул, 2013. – № 2-1. – С. 15–19.
19. Бурков, П. В. Динамическое численное моделирование напряженно-деформированного состояния обрабатываемого изделия и стружки [Текст] / П. В. Бурков, Ю. П. Стефанов // Вестн. Томск. гос. педагог. ун-та. – Томск, 2004. – № 6 (43). – С. 76–80.

Поступила в редакцию 08.07.2014, рассмотрена на редколлегии 10.09.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. каф. технологии машиностроения С. С. Добровольский, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.

ТЕРМОМЕХАНІЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ РІЗАННЯ РІЗУЧИМ ІНСТРУМЕНТОМ ЗІ ЗНОСОСТІЙКИМ ПОКРИТТЯМ

О. Г. Наріжний, Ю. М. Куценко, М. В. Гром, Д. Р. Степаненко

Стаття присвячена створенню термомеханічної моделі різання ріжучим інструментом зі зносостійким покриттям з ціллю здешевлення процесу впровадження нових зразків високотехнологічного інструмента. Розглянута задача відноситься до класу багатокритеріальних задач параметричної оптимізації. Для рішення поставленої задачі запропоновано використати метод ALE. Використання цього методу дозволяє уникнути труднощів, виникаючих у разі створення нових поверхонь, що трудно при використанні методу кінцевих елементів. Створено механічну модель різання ріжучим інструментом з покриттям, проведено аналіз адекватності поведінки моделі.

Ключові слова: процес різання, різець зі зносостійким покриттям, математична модель, метод ALE.

THE THERMOMECHANICAL MODEL OF CUTTING PROCESS BY CUTTING TOOLS WITH THE WEAR-RESISTANT COATING

A. G. Narizhniy, U. N. Kutsenko, M. V. Grom, D. R. Stepanenko

The article is devoted to the creation of a thermomechanical model of cutting with the cutting tool with the coating. Application this model allow to reduce the cost of the implementation process of new models of high-tech tool. The problem belongs to the class of multiobjective problems of parametric optimization. ALE method is proposed to solve this problem. This method allow avoid the difficulties arising with creating new surface. Such problem is difficult to implement in the application of the finite element method. Was created model of mechanical cutting with the cutting tool with the coating. Mechanical cutting model are created cutter coated. Was analyzed the adequacy of model and it behavior.

Key words: the cutting process, the cutter with a coating, the mathematical model, the method of ALE.

Наріжний Александр Георгиевич – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», г. Харьков, Украина, e-mail : narizniyag@ukr.net.

Куценко Юрий Николаевич – соискатель кафедры теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», г. Харьков, Украина.

Гром Максим Валерьевич – магистрант кафедры теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», г. Харьков, Украина, e-mail : MailMaximGrom@yandex.ru.

Степаненко Денис Романович – магистрант кафедры теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», г. Харьков, Украина, e-mail : denstep@ukr.net.

УДК 621.7.044

А. А. ХОДЬКО

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского "ХАИ"

ОСОБЕННОСТИ ВЫБОРА МОДЕЛИ ПЛАСТИЧНОСТИ МЕТАЛЛА ДЕФОРМИРУЕМОЙ ЗАГОТОВКИ ПРИ ЧИСЛЕННОМ ИССЛЕДОВАНИИ ПРОЦЕССА ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ШТАМПОВКИ

Достоверность результатов численного исследования процесса гидродинамической штамповки во многом определяется правильным выбором модели пластичности металла деформируемой заготовки. Наибольшее распространение в качестве моделей пластичности получили определяющие уравнения, позволяющие моделировать пластическое состояние металла в широком диапазоне пластических деформаций, скоростей деформаций и температур. Проведен анализ широко используемых в литературе при моделировании импульсных процессов обработки металлов давлением определяющих уравнений. Показана обоснованность выбора уравнения Джонсона-Кука, которое получило большое распространение благодаря своей простоте и способности удовлетворительного описания кривой пластического течения металла в широком диапазоне изменения основных физических параметров при деформировании, а также наличие в библиотеках материалов практически всех пакетов численного анализа. Проведено численное исследование процесса свободной растяжки трубчатой алюминиевой заготовки с использованием определяющего уравнения Джонсона-Кука. Выполнено сравнение результатов моделирования с экспериментальными значениями, которое подтвердило хорошую сходимость численных и экспериментальных результатов.

Ключевые слова: гидродинамическая штамповка, уравнение состояния, определяющее уравнение, скоростное упрочнение, температурное разупрочнение, математическое моделирование.

Введение

Широкое применение листовой штамповки в авиационно-космической отрасли обусловлено возможностью получения прочных и жестких деталей при их минимальном весе, высоким коэффициентом использования материала и хорошей взаимозаменяемостью изготавливаемых деталей. Постоянно растущие требования к экономичности, надежности и ресурсу современных летательных аппаратов вызывают необходимость применения в их конструкциях жаропрочных и нержавеющей сталей, титановых, алюминиевых и других сплавов, основными характеристиками которых являются высокие прочностные, жаропрочные и антикоррозионные свойства. Это привело к значительному росту необходимых для деформирования усилий. Выросли также требования к точности и качеству поверхностей изготавливаемых деталей.

Возросшие требования производства привели к появлению в промышленном использовании, еще в 50-х годах прошлого столетия, большого числа высокоэнергетических импульсных технологий обработки металлов давлением (ОМД), развитие которых продолжается до сих пор. Среди них штамповка взрывом, детонационно-газовая, электрогидравлическая, гидродинамическая (гидроударная), магнит-

но-импульсная штамповка и др. Каждый из способов имеет свои границы применимости, и эффективность способа зависит от правильного его выбора.

Данные технологии являются достаточно дешево затратными и весьма перспективно применять численное моделирование рассматриваемых технологий для выбора оптимальных параметров процессов.

Успех процесса моделирования во многом зависит от задания исходных данных, к которым, среди прочих, относится модель пластичности металла деформируемой заготовки. При численном моделировании процессов импульсной обработки металлов давлением крайне важно описать пластическое состояние деформируемой заготовки в широком диапазоне пластических деформаций, скоростей деформаций и температур.

Численному моделированию и экспериментальному исследованию импульсных технологий посвящено значительное число работ, как в нашей стране, так и за рубежом. Проводимые международные конференции ICHSF, EURODMAT, ISIE [1-4] и др. также свидетельствуют об актуальности данной темы.

Статья посвящена анализу наиболее часто ис-

пользуемых при моделировании процессов импульсной обработки металлов давлением моделей пластичности металла деформируемой заготовки и выбору наиболее рациональной модели, позволяющей получать адекватные результаты при численном исследовании этих процессов на примере технологического процесса свободной растяжки трубчатой заготовки методом гидродинамической штамповки.

Понятие модели материала

При численном исследовании процесса гидродинамической штамповки важную роль играет корректное описание свойств материала деформируемой заготовки в широком диапазоне пластических деформаций, скоростей деформаций и температур. В импульсных процессах обработки металлов давлением материал заготовки имеет довольно сложный отклик на динамическое воздействие, в результате чего, возникает необходимость задания параметров для моделирования таких физических явлений, как деформационное и скоростное упрочнение, температурное разупрочнение, разрушение и т.д. Все это разнообразие физических процессов, происходящих в материале заготовки в процессе динамического нагружения, может быть описано моделью материала, которая в общем случае состоит из трех основных блоков: уравнения состояния (equation of state), модели пластичности (plasticity model) и модели разрушения (damage model).

Уравнение состояния описывает зависимость напряжений от деформации и внутренней энергии (температуры). Оно может быть задано исходя из данных о термодинамических свойствах материала. В большинстве случаев уравнение состояния для расчета формируется на основании экспериментальных данных, является линейной аппроксимацией реального уравнения состояния на основе тщательно проведенных экспериментов и представляет собой многочлен с некоторым количеством эмпирических констант.

В случае малосжимаемых материалов, которыми являются стали и другие металлические материалы, подвергаемые обработке давлением, уравнение состояния задается соотношением:

$$p = K\mu, \quad (1)$$

где p – давление, K – модуль объемной упругости, μ – степень сжатия среды;

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}, \quad (2)$$

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1, \quad (3)$$

где E – модуль упругости, ν – коэффициент Пуассона,

ρ и ρ_0 – текущее и начальное значение плотности материала.

Соотношение (1) справедливо для упругой области при небольших объемных деформациях.

Как известно, после стадии упругой деформации наступает стадия пластической деформации, которая с самого начала и до момента разрушения характеризуется увеличением сопротивления деформируемого материала деформации по мере увеличения ее степени. Такое явление называется деформационным упрочнением. Кроме деформационного упрочнения, в импульсных процессах обработки металлов давлением существенное влияние на характер деформирования заготовки оказывают также скоростное упрочнение и температурное разупрочнение. Эти особенности пластического деформирования должны быть учтены при составлении математического описания кривой течения металла, достоверного в широком диапазоне деформаций, скоростей деформаций и температур. Сложность механизмов деформирования не позволяет создать простой и универсальной модели пластичности. Известно достаточно большое количество методов решения этой задачи, в том числе применение таблиц [5] и нейронных сетей [6]. Однако наибольшее распространение получили эмпирические и полуэмпирические уравнения, так называемые определяющие уравнения (constitutive equation).

Экспериментальным исследованиям процессов высокоскоростного деформирования различных материалов, начавшимся чуть больше века назад с опытов П. Людвики с оловянными проволоками [7], посвящено множество работ. На основании этих работ был предложен целый ряд определяющих уравнений, описывающих зависимость предела текучести материала σ от интенсивности пластической деформации ϵ , скорости деформации $\dot{\epsilon}$ и температуры T :

$$\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon}, T). \quad (4)$$

На сегодняшний день существует большое количество определяющих уравнений, от чисто эмпирических, описывающих экспериментальные данные аналитической кривой, до физических, основанных на микромеханических процессах в материале. Два этих подхода, в идеале, должны дополнять друг друга в едином соотношении, которое с одинаковой точностью описывает как действительное макроскопическое поведение материала, так и физические процессы на атомном уровне, которые контролируют пластическое течение.

Существенным требованием к определяющим уравнениям является не только точное описание отклика материала в широком диапазоне параметров нагружения, но и экстраполяция экспериментальных

данных, т.е. предсказывание поведения материала вне исследованных экспериментально пределов. В общем случае модель пластичности металла должна учитывать влияние большого числа всевозможных параметров (историю изменения деформаций и скоростей деформаций, сложность процесса нагружения) на напряжение течения, а также описывать как изотропное, так и анизотропное упрочнение. Однако полный учет всех этих явлений является чрезвычайно сложной, или даже нерешаемой задачей [8].

Распространение получили определяющие уравнения, в которых чувствительность материала к скорости деформации проявляется в росте предела текучести σ по отношению к его статическому значению σ_0 при возрастании скорости пластической деформации. Причем для большинства металлических материалов такая зависимость не является линейной, отмечается повышение чувствительности к скорости деформации при определенных ее величинах [9]. Экспериментальные данные (рис. 1) свидетельствуют о том, что при прочих равных условиях при низких скоростях деформации (до $\dot{\epsilon} = 1 \text{ с}^{-1}$) такая зависимость весьма незначительна, в то время как повышение скорости деформации с $\dot{\epsilon} = 1 \text{ с}^{-1}$ до $\dot{\epsilon} = 10^4 \text{ с}^{-1}$ приводит к увеличению предела текучести на 40%.

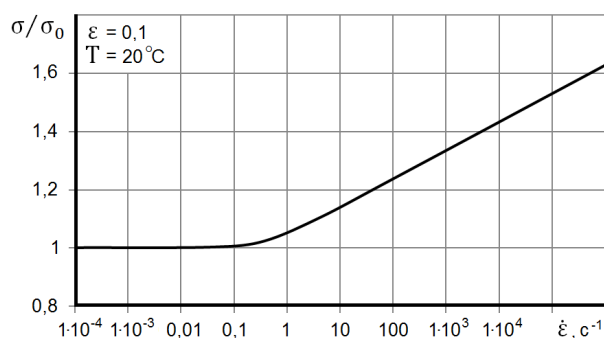


Рис. 1. Зависимость предела текучести от скорости деформации при деформировании стали 45 [9]

Повышение чувствительности материала к скорости деформации хорошо объясняется теорией термически активируемой пластической деформации [9]. Согласно этой теории пластическая деформация определяется теми же процессами, что и движение дислокаций. Движение дислокаций рассматривается с позиции необходимости преодоления дислокационными образованиями различных препятствий под действием приложенного напряжения, термического возбуждения или обоих факторов одновременно. Предполагается, что напряжение, необходимое для перемещения дислокаций, складывается из атермического $\sigma_{\text{атерм}}$ (определяемого модулем упругости, параметрами структуры и состава материала) и термически активируемого $\sigma_{\text{терм}}$ (зави-

сящим главным образом от температуры и скорости деформации) напряжений. Текущая величина предела текучести при этом равна:

$$\sigma = \sigma_{\text{атерм}} + \sigma_{\text{терм}}, \quad (5)$$

где $\sigma_{\text{атерм}} = A e^{-mT}$; A и m – константы при определенной скорости деформации, T – температура.

Текущая величина предела текучести определяется соотношением между временем ожидания термической активации и временем демпфированного преодоления препятствий дислокациями при пластической деформации. Так для большинства сталей при $\dot{\epsilon} < 10^3 \text{ с}^{-1}$ преобладает время ожидания термической активации дислокаций у препятствий, а при $\dot{\epsilon} \geq 10^3 \text{ с}^{-1}$ – преобладает время демпфированного преодоления дислокацией этого препятствия. Поэтому при малых скоростях деформации действуют законы пластической деформации, а при больших – законы вязкого течения. Это объясняет различную чувствительность материала к скорости деформации при различных ее величинах [9].

При больших скоростях деформации, присущих импульсной обработке металлов давлением, процесс деформирования заготовки имеет адиабатический характер [9]. Около 90% от всей пластической деформации рассеивается в виде тепла в материале заготовки [10]. Это приращение температуры может быть вычислено как:

$$\Delta T = \frac{\alpha}{\rho c} \int \sigma(\epsilon) d\epsilon, \quad (6)$$

где ΔT – приращение температуры, α – процентная доля пластической деформации преобразованной в тепло, ρ – плотность, c – теплоемкость.

Повышение температуры металла в процессе его пластического деформирования активирует процессы термического разупрочнения (возврата).

Как видно из схемы на рис. 2, выделяют три интервала температур в диапазоне от 0 до 1 по гомологической шкале, в зависимости от которых обработка металлов давлением может быть холодной, теплой и горячей.

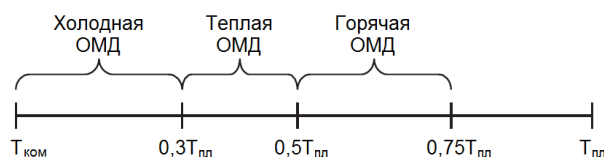


Рис. 2. Интервалы температур для различных операций обработки металлов давлением [11]

При холодной ОМД термическое разупрочнение материала обрабатываемой заготовки практически полностью отсутствует. В процессах теплой ОМД термическое разупрочнение имеет место, но всегда неполное – форма кривых течения практиче-

ски не меняется, а снижаются лишь величины напряжений и коэффициент деформационного упрочнения. Горячая ОМД имеет много общего с тепловой, но принципиально отличается от нее полнотой термического разупрочнения материала заготовки в определенном диапазоне степеней деформации [12].

Проведенные в последние годы эксперименты показали, что величина предела текучести уменьшается при повышении температуры и для любой степени деформации изменение предела текучести с увеличением температуры можно описать единой кривой $\sigma/\sigma_0(T)$ [9]. Эта кривая не является монотонной. Теория дислокаций указывает на возникновение горячего наклепа, т.е. увеличение предела текучести с увеличением температуры в начале интервала горячей деформации. Для сталей этот интервал температур несколько меньше $0,5T_{пл}$. Так для стали 45 такое явление наблюдается при температуре 250–600 °С (рис. 3), о чем свидетельствует образование локального экстремума в области указанных температур.

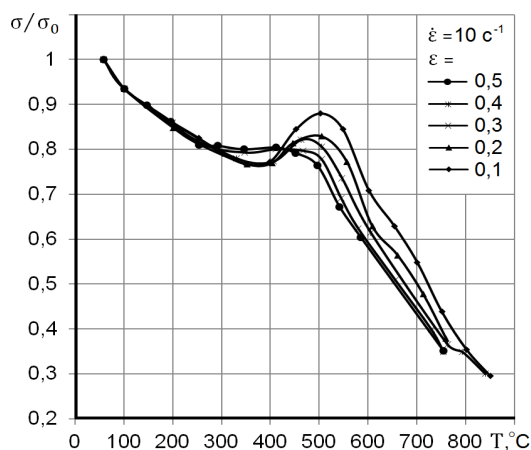


Рис. 3. Влияние температуры на предел текучести стали 45 [9]

Чувствительность к скорости деформации и температуре характерна не только для сталей, но и для других распространенных в промышленности металлов. На рис. 4 представлены кривые зависимости истинного временного сопротивления σ_B от скоростей деформации для меди [13]. Каждая кривая была получена на основании некоторого числа испытаний на растяжение при различных скоростях деформации и определенной температуре. Наибольшая скорость деформации была порядка $\dot{\epsilon} = 1000 \text{ с}^{-1}$, что соответствует растяжению образца при деформации равной единице (т.е. 100%), за 1/1000 с. Рисунок 4 служит характеристикой поведения кривых напряжения – скорости деформации для поликристаллических пластичных металлов при нормальных и высоких температурах. Следует отметить, что при самой высокой температуре,

1000 °С, которая была достигнута при проведении некоторых из этих опытов, и при наибольшей скорости деформации, равной 1000 с^{-1} , для преодоления внутреннего сопротивления пластической деформации меди оказалось необходимым приложить силу, составляющую 1/3 силы, требуемой для деформации того же металла при нормальной температуре.

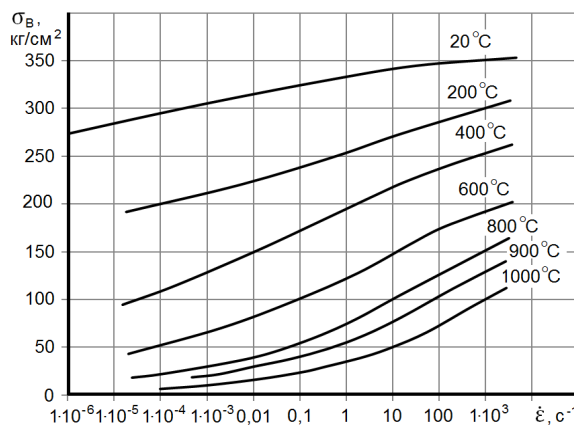


Рис. 4. Зависимость между напряжениями и скоростями деформации для образцов из чистой меди при различных температурах [13]

Как показано в работе [14], тепловые эффекты, возникающие в результате высокоскоростного деформирования материала заготовки в процессе гидродинамической штамповки, довольно существенны и не могут быть исключены из рассмотрения при численном исследовании процесса. При исследовании гидроимпульсного нагружения листовой заготовки толщиной 1,5 мм из алюминиевого сплава А2024 было установлено, что даже при скорости деформации ниже 20 с^{-1} , локальная температура в слое алюминия может подняться до 450 К в течение 0,3 мс. Температура плавления этого сплава равна 850 К. Данный процесс за определенное время проходит все три эти интервала температур обработки металлов давлением (см. рис. 2), и на завершающей своей стадии, перед соударением с поверхностью матрицы, попадает в интервал температур горячей обработки металлов давлением. Таким образом, из-за значительных тепловых эффектов, возникающих в процессе гидродинамической штамповки, она может выступать в качестве альтернативы горячей штамповки для деталей сложных форм из труднодеформируемых материалов [15].

Модель разрушения описывает поведения материала в момент разрушения в зоне, где превышен параметр, задаваемый в модели разрушения. Разрушение может быть как хрупким, выражающимся в растрескивании (в случае керамики, например), так и вязким, сопровождающимся разрывом материала (в случае металлов). Каким бы ни был тип разрушения, критерий разрушения может быть определен

как пластическими деформациями, так и напряжениями [16].

Из вышесказанного видно, что важнейшим блоком модели материала деформируемой заготовки при моделировании импульсных процессов обработки металлов давлением является модель пластичности, выражаемая определяющими уравнениями, способными достаточно точно описывать свойства материала деформируемой заготовки в широком диапазоне пластических деформаций, скоростей деформаций и температур. Важной задачей моделирования является выбор наиболее подходящего для конкретного процесса определяющего уравнения, что зачастую является не простой задачей ввиду большого разнообразия таких уравнений, каждое из которых имеет свои преимущества и недостатки.

Анализ определяющих уравнений, применяемых при моделировании импульсных процессов ОМД

Анализ литературы в области численного исследования процессов импульсной обработки металлов давлением показал, что наиболее популярными моделями пластичности металла деформируемой заготовки (далее просто модели) являются определяющие уравнения Купера-Саймондса (Copper-Symonds), Джонсона-Кука (Johnson-Cook) и Зерилли-Армстронга (Zerilli-Armstrong) [17-21] (таблица 1). Все эти модели имеют сравнительно небольшое количество материальных констант и легко реализуемы в современных пакетах численного анализа.

Наиболее простым из рассматриваемых определяющих уравнений является уравнение Купера-Саймондса [22], которое учитывает кинематическое упрочнение и описывает зависимость динамического предела текучести, σ , от скорости деформации:

$$\sigma = \sigma_0 \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{p}} \right], \quad (7)$$

где σ_0 – статический предел текучести, $\dot{\epsilon}$ – скорость деформации, D , p – коэффициенты уравнения Купера-Саймондса. Если значения констант D и p равны нулю, то эффекты скоростного упрочнения не учитываются.

Как показывает практика, во многих случаях коэффициенты уравнения Купера-Саймондса могут быть найдены с отличной корреляцией. Недостатком же этого уравнения является то, что эти коэффициенты принимают различные значения при различных напряжениях [23]. Так предел прочности и предел текучести материала имеют разную чувствительность к изменению скорости деформации, что приводит к получению различных коэффициентов уравнения Купера-Саймондса. Таким образом, коэффициенты, определенные для предела текучести как для справочного напряжения могут давать ошибочные результаты для более высоких напряжений при больших деформациях.

Модель Купера-Саймондса является наиболее предпочтительной для моделирования процессов холодного пластического деформирования [24]. Она не учитывает температурного разупрочнения материала, вызванного выделением тепла в процессе его пластического деформирования.

Отсутствие учета температурного разупрочнения в модели Купера-Саймондса заставляет отказаться от данной модели пластичности при численном исследовании процесса гидродинамической штамповки в пользу двух других рассматриваемых моделей – Джонсона-Кука и Зерилли-Армстронга, учитывающих тепловые эффекты, возникающие в результате высокоскоростного деформирования

Таблица 1
Определяющие уравнения, применяемые при моделировании импульсных процессов ОМД

Авторы	Определяющее уравнение	Константы материала	Возможность учета воздействия	
			скорости деформации	температуры
Купер и Саймондс (1952) [22]	$\sigma = \sigma_0 \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{p}} \right]$	σ_0, D, p	есть	нет
Джонсон и Кук (1983) [25]	$\sigma = (A + B\epsilon^n) (1 + C \ln \dot{\epsilon}^*) (1 - T^{*m})$	A, B, n, C, m	есть	есть
Зерилли и Армстронг (1987) [26]	ГЦК $\sigma = C_0 + C_2 \epsilon^n \exp(-C_3 T + C_4 T \ln \dot{\epsilon})$	C_0, C_2, C_3, C_4, n	есть	есть
	ОЦК $\sigma = C_0 + C_1 \exp(-C_3 T + C_4 T \ln \dot{\epsilon}) + C_5 \epsilon^n$	$C_0, C_1, C_3, C_4, C_5, n$	есть	есть

материала. Принципиальное различие этих двух моделей заключается в том, что первая является феноменологической моделью, в то время как вторая - основана на теории дислокаций.

Джонсон и Кук в работе [25] предложили эмпирическое определяющее уравнение для металлов, подверженных большим деформациям, высоким скоростям деформации и высоким температурам, согласно которому, динамический предел текучести, σ , записывается следующим образом:

$$\sigma = (A + B\epsilon^n)(1 + C \ln \dot{\epsilon}^*)(1 - T^*{}^m), \quad (8)$$

где ϵ - интенсивность пластической деформации, $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0$ - безразмерная скорость пластической деформации, определяемая как отношение мгновенной скорости пластической деформации $\dot{\epsilon}$ к ее пороговому значению $\dot{\epsilon}_0 = 1 \text{ с}^{-1}$, T^* - гомологическая температура. Уравнение содержит пять материальных констант, которые определяются эмпирическим путем: A - статический предел текучести, B - модуль деформационного упрочнения, n - показатель степени в законе деформационного упрочнения, C - коэффициент скорости деформаций, m - показатель степени в законе температурного разупрочнения.

Модель Джонсона-Кука предполагает независимость относительного влияния деформационного упрочнения, скорости пластической деформации и повышения температуры при всех скоростях и температурах пластической деформации. В уравнении (8) выражение в первых скобках определяет напряжение как функцию деформации при $\dot{\epsilon}^* = 1$ и $T^* = 0$, во вторых и третьих - влияние мгновенного значения скорости деформации и температуры на предел текучести, соответственно.

Следует отметить, что Джонсон и Кук представляют гомологическую температуру как:

$$T^* = \frac{(T - T_0)}{(T_{\text{пл}} - T_0)}, \quad (9)$$

где T - абсолютная мгновенная температура образца, T_0 - комнатная температура, $T_{\text{пл}}$ - температура плавления материала образца. Абсолютная мгновенная температура образца, T , определяется как сумма начальной абсолютной температуры образца и приращения температуры при его пластическом деформировании (рассчитывается через энергоемкость). При небольших степенях пластической деформации (менее 20%) приращением температуры можно пренебречь [27].

Недостатком в использовании такого определения гомологической температуры является то, что модель не может применяться с эмпирическими данными, полученными при температуре ниже комнатной. К тому же такое определение в действи-

тельности не соответствует понятию гомологической температуры, которое определяется как безразмерная величина, численно равная отношению температуры вещества к температуре его плавления:

$$T^* = \frac{T}{T_{\text{пл}}}. \quad (10)$$

Благодаря своей простоте и способности удовлетворительного описания кривой пластического течения металла в широком диапазоне изменения основных физических параметров при деформировании модель Джонсона-Кука получила широкое распространение при моделировании импульсных процессов обработки металлов давлением и присутствует в библиотеках материалов практически всех пакетов численного анализа. К основным недостаткам модели можно отнести ее эмпирическую основу и отсутствие связи между скоростью деформации и температурой в процессе пластической деформации. Также модель имеет некоторые недостатки в представлении характеристик упрочнения всех видов материалов. Скоростное упрочнение во вторых скобках уравнения (8) выражено как линейная функция от логарифма скорости деформации. Это выражение не может давать точного значения предела текучести при различных скоростях деформации в связи с изменением скорости деформации в распространенных металлических материалах. В результате выражения скоростного упрочнения линейной функцией, предел текучести материала также линейно зависит от логарифма скорости деформации, что не является справедливым для всех распространенных металлических материалов.

Определяющее уравнение, предложенное Зерилли и Армстронгом, основано на теории дислокаций [26]. Заложенные в модель эффекты деформационного упрочнения, скоростного упрочнения и температурного разупрочнения, основаны на анализе температурной активации. Модель имеет относительно простую форму по сравнению с другими дислокационными определяющими уравнениями.

Так как модель Зерилли-Армстронга основана на теории дислокаций, она является более предпочтительной по сравнению с другими эмпирическим определяющим уравнениями. Однако более сложная форма этой модели пластического поведения материала затрудняет определение всех необходимых констант. Основное положение, выдвинутое авторами этой модели, заключается в том, что каждый тип микроструктуры материала (ГЦК - гранецентрированная кубическая упаковка, ОЦК - объемноцентрированная кубическая упаковка) имеет свое собственное определяющее уравнение, в зависимости от дислокационных характеристик данной микроструктуры. Так для ГЦК-металлов определяющее

уравнение Зерилли-Армстронга имеет вид:

$$\sigma = C_0 + C_2 \varepsilon^n \exp(-C_3 T + C_4 T \ln \dot{\varepsilon}), \quad (11)$$

где C_0 , C_2 , C_3 , C_4 и n – константы материала. Здесь начальный предел текучести C_0 не зависит от скорости деформации и температуры, а определяется соотношением Холла-Петча, устанавливающим зависимость предела текучести поликристаллического материала от размера зерна d :

$$C_0 = \sigma_i + k d^{-\frac{1}{2}}, \quad (12)$$

где σ_i – некоторое напряжение трения, которое необходимо для скольжения дислокаций в монокристалле, k – индивидуальная для каждого материала константа, также называемая «коэффициентом Холла-Петча».

В случае ГЦК-металлов основным соображением является то, что зависимость предела текучести материала от температуры и скорости деформации больше при росте деформационного упрочнения.

Выражение для ОЦК-металлов имеет вид:

$$\sigma = C_0 + C_1 \exp(-C_3 T + C_4 T \ln \dot{\varepsilon}) + C_5 \varepsilon^n, \quad (13)$$

где C_0 , C_1 , C_3 , C_4 , C_5 и n – константы материала. Согласно этому соотношению, напряжение не обязательно должно обращаться в ноль при температуре плавления. В уравнении отражено дополнительное физическое явление, которое особенно важно для ОЦК-металлов – замена пластического течения посредством сдвига пластическим течением за счет двойникования. Факт существования верхнего и нижнего пределов текучести, характерный для ОЦК-металлов, не описывается уравнением (13). Следовательно, при малых деформациях модель характеризует некоторое среднее напряжение. Как видно из уравнения (13), коэффициент деформационного упрочнения $C_5 \varepsilon^n$ не зависит ни от скорости деформации, ни от температуры. Модель Зерилли-Армстронга для ОЦК-металлов носит аддитивный характер. Постоянство работы упрочнения является основным недостатком этой модели, поскольку для ОЦК-металлов эта величина зависит, в некоторой степени, от скорости деформации и температуры.

Идентификация определяющих уравнений

Проблема идентификация определяющих уравнений формулируется как задача построения в некотором смысле наилучшей модели на основе экспериментальных наблюдений [28]. Данная задача состоит из двух частей: структурной и параметрической идентификации. Структурная идентификация является задачей наилучшего выбора вида уравнений математической модели. В процессе параметрической идентификации при заданном виде уравне-

ний математической модели определяется наилучший вектор параметров этой модели.

Для параметрической идентификации моделей пластичности существует два основных подхода. Первый заключается в определении параметров модели по экспериментально полученным диаграммам деформирования материалов. Второй – в численном моделировании эксперимента и подборе параметров модели из условия наилучшего совпадения результатов расчета и эксперимента, т.е. решения обратной задачи.

При определении параметров модели по экспериментально полученным диаграммам деформирования материалов исходными данными являются динамические диаграммы деформирования, полученные при различных скоростях деформации и температурах. Так, для модели Джонсона-Кука в первую очередь определяются постоянные B и n , характеризующие деформационное упрочнение. Методом осреднения определяется наклон и нелинейность деформационных диаграмм. Оставшиеся постоянные могут быть найдены, например, по методу наименьших квадратов, из сравнения теоретических и экспериментальных зависимостей $\sigma = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T)$. Методика определения констант модели Зерилли-Армстронга аналогична.

Как показывает практика, экспериментальное определение параметров модели пластического поведения материала является сложной задачей, связанной с большим изменением деформаций, скоростей деформаций и температур в процессе импульсной обработки металлов давлением. Большинство экспериментальных методов дают данные для более низких скоростей деформаций, чем те, которые возникают в процессе гидродинамической штамповки. Встречающиеся в литературе данные касаются лишь ограниченного числа материалов, к тому же, параметры одного и того же материала, взятые из разных источников, могут отличаться весьма значительно [29]. В подобной ситуации определять параметры модели приходится из условия наилучшего совпадения с известными экспериментальными данными.

При идентификации параметров модели пластичности путем численного моделирования эксперимента и подбора параметров модели из условия наилучшего совпадения результатов расчета и эксперимента рациональнее из двух моделей, обеспечивающих учет всех необходимых факторов, имеющих место в конкретном процессе, выбрать модель с наименьшим числом параметров, подлежащих определению. Из рассмотренных выше, такой моделью является определяющее уравнение Джонсона-Кука, имеющее пять констант материала, в отличие от шести констант в более сложном уравнении Зерилли-Армстронга.

Как показано в работе [30], при численном исследовании высокоскоростных процессов обработки металлов можно подобрать весьма различные наборы параметров определяющего уравнения Джонсона-Кука, которые при расчете будут давать практически идентичное поведение материала деформируемой заготовки.

Таким образом, в качестве модели пластичности металла деформируемой заготовки при численном исследовании процесса гидродинамической штамповки нами выбрано определяющее уравнение Джонсона-Кука. Оно обладает преимуществами по сравнению с другими рассмотренными нами определяющими уравнениями, заключающимися в относительной простоте идентификации параметров модели, удовлетворительном описании кривой пластического течения металла в широком диапазоне изменения основных физических параметров при деформировании, а также наличием данной модели в библиотеках материалов большинства пакетов численного анализа.

Моделирование процесса гидродинамической штамповки

Для проверки применимости определяющего уравнения Джонсона-Кука в качестве модели пластичности металла деформируемой заготовки при численном исследовании процесса гидродинамической штамповки нами проведено математическое моделирование процесса свободной растяжки трубчатой алюминиевой заготовки с использованием конечно-элементного программного комплекса Abaqus v 6.12-1 [31].

В ранее проведенных исследованиях в области математического моделирования процессов гидродинамической штамповки [32] рассмотрена осесимметричная модель процесса свободной растяжки трубчатой алюминиевой заготовки в лагранжевой постановке с использованием упрощенного определяющего уравнения Джонсона-Кука для описания свойств деформируемой заготовки, согласно которому:

$$\sigma = (A + B\epsilon^n)(1 + C \ln \dot{\epsilon}^*) \quad (14)$$

Легко заметить, что уравнение (14) получено из уравнения (8) путем приравнения единице его третьего множителя $(1 - T^{*m})$, учитывающего влияние мгновенного значения температуры на предел текучести. Т.е. абсолютная мгновенная температура заготовки T принимается постоянной на всем протяжении процесса и равной комнатной температуре T_0 (см. уравнение (9)). Такое допущение является достаточно грубым, т.к. повышение температуры материала заготовки в результате его высокоскоростного деформирования может быть весьма существ-

ственным [14].

Модель, предложенная в настоящем исследовании, выгодно отличается от вышеупомянутой модели учетом адиабатического нагрева материала заготовки при ее пластическом деформировании и сопутствующего ему температурного разупрочнения, благодаря использованию определяющего уравнения Джонсона-Кука в полной форме (8).

Стоит также отметить, что универсальность модели процесса гидродинамической штамповки, предложенной в работе [32], ограничена применением подхода Лагранжа при моделировании рабочей жидкости (воды). При этом подходе для описания поведения сплошной среды характеристики материалов модели привязываются к соответствующим элементам модели в данный момент времени и разрешаются уравнения сплошной среды, записываемые для узлов конечно-элементной модели [33] (рис. 5, а). При моделировании гидродинамической штамповки лагранжевы конечные элементы (КЭ) жидкости деформируются и перемещаются вместе с присвоенным им материалом. Такая постановка задачи хоть и дает преимущества в исследовании изменения параметров модели во времени, но при больших деформациях не всегда позволяет получить сходимость задачи при требуемой точности решения. При рассмотрении больших перемещений жидкости в каналах, имеющих переменную по длине площадь поперечного сечения, деформация связанной с жидкостью лагранжевой системы координат приводит к снижению точности расчетов, а в некоторых случаях, например при вихревом движении жидкости, получить решение невозможно [34, 35].

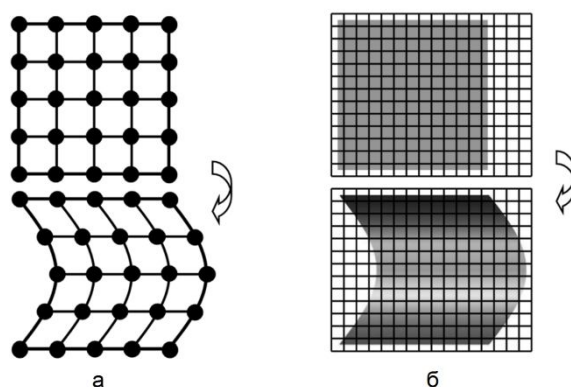


Рис. 5. Иллюстрация различных подходов для описания поведения сплошной среды в методе конечных элементов: а – подход Лагранжа, б – подход Эйлера [36]

Помимо подхода Лагранжа, для изучения поведения сплошной деформируемой среды существует подход Эйлера (рис. 5, б), в котором характеристики материала привязываются к точке пространства, в которой в данный момент находится частица модели. В отличие от подхода Лагранжа при подходе

Эйлера исследуется неподвижное пространство модели, заполненное движущейся средой. В этом случае сетка конечно-элементной модели остается неизменной во времени и не искажается вместе с материалом, так как узлы эйлеровой сетки зафиксированы в моделируемом пространстве. При этом каждый КЭ эйлеровой сетки в конкретный момент времени может обладать свойствами той или иной материальной среды (в частности, свойствами воды) либо принадлежать пустому пространству. В ходе решения при эйлеровом подходе рассмотрено движение деформируемой сплошной среды внутри эйлеровой сетки КЭ. Использование подхода Эйлера для моделирования рабочей жидкости при численном исследовании процесса гидродинамической штамповки решает присущие лагранжевому подходу проблемы, связанные с искажением и вырождением КЭ сетки жидкости, тем самым позволяя получить более точную и универсальную модель процесса, дающую возможность рассматривать поведение жидкости в рабочей камере практически любой геометрии.

Вместе с тем для моделирования деформируемой заготовки применение сетки Эйлера нецелесообразно в силу относительно небольших деформаций (по сравнению с сеткой жидкости), возникающих в ней, поэтому КЭ сетку заготовки имеет смысл строить на основе сетки Лагранжа.

Стремление соединить достоинства обоих подходов привело к созданию гибридных методов, которые применяются для решения задач взаимодей-

ствия тел. Одним из таких методов, нашедшим применение в настоящем исследовании, является совмещенный метод Эйлера-Лагранжа (CEL, Coupled Eulerian-Lagrangian method) [31], реализованный в программном комплексе Abaqus. Этот метод позволяет эйлеровым и лагранжевым телам взаимодействовать внутри одной модели. Он является мощным инструментом при численном моделировании процессов, связанных с большими деформациями, разрушением материалов или поведением жидких сред.

Программный комплекс Abaqus на данный момент поддерживает лишь один тип эйлеровых элементов – восьмиузловые гексагональные объемные элементы EC3D8R, которые использовались в данной работе для построения КЭ сетки рабочей жидкости. Наличие только одного, описанного выше, типа эйлеровых элементов в библиотеке элементов Abaqus приводит к тому, что моделирование процесса гидродинамической штамповки в осесимметричной постановке не может быть реализовано и возникает необходимость построения объемной модели (рис. 6).

Конечно-элементная сетка деформируемой заготовки и оснастки построена с использованием восьмиузловых гексагональных объемных лагранжевых элементов C3D8R. По причине большей жесткости оснастки по сравнению с деформируемой заготовкой конечно-элементные модели оснастки смоделированы как абсолютно жесткие (rigid body constrain). Контактное взаимодействие лагранжевых

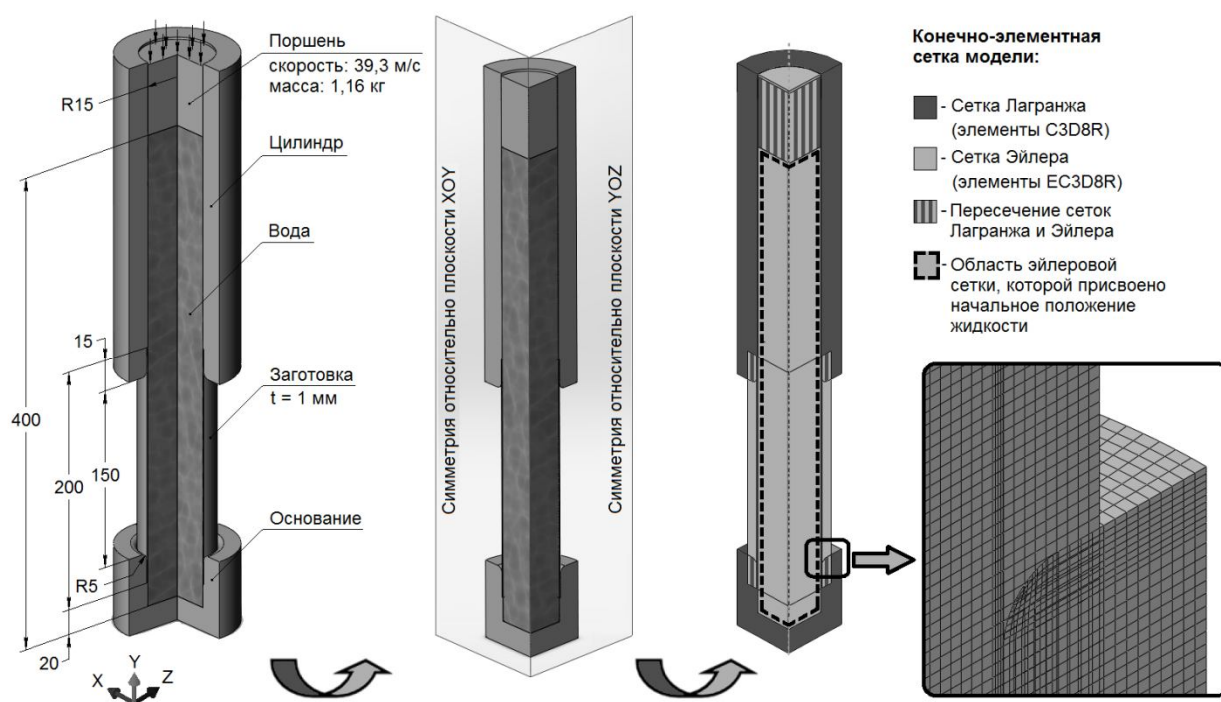


Рис. 6. Расчетная схема системы гидродинамической штамповки

конечных элементов и области эйлеровой конечно-элементной сетки реализовано как общий контакт (general contact).

Идентификация параметров модели пластичности Джонсона-Кука, используемой для описания свойств трубчатой заготовки из алюминиевого деформируемого сплава АМг2М, проходила путем численного моделирования эксперимента, описанного в работе [32], и поиска набора параметров, обеспечивающего наилучшее совпадение экспериментальных и расчетных значений остаточных широтных деформаций по высоте заготовки, путем их последовательного перебора. Параметры модели Джонсона-Кука, определенные таким образом, а также физико-механические свойства материала АМг2М приведены в таблице 2. Для повышения точности решения подобного рода обратной задачи могут быть использованы различные алгоритмы, как метод Монте-Карло или Левенберга-Марквардта, реализованные на различных языках программирования [37].

Задание свойств рабочей жидкости, оснастки и других составляющих модели процесса свободной растяжки трубчатой заготовки методом гидродинамической штамповки проводилось аналогично работе [32].

Начальная форма трубчатой заготовки и форма заготовки после свободной растяжки с наклеенными тензодатчиками в точках, принадлежащим сечениям, расположенным на расстоянии 50 мм от верхнего и нижнего торцов заготовки, в которых происходил замер изменения широтных деформаций по времени представлены на рис. 7. Сравнение экспериментальных и расчетных значений изменения по

времени t широтных деформаций ε в этих двух сечениях приведено на рис. 8. При построении доверительных интервалов доверительная вероятность принималась равной 0,95. Нулевой момент времени соответствует началу деформирования трубчатой заготовки в сечении, находящемся на расстоянии 50 мм от верхнего торца заготовки. Как только волна пластической деформации доходит до данного сечения, в нем начинается резкий рост пластической деформации. Затухание роста пластической деформации в верхнем сечении трубчатой заготовки совпадает с началом деформирования нижнего сечения. Это объясняется приходом волны пластической деформации к нижнему сечению вследствие волновых процессов, происходящих в жидкости. На начальной

Таблица 2
Параметры модели Джонсона-Кука
и физико-механические свойства материала АМг2М

Параметры	Значения	Единицы измерения
A	100,7	МПа
B	700	МПа
n	0,8	-
C	0,017	-
m	0,859	-
$\dot{\varepsilon}_0$	1	-
T_0	293	К
$T_{пл}$	893	К
E	70,3	ГПа
ν	0,33	-
ρ	2680	кг/м ³
c	910	Дж/(кг·К)

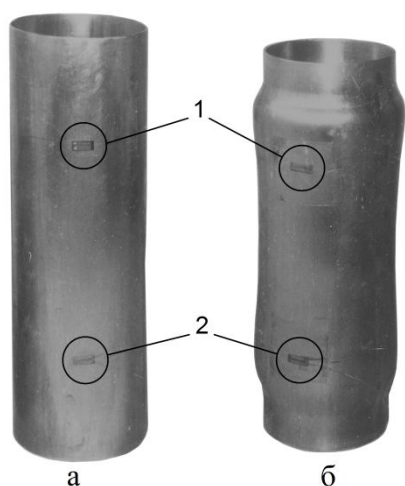


Рис. 7. Начальная форма трубчатой заготовки (а) и форма заготовки после свободной растяжки (б) с наклеенными тензодатчиками (1 и 2 – точки крепления датчиков: 50 мм от верхнего и нижнего торцов заготовки, соответственно) [34]

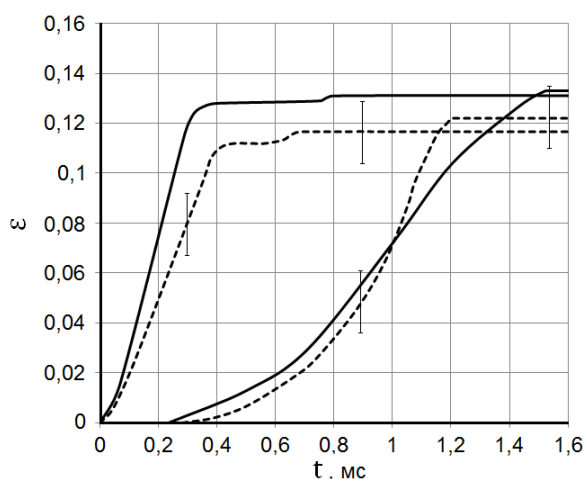


Рис. 8. Изменение по времени широтных деформаций в точках, указанных на рис. 6:
----- результаты эксперимента;
— результаты численного моделирования

стадии деформирования нижнего сечения трубы давление в верхнем ее сечении меньше требуемого для растяжки, поэтому его пластическое деформирование прекращается. Скорость деформации нижнего сечения заготовки меньше, чем верхнего. Это вызвано уменьшением интенсивности волны давления в жидкости с приходом ее к нижней части заготовки.

Сравнение экспериментальных и расчетных значений остаточных широтных деформаций ϵ по высоте трубчатой заготовки H представлено на рис. 9. Четко выражена неравномерность деформирования различных сечений заготовки: наибольшие остаточные деформации сосредоточены по краям свободно деформируемой части трубчатой заготовки, минимальные – в центральной ее части. Эта неравномерность распределения деформаций обусловлена волновым характером распространения давления в рабочей жидкости и деформаций в трубчатой заготовке. При отражении волны давления от дна камеры и поршня происходит локальное повышение давления жидкости, приводящее к большей деформации сечений заготовки вблизи этих объектов. Интенсивность волны давления в срединной части заготовки ниже.

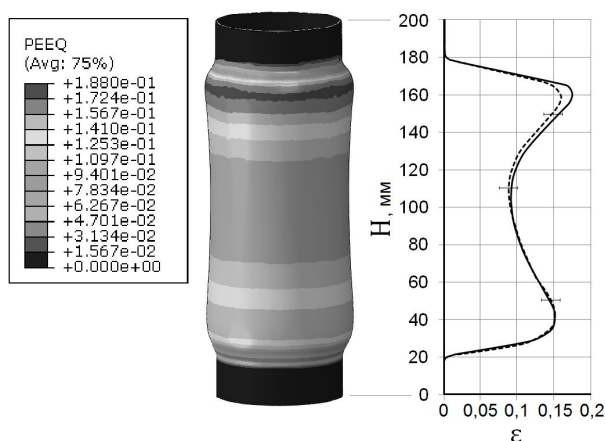


Рис. 9. Контурный график остаточных широтных деформаций и график их распределения по высоте трубчатой заготовки:
 ----- – результаты эксперимента;
 ———— – результаты численного моделирования

Результаты, полученные с использованием предложенной модели, показали хорошее соответствие с экспериментом. Максимальное отклонение не превышает 10%, что на 5% точнее модели, предложенной в работе [32]. Таким образом, удалось добиться практически полного соответствия математической модели реальному эксперименту.

Как видно из рис. 10, распределение температуры T по высоте трубчатой заготовки H аналогично распределению деформаций – сечения заготовки с большей степенью деформации имеют более высо-

кую температуру. Прирост температуры заготовки небольшой. Максимальное его значение составляет 15°C , что объясняется малой степенью деформации заготовки в проведенном исследовании.

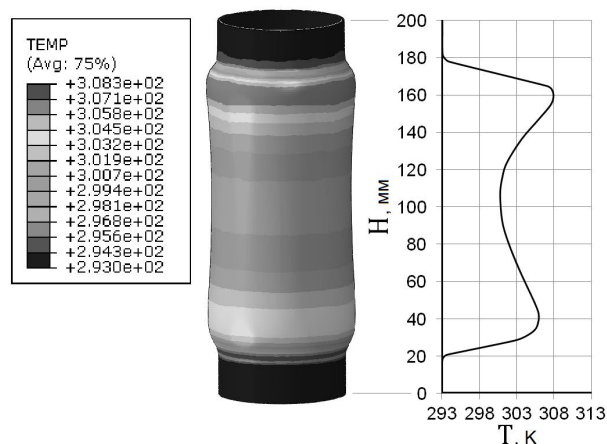


Рис. 10. Контурный график температуры и график ее распределения по высоте трубчатой заготовки

Выводы

Физические процессы, происходящие в материале заготовки в процессе гидродинамической штамповки, при его численном исследовании можно описать моделью материала заготовки, в общем случае состоящей из трех основных блоков: уравнения состояния, модели пластичности и модели разрушения.

Важнейшим фактором, определяющим достоверность полученных результатов, при численном исследовании процессов импульсной обработки металлов давлением являются модели пластичности металла деформируемой заготовки, которые выражаются определяющими уравнениями, позволяющими моделировать пластическое состояние материала в широком диапазоне пластических деформаций, скоростей деформаций и температур. В работе проанализированы три широко используемые в литературе при моделировании деформационных процессов модели пластичности: Купера-Саймондса, Джонсона-Кука и Зерилли-Армстронга. Рассмотрены используемые в практике моделирования подходы для идентификации параметров этих моделей. Для описания пластических свойств деформируемой заготовки выбрана модель Джонсона-Кука, благодаря своей простоте и способности удовлетворительного описания кривой пластического течения металла в широком диапазоне изменения основных физических параметров при деформировании, а также наличию в библиотеках материалов практически всех пакетов численного анализа.

Численное исследование процесса гидродинамической штамповки на примере технологического процесса растяжки трубчатой заготовки проводи-

лись на базе определяющего уравнения Джонсона-Кука в качестве модели пластичности металла деформируемой заготовки с использованием конечно-элементного программного комплекса Abaqus v 6.12-1. Использование в настоящей работе смещенного метода Эйлера-Лагранжа позволило создать более точную и универсальную модель процесса гидродинамической штамповки, по сравнению с ранее исследованной моделью Лагранжа, дающую возможность впоследствии рассматривать поведение жидкости в рабочей камере практически любой геометрии при штамповке деталей сложных форм. Сравнение результатов численного моделирования с экспериментальными значениями подтвердило их хорошую сходимость. Максимальное отклонение в модели Эйлера-Лагранжа не превышает 10%, в то время как в модели Лагранжа ошибка составляла 15%.

Предложенная в настоящей работе модель может быть использована для расчета и оптимизации технологических процессов и технологических систем гидродинамической штамповки как осесимметричных, так и неосесимметричных деталей различных конфигураций, а также для других процессов импульсной обработки металлов давлением с использованием жидких передающих сред.

Литература

1. Zittel, G. A historical review of high speed metal forming [Text] / G. Zittel // *Proceedings of the 4th International Conference on High Speed Forming (ICHSF 2010)*. – Elmag, Inc., San Diego, CA, USA. – 2010. – P. 2-15.
2. Process investigation of tube expansion by gas detonation [Text] / M. Weber, M. Hermes, A. Brosius, C. Beerwald, G. Gersteyn, H. Olivier, M. Kleiner, F.-W. Bach // *Proceedings of the 2th International Conference on High Speed Forming (ICHSF 2006)*. – Dortmund, Germany. – 2006. – P. 161-174.
3. Husson, Ch. High-speed blanking of copper alloy sheets : Material modeling and simulation [Text] / Ch. Husson, S. Ahzi, L. Daridon // *Proceedings of the 8th International Conference on Mechanical and Physical Behaviour of Materials (EURODYMAT 2006)*. – Dijon, France. – 2006. – P. 1189-1194.
4. A FEM study on adiabatic shear band formation in tube compression driven by electro-magnetic loading [Text] / X. L. Dong, L. Z. Li, Y. Q. Fu, F. H. Zhou // *Proceedings of the 8th International Symposium on Impact Engineering (ISIE 2013)*. – Osaka, Japan. – September 2-6, 2013. – P. 517-524.
5. Kalhori, V. Modelling and simulation of mechanical cutting [Text] : Doctoral thesis : 26.10.2001 / V. Kalhori – Lulea University of Technology, 2001. – 103 p.
6. Strenkowski, J. S. Finite element prediction of chip geometry and tool/workpiece temperature distributions in orthogonal metal cutting [Text] / J. S. Strenkowski, K. J. Moon // *J. Manuf. Sci. Eng.* - 1990. - № 112(4). – P. 313-318.
7. Ludwik, P. Elemente der technologischen Mechanik [Text] / P. Ludwik. – Berlin : Springer, 1909. – 76 s.
8. Васин, Р. А. Динамические зависимости между напряжениями и деформациями [Текст] / Р. А. Васин, В. С. Ленский, Э. В. Ленский // *Механика. Проблемы динамики упругопластических сред*. – М. : Мир, 1975. – № 5. – С. 7–38.
9. Залого, В. А. О выборе уравнения состояния обрабатываемого материала для моделирования процесса резания методом конечных элементов [Текст] / В. А. Залого, Д. В. Криворучко, С. Н. Хвостик // *Вісник СумДУ*. – 2006. – № 12. – С. 101–115.
10. Jutras, M. Improvement of the characterisation method of the Johnson-Cook model [Text] : M.S. thesis / M. Jutras – Laval University, Canada, 2008. – 63 p.
11. Marinov, V. Manufacturing Technology [Electronic resource] / V. Marinov. – Access mode: <http://www.coursehero.com/file/6641933/ME364formin-governviewampBDP-1.html>. – 2.09.2014.
12. Золоторецкий В. С. Механические свойства металлов [Текст] / В. С. Золоторецкий. – М. : МИСИС, 1998. – 400 с.
13. Надау, А. Пластичность и разрушение твердых тел [Текст] : пер. с англ. / А. Надау. – М. : Изд-во Иностранной литературы, 1954. – Том 1. – 648 с.
14. Vovk, A. Verfahrensentwicklung zur Fertigung qualitätsgerechter Bauteile mit dem Hydro-Impuls-Umformen von Blechen [Text] : Dr.-Ing. Thesis : 12.02.2008 / A. Vovk – Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2008. – 124 s.
15. Vovk, V. Hochgeschwindigkeitsumformen - alternative Lösungen für hochfeste Materialien [Electronic resource] / V. Vovk // Vortrag bei Inpro-Workshop Simulation der thermischen Blechumformung. – Berlin, 10-11. Okt. 2002. – Access mode : <https://www.yumpu.com/de/document/view/21917655/pdf-file-elektronische-dissertationen-der-universitat-otto-von-/131.html>. – 2.09.2014.
16. Полухин, П. И. Физические основы пластической деформации [Текст] / П. И. Полухин, С. С. Горелик, В. К. Воронцов. – М. : Металлургия, 1982. – 584 с.
17. Electrohydraulic trimming of advanced and ultra high strength steels [Text] / S. F. Golovashchenko, A. J. Gillard, A. V. Mamutov, J. F. Bonnen, Z. Tang // *J. Mat. Proc. Tech.* – 2014. – № 214. – P. 1027-1043.

18. Akbari Mousavi, S. A. A. *Experimental and numerical analyses of explosive free forming* [Text] / S. A. A. Akbari Mousavi, M. Riahi, A. Hagh Parast // *J. Mat. Proc. Tech.* – 2007. – № 187-188. – P. 512-516.
19. Yasar, M. *Gas detonation forming process and modeling for efficient spring-back prediction* [Text] / M. Yasar // *J. Mat. Proc. Tech.* – 2004. – № 150. – P. 270-279.
20. L'Eplattenier, P. *An MPP version of the Electromagnetism module in LS-DYNA for 3D Coupled Mechanical-Thermal-Electromagnetic simulations* [Text] / P. L'Eplattenier, C. Ashcraft, I. Ulacia // *Proceedings of the 4-th International Conference on High Speed Forming.* – Ohio. – 2010. – P. 250-263.
21. *Tendency of homogeneous radial deformation during electromagnetic compression of aluminium tube* [Text] / YU Hai-ping, L. Chun-feng, L. Da-hai, M. Xian // *Trans. Nonferrous Met. Soc. China.* – 2010. – № 20. – P. 7-13.
22. Cowper, G. R. *Strain hardening and strain rate effects in the impact loading of cantilever beams* [Text] / G. R. Cowper, P. S. Symonds // *Brown Univ., Div. of Appl. Mech.* – 1952. – Report № 28. – 46 p.
23. Peixinho, N. *Study of viscoplasticity models for the impact behaviour of high-strength steels* [Text] / N. Peixinho, A. Pinho // *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics.* – 2007. – № 2. – P. 114-123.
24. Hallquist, J. O. *LS-DYNA Theory manual* [Text] / J. O. Hallquist - Livermore Software Technology Corporation (LSTC), Livermore, California 94551, 2006. – 680 p.
25. Johnson, G. R. *A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures* [Text] / G. R. Johnson, W. H. Cook // *Proceedings of the 7-th International Symposium on Ballistics.* – The Hague, The Netherlands. – 1983. – P. 541-547.
26. Zerilli, E. J. *Dislocation mechanics based constitutive relations for material dynamics calculations* [Text] / E. J. Zerilli, R. W. Armstrong // *J. Appl. Phys.* – 1987. – № 61(5). – P. 1816-1825.
27. *Высокоскоростная деформация армко-железа* [Текст] / А. М. Брагов, А. К. Ломутов, И. В. Сергеичев, А. В. Петровцев // VI Забабахинские научные чтения : сб. докладов. – Снежинск, 2001. – 26 с.
28. Непребко, А. В. *Методики аттестации и верификации моделей динамической пластичности* [Текст] / А. В. Непребко, В. Л. Нейман // *Упругость и неупругость : материалы Международного научного симпозиума по проблемам механики деформируемых тел, посвященного 100-летию со дня рождения А. А. Ильюшина*, Москва, 20-21 января 2011 г. – М., 2011. – С. 221-225.
29. Кузькин, В. А. *Применение численного моделирования для идентификации параметров модели Джонсона-Кука при высокоскоростном деформировании алюминия* [Текст] / В. А. Кузькин, Д. С. Михайлюк // *Вычислительная механика сплошных сред.* – 2010. – Т. 3, № 1. – С. 32-43.
30. Shrot, A. *Is it possible to identify Johnson-Cook law parameters from machining simulations?* [Text] / A. Shrot, M. Bäker // *Int. J. Mater. Form.* – 2010. – № 3. – P. 443-446.
31. Abaqus 6.12 Documentation [Electronic resource]. – Access mode: https://www.tu-chemnitz.de/projekt/abq_hilfe/docs/v6.12. – 2.09.2014.
32. *Моделирование процесса свободной растяжки трубчатой заготовки при гидродинамической штамповке* [Текст] / В. Е. Зайцев, В. А. Сукайло, В. Г. Корбач, А. А. Ходько // *Сборник научных трудов «Вестник НТУ «ХПИ»* – 2013. – № 42 (1015). – С. 69-77.
33. Гребенников, А. Г. *Метод анализа характеристик локального НДС незагруженного заклепочного соединения с помощью CAD/CAE системы Abaqus* [Текст] / А. Г. Гребенников, Д. В. Хмелик, Д. Ю. Дмитренко // *Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии : сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та «ХАИ»* – 2012. – № 57. – С. 21-34.
34. Нарыжный, А. Г. *Моделирование процесса гидроимпульсной штамповки* [Текст] / А. Г. Нарыжный // *Динаміка, надійність і довговічність механічних і біомеханічних систем та елементів їхніх конструкцій : матеріали міжнародної науково-технічної конференції 8-11 вересня 2009 р.* – Севастополь, 2009. – С. 35-38.
35. Родько, С. Я. *Исследование, разработка и внедрение процессов гидродинамического формообразования тонколистовых деталей летательных аппаратов* [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.07.04 ; защищена 25.12.1985 / Родько Сергей Яковлевич. – Х., 1985. – 238 с.
36. A review of full Eulerian methods for fluid structure interaction problems [Text] / S. Takagi, K. Sugiyama, S. Li, Y. Matsumoto // *J. Appl. Mech.* – 2012. – № 79(1), 010911. – 7 p.
37. Nussbaum, J. *Evaluation of strength model parameters from Taylor impact tests* [Text] / J. Nussbaum, N. Faderl // *Procedia Engineering. Proceedings of the 11-th International Conference on the Mechanical Behavior of Materials (ICM11).* – Villa Erba, Como, Italy. – 2011. – № 10. – P. 3453-3458.

Поступила в редакцию 2.09.2014, рассмотрена на редколлегии 10.09.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. каф. технологии производства авиационных двигателей А. И. Долматов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

ОСОБЛИВОСТІ ВИБОРУ МОДЕЛІ ПЛАСТИЧНОСТІ МЕТАЛУ ДЕФОРМУЄМОЇ ЗАГОТОВКИ ПРИ ЧИСЕЛЬНОМУ ДОСЛІДЖЕННІ ПРОЦЕСУ ГІДРОДИНАМІЧНОЇ ШТАМПОВКИ

О. О. Ходько

Достовірність результатів чисельного дослідження процесу гідродинамічної штамповки багато в чому визначається правильним вибором моделі пластичності металу деформуємої заготовки. Найбільшого поширення в якості моделей пластичності здобули визначальні рівняння, що дозволяють моделювати пластичний стан металу в широкому діапазоні пластичних деформацій, швидкостей деформацій та температур. Проведено аналіз найчастіше використовуваних в літературі при моделюванні імпульсних процесів обробки металів тиском визначальних рівнянь. Показано обґрунтованість вибору рівняння Джонсона-Кука, що набуло великого поширення завдяки своїй простоті і здатності задовільного опису кривої пластичної течії металу в широкому діапазоні зміни основних фізичних параметрів під час деформування, а також наявності в бібліотеках матеріалів практично всіх пакетів чисельного аналізу. Проведено чисельне дослідження процесу вільної розтяжки трубчастої алюмінієвої заготовки з використанням визначального рівняння Джонсона-Кука. Виконано порівняння результатів моделювання з експериментальними значеннями, що підтвердило добру збіжність чисельних і експериментальних результатів.

Ключові слова: гідродинамічна штамповка, рівняння стану, визначальне рівняння, швидкісне зміцнення, температурне знеміцнення, математичне моделювання.

CHOOSING A METAL PLASTICITY MODEL FOR NUMERICAL SIMULATION OF THE HYDRODYNAMIC FORMING PROCESS

O. O. Khodko

The accuracy of the results of the hydrodynamic forming process numerical simulation is largely determined by the correct choice of the deformable blank metal plasticity model. Constitutive equations are commonly used as plasticity models. They allow modelling of the plastic state of the metal in a wide range of plastic strains, strain rates and temperatures. By means of analysis of commonly used constitutive equations in the simulation of high velocity forming processes, the Johnson-Cook model was demonstrated to be the most effective. This is due to its simplicity and ability to satisfactorily describe the flow plastic curve of metal over a wide range of basic physical parameters during deformation, as well as its availability in the material libraries of almost all simulation software packages. The numerical simulation of an aluminum tubular blank free bulging using the Johnson-Cook constitutive equation was conducted. The comparison of simulation and experimental results was performed and good convergence of results was founded.

Keywords: hydrodynamic forming, equation of state, constitutive equation, strain rate hardening, thermal softening, numerical simulation.

Ходько Александр Алексеевич – аспирант кафедры технологии производства летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: aleksandr.khdk@gmail.com.

УДК 621.914.1

С. Ф. ЛЯКУН, В. Е. ЮРКЕВИЧ

Казенное предприятие «Научно-производственный комплекс «Искра», Украина

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА УПРАВЛЯЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ ПО ОБРАБОТКЕ ТРЕХГРАННОГО УГЛА НА СТАНКАХ С ЧПУ

Дан алгоритм вычисления величин для создания управляющей программы (УП) с подпрограммой обработки граней внутри трехгранного угла (ТГУ) на станках с ЧПУ с применением наклонно-поворотного стола (НПС). Вычисляется для инструмента главный угол в плане. Рассчитываются углы поворота и наклона НПС для установки детали в положение, доступное для обработки ТГУ. В алгоритме предусмотрено преобразование координат точек ТГУ при наклоне и повороте НПС по вычисленным углам, что позволяет фрезеровать вдоль ребер к вершине и строчками поверхности ТГУ. Для вычисления вводятся три плоских угла (ПУ) ТГУ (но можно задать ТГУ сочетанием ПУ, линейных углов (ЛУ) и другими параметрами ТГУ, например, углом при вершине вписанного в ТГУ конуса). Для работы с НПС алгоритм позволяет вычислить его параметры: расстояние между осями наклона и поворота и расстояние от поверхности стола к оси наклона. Алгоритм реализован и тестирован на базе Microsoft Excel в виде УП с подпрограммой, которая редактируется подходящим текстовым редактором согласно требованиям синтаксиса конкретного станка с ЧПУ. Алгоритм применим в технологиях изготовления волноводов, корпусов модулей СВЧ интегральных, аппаратуры дальней космической связи, радиолокации, а также в устройстве ЧПУ станков как цикл «обработка ТГУ».

Ключевые слова: аэрокосмическая техника, трехгранный угол, плоский угол, линейный угол, управляющая программа, Microsoft Excel, станки с ЧПУ, цикл станка с ЧПУ.

Введение

В волноводных устройствах космической связи значительная (примерно пятая) часть энергии посылаемого излучения превращается в тепло. Этим потерям способствуют большие радиусы галтелей (внутренних закруглений) двугранных углов (ДУ) волноводных устройств. А в каждом трехгранном угле ТГУ три ДУ.

Дальняя космическая связь осуществляется на сверхвысоких частотах (СВЧ).

В корпусах модулей СВЧ интегральных в карманах под микросхемы наличие галтелей недопустимо. Их убирают фрезерованием «зареза» в стенке. Вследствие этого стенка корпуса ослабляется, и ее толщину приходится увеличивать на глубину «зареза». При этом увеличивается и вес корпуса, что весьма нежелательно для космических конструкций. Эту галтель в ТГУ может убрать вручную только слесарь-лекальщик высокой квалификации (по существу работа ювелирная).

Мы живем в мире ТГУ. Например, в комнате восемь ТГУ. Но в справочной литературе нет описания способа обработки внутренней поверхности ТГУ.

В описании изобретения [1] сказано, что известна обработка ТГУ, как глухих углублений в деталях, фрезеровкой вдоль ребер ТГУ, то есть вдоль

сторон плоских углов ТГУ, «...при этом в каждом трехгранном углу две стороны выполняются острыми, а третья имеет радиус, равный радиусу используемой фрезы. Окончательная обработка трехгранного угла производится слесарным путем (вырубка, шабровка, зачистка)». Авторы изобретения [1] предложили способ обработки трехгранного угла при помощи специально изготовленного «координатного столика», в который (следуя техническому смыслу изобретения) заложены некоторые параметры обрабатываемого **конкретного** трехгранного угла.

Поскольку в единичном производстве проектирование и изготовление «координатного столика» для каждой детали (возможно и для каждого трехгранного угла) экономически нецелесообразно, этот способ в единичном производстве не получил распространения. По-прежнему трехгранные углы обрабатывают вручную слесарным путем. Но проблема остается.

Например, в литературе описана обработка отверстий глухих и фасонных [2, 3], обработка пазов т-образных, «ласточкин хвост» и др. [2, 3], типичные циклы обработки для станков с ЧПУ [5], обработка деталей на станках с ЧПУ [4, 5]. Но описание обработки ТГУ отсутствует.

О проблемах, связанных с ТГУ, поднимается вопрос и в сети Интернет (режим доступа: <http://help.solidworks.com/2012/russian/SolidWorks/>

dfmexpress/c_rules_mill_sharp_internal_corners.htm?format=P).

Практически не получая галтелей, можно обработать внутреннюю поверхность ТГУ граверным резцом-фрезой [6] на граверном станке при помощи копира в виде увеличенного в масштабе ТГУ. Но на граверном станке невозможно точно разместить ТГУ относительно детали и получить высокое качество ее обработки.

При современном уровне развития массового производства узким местом является вспомогательное единичное производство: изготовление пресс-форм, штампов, приспособлений, инструментов, опытных образцов изделий, специальных станков. При этом необходима обработка ТГУ. ТГУ, где это допустимо, получают сборкой из отдельно изготовленных частей, например, из трех отдельных граней или из цельного двугранного угла и отдельной грани.

Обрабатывать ТГУ как углубление в токопроводящем материале можно электроэрозионным методом при помощи электрода, в геометрию которого закладывают параметры ТГУ [7] (удаление материала на молекулярном уровне). При обработке ТГУ на электроэрозионных станках удаление припуска происходит значительно медленнее, чем удаление припуска резанием. На обработку каждого ТГУ расходуется больше одного электрода, а это дополнительные затраты на их изготовление, установку и настройку. Обработка деталей из материала-изолятора электроэрозионным методом не возможна. Кроме того, при обработке не всегда можно правильно сориентировать деталь, так как проблематична установка наклонно-поворотного стола на реальный электроэрозионный станок.

В статье [8] показана необходимость точного изготовления ТГУ, например, в волноводах и корпусах модулей сверхвысокой частоты (СВЧ) интегральных, в аппаратуре дальней космической связи и радиолокации. В статье [8] дана постановка проблемы, и по теме дан анализ публикаций и изобретений [1, 15]. Показано, что проблема существует и ее можно решить при помощи станков с ЧПУ, которые можно дополнить циклом (циклами) "обработка ТГУ" и, тем самым, механизировать громоздкие вычисления при создании управляющей программы (УП). Осуществлены анализ расчетов и тестирование на базе системы вычислений Microsoft Excel.

Но не был опубликован сам алгоритм расчетов по ТГУ.

Постановка задачи

Трехгранный угол (ТГУ) с вершиной О (рис. 1) образован плоскими углами (ПУ) АОВ, ВОС и СОА.

Также, как и ПУ, обозначены и грани ТГУ. Грань АОВ является основанием ТГУ. ВОС и СОА - боковые грани.

При обработке ТГУ деталь устанавливают таким образом, чтобы ось О'О ТГУ была параллельной оси шпинделя станка с ЧПУ, а луч ОД был параллельным координатной оси Х и противоположным её направлению. Такое положение ТГУ определяется расчетом углов σ и φ . Таким образом, внутренняя поверхность ТГУ детали становится доступной для фрезерования.

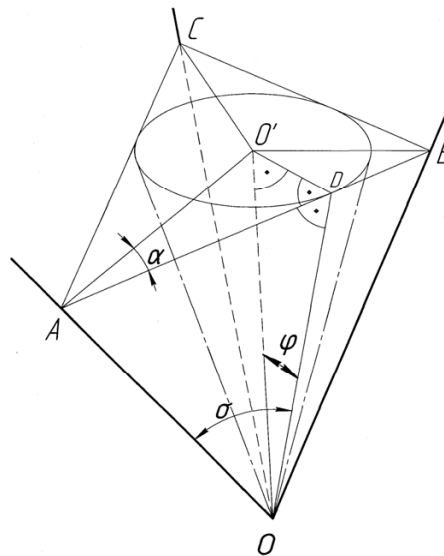


Рис. 1. Трехгранный угол с вершиной О.

ТГУ пересекает плоскость, перпендикулярную оси О'О вписанного конуса. Образуется строчка обработки в виде $\triangle ABC$. $\triangle ABC$ является основанием образовавшейся пирамиды с вершиной О. Каждый из углов $\angle OOD$, $\angle O'DA$ и $\angle ADO$ равен 90° . Лучи (биссектрисы) OA , OB и OC образуют (во вписанной в $\triangle ABC$ окружности с центром O') центральные углы (ЦУ): $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COA$. Плоскости, проходящие через грани, пересекаясь, образуют три двугранных угла (ДУ) $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COA$, ребра которых обозначены также AO , BO , CO . Измеряют ДУ линейными углами (ЛУ) двугранных углов. Ребро CO после предварительной фрезеровки боковых граней может иметь галтель (скругление) радиусом R_f , которая образована при фрезеровании.

При расчете трехгранного угла (ТГУ) по заданым плоским углам (ПУ) вначале можем исходить только из предположения, что величины ПУ ТГУ пропорциональны величинам соответствующих центральных углов (ЦУ) (см. рис. 1).

$$\text{То есть: } \frac{ПУ_1}{ЦУ_1} = \frac{ПУ_2}{ЦУ_2} = \frac{ПУ_3}{ЦУ_3}. \quad (1)$$

Так ли это? Окончательно в пропорциональности ПУ и ЦУ убедимся тестированием.

Чтобы провести тестирование воспользуемся свойством центральных углов (ЦУ), сумма которых равняется 360° .

То есть, всегда $\text{ЦУ}_1 + \text{ЦУ}_2 + \text{ЦУ}_3 = 360^\circ$. (2)

Исходя из (1) и (2), можно вычислить все ЦУ по заданным трем ПУ:

$$\text{ЦУ}_i = \frac{\text{ПУ}_i \cdot 360^\circ}{\text{ПУ}_1 + \text{ПУ}_2 + \text{ПУ}_3}, \quad (3)$$

где $i = 1, 2, 3$.

Тестирование будет заключаться в том, что каждый ЦУ вычисляем по формуле (3). Вычисленные три ЦУ суммируем и проверяем на основании формулы (2) равна ли их сумма 360° , вычисляем отклонение Δ . Результаты сводим в таблицу тестирования.

Таблица тестирования

- 1) $\text{ПУ}_1 = 90^\circ_1; 90^\circ_2; 90^\circ_3 \sum_{i=1,2,3} = 119,9(9)^\circ$
 $3 \Delta = 3 \cdot 10^{-6}$;
- 2) $\text{ПУ}_1 = 115^\circ_1; 115^\circ_2; 115^\circ_3 \sum_{i=1,2,3} = 119,9(9)^\circ$
 $3 \Delta = 0,0$;
- 3) $\text{ПУ}_1 = 3^\circ_1; 3^\circ_2; 3^\circ_3 \sum_{i=1,2,3} = 119,9(9)^\circ$ $3 \Delta = 0,0$;
- 4) $\text{ПУ}_1 = 2^\circ_1; 3^\circ_2; 4^\circ_3 \sum_{i=1,2,3} = 360^\circ$ $\Delta = 0,0$;
- 5) $\text{ПУ}_1 = 121^\circ_1; 118^\circ_2; 120^\circ_3 \sum_{i=1,2,3} = 359,9(9)^\circ$
 $\Delta = 2 \cdot 10^{-6}$;
- 6) $\text{ПУ}_1 = 151^\circ_1; 2^\circ_2; 150^\circ_3 \sum_{i=1,2,3} = 359,9(9)^\circ$
 $\Delta = 2 \cdot 10^{-6}$.

Для каждого теста выбираем три ПУ_i , сумма которых меньше 360° , а каждый ПУ больше разности и меньше суммы двух других ПУ (свойства ПУ ТГУ) [9].

ПУ выбираем разнообразные: равные между собой (п.п. 1, 2, 3); величина которых $\geq 90^\circ$ (большие) (п.п. 1, 2); величина которых $\leq 4^\circ$ (малые) (п.п. 3, 4); разные малые (п. 4) и разные большие (п. 5); комбинации больших и малых (п. 6).

В результате каждого из шести проведенных тестов сумма ЦУ была близка к 360° , величина отклонения Δ составляла не более 0,000003 (похоже, что в п. 1 таблицы отклонение Δ - это погрешность округлений на последней цифре экрана калькулятора, умноженная на три).

Все это говорит о том, что *вероятность* пропорциональности (1), или, при будущих расчетах ТГУ, *надежность оценки Р* [10] очень близка к 100 %:

$$P > (1 - \frac{\Delta}{360^\circ}) \cdot 100 \%, \text{ где } 0 \leq \Delta < 3 \cdot 10^{-6},$$

а при $\frac{\Delta}{360^\circ} \rightarrow 0$, $P \rightarrow 100 \%$.

Так как пропорциональность (1) подтверждена, а пропорциональность «или есть или нет» – *взаимно противоположные события* [10, стр. 15, 16], то для

пропорциональности (1) *доверительная вероятность (надежность оценки)* [10] будет равна 100 %.

ВЫВОД: пропорции (1) существуют и применимы к расчету ТГУ.

Результаты

Ввод исходных величин. Для расчета и разработки управляющей программы (УП) по обработке ТГУ на станках с ЧПУ с применением наклонно-поворотного стола (НПС) необходимо ввести ряд исходных величин:

АОВ, ВОС, СОА - плоские углы (ПУ) ТГУ в градусах согласно их свойствам: сумма всех трех ПУ должна быть не более 360° , каждый ПУ должен быть меньше суммы и больше разности двух других ПУ. Меньший ПУ ТГУ должен быть больше трети суммы двух других ПУ;

h – шаг по оси Z между плоскостями строчек обработки; расстояние от вершины ТГУ до плоскости первой строчки;

КОН - количество строчек с шагом h ;

L_A, L_B, L_C - заданные длины фрезеровки вдоль ребер ОА, ОВ, ОС от каждой точки А, В, С к вершине О ТГУ;

R_ϕ - радиус фрезы, примененной для предварительной обработки граней ТГУ, радиус галтели между боковыми гранями ТГУ, по умолчанию $R_\phi = 0$;

L – расстояние (скаляр) между осями наклона и поворота НПС, паспортный параметр НПС. Равняется нулю в конструкциях НПС, в которых оси пересекаются;

m - расстояние (скаляр) между осью наклона НПС и плоскостью поверхности стола в НПС, паспортный параметр НПС;

E – угловое отклонение (в градусах) луча ОА от оси X в плоскости XY (отрицательное – в случае отклонения луча ОА от оси X по часовой стрелке), используется для вычисления величины угла поворота НПС. По умолчанию $E = 0$;

k_v – номер квадранта координатной плоскости XY, на поверхности которого установили ТГУ гранью-основанием АОВ. Причем, начало системы координат условно (только с целью определения k_v) перенесено на вершину ТГУ, а луч ОА установлен под известным углом E к оси X;

$k_v = 1, 2, 3, 4$, считая от оси X вверх против часовой стрелки вокруг начала системы координат;

x, y, z - координаты вершины ТГУ в системе координат детали (УП), изменяются при преобразовании координат.

Получение необходимых данных. Введя исходные величины, получаем (вычисляем) необходимые данные для создания цикла станка с ЧПУ «об-

работка ТГУ» или подпрограммы для УП по обработке ТГУ с применением НПС:

φ° – главный угол в плане резца-фрезы, равный расчетному углу φ – уклон конуса, вписанного в ТГУ, учитывается при заточке инструмента и при наклоне ТГУ в положение, доступное для фрезеровки;

P° – угол поворота НПС с деталью – координата его установки ($0^\circ \dots 360^\circ$) с последующим его наклоном (установкой) на угол $-(90^\circ - \varphi^\circ)$, что позволяет установить ось $O'O$ ТГУ параллельно оси шпинделя и сделать ТГУ доступным для фрезеровки;

(а, с) – величина смещения координат по осям X и Z для компенсации "переноса осей декартовых координат" [11,14], вызванная наклоном НПС;

$Z_n, (X_a Y_a)_n, (X_b Y_b)_n, (X_c Y_c)_n$ – таблица координат точек на ребрах (лучах) ТГУ, которые формируют строчки для фрезеровки в виде треугольника с вершинами в этих точках или как отрезки прямых на поверхности обрабатываемой грани. При этом, $n = 1, 2, 3, \dots$, КОН-2, КОН-1, КОН, а начало системы координат находится на вершине ТГУ;

$X_{AO} Y_{AO} Z_{AO}, X_{BO} Y_{BO} Z_{BO}, X_{CO} Y_{CO} Z_{CO}$ – координаты трех точек на ребрах (лучах) АО, ВО, СО ТГУ. От этих точек фрезеруем вдоль соответствующего ребра к вершине ТГУ на соответствующую заданную длину L_A, L_B, L_C . Начало системы координат на вершине ТГУ;

$Z_{\min}$ – расчетная минимальная высота от вершины ТГУ к исходной точке начала обработки, расположенной на большем из заданных отрезков L_A, L_B, L_C . Для ребра СО, на котором расположен отрезок L_C , учитывается еще и радиус скругления R_ϕ . Начало координат находится на вершине ТГУ;

x', Y, z' – рабочие координаты вершины ТГУ в системе координат УП, полученные преобразованием координат. Начало координат при этом чаще всего не является вершиной ТГУ;

$ЛУ_{AO}, ЛУ_{BO}, ЛУ_{CO}$ – линейные углы двугранных углов АО, ВО, СО ТГУ.

Расчет ТГУ с логикой и циклами по меткам м.1, м.2, м.3 и по меткам М01, М02, М03, М04, М05. Начинается меткой м.1 и заканчивается меткой «Стоп».

Заданы в градусах величины трех ПУ: АОВ, ВОС, СОА.

м.1. $n = 1; h_n = h; Z_n = 0;$

$$k = \frac{360^\circ}{AOB + BOC + COA};$$

$$AO'B = k \cdot AOB; BO'C = k \cdot BOC; CO'A = k \cdot COA;$$

$$\alpha_a = (180^\circ - AO'B + BO'C - CO'A) \cdot 0,5;$$

$$\alpha_b = (180^\circ - AO'B - BO'C + CO'A) \cdot 0,5;$$

$$\alpha_c = (180^\circ + AO'B - BO'C - CO'A) \cdot 0,5;$$

$$\sigma_i = \frac{90^\circ - \alpha_i}{k},$$

где $i = a, b, c$ – индексы углов А, В, С (см. рис. 1) в ΔABC .

Вычисляем стороны a, b, c , лежащие напротив вершин А, В, С треугольника:

$$a = \lg \sigma_b + \lg \sigma_c;$$

$$b = \lg \sigma_a + \lg \sigma_c;$$

$$c = \lg \sigma_a + \lg \sigma_b;$$

$$p = \lg \sigma_a + \lg \sigma_b + \lg \sigma_c;$$

$$r = \frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p};$$

$$\varphi = \arcsin(r);$$

$$\gamma_a = 2(90^\circ - \alpha_b); \gamma_b = 2(\alpha_a - 90^\circ);$$

$$Z_{AO} = L_A \cdot \cos \varphi \cdot \cos \sigma_a; r_{AO} = Z_{AO} \cdot \lg \varphi;$$

$$Z_{BO} = L_B \cdot \cos \varphi \cdot \cos \sigma_b; r_{BO} = Z_{BO} \cdot \lg \varphi;$$

$$Z_{CO} = L_C \cdot \cos \varphi \cdot \cos \sigma_c; r_{CO} = Z_{CO} \cdot \lg \varphi;$$

$$X_{AO} = -r_{AO}; Y_{AO} = -\frac{r_{AO}}{\lg \alpha_a};$$

$$X_{BO} = -r_{BO}; Y_{BO} = -\frac{r_{BO}}{\lg \alpha_b};$$

$$X_{CO} = -r_{CO} \cdot \frac{\sin \gamma_a - \sin \gamma_b}{\sin(\gamma_a - \gamma_b)};$$

$$Y_{CO} = \frac{r_{CO} + X_{CO} \cdot \cos \gamma_a}{\sin \gamma_a}.$$

Получили $X_{AO}, Y_{AO}, Z_{AO}; X_{BO}, Y_{BO}, Z_{BO}; X_{CO}, Y_{CO}, Z_{CO}$; координаты трех точек на лучах (ребрах) ОА, ОВ, ОС согласно введенным длинам L_A, L_B, L_C от вершины ТГУ. Центр координат – вершина ТГУ.

м.2. $r_n = h_n \cdot \lg \varphi; Z_n = Z_n + h;$

$$x_a = -r_n; y_a = -\frac{r_n}{\lg \alpha_a};$$

$$x_b = -r_n; y_b = \frac{r_n}{\lg \alpha_b};$$

$$x_c = r_n \cdot \frac{\sin \gamma_a - \sin \gamma_b}{\sin(\gamma_a - \gamma_b)};$$

$$y_c = \frac{r_n + x_c \cdot \cos \gamma_a}{\sin \gamma_a}.$$

Получили углы φ, σ_i и таблицу координат для УП (для строчек):

$$(x_a y_a)_n; (x_b y_b)_n; (x_c y_c)_n; Z_n.$$

Начало системы координат находится на вершине ТГУ.

м.3. Если $n < \text{КОН}$, то $n = n + 1, h_n = h_n + h$, идти на метку м.2.

Вычисление линейных углов в двугранных углах АО, ВО, СО.

При $j = \text{АО}$ $i = a$, при $j = \text{ВО}$ $i = b$, при $j = \text{СО}$ $i = c$.

$$ЛУ_j = 2 \cdot \arctg \frac{\tg \alpha_i}{\cos(\arctg \frac{\tg \varphi}{\sin \alpha_i})}. \quad (4)$$

Вычислили ЛУ: ЛУ_{АО}, ЛУ_{ВО}, ЛУ_{СО}.

ЛУ могут быть заданы в чертеже вместо ПУ, или заданы в совокупности - ПУ, ЛУ и другие параметры ТГУ. Подразумевается, что параметры здесь вычислены. В этом случае ПУ находим методом последовательных приближений.

Вычисление наименьшей высоты $Z_{\min}$ от вершины ТГУ.

Введен R_ϕ .

Вычислены ЛУ: ЛУ_{АО}, ЛУ_{ВО}, ЛУ_{СО}.

Из вычисленных координат трех точек на ребрах (лучах) АО, ВО, СО ТГУ берем аппликаты: $Z_{АО}$, $Z_{ВО}$, $Z_{СО}$.

$$Z_h = Z_{АО}; ЛУ = ЛУ_{АО}.$$

М01. Если $Z_{ВО} > Z_h$, то $Z_h = Z_{ВО}$, ЛУ = ЛУ_{ВО}, идти на метку М02.

М02. Если $Z_{СО} > Z_h$, то $Z_h = Z_{СО}$, ЛУ = ЛУ_{СО}, идти на метку М03.

$$Z_{\min} = Z_h, \text{ идти на М04.}$$

$$\text{М03. } Z_{\min} = Z_h + \cos \varphi \cdot R_\phi \cdot \frac{1 - \sin \frac{ЛУ}{2}}{\sin \frac{ЛУ}{2}}.$$

М04. Получили $Z_{\min}$. Начало координат находится на вершине ТГУ.

Вычисление угла поворота P° перед наклоном НПС на угол $-(90^\circ - \varphi^\circ)$.

Введены k_v и E . Вычислена σ_a .

Если $k_v = 1$, то $P^\circ = 180^\circ - (\sigma_a + E)$, идти на метку М05.

Если $k_v = 2$, то $P^\circ = (\sigma_a - E)$, идти на метку М05.

Если $k_v = 3$, то $P^\circ = -(\sigma_a + E)$, идти на метку М05.

Если $k_v = 4$, то $P^\circ = -180^\circ + (\sigma_a - E)$, идти на метку М05.

М05. Получили P° - угол поворота НПС с деталью - координата его установки.

Если НПС для угла поворота имеет только положительную шкалу отсчета координат $0^\circ \dots 360^\circ$, т.е. воспринимает только положительный угол поворота $P^\circ > 0$, тогда угол P° перевычисляем. $(P^\circ > 0) = (180^\circ - S_p \cdot 180^\circ) + P^\circ$, где $S_p = \text{Sign}P^\circ$ ($= \pm 1$) (в Microsoft Excel $\text{Sign}P^\circ$ это оператор «ЗНАК(P°)»). Например, авторы, используя Microsoft Excel, вычислили углы P° и $P^\circ > 0$ одновременно для четырех квадрантов (k_v). Вычисление P° обеспечивает удобство тестирования.

Преобразование координат. Обработку ТГУ производим в системе координат с началом на вершине ТГУ. Но выход на координаты вершины ТГУ осуществляем в системе координат детали, т. е. в системе координат управляющей программы (УП) станка с ЧПУ. Поворот и наклон ТГУ осуществляем при помощи НПС.

Изначально знаем (вводим) координаты вершины ТГУ x, y, z в системе координат детали. Знаем вычисленные углы P°, φ° - угол поворота и угол, участвующий в наклоне НПС для необходимой ориентировки ТГУ при обработке. Знаем также вычисленную наименьшую высоту $Z_{\min}$ резца-фрезы над вершиной ТГУ.

После поворота в плоскости осей ХУ на угол P° координаты x, y изменятся.

Их заново вычисляем по известным формулам "поворот осей координат, новые координаты" [11, 14]. Получаем две новые координаты X, Y , а координата z не изменилась; в итоге имеем координаты X, Y, z .

При наклоне в плоскости ХZ на угол $-(90^\circ - \varphi^\circ)$ сохранится координата Y , и изменятся две координаты X, z .

Рассматриваем это последнее изменение как следствие двух движений:

1) поворачиваем только оси координат детали с ТГУ в плоскости ХZ на угол $+(90^\circ - \varphi^\circ)$ вокруг начала системы координат детали (НСКд), не перемещая точку НСКд и не перемещая деталь. Тем самым, меняем угол между шпинделем станка и осями координат;

2) наклоняем НПС с деталью и осями координат обратно на угол $-(90^\circ - \varphi^\circ)$, чем восстанавливаем угол между шпинделем станка и осями координат.

При этом произойдет перенос НСКд по осям X и Z на величины (a, c) .

Вычисление для п.1) новых x', z' проводим по формулам "поворот осей системы координат, старые координаты" [11, 14], подставляя в них значения угла $+(90^\circ - \varphi^\circ)$ и координаты X, Z .

А для пункта 2) перенос x', z' на (a, c) осуществляем как "перенос осей, старые координаты" [11, 14], соответственно, вдоль X и Z .

Величины (a, c) находим по формуле (6), где скаляры L и m это паспортные параметры НПС, вводятся.

$$\Psi = \arctg \frac{m}{L}; \quad (5)$$

$$R_L = \frac{L}{\cos \Psi} \text{ или } R_m = \frac{m}{\sin \Psi}, \quad R = R_L = R_m; \\ a = L - R \cdot \cos(\Psi + \beta); \quad c = R \cdot \sin(\Psi + \beta) - m, \quad (6)$$

где β - угол наклона детали с ТГУ при помощи НПС.

Если $(\psi + \beta) > 90^\circ$, то $R \cdot \cos(\psi + \beta) < 0$, а $R \cdot \sin(\psi + \beta) > 0$ всегда.

Получили (вычислили) рабочие координаты x' , Y , z' для вершины ТГУ в системе координат УП.

При обработке ТГУ по УП установили в шпиндель резец-фрезу, который заточен с уклоном φ° . Повернули НПС на угол P° . Наклонили на угол $-(90^\circ - \varphi^\circ)$. И из положения "смена инструмента" подвели инструмент для обработки в исходную точку с координатами x' , Y , $(z' + Z_{\min})$. Сначала переместили резец-фрезу (одновременно или отдельно) по осям X и Y . Затем подвели резец-фрезу к детали по оси Z .

Дальше работает цикл "обработка ТГУ" или подпрограмма УП.

«Стоп».

О точности выхода на координаты вершины ТГУ x' , Y , z' .

Будем исходить из того, что в машиностроении все детали с точной обработкой ТГУ имеют размеры меньше 500 мм. Исходим из условия, что начало системы координат детали находится примерно в середине детали.

Поэтому модули координат x' , Y , z' значительно меньше 500 мм. Также исходим из того, что погрешности подчинены *нормальному закону распределения* [10].

Погрешность установки углов поворота и наклона координатного НПС - 5 секунд. Для деталей, у которых габариты меньше 500 мм, эта погрешность в микрометрах будет меньше 10 мкм. По данным техпаспортов координатных станков с ЧПУ погрешность перемещений по каждой оси - 4...10 мкм. То же можно сказать о других вычисляемых носителях погрешности (они же являются переменными для частных производных): L , m , a , c , x' , Y , z' , P° , φ° .

Умножив каждую частную производную на погрешность своей переменной и, взяв их как *среднее квадратическое* [10, 11], получаем при выходе на координаты вершины ТГУ погрешность "три сигма": $3\sigma < 24$ мкм.

То есть, в 997 случаях из 1000 погрешность будет меньше 24 мкм [10, 13].

Сравним полученную погрешность с погрешностями некоторых измерений. Микрометры класса 2 (обычные в цехах заводов) с интервалом измерения 360-500 мм (у нас интервал не больше) имеют предельную погрешность 35 мкм, с интервалом 0-25 мм имеют предельную погрешность 13 мкм [12].

Для тестирования или, если оказалось, что погрешность $\delta x'$, δY , $\delta z'$ выхода на координаты x' , Y , z' вершины ТГУ недопустимо больше, можно провес-

ти проверки и затем ввести корректировку.

Для этих целей индикаторный прибор установим в шпиндель станка, и величины перемещения будем считать с экрана станка с ЧПУ как отсчет.

1. Угол поворота P° можно проверить, установив шарик ножки индикаторных часов на грань АОС (см. рис. 1) и перемещая ТГУ вдоль оси Y . Показание индикатора не должно меняться.

2. Угол наклона $-(90^\circ - \varphi^\circ)$ можно проверить, установив шарик ножки индикаторных часов на грань АОС и перемещая ТГУ вдоль оси Z . Изменение ΔZ и изменение ΔX на индикаторе должны на-

ходиться в зависимости: $\frac{\Delta X}{\Delta Z} = \operatorname{tg} \varphi$.

3. Выход на расчетные координаты x' и Y (две из трех) вершины ТГУ проверяем индикаторным центроискателем по трем граням как по вписанной окружности в ΔABC (см. рис. 1).

4. Выход на третью расчетную координату z' вершины ТГУ проверяем, настроив индикатор на начало системы координат детали и вложив внутрь ТГУ шарик известного диаметра. Измеряем координату $Z_{\text{ш}}$ до более удаленной от вершины ТГУ поверхности шарика.

Погрешность $\delta z'$ вычисляем по формуле:

$$\delta z' = Z_{\text{ш}} - R_{\text{ш}} \cdot \frac{1 + \sin \varphi^\circ}{\sin \varphi^\circ} - z',$$

где $R_{\text{ш}}$ - радиус вложенного шарика, $R_{\text{ф}}$ - радиус галтели, и обязательно $R_{\text{ш}} > R_{\text{ф}}$.

5. Погрешности $\delta x'$, δY , $\delta z'$ можно компенсировать через соответствующие корректоры, предусмотренные в управляющей программе станка с ЧПУ.

Находим параметры НПС. Параметры НПС обычно клеймят на его корпусе:

- 1) расстояние от оси поворота к оси наклона;
- 2) расстояние вдоль оси поворота от поверхности стола к оси наклона.

Если почему-то неизвестны параметры НПС (или клеймение неверное), то их можно найти (определить) *косвенным измерением* [12] на точном станке с ЧПУ, имеющем дискретность перемещений 0,001.

Для этого закрепим на столе НПС валик известного диаметра и развернем его параллельно оси Y при помощи НПС:

1. Измерим размеры от оси валика:
 - а) Δx - до оси поворота НПС;
 - б) Δz - до поверхности стола НПС.
2. При наклоне НПС на угол 0° измерим для оси валика координаты X_0 , Z_0 .
3. При наклоне НПС на угол 90° измерим для оси валика координаты X_{90} , Z_{90} .

4. Подставляем в систему пяти уравнений (5) и (6): $\beta = 90^\circ$, $a = (X_{90} + \Delta z) - (X_0 + \Delta x)$,

$c = (Z_{90} - \Delta x) - (Z_0 + \Delta z)$. Вычисляем L и m .

Или более подробно:

Из уравнения (6) находим L и m :

$$L = \frac{a \cdot \cos \psi}{\cos \psi + \sin \psi}; m = \frac{c \cdot \sin \psi}{\cos \psi - \sin \psi}, \quad (7)$$

где угол ψ находим из уравнения (8), выведенного из уравнения (6):

$$a \cdot (\cos \psi - \sin \psi) - c \cdot (\cos \psi + \sin \psi) = 0. \quad (8)$$

Для вычисления в Microsoft Excel из (8) находим угол:

$$\psi = \arcsin \sqrt{\frac{(a-c)^2}{2(a^2+c^2)}}.$$

Затем по формуле (7) находим L и m . Параметр L может быть близким к нулю.

Для проверки сравниваем два угла ψ : вычисленный по формуле (8) и вычисленный по формуле (5) подстановкой L и m из формулы (7).

Выводы

Обработка внутренней поверхности трехгранного угла нужна и при изготовлении волноводных устройств и корпусов модулей СВЧ интегральных, в авиационно-космической технологии и радиолокационной аппаратуре. Таким методом можно изготавливать детали без использования дорогостоящей оснастки. Метод приемлем в опытном и единичном производстве.

Необходимые расчеты для управляющей программы целесообразно перевести в ЭВМ станка с ЧПУ как цикл «Обработка трехгранного угла» наряду со многими циклами уже имеющимися в станках с ЧПУ.

Алгоритм достаточно тестирован в Microsoft Excel. Существует реализованная в Microsoft Excel система создания управляющей программы (УП) по обработке ТГУ с любыми возможными плоскими углами. Полученную УП редактируем подходящим текстовым редактором согласно синтаксиса УП конкретного станка с ЧПУ. Но при этом не меняем и не вводим числа координат точек, и, таким образом, исключаем возможные ошибки, определяющие размещение и геометрию ТГУ.

Литература

1. А. с. 304068 СССР, МПК В23С 3/26. Способ фрезерования глухих трехгранных углов углублений в деталях [Текст] / В. А. Кизин, Б. В. Соколов (СССР). – № 1308311/25-8 ; заявл. 03.03.1969 ; опубл. 25.05.1971, Бюл. № 17. – 3 с. : ил.

2. Косилова, А. Г. Справочник технолога-машиностроителя [Текст] / А. Г. Косилова, Р. К. Мецеракова. – М. : Машиностроение, 1972. – 695 с.

3. Косилова, А. Г. Справочник технолога-машиностроителя [Текст] / А. Г. Косилова, Р. К. Мецеракова. – М. : Машиностроение, 1985. – 655 с.

4. Фельдштейн, Е. Э. Обработка деталей на станках с ЧПУ [Текст] / Е. Э. Фельдштейн, М. А. Корниев. – Москва-Минск : ООО «НОВОЕ ЗНАНИЕ», 2008. – 299 с.

5. Станки с числовым программным управлением (специализированные) [Текст] / Под ред. В. А. Леценко. – М. : Машиностроение, 1988. – 565 с.

6. Улановский, О. О. Ручное и машинное гравирование [Текст] / О. О. Улановский. – Л. : Машиностроение, 1990. – 206 с.

7. Справочник по электрохимическим и электрофизическим методам обработки [Текст] / Под ред. В. А. Волосатова. – Л. : Машиностроение, Ленинградское отделение, 1988. – 718 с.

8. Лякун, С. Ф. Создание управляющих программ для механической обработки внутренней поверхности трехгранных углов деталей на станках с ЧПУ [Текст] / С. Ф. Лякун, В. Е. Юркевич // Авиационно-космическая техника и технология. – 2011. – № 5 (82). – С. 31-37.

9. Справочник по элементарной математике [Текст] / П. Ф. Фильчаков [и др.]. – К. : Наукова думка, 1972. – 528 с.

10. Румицкий, Л. З. Элементы теории вероятностей [Текст] / Л. З. Румицкий. – 4-е изд. – М. : Наука, Главная ред. физ.-мат. литературы, 1970. – 256 с.

11. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике [Текст] / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М. : Гос. издательство физико-математической литературы, 1962. – 634 с.

12. Рудыкин, Г. А. Техника измерения размеров в машиностроении [Текст] / Г. А. Рудыкин. – 3-е изд. – М. : Гос. научно-техническое издательство, 1958. – 352 с.

13. Зельдович, Я. Б. Элементы прикладной математики [Текст] / Я. Б. Зельдович, А. Д. Мышкис. – 3-е изд. – М. : Наука, 1972. – 592 с.

14. Выгодский, М. Я. Справочник по высшей математике [Текст] / М. Я. Выгодский. – 8-е изд. – М. : Наука, 1966. – 872 с.

15. Патент 58039 Украина, МПК В23С 3/26. Способ обработки внутренних поверхностей трехгранных углов деталей на станках с ЧПУ [Текст] / Лякун С. Ф., Юркевич В. Е. ; Заявитель и патентообладатель Казенное предприятие «Научно-производственный комплекс «Искра», Запорожье. – № 201011161 ; заявл. 17.09.10 ; опубл. 25.03.11, Бюл. № 6. – 3 с. : ил.

Поступила в редакцию 20.05.2014, рассмотрена на редколлегии 10.09.2014

Рецензент: начальник конструкторско-технологического отдела автоматизированных производственных систем А. Н. Шарко, Казенное предприятие «Научно-производственный комплекс «Искра», Запорожье.

АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ КЕРУЮЧОЇ ПРОГРАМИ З ОБРОБКИ ТРИГРАННОГО КУТА НА ВЕРСТАТАХ З ЧПК

С. Ф. Лякун, В. Є. Юркевич

Надано алгоритм розрахунку величин для створення керуючої програми (КП) з підпрограмою обробки внутрішньої поверхні тригранного кута (ТГК) на верстатах з ЧПК із застосуванням нахило-поворотного стола (НПС). Розраховується головний кут в плані інструмента. Розраховуються кути повороту та нахилу НПС для встановлення деталі в положення, яке є доступним для обробки ТГК. В алгоритмі передбачено перетворення координат точок ТГК при нахилі та повороті НПС за розрахованими кутами, що дозволяє фрезерувати вздовж ребер до вершини та строчками поверхні ТГК. Для розрахунку вводяться три плоских кута (ПК) ТГК (або ТГК може бути заданий сполученням ПК, лінійних кутів (ЛК) та іншими параметрами ТГК, наприклад, кутом біля вершини вписаного в ТГК конуса). Для роботи з НПС алгоритм дозволяє розрахувати його параметри: відстань між осями нахилу та повороту та відстань від поверхні стола до осі нахилу. Алгоритм реалізований та протестований на базі Microsoft Excel у вигляді КП з підпрограмою, що редагується відповідним текстовим редактором згідно вимогам синтаксиса конкретного верстата з ЧПК. Алгоритм може застосовуватися в технологіях виготовлення хвилеводів, корпусів модулів НВЧ інтегральних, апаратури дальнього космічного зв'язку, в радіолокації, а також у пристрої ЧПК верстатів як цикл «обробка ТГК».

Ключові слова: тригранний кут, плоский кут, лінійний кут, керуюча програма, Microsoft Excel, верстат з ЧПК, цикл верстата з ЧПК.

COMPUTATION ALGORITHM OF CONTROL PROGRAM ON TRIHEDRAL ANGLE PROCESSING AT CNC MACHINES

S. F. Lyakun, V. E. Yurkevich

The value computation algorithm is given for creation of a control program (CP) with processing subprogram inside of trihedral angle (TA) edges at CNC machines using a tilt-rotary table (TRT). The main angle is computed in a tool plan. The TRT angles of rotation and tilt are calculated to set the parts in a position accessible for the TA processing. The algorithm provides transformation of the TA point coordinates at the TRT tilt and rotation by computed angles that provides milling along ribs to the TA vertex and by TA surface lines. Three plane angles (PA) of TA are entered for computation (but the TA can be given by combination of the plane angle, linear angles (LA) and other TA parameters, for example, a vertex angle inscribed in the TA cone). To work with the TRT the algorithm allows to compute its parameters: a distance between tilt and rotation axes and a distance from the table surface to the tilt axis. The algorithm is implemented and tested on the basis of the Microsoft Excel as the control program (CP) with subprogram that is edited by a suitable text editor according to the syntax of a certain CNC machine. The algorithm is applied in the technology for manufacturing of waveguides, integrated microwave module bodies, deep space communication equipment, in radiolocation and also in the CNC machine as a "TA processing" cycle.

Key words: trihedral angle, plane angle, linear angle, control program, Microsoft Excel, CNC machine, CNC machine cycle.

Лякун Станислав Федорович – инженер Конструкторско-технологического отдела автоматизированных производственных систем, Казенное предприятие «Научно-производственный комплекс «Искра», Запорожье, Украина.

Юркевич Владимир Евгеньевич – заместитель главного технолога, Казенное предприятие «Научно-производственный комплекс «Искра», Запорожье, Украина.

УДК 533.666.2: 629.7

Ю. Г. МЕХОНОШИН¹, В. Н. ЧИЖУХИН², П. И. ИВАНОВ³, Р. П. ИВАНОВ⁴¹ ЗАО «Научно-внедренческий центр «Атмосфера», Россия² ОАО РКК «Энергия», Россия³ ГП НИИ аэроупругих систем, Россия⁴ г. Харьков, Украина

ПРОБЛЕМНЫЕ ВОПРОСЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ВОЗДУШНО-КОСМИЧЕСКОЙ ПАРАШЮТНОЙ СИСТЕМЫ

В работе рассматривается и обсуждается проблема спасения с помощью парашютной системы двигательного отсека ракеты-носителя с целью оценки возможности многократного повторного использования его элементов. Выполнена постановка задачи по спасению отделяемых блоков при запусках ракетноносителей. Рассматривается способ решения задачи спасения ракетного блока от разрушения при снижении и его приземление с заданной скоростью. Рассмотрены особенности многокупольных парашютных систем, выявленные в экспериментальных (трубных) и летных исследованиях, на которые следует обратить внимание в процессе проектирования парашютной системы. Анализируется опыт парашютостроения по применению парашютных систем из стеклотканевых и других высокотемпературных текстильных материалов. Рассмотрены особенности технологии производства высотной воздушно-космической парашютной системы из жаропрочных тканей.

Ключевые слова: воздушно-космическая парашютная система, проблемные вопросы проектирования.

Введение

Сегодня при запуске всех ракет-носителей (РН) применяется способ гашения кинетической энергии отделяемых ракетных блоков (РБ) и головных отсеков (ГО) за счет торможения их собственным корпусом в плотных слоях атмосферы. При этом неизбежно происходит стохастическое разрушение корпусов РБ и ГО от тепловых и аэродинамических нагрузок с соответствующим разбросом частей РБ и ГО в достаточно обширных районах падения [1]. Это заставляет выделять значительные площади и исключать их из хозяйственной деятельности, что неизбежно приводит к включению стоимости этих затрат в затраты на запуск и выведение объекта на орбиту. Проблема защиты корпуса РБ и ГО от теплового воздействия гиперзвукового потока воздуха, с целью его сохранения, аналогична защите корпуса космического аппарата (КА). Так как мидель РБ и корпусов КА достаточно мал (по сравнению с миделем парашютной системы (ПС), обеспечивающей их стабилизацию и приземление), то при их погружении в атмосферу, начиная с высоты 60 км и до высоты 20 км, происходит интенсивный нагрев лобовой поверхности КА. Температура на лобовой поверхности спускающегося КА может достигать 3000°С, а перегрузка при баллистическом спуске (без использования аэродинамического качества) может составлять 8 единиц и более. Поэтому теплозащитный эк-

ран, предохраняющий спускаемый КА от разрушения, имеет высокую прочность и большую массу. Так на КА «Восток» и «Восход» масса теплозащитного экрана составляла более 250 кг при массе КА – 2 тонны. Масса ПС, вводившейся на высоте менее 10км, имела величину порядка 150 кг. При полете на нисходящем участке траектории РБ РН в плотных слоях атмосферы возникают проблемы теплового нагрева и аэродинамического воздействия. Тепловое воздействие на РБ гораздо меньше, чем на теплозащиту корпуса КА. Но, как показала практика сотен запусков РН «Союз», первые ступени ракет-носителей при гиперзвуковой скорости порядка 1,6-3 км/с отделяются к 45-90 км, достигают высоты 80-150 км и, при отсутствии надлежащей тепловой защиты, их алюминиевые корпуса стохастически разрушаются на отдельные фрагменты к высоте 10 км и падают в отведенном районе [1-3]. Расчеты баллистики торможения и снижения РБ первой ступени РКН «Союз-2-1в» показывают, что при вводе ПС (той же площади, что и для безопасного приземления) на высоте более 80 км перегрузка уменьшается с 8 до 2,8 единиц, основное торможение происходит до высоты 40-45 км и многократно уменьшаются тепловые и аэродинамические нагрузки на корпус РБ при входе и прохождении плотных слоев атмосферы. Конструкция РБ не подвергается разрушению как за счет эффективного торможения высотных парашютов, так и организации с помо-

щью парашютных систем оптимальной ориентации РБ [1, 3].

Отсюда вытекает задача выбора наиболее приемлемых параметров высотной ПС в области весовых и объемных характеристик с целью ее проектирования и создания.

Постановка задачи

Цель настоящей работы – обсуждение проблемных вопросов проектирования высотного воздушно-космического парашюта (ВКПС), что связано с важной теоретической и практической задачей спасения возвращаемых на Землю объектов и разделяемых ступеней ракетносителей. Последние исследования и публикации, на которые опираются авторы данной статьи, представлены в работах [1-3].

Основная часть

1. Особенности ВКПС

В работе [2] предложена конструкция ВКПС в виде многокупольной (МКС) парашютной системы, представляющей собой связку базовых куполов, как способ решения задачи спасения РБ от разрушения при снижении и приземлении со скоростью менее 15 м/с. Там же рассмотрены преимущества МКС по сравнению с однокупольной ПС. Однако существует также ряд особенностей МКС, выявленных в экспериментальных (трубных) и летных исследованиях, на которые следует обратить особое внимание. Рассмотрим те из них, которые обязательно следует учитывать при проектировании ВКПС.

1.1. Интерференция, динамичность и коэффициент сопротивления связки куполов МКС

Взаимное влияние куполов связки друг на друга – интерференция, может приводить к уменьшению коэффициента сопротивления и коэффициента динамичности связки по сравнению с этими же характеристиками одиночного купола.

Изменяется в связке и характер работы куполов. На этапе наполнения это связано с явно выраженной асимметрией формообразования контуров кромки каждого купола. На этапе установившегося движения с полностью раскрытыми куполами – с различными условиями обтекания каждого купола связки. Касание куполов, взаимное затенение, а также и то, что в результате отклонения осей парашютов от оси набегающего потока уменьшается эффективная площадь, участвующая в создании со-

противления, может приводить к снижению коэффициента сопротивления связки с ростом числа куполов в связке.

Введение удлинительных стренг в систему приводит к уменьшению углов наклона осей куполов к направлению потока, увеличению эффективной площади сопротивления и повышению коэффициента сопротивления системы.

Для очень больших длин соединительных звеньев коэффициент сопротивления связки стремится к коэффициенту сопротивления одиночного купола. С уменьшением длин удлинительных звеньев падение величины коэффициента сопротивления связки по сравнению с коэффициентом сопротивления одиночного купола, взятого из этой связки, более значительно.

Исследования трехкупольных парашютных систем в аэродинамических трубах потребовали введения удлинительных звеньев для обеспечения устойчивости МКС. В трехкупольной системе без соединительных звеньев – купола вращаются, касаются друг друга, происходит закручивание строп. Введение удлинительных звеньев повышает качество работы системы – исчезает тенденция к закручиванию, происходит отход куполов друг от друга. Коэффициент сопротивления связки при этом несколько увеличивается.

Конусные купола в связке без удлинительных звеньев полностью не раскрываются, форма куполов деформирована, входные отверстия – искажены. Введение удлинительных звеньев улучшает картину. Купола полностью наполняются, устойчивы в потоке.

Увеличение длин звеньев в определенном их диапазоне приводит к увеличению коэффициента сопротивления системы. Вместе с тем, введение удлинительных звеньев, с длинами их в строго определенном диапазоне, приводит к уменьшению устойчивости системы – купола начинают колебаться, появляется опасность сцепления строп, закручивания и запутывания их. Устойчивость будет такой же, как если вместо введения удлинительных звеньев произвести удлинение строп в таком же отношении.

При исследовании системы конусных парашютов была обнаружена неодновременность раскрытия куполов, ведущая к уменьшению коэффициента динамичности связки, по сравнению с коэффициентом динамичности одиночного купола. Ни разу не наблюдалось одновременного раскрытия куполов. Всегда раскрывался вначале один купол, раскрытие других задерживалось.

Интересно отметить, что при проведении испытаний рифленых куполов в аэродинамической трубе купола отходили друг от друга, и коэффици-

ент сопротивления связки был выше, чем коэффициент сопротивления одиночного купола.

В то же время, из результатов трубных испытаний следует, что коэффициент сопротивления связки полностью наполненных куполов относительно небольшой площади (плоский круг в раскрое; конусный парашют) может несколько уменьшаться с увеличением числа куполов в связке, по сравнению с коэффициентом сопротивления одиночного купола.

Однако в летных испытаниях было обнаружено, что для куполов больших площадей ($>500 \text{ м}^2$) с увеличением числа куполов более трех, коэффициент сопротивления незначительно возрастает и остается постоянным при дальнейшем увеличении числа куполов в связке.

Анализ показывает, что результаты трубных испытаний иногда могут отличаться от результатов летных, что вполне естественно, поскольку это связано с масштабным фактором и различными областями безразмерного пространства критериев подобия, в которых функционируют парашюты различных площадей.

1.2. Устойчивость системы «объект-МКС»

В теории трехмерной динамической устойчивости системы «Объект-парашют» с пятью степенями свободы показано, что возможно четыре вида движения системы [4]:

- устойчивое вертикальное снижение;
- устойчивое планирование (наличие значительного балансировочного угла);
- раскачивание с большими углами крена;
- коническое вращение с большим углом раствора конуса вращения.

Летными испытаниями было установлено, что с точки зрения устойчивости снижения системы объект-парашют, все же предпочтительнее использовать МКС.

Правда, фиксировались редкие случаи, когда устойчивые купола в связке становились неустойчивыми, что объяснялось уменьшением балансировочного угла связки.

Однако известны и случаи, когда неустойчивые купола в связке становились устойчивыми. Это связано с перебалансировкой МКС на большие балансировочные углы атаки.

С увеличением числа куполов в связке в ряде случаев устойчивость системы возрастает, что связано, как уже отмечалось, с выходом МКС на большие балансировочные углы. С увеличением количества парашютов в связке от трех и более максимальный угол раскачки объекта уже практически не изменяется.

Колебания системы объект-парашют с количеством парашютов в связке больше трех практически не зависят от конструкции парашютов. При количестве парашютов в связке от одного до трех существенное влияние на колебания системы оказывает сама конструкция парашютов.

Установлено также, что система, устойчивая при малых возмущениях параметров движения, может быть неустойчива при больших возмущениях.

1.3. Появление лидера при наполнении МКС

Одним из недостатков в процессе функционирования МКС считается неодновременность наполнения куполов в связке. Неодновременность наполнения обусловлена тем, что все купола в потоке не находятся в строго одинаковых условиях. Всегда, хотя бы один из них, окажется в лучшем (в смысле наполняемости) положении, который и наполнится первым. На купол, наполняющийся первым (лидер), приходится большая нагрузка, чем на все остальные купола. А поскольку заранее неизвестно, на какой из куполов связки будет действовать наибольшая (аэродинамическая) нагрузка, то ее значение принимается за расчетное для каждого из куполов, что приводит к переутяжелению системы, т.е. к значительному увеличению ее веса.

Вследствие неодновременности наполнения куполов связки (на траектории вертикального снижения), когда один из них полностью раскрыт, а другие еще не наполнены, наблюдались случаи проваливания ненаполненного парашюта вниз, когда он повисал под объектом. Пока ненаполненный парашют находится выше объекта, его наполнение еще возможно. Если же он проваливался вниз и повисал, то его наполнение уже становилось невозможным.

Выше был рассмотрен ряд особенностей МКС, выявленных в экспериментальных (трубных) и летных исследованиях, на которые следует обратить внимание и которые следует учитывать при проектировании ВКПС.

2. Проблемные вопросы проектирования

Основными препятствиями к применению ПС на больших высотах и сверхзвуковых скоростях являются температура торможения в полусе купола, достигающая в ткани основы и каркаса 1250°C и более (при торможении бокового и центрального блоков РН), а также большие аэродинамические нагрузки на ПС. Стандартные ПС, как правило, изготавливаются из капроновых тканей и лент с температурным диапазоном применения от минус 60 до плюс 60°C . При изготовлении ПС из термостойких материалов – кремнеземные (кварцевые) ткань и

лента, ее масса увеличится почти в 1,8 раза по сравнению с капроновыми материалами. Однако при кратковременной работе температурный диапазон по температуре набегающего потока в точке торможения расширится до 1800 °С. Углеткань, например, сохраняет свою работоспособность до температуры 2000-2300 °С при условии отсутствия окисления.

Применение для парашютирования РБ воздушно-космической парашютной системы, способной работать как в плотных приземных слоях воздуха, так и в сильно разреженных слоях атмосферы (более схожих с космическим пространством) и при аэродинамическом нагреве – решает задачу исключения районов падения ступеней РН или их частей за счет торможения и спуска на скорости снижения до 12-15 м/с.

Это позволит сохранить корпус РБ или створки головного обтекателя (ГО) как целостный объект, который можно будет эвакуировать с места приземления вертолетом с последующей транспортировкой автомобильным или железнодорожным транспортом.

Многолетняя практика применения ПС площадью до 100 м² из капроновых материалов для стабилизации и торможения отделяемых головных частей (ГЧ) метеоракет до скорости менее 1,5-2 М показала [3], что на отмеченных высотах (60-90 км) скоростного напора достаточно для надежного наполнения купола при движении со скоростью до 2,5 М. По расчетным оценкам параметров нагрева парашютов для этих параметров ввода – температура полюса купола не превышает 100 °С с продолжительностью воздействия – менее одной минуты. В этих условиях работы капроновые материалы ПС метеоракет в большинстве случаев выдерживают однократное применение. Сравнение диапазонов работы существующих ПС для метеоракет, предлагаемых к разработке ВКПС для первых ступеней РН среднего класса и спускаемого аппарата (СА), приведено на рис. 1.

К сожалению, работа по созданию специально-го тормозного парашютного устройства СПТУ для спасения бокового блока РКН «Энергия» не была доведена до готового образца, и по этой причине на рис. 1 не приведена область режимов ее функционирования. Для информации на рис. 1 также приведена равновесная скорость снижения СА с парашютом при удельной нагрузке $p=20 \text{ н/м}^2$. Из рис. 1 видно, что диапазон работы ВКПС, по сравнению с традиционными ПС, существенно шире. При снижении спускаемых грузов в диапазоне высот 40–90 км на скоростях от 5 до 6 М возникает аэродинамический нагрев с пиковым значением до 1200 °С и более при времени воздействия до 2 минут и более [3].

Следовательно, для купола и строп такой ПС применимы только термостойкие кремнеземные (кварцевые) и углеволокнистые текстильные материалы с рабочей температурой от 1200 до 2000 °С.

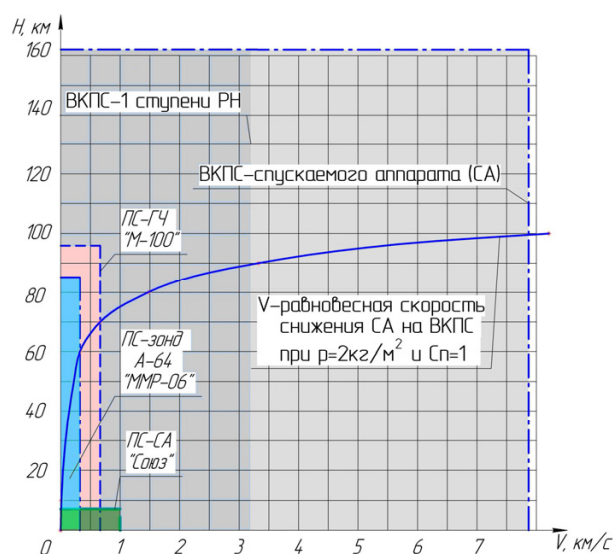


Рис. 1. Сравнение диапазонов работы существующих ПС для метеоракет, ВКПС для первых ступеней РН среднего класса и СА

Из рис. 1 видно, что при введении и поддержании термостойкого купола в раскрытом состоянии на высоте 100 км с удельной нагрузкой 20 н/м² – он способен обеспечить равновесную скорость снижения и приземления при входе КА в атмосферу с первой космической скоростью. Оценочные расчеты величины перегрузки до 15-16 единиц и максимальных температур до 2000 °С при спуске с низкой орбиты на ВКПС с удельной нагрузкой 20 н/м² показывают их кратковременное воздействие в течение ≈ 20 с и принципиально возможную реализацию как для ступеней РН, так и для индивидуальной спасательной ВКПС с ориентировочной площадью купола 100 м² для космонавта. Нужно отметить, что однооболочковая ВКПС с качеством порядка единицы и с площадью купола до 100 м² может уменьшить величину перегрузки до 7-8 единиц, на 30 % максимальную температуру и имеет отработанные аналоги из капроновых тканей.

Общий вид и ориентировочные размеры базового парашюта ВКПС площадью 500 м² приведены в работе [2]. Расчетная температура для ВКПС в точке полного торможения потока при движении РБ на гиперзвуковых скоростях достигает 1200 °С. Это значительно выше рабочей температуры стеклоткани основы купола ПС СА «Венера-7». Для кварцевых и кремнеземных текстильных материалов (тканей, шнуров, лент и нитей) 1200–1700 °С эта величина термостойкости является рабочей – они не те-

ряют своей формы при этой температуре, но данные по высокотемпературной прочности указанных материалов при температуре более 200 °С – отсутствуют [3]. Расчет температуры полюса купола показал и величину в 1300 °С, что незначительно превосходит температуру расплавленного чугуна (который фильтруют через кремнеземные сетки с ячейкой 2×2 мм). Эта возможность применения кремнеземного материала дает уверенность, что в первом приближении, по максимальной температуре применения – материал также соответствует и этой области применения для ВКПС. Необходимо уточнение по прочности при этой температуре, так как одновременно происходит и силовое нагружение. Пик перегрузки опережает пик температуры примерно на 15 секунд – этот фактор тоже облегчает работу элементов ВКПС. По сравнению с работой ВКПС на боковом блоке – максимум эквивалентной скорости также в разы меньше, а значит и уменьшена интенсивность и скорость прогрева полюса. Стропы по температурному режиму менее нагружены, чем у ВКПС ББ, но в 2 раза выше силовая нагрузка. Эту особенность нагружения необходимо учесть при разработке технических требований к конструкции строп и применяемым в них материалам.

3. Опыт парашютостроения по использованию высокотемпературных материалов

Рассмотрим уже имеющийся опыт парашютостроения по стеклотканевым ПС и производство высокотемпературных текстильных материалов [3].

В парашютостроении имеется некоторый опыт проектирования и производства ПС из стеклоткани и стеклолент. В 1970 г. была изготовлена, отработана и успешно применена ПС для КА «Венера-7» из стеклоткани и стеклолент с рабочей температурой до 530 °С. Опыт пошива этой стеклотканевой ПС и стеклотканевых частей посадочно-тормозных ПС самолетов также есть. Этот опыт может быть использован при проектировании и изготовлении воздушно-космической парашютной системы.

Применение одного парашюта или связки для всего диапазона высот и скоростей минимизирует массу ВКПС и существенно повышает ее надежность. Тонкие кремнеземные (кварцевые) ткани толщиной 0,1–0,15 мм при ширине рулона 1–1,2 м, ленты, шнуры и нити освоены в экспериментальном производстве, например, на НПО «Стеклопластик» и его бывшей производственной базе ОАО «Полоцк-стекловолокно» в Российской Федерации. ОАО «Полоцк-стекловолокно» располагает также современным оборудованием для производства тонких кремнеземных тканей шириной до 2 м и нитей для

их пошива. Традиционно они используются для высокотемпературной теплоизоляции и в качестве противопожарных штор и полотнищ (в настоящее время более 90 % заказов на кремнеземные шторы и противопожарные полотнища, высокотемпературную термоизоляцию – приходят из-за рубежа).

В 1992 НПО «Стеклопластик» в своём экспериментальном цехе произвел опытную партию стеклоткани шириной 1,2 м с ячейками 10×10 мм и 20×20 мм из вплетенных угленитей. В парашютостроении они пока еще не применялись [3].

Как особенность прочностных показателей кремнеземных и углемоноволокон, необходимо отметить их малую стойкость к изгибу под большими углами, особенно после воздействия высоких температур.

Такие исследования проводились в институте тепло-массообмена Белорусской АН. Проводились испытания на изгиб образцов после высокотемпературного нагрева, и устанавливалась температура охрупчивания ткани. По температуре цветового пятна и разрушению эта величина составляет ≈600 °С. Правда, условия данных испытаний кремнеземной ткани не вполне соответствуют условиям нагружения ткани купола при натурной работе купола парашюта (там нет изгибных напряжений), но они показывают изменение свойств кремнеземной ткани после предельного нагружения температурой и окислительной средой.

Следовательно, применение ВКПС по назначению может быть только однократным. А эти, весьма термостойкие ткани, но относительно капроновых, хрупкие – требуют особо бережного отношения при пошиве, укладке ВКПС в контейнер и вводе в действие [3].

4. Особенности технологии производства ВКПС из жаропрочных тканей, укладки и монтажа ее на объект

Перейдем теперь к рассмотрению особенностей технологии производства ВКПС из жаропрочных тканей. Желательно применение максимально технологичной конструкции ВКПС с минимальной длиной швов и стыков основы купола. Для изготовления купола необходимо применение рулона кремнеземной ткани максимальной ширины. Чем шире кремнеземное (кварцевое) или комбинированное углекремнеземное полотно, тем меньшее количество раз оно пропускается под швейной машиной и, следовательно, получает меньше микроструктурных повреждений при пошиве.

Учитывая высокую чувствительность высокотемпературных тканей, лент, шнуров и нитей к многократным изгибным напряжениям, при изготовле-

нии ВКПС необходимо полностью пересмотреть традиционную технологию, принятую для пошива парашютов из капроновых текстильных материалов.

По традиционной технологии большое количество материала ПС прострачивается и протягивается участками под стационарными швейными машинами, расположенными в ряд вдоль купола. При таком технологическом процессе пошив ПС неизбежно происходит с многократными изгибами и складываниями основы полотнищ и строп.

При пошиве ВКПС более уместна технология с применением подвижных швейных машин, при которой на пошивочном столе с размерами, превышающими размеры купола, настилаются полотнища-заготовки. Полотнища-заготовки при их пошиве остаются неподвижными, а рабочие-швей перемещаются по полотнищам или по специально настеленным дорожкам, например, из линолеума или другого похожего материала [3].

Для перемещения подвижных швейных машин вдоль кромки соединяемых полотнищ строго по прямой линии – в поверхности пошивочного стола необходимо предусмотреть – направляющие для платформы подвижной швейной машины или опорных колёсиков – катков, расположенных на ее платформе.

Таким образом, способ пошива ВКПС из серийных кремнеземных текстильных материалов не прост и требует предварительных систематических исследований в профилированных НИИ и на кафедрах материаловедения университетов.

Укладка ВКПС в парашютную камеру неизбежно потребует разработки специальных парашютных контейнеров для запрессовки с тем, чтобы значительно уменьшить ее объем и подогнать под соответствующую конфигурацию парашютного контейнера на самом спасаемом объекте.

Запрессовка, в свою очередь, может приводить к необратимым деформациям, механическим повреждениям и ожогам основы, силового каркаса, строп и соединительных звеньев парашюта. А это также уже потребует дополнительных специальных исследований по разработке специфических технологий укладки и монтажа ВКПС, на что также необходимо время.

Что касается применения ВКПС по своему прямому назначению, то необходимо отметить, что применение одиночных и тем более связок парашютов относительно большой площади 500–800 м² на большой высоте и гиперзвуковой скорости практически не исследовано и отсутствуют аналоги такого применения.

Но необходимо также и отметить, что, возможно, нет принципиальной разницы в обтекании пара-

шюта с площадью купола 100 м², при скорости ввода 2 М на высоте 80–90 км или парашюта площадью 500–800 м² при скорости ввода до 6 М на этой же высоте [5], что позволяет надеяться на успешное выполнение ВКПС своих функций.

Выводы

1. Рассмотрена проблема спасения двигательного отсека ракетносителя с жидкостным реактивным двигателем с помощью парашютной системы.

2. Рассмотрены некоторые особенности функционирования МКС и проблемные вопросы проектирования и создания высотной воздушно-космической парашютной системы.

3. Проанализирован опыт парашютостроения по применению парашютных систем из стеклотканевых и других высокотемпературных текстильных материалов.

4. Предложена и рассмотрена предполагаемая технология производства ВКПС.

Литература

1. Проблемы создания перспективной авиационно-космической техники [Текст] : сб. науч. тр. / редкол. В. Г. Дмитриев [и др.] ; ФГУП ЦАГИ. – М. : Физматлит, 2005. – 648 с.
2. Обоснование необходимости разработки, выбор концепции и проблемные вопросы проектирования воздушно-космической парашютной системы [Текст] / Ю. Г. Мехоношин, В. Н. Чижухин, П. И. Иванов, Р. П. Иванов // Авиационно-космическая техника и технология. – 2014. – № 4 (111). – С. 34 – 41.
2. Научно-технический отчет с конфигурацией и составом воздушно-космических парашютных систем в виде конструктивно-компоновочных схем основных составных элементов ВКПС [Текст] : отчет о НИР (промежуточн.) : №3-М-2013 НТО / ЗАО НВЦ «Атмосфера» ; рук. Чижухин В. Н. ; исполн. : Мехоношин Ю. Г. [и др.]. – М., 2013. – 108 с.
- 4., Wolf, D. Dynamic Stability of a Nonrigid Parachute and Payload System [Text] / D. Wolf // Journal of Aircraft. – 1971. – Vol. 8, No. 8. – P. 603-609. – DOI: 10.2514/3.59145.
5. Девиен, М. Течения и теплообмен разреженных газов [Текст] : пер. с фр. / М. Девиен. – М. : Изд-во иностр. лит., 1962. – 188 с.

Поступила в редакцию 10.07.2014, рассмотрена на редколлегии 10.09.2014

Рецензент: канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры прикладной математики и математического моделирования Г. С. Абрамов, Херсонский национальный технический университет, Херсон.

ПРОБЛЕМНІ ПИТАННЯ ПРОЕКТУВАННЯ ПОВІТРЯНО-КОСМІЧНОЇ ПАРАШУТНОЇ СИСТЕМИ

Ю. Г. Мехоношін, В. М. Чижухін, П. І. Іванов, Р. П. Іванов

У роботі розглядається й обговорюється проблема порятунку за допомогою парашутної системи рухового відсіку ракетноносія з метою оцінки можливості багаторазового повторного використання його елементів. Виконано постановку задачі по порятунку відокремлюваних блоків при запусках ракетноносіїв. Розглянуто спосіб рішення задачі порятунку ракетного блоку від руйнування при зниженні і його приземлення з заданою швидкістю. Розглянуто особливості багатокупольних парашутних систем, які виявлено в експериментальних (трубних) і літних дослідженнях, на які варто звернути увагу в процесі проектування парашутної системи. Аналізується досвід парашутобудування по застосуванню парашутних систем зі стеклотканевих і інших високотемпературних текстильних матеріалів. Розглянуто особливості технології виробництва висотної повітряно-космічної парашутної системи з жароміцних тканин.

Ключові слова: повітряно-космічна парашутна система, проблемні питання проектування.

PROBLEMATIC ISSUES OF THE DESIGNING OF AEROSPACE PARACHUTE SYSTEM

Y. G. Mekhonochin, V. N. Chizhukhin, P. I. Ivanov, R. P. Ivanov

The problem of rescue with the help of parachute system of engine bay of launch vehicle is being examined and discussed in the work with the aim of possibility its elements repetitive using. The statement of the problem of rescue of detachable units during the launches of the booster rockets was made. The way of solving the task of the salvation the booster block from the destruction during landing with given speed is being examined. Distinctive features of many-vaulted parachute systems that were found during experimental (tubal) and flight researches, and on which the attention must be paid in the process of the designing of parachute system, were examined. The experience of parachute construction using parachute systems consisting of glass-tissue and other high-temperature textile materials is being reviewed. The peculiarities of the production engineering of high-altitude aerospace parachute system consisting of heat-resistant clothes were examined.

Key words: aerospace parachute system, problematic issues of the designing.

Мехоношін Юрій Геннадьевич – ведущий специалист проекта ВКПС (главный конструктор), инженер-конструктор 1 категории, ЗАО «Научно – внедренческий центр «Атмосфера», г. Долгопрудный, Россия.

Чижухин Владимир Николаевич – советник старшего вице-президента ОАО РКК «Энергия», г. Москва, Россия.

Иванов Петр Иванович – д-р техн. наук, проф., ведущий специалист по летным испытаниям парашютных систем, ГП НИИ аэроупругих систем, г. Феодосия, Республика Крым, e-mail: ivanovpetr@rambler.ru.

Иванов Роман Петрович – г. Харьков, Украина.

УДК 669.14

К. В. АВРАМОВ¹, О. К. МОРАЧКОВСКИЙ², А. М. ТОНКОНОЖЕНКО³,
В. Ю. КОЖАРИН³, П. Г. ДЕГТЯРЕНКО³

¹ *Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Украина*

² *Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", Украина*

³ *Государственное предприятие КБ «Южное», Украина*

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ РАЗРУШАЮЩИХ НАГРУЗОК ОРЕБРЕННЫХ БАКОВ РАКЕТОНОСИТЕЛЕЙ

Предложен метод расчета величин внутренних разрушающих статических давлений, действующих на баки ракетопосителел. Основным элементом бака ракетопосителеля является цилиндрическая оболочка усиленная изнутри стрингерами и шпангоутами. Задача решается в два этапа. На первом этапе рассчитывается напряженно-деформируемое состояние бака. На втором этапе- в самое напряженное место бака устанавливается трещина и определяется коэффициент интенсивности напряжений. Для его расчета численно решается система четырех сингулярных интегральных уравнений. Для расчета напряженно-деформированного состояния бака предлагается использовать полуаналитический метод конечных элементов.

Ключевые слова: полуаналитический метод конечных элементов, оребренная цилиндрическая оболочка, магистральная трещина, коэффициент интенсивности напряжений.

Введение и постановка задачи

Баки ракетопосителел имеют двойное назначение. С одной стороны, они заполняются топливом и поэтому должны выдержать начальное статическое внутренне давление создаваемое топливом. С другой стороны, баки являются элементами корпуса ракет и поэтому должны выдерживать разнообразные динамические нагрузки в полете от двигательной установки, порывов ветра, перегрузок в процессе движения ракеты.

Перед установкой бака на ракету с ним проводятся стендовые испытания. Бак нагружается статическим внутренним давлением; в него закачивается вода. Если бак выдерживает номинальное внутреннее давление и не разрушается, то его устанавливают на ракету. Если при испытаниях бак разрушается, то изготавливают новый и еще раз производятся стендовые испытания. Бак чрезвычайно дорогой. Поэтому выбраковка бака дорого обходится КБ «Южному». Перед проведением экспериментальных исследований желательно провести расчет разрушающих нагрузок баков ракетопосителел и выбрать необходимые параметры баков. В этой статье предлагается методика расчета разрушающих нагрузок этих баков.

Как следует из [1], разрушение космических аппаратов происходит вследствие развития дефектов, которые могут быть дислокациями, микротре-

щинами, порами и другими несовершенствами структуры. Эти дефекты не могут быть обнаружены инженерными методами. При эксплуатации конструкции эти дефекты развиваются в трещину. Статья [2] посвящена исследованию разрушения сосудов высокого давления в атомной энергетике. Сосуды исследуются на способность сопротивляться сквозным трещинам. В статье [3] представлены теоретические основы механики разрушения, которые применяются в анализе летательных аппаратов. В [4] для исследования трещиностойкости аэрокосмической техники применяется метод конечных элементов. Математические модели и методы анализа разрушения деформируемых тел представлены в [5, 6]. Математические модели и методы анализа оболочек с магистральными трещинами представлены в монографии [7, 8].

Эскиз несущей цилиндрической оболочки бака ракеты представлен на рис.1. Внутри тонкая цилиндрическая оболочка подкреплена стрингерами и шпангоутами. К торцевым сечениям оболочки крепятся днища баков, которые являются сферическими оболочками. Оболочка находится под действием постоянного внутреннего давления. В этой статье исследуется статическое деформирование конструкции. Оболочка является тонкой, поэтому сдвиги не учитываются. Предполагается, что оболочка работает в области упругости, то есть напряжения и деформации удовлетворяют закону Гука. Перемеще-

ния точек срединной поверхности оболочки малы. Поэтому деформации и перемещения удовлетворяют линейным формулам Коши.

Численный анализ разрушения бака ракетносителя под действием внутреннего давления разделим на две последовательно решаемые задачи.

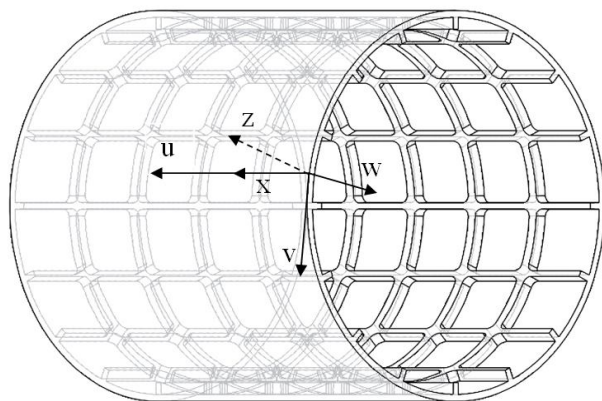


Рис. 1. Эскиз несущей цилиндрической оболочки бака ракеты

1. Расчет напряженно-деформируемого состояния (НДС) бака без трещины под действием заданного внутреннего давления.

2. Анализ НДС конструкции с трещиной, на берегах которой приложены удельные силовые факторы, полученные из первого расчета.

Сначала определяется НДС баков без трещины и рассчитываются удельные силовые факторы в месте расположения трещины. Так как берега трещины свободны от нагрузок, то для компенсации силовых факторов, возникающих в оболочке без трещины, на берегах трещины прикладываются удельные силовые факторы противоположного знака по сравнению с силовыми факторами, которые имеют место в конструкции без трещины [7, 8].

Несущий элемент бака – вафельная цилиндрическая оболочка состоит из ячеек [9]. Для расчета разрушающих нагрузок оболочки, трещина помещается посреди ячейки в продольном направлении. Трещина размещается в продольном направлении, так как это самое опасное направление. Дело в том, что окружные напряжения максимальны. Размеры ячейки значительно больше размеров трещины. Поэтому возмущения в НДС оболочки вследствие трещины затухают не дойдя до участков стрингера или шпангоута, принадлежащих рассматриваемой ячейки. Вследствие этого при расчете конструкции с трещиной стрингеры и шпангоуты не рассматриваются. Их влияние учтено в приложенных к берегам трещины нагрузкам, которые получены из расчета НДС оробренных баков ракетносителей.

Численный подход к анализу разрушения

Подход к расчету НДС оробренных баков подробно рассмотрен в статье [10]. Здесь рассмотрим основные идеи предложенного подхода. Основными неизвестными задачи являются перемещения (u, v, w) срединной поверхности оболочки (рис.1). Эти перемещения представляются в виде ряда Фурье по окружной координате оболочки φ :

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0(x) \\ v_0(x) \\ w_0(x) \end{bmatrix} + \sum_{n=1}^{N_G} \begin{bmatrix} u_n^{(c)}(x) \\ v_n^{(c)}(x) \\ w_n^{(c)}(x) \end{bmatrix} \cos n\varphi + \begin{bmatrix} u_n^{(s)}(x) \\ v_n^{(s)}(x) \\ w_n^{(s)}(x) \end{bmatrix} \sin n\varphi, \quad (1)$$

где x – продольная координата оболочки; $u_0(x), v_0(x), \dots, u_1^{(c)}(x), \dots$ – подлежащие расчету функции. Для расчета этих функций применяется метод конечных элементов, что позволит привести континуальную задачу к дискретной. Для этого в продольном направлении разобьем конструкцию на N участков. Концы этих участков являются точками, в которых задаются неизвестные значения функций $u_0(x), v_0(x), \dots, u_1^{(c)}(x), \dots$. Эти точки имеют следующие координаты $x_i; i = \overline{0, N}$. Таким образом, множество непрерывных функций заменяется множеством точечных функций. Значения в дискретных наборах точек объединяются в вектора следующим образом:

$$U_{j-2+i}^{(1)} = \begin{bmatrix} u_{j-2+i}^{(0)} & v_{j-2+i}^{(0)} & w_{j-2+i}^{(0)} & u_{j-2+i}^{(c,v)} & u_{j-2+i}^{(s,v)} & v_{j-2+i}^{(c,v)} & v_{j-2+i}^{(s,v)} & w_{j-2+i}^{(c,v)} & w_{j-2+i}^{(s,v)} \end{bmatrix}^T; \quad j = \overline{1, N}; i = 1, 2.$$

На каждом из участков $[x_{j-1}; x_j]$ вводится локальная координата $\xi \in [-1; 1]$. Следуя методу конечных элементов, неизвестные функции из (1) представим, используя полиномы Эрмита так [11]:

$$U_0(x) = \sum_{i=1}^2 \bar{N}_i(\xi) U_{j-2+i}^{(1)} + \sum_{i=1}^2 \bar{N}_i^*(\xi) \Theta_{j-2+i} 0.5(x_j - x_{j-1}), \quad (2)$$

где $U_0 = [u_0 \ v_0 \ w_0 \ u_v^{(c)} \ u_v^{(s)} \ v_v^{(c)} \ v_v^{(s)} \ w_v^{(c)} \ w_v^{(s)}]^T$;
 $\Theta_{j-2+i} = [\varphi_{j-2+i}^{(0)} \ \psi_{j-2+i}^{(0)} \ \theta_{j-2+i}^{(0)} \ \varphi_{j-2+i}^{(c,v)} \ \varphi_{j-2+i}^{(s,v)} \ \psi_{j-2+i}^{(c,v)} \ \psi_{j-2+i}^{(s,v)} \ \theta_{j-2+i}^{(c,v)} \ \theta_{j-2+i}^{(s,v)}]^T$ – вектор из производных по x от элементов вектора $U_{j-2+i}^{(1)}$. Буквами φ, ψ, θ обозначаются обобщенные углы поворота в узлах конечного элемента. Функции $\bar{N}_i(\xi); \bar{N}_i^*(\xi)$ являются полиномами Эрмита третьего порядка. Все неизвестные задачи объединяются в один вектор глобальных неизвестных задачи:

$$(z_{glob}) = [y_1^{(0)}, y_{2,1}^{(0)}, \dots, y_{2,N_G}^{(0)}; y_{3,1}^{(0)}, \dots, y_{3,N_G}^{(0)}; y_1^{(1)}, y_{2,1}^{(1)}, \dots, y_{2,N_G}^{(1)}; y_{3,1}^{(1)}, \dots, y_{3,N_G}^{(1)}; \dots y_1^{(N)}, y_{2,1}^{(N)}, \dots, y_{2,N_G}^{(N)}; y_{3,1}^{(N)}, \dots, y_{3,N_G}^{(N)}],$$

$$\text{где } y_1^{(j)} = [u_j^{(0)}, \varphi_j^{(0)}, v_j^{(0)}, \psi_j^{(0)}, w_j^{(0)}, \theta_j^{(0)}];$$

$$y_{2,v}^{(j)} = [u_j^{(c,v)}, \varphi_j^{(c,v)}, v_j^{(c,v)}, \psi_j^{(c,v)}, w_j^{(c,v)}, \theta_j^{(c,v)}];$$

$$y_{3,v}^{(j)} = [u_j^{(s,v)}, \varphi_j^{(s,v)}, v_j^{(s,v)}, \psi_j^{(s,v)}, w_j^{(s,v)}, \theta_j^{(s,v)}].$$

Теперь воспользуемся методом Релея и разложения (2) введем в потенциальную энергию. После проведения необходимых интегрирований и расчета производных, получаем разрешающую систему линейных алгебраических уравнений в следующем виде:

$$[K](z_{glob}) = (F), \quad (3)$$

где (F) – глобальный вектор узловых нагрузок.

По результатам решения системы линейных алгебраических уравнений (3) рассчитываем НДС бака. По результатам расчета НДС находим самую нагруженную ячейку оболочки. Посередине этой ячейки в оболочке помещаем магистральную трещину в продольном направлении.

Деформирование оболочки с трещиной опишем теорией пологих оболочек. Тогда воспользуемся системой уравнений в частных производных отно-

сительно поперечного перемещения w и функции напряжения φ :

$$\Delta \Delta \varphi + \frac{E h l^2}{R} \frac{\partial^2}{\partial y^2} w = 0; \quad \Delta \Delta w - \frac{l^2}{R D} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \varphi = 0, \quad (4)$$

где E – модуль Юнга; h – толщина оболочки; $R = \min(R_1, R_2)$; R_1, R_2 – главные кривизны срединной поверхности оболочки; D – цилиндрическая жесткость оболочки; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; $y = \varphi R$.

Как отмечалось выше, в месте оболочки, где размещается трещина, предварительно рассчитывается НДС и удельные силовые факторы. Найденные удельные силовые факторы обозначим так:

$$T_y(\tilde{x}, \tilde{y}), T_x(\tilde{x}, \tilde{y}), S(\tilde{x}, \tilde{y}), G_y(\tilde{x}, \tilde{y}), G_x(\tilde{x}, \tilde{y}), Q_y(\tilde{x}, \tilde{y}), Q_x(\tilde{x}, \tilde{y}),$$

где $(\tilde{x}, \tilde{y})$ – координаты центральной точки разреза (трещины); T_x, T_y – удельные продольные усилия вдоль осей x и y ; S – удельные сдвигающие усилия; G_y, G_x – удельные изгибающие моменты; Q_y, Q_x – удельные поперечные силы. Граничные условия на верхней и нижней сторонах трещины представим так:

$$T_y^+(x, 0) = T_y^-(x, 0) = f_1;$$

$$S^+(x, 0) = S^-(x, 0) = f_2;$$

$$G_y^+(x, 0) = G_y^-(x, 0) = f_3;$$

$$Q_y^+(x, 0) = Q_y^-(x, 0) = f_4; \quad (5)$$

$$y = 0; |x| \leq 1,$$

где знаки плюс и минус обозначают, что граничное условие принадлежит верхней и нижней сторонам трещины (рис. 2), соответственно; $f_1, \dots, f_4$ – некоторые числа. Граничные условия записаны для трещины единичной длины.

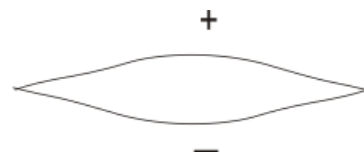


Рис. 2. Эскиз трещины в оболочке

В этой статье рассматривается хрупкое разрушение оболочки с трещиной. Исследование сводится к определению коэффициента интенсивности напряжения. Зная коэффициент интенсивности напряжений, легко находится НДС в окрестности трещины и параметры начала разрушения конструкции. Для расчета коэффициента интенсивности напряжений система дифференциальных уравнений (4) с граничными условиями (5) сводится к следующей системе четырех сингулярных интегральных уравнений [7]:

$$\sum_{k=1}^4 \int_{-1}^1 \psi'_k(t) K_{jk}(t-x) dt = \pi F'_j(x) + C \delta_{4j}; \quad (6)$$

$$j = 1, \dots, 4,$$

где $c_1 = c_2 = \frac{1}{l^2 \delta}$; $c_3 = \frac{D}{l^2}$; $c_4 = \frac{D}{l^3}$; $\delta = \frac{\sqrt{12(1-\nu^2)}}{Eh^2}$;

$$F'_j(x) = \frac{f_j}{c_j}; j = \overline{1,3}; F'_4(x) = \frac{f_4}{c_4} x;$$

δ_{4j} – символ Кронекера;

C – константа интегрирования;

$\psi'_k(t)$ – подлежащие расчету неизвестные функции; $K_{jk}(t-x)$ – ядра системы сингулярных уравнений. Представление этих ядер через несобственные интегралы и в специальных функциях опубликовано в монографии [7]. Ядра представим в следующем виде:

$$K_{jk}(x) = \frac{\tilde{a}_j}{x} \delta_{jk} + \lambda k_{jk}(\lambda x), \quad (7)$$

где $\tilde{a}_1 = -\tilde{a}_2 = -\frac{1}{2}$; $\tilde{a}_3 = \tilde{a}_4 = \frac{(1-\nu)(3+\nu)}{2}$. Из этого представления следует, что ядра с номерами $j = k$ являются сингулярными. Остальные ядра этим свойством не обладают. К системе сингулярных уравнений (6) применим замену переменных:

$$\psi'_j(x) = \frac{\varphi_j(x)}{\sqrt{1-x^2}}. \quad (8)$$

Замену переменных (8) и соотношения (7) введем в систему сингулярных интегральных уравнений (6). В результате получим следующую систему интегральных уравнений:

$$\tilde{a}_j \int_{-1}^1 \frac{\varphi_j(t) dt}{\sqrt{1-t^2} (t-x)} + \lambda \sum_{k=1}^4 \int_{-1}^1 \frac{\varphi_k(t)}{\sqrt{1-t^2}} k_{jk}[\lambda(t-x)] dt = \pi F'_j(x) + C \delta_{4j}; j = 1, \dots, 4. \quad (9)$$

Как следует из [7], некоторые из ядер $k_{jk}[\lambda(t-x)]$ нулевые. Поэтому система сингулярных интегральных уравнений (9) распадается на две независимые системы сингулярных интегральных уравнений. В первой, в качестве неизвестных выступают функции $\varphi_1(t)$ и $\varphi_3(t)$, а во второй системе, неизвестными являются $\varphi_2(t), \varphi_4(t), C$. Первая система описывает симметричную деформацию оболочки около трещины, а вторая система – анти-симметричную деформацию оболочки около трещины.

Из свойств решений сингулярных интегральных уравнений следует, что выполняются следующие соотношения:

$$\int_{-1}^1 \frac{\varphi_j(t)}{\sqrt{1-t^2}} dt = 0; j = \overline{1,4}. \quad (10)$$

В монографии [7] показано, что выполняется еще одно дополнительное уравнение:

$$\int_{-1}^1 \frac{t \varphi_4(t)}{\sqrt{1-t^2}} dt = 0. \quad (11)$$

Теперь построим дискретный аналог системы сингулярных интегральных уравнений, который является системой линейных алгебраических уравнений. Для этого воспользуемся следующими квадратурными формулами [7]:

$$\int_{-1}^1 \frac{u(t) dt}{\sqrt{1-t^2} (t - \bar{x}_r)} = \sum_{m=1}^M \frac{\pi u(t_m)}{M(t_m - \bar{x}_r)};$$

$$\int_{-1}^1 \frac{u(t) dt}{\sqrt{1-t^2}} = \sum_{m=1}^M \frac{\pi}{M} u(t_m), \quad (12)$$

где $\bar{x}_r = \cos\left(\frac{\pi r}{M}\right)$; $r = 1, \dots, M-1$;

$$t_m = \cos\left(\frac{2m-1}{2M} \pi\right); m = 1, \dots, M.$$

Применим квадратурные формулы (12) к системе сингулярных интегральных уравнений (9) и ограничениям (10), (11). Тогда симметричная де-

формация оболочки описывается следующей системой линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \frac{\varphi_1(t_m)}{t_m - \bar{x}_r} + \lambda \sum_{m=1}^M \varphi_1(t_m) k_{11} [\lambda(t_m - \bar{x}_r)] + \\
 & + \lambda \sum_{m=1}^M \varphi_3(t_m) k_{13} [\lambda(t_m - \bar{x}_r)] = \frac{M}{c_1} f_1; \\
 & \frac{(1-\nu)(3+\nu)}{2} \sum_{m=1}^M \frac{\varphi_3(t_m)}{t_m - \bar{x}_r} + \\
 & + \lambda \sum_{m=1}^M \varphi_1(t_m) k_{31} [\lambda(t_m - \bar{x}_r)] + \\
 & + \lambda \sum_{m=1}^M \varphi_3(t_m) k_{33} [\lambda(t_m - \bar{x}_r)] = \frac{M}{c_1} f_3; \\
 & r = 1, \dots, M-1. \\
 & \sum_{m=1}^M \varphi_j(t_m) = 0; j = 1, 3.
 \end{aligned} \quad (13)$$

Антисимметричная деформация оболочки около трещины описывается следующей системой линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \frac{\varphi_2(t_m)}{t_m - \bar{x}_r} + \lambda \sum_{m=1}^M \varphi_2(t_m) k_{22}(t_m - \bar{x}_r) + \\
 & + \lambda \sum_{m=1}^M \varphi_4(t_m) k_{24}(t_m - \bar{x}_r) = \frac{M}{c_2} f_2; \\
 & r = 1, \dots, M-1. \\
 & \frac{(1-\nu)(3+\nu)}{2} \sum_{m=1}^M \frac{\varphi_4(t_m)}{t_m - \bar{x}_r} + \\
 & + \lambda \sum_{m=1}^M \varphi_2(t_m) k_{42}(t_m - \bar{x}_r) + \\
 & + \lambda \sum_{m=1}^M \varphi_4(t_m) k_{44}(t_m - \bar{x}_r) - C = \frac{M}{c_4} f_4 \bar{x}_r; \\
 & \sum_{m=1}^M \varphi_j(t_m) = 0; j = 2, 4. \\
 & \sum_{m=1}^M t_m \varphi_4(t_m) = 0.
 \end{aligned} \quad (14)$$

В результате решения систем линейных алгебраических уравнений получаем неизвестные системы (9) в виде точечных функций:

$$[\varphi_1(t_1), \dots, \varphi_1(t_M), \varphi_2(t_1), \dots, \varphi_2(t_M), \varphi_3(t_1), \dots, \varphi_3(t_M), \varphi_4(t_1), \dots, \varphi_4(t_M)]. \quad (15)$$

На основании решений (15) определяется коэффициент интенсивности напряжений. Для этого используются такие соотношения:

$$K_j = -\tilde{a}_j b_j c_j \sqrt{l} \varphi_j(t_1); j = 1, 4, \quad (16)$$

где $b_1 = b_2 = b_3 = 1; b_4 = 1$.

Для расчета разрушающих нагрузок используется силовой критерий Дж. Р. Ирвина [5].

Численный анализ коэффициентов интенсивности напряжений

Для конечно элементного расчета НДС баков ракетополетителей был разработан пакет программ в среде Borland Delphi 6. Результаты расчетов НДС баков ракетополетителей опубликованы в других наших статьях. Поэтому эти результаты здесь не обсуждаются. Рассмотрим цилиндрическую оболочку радиусом $R = 1 \text{ м}$ и толщиной $h = 0,01 \text{ м}$. Коэффициент Пуассона и модуль Юнга для этой оболочки таковы: $\nu = 0,3$; $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$. На краях трещины действуют удельные силовые факторы: $T_y = -2 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{м}$; $G_y = Q_y = 0$. Длина трещины принималась следующей: $l = 0,01 \text{ м}$.

В работе [7] представлены асимптотические формулы для коэффициентов интенсивности напряжений рассматриваемой оболочки:

$$\begin{aligned}
 K_1 = & -T_y \sqrt{l} \left\{ 1 + \frac{5\pi}{64} \lambda^2 + \frac{\lambda^4}{40960} \left\{ 250\pi^2 + 2361 + \right. \right. \\
 & + 20 \left[189 + \frac{2(1+5\nu)(17+133\nu)}{3(1-\nu)(3+\nu)} \right] \ln \frac{\lambda \gamma_0}{8} + \\
 & + \left. \left. \frac{20(7+59\nu)(5+37\nu)}{9(1-\nu)(3+\nu)} + \frac{160(1+5\nu)^2}{(1-\nu)(3+\nu)} \ln^2 \frac{\lambda \gamma_0}{8} \right\} \right\} + \\
 & + O(\lambda^6 \ln \lambda), \dots,
 \end{aligned} \quad (17)$$

где $\ln \gamma_0 = 0,5772$ – постоянная Эйлера.

Для численного решения этой задачи была создана программа в среде Maple, которая рассчитывала коэффициент интенсивности напряжений. Результаты расчета коэффициента интенсивности напряжений для симметричного деформирования оболочки представлены в таблице 1. Здесь длины трещин представлены в первом столбце таблицы. Во втором столбце представлены числа точек дискретизации неизвестных системы сингулярных интегральных уравнений. В третьем и четвертом столб-

цах приводятся расчетные значения коэффициента интенсивности напряжения $K_I^{(расч)}$ и значение коэффициента интенсивности напряжения, полученного по асимптотической формуле (17) $K_I^{(асymp)}$.

Таблица 1

Результаты расчета коэффициента интенсивности напряжения для симметричного деформирования оболочки

l	M	$K_I^{(расч)}$	$K_I^{(асymp)}$	δ
0,01	20	$2,65 \cdot 10^5$	$2,02 \cdot 10^5$	0,24
0,01	25	$3,45 \cdot 10^5$		
0,002	20	$1,10 \cdot 10^5$	$8,95 \cdot 10^4$	0,23

В последнем столбце представлена относительная разница результатов, которая определяется по следующему соотношению:

$$\delta = \left| \frac{K_I^{(расч)} - K_I^{(асymp)}}{K_I^{(расч)}} \right|.$$

Итак, результаты, полученные двумя различными методами, близки.

Заключение

В статье предложен общий подход к расчету разрушения баков ракетополетителей. В основу этого подхода положено сочетание метода конечных элементов с элементами механики разрушения. Напряженно-деформируемое состояние баков представлялось в виде рядов Фурье по окружной координате цилиндрической оболочки. В продольном направлении неизвестные функции дискретизируются с помощью конечных элементов. Для расчета напряженно-деформируемого состояния около трещины находятся коэффициенты интенсивности напряжений. Они определяются из расчета системы сингулярных интегральных уравнений.

Литература

1. Бабель, Г. В. Проектирование, контроль качества и испытание нагружаемых давлением конструкций космических аппаратов [Текст] / Г. В. Бабель, Р. Х. Кристенсен, Г. Х. Диксон // Тонкостенные оболочечные конструкции. – М., 1980. – С. 234–260.

2. Проблемы разрушения крупных стальных сосудов давления [Текст] / Б. Эдмондсон, К. Формби, Р. Юркевич, М. Стег // Новые методы оценки сопротивления металлов хрупкому разрушению. – М., 1972. – С. 12–30.

3. Huang, N. C. Fracture mechanics of plates and shells applied to fail-safe analysis of fuselage. Part I: Theory [Text] / N. C. Huang, Y. C. Li, S. G. Russel // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 1997. – Vol. 32, № 27. – P. 221–236.

4. Huang, N. C. Fracture mechanics of plates and shells applied to fail-safe analysis of fuselage. Part II: Computational results [Text] / N. C. Huang, Y. C. Li, S. G. Russel // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 1997. – Vol. 32, № 27. – P. 237–253.

5. Пестриков, В. М. Механика разрушения. Курс лекций [Текст] / В. М. Пестриков, Е. М. Морозов. – СПб.: Издательство профессия, 2012. – 578 с.

6. Черепанов, Г. И. Механика хрупкого разрушения [Текст]: моногр. / Г. И. Черепанов. – М.: Наука, 1974. – 976 с.

7. Панасюк, В. В. Распространение напряжений около трещины в пластинках и оболочках [Текст]: моногр. / В. В. Панасюк, М. П. Савчук, А. П. Дацышин. – Киев: Наукова думка, 1976. – 700 с.

8. Осадчук, В. А. Напряженно-деформированное состояние и предельное равновесие оболочек с разрезами [Текст]: моногр. / В. А. Осадчук. – Киев: Наукова думка, 1985. – 224 с.

9. Лизин, В. И. Проектирование тонкостенных конструкций [Текст]: моногр. / В. И. Лизин, В. А. Пяткин. – М.: Машиностроение, 1976. – 357 с.

10. Полуаналитический метод конечных элементов для расчета напряженно-деформируемого состояния цилиндрических оболочек с продольными ребрами [Текст] / К. В. Аврамов, О. К. Морачковский, А. М. Тонконоженко, В. Ю. Кожарин, Р. Кочуров // Проблемы машиностроения. – 2014. – Т. 17, № 1. – С. 34–43.

11. Рикардс, Р. Б. Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин [Текст]: моногр. / Р. Б. Рикардс. – Рига: Зинатне, 1988. – 467 с.

12. Важов, А. Я. Учет реализации продукции [Текст] / А. Я. Важов // Основы бухгалтерского учета / М. Я. Штейнман, В. В. Данев, А. Я. Важов. – М., 1966. – Гл. 14. – С. 2111–2113.

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. отделом нестационарных механических процессов Ю. С. Воробьев, Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков.

ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ РУЙНІВНИХ НАВАНТАЖЕНЬ ОБРЕБРЕНИХ БАКІВ РАКЕТОНОСІЇВ

К. В. Аврамов, О. К. Морачковський, А. М. Тонконоженко, В. Ю. Кожарін, П. Г. Дегтяренко

Запропоновано метод розрахунку величини внутрішнього руйнівного статичного тиску, що діє на баки ракетоносіїв. Основним елементом бака ракетоносія є циліндрична оболонка посилена зсередини стрингерами і шпангоутами. Задача вирішується в два етапи. На першому етапі розраховується напружено-деформований стан бака. На другому етапі- в саме напружене місце бака встановлюється тріщина і визначається коефіцієнт інтенсивності напруження. Для його розрахунку чисельно вирішується система чотирьох сингулярних інтегральних рівнянь. Для розрахунку напружено-деформованого стану бака пропонується використовувати напіваналітичний метод скінченних елементів.

Ключові слова: напіваналітичний метод скінченних елементів, обребрена циліндрична оболонка, магістральна тріщина, коефіцієнт інтенсивності напруження.

NUMERICAL ANALYSIS OF ROCKETS TANKS BREAKING LOADS

K. V. Avramov, O. K. Morachkovski, A. M. Tonkonogenko, V. Yu. Kogarin, P. G. Degtyarenko

The method for calculations of internal breaking loads acting on the rockets tanks is suggested. The cylindrical shell reinforced on the inside by the stringers and the frames is the main element of the rockets tanks. The problem is solved in two stages. The deflected mode of the tank is calculated on the first stage. On the second stage, a crack is placed on the most stressed point of the tank and the stress intensity factor is calculated. The system of four singular integral equations is solved numerically to calculate the stress intensity factor. The semi-analytical finite element method is used to calculate the deflected mode.

Key words: semi-analytical finite element method, ribbed cylindrical shell, crack, stress intensity factor.

Аврамов Константин Витальевич – д-р техн. наук, профессор, ведущий научный сотрудник, Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков, Украина, e-mail: kvavramov@mail.ru.

Морачковский Олег Константинович – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой “Теоретическая механика”, Национальный технический университет “Харьковский политехнический институт”, Харьков, Украина.

Тонконоженко Анатолий Мстиславович – ведущий специалист ГП КБ «Южное», Днепропетровск, Украина.

Кожарин Василий Юрбевич – инженер-программист ГП КБ «Южное», Днепропетровск, Украина.

Дегтяренко Павел Глебович – Главный конструктор ГП КБ «Южное», Днепропетровск, Украина.

УДК 539.3

А. Г. НИКОЛАЕВ, Е. А. ТАНЧИК

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

НОВЫЕ ТЕОРЕМЫ СЛОЖЕНИЯ БАЗИСНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ ЛАМЕ ДЛЯ ВЫТЯНУТЫХ СФЕРОИДОВ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА

В работе получены новые теоремы сложения модифицированных базисных решений уравнения Ламе в вытянутых сфероидальных системах координат, начала которых произвольно сдвинуты друг относительно друга. Эти теоремы использованы для построения модели напряженно-деформированного состояния пористого упругого материала. Поры моделируются вытянутыми сфероидальными полостями, центры которых расположены в узлах кубической решетки. Рассмотрен случай восьми полостей. Модель сводится к краевой задаче для уравнения Ламе с однородными условиями на границе пор и условиями на бесконечности. Вектор перемещений строится в виде суперпозиции модифицированных базисных решений уравнения Ламе и перемещения, удовлетворяющего условиям на бесконечности. В модели граничные условия удовлетворяются точно при помощи аппарата теорем сложения. Разрешающая система для определения параметров модели допускает эффективное численное решение. Проведен численный и качественный анализ напряженного состояния в областях максимальной концентрации напряжений в зависимости от относительного расстояния между полостями.

Ключевые слова: теоремы сложения, базисные решения уравнения Ламе, вытянутые сфероидальные полости, граничные условия, напряженно-деформированное состояние, обобщенный метод Фурье, метод редукции, пористый материал.

Введение

Проектирование деталей узлов и агрегатов при создании авиационной и ракетно-космической техники существенно опирается на прочностные свойства материалов изделий. В последние десятилетия в качестве материалов все шире используются композиты, не только для облегчения несилевых элементов конструкции, но и некоторых несущих элементов. Любой качественный прорыв в направлении применения композиционных (пористых) материалов в аэрокосмической технике связан с созданием нового поколения моделей этих материалов, более точно учитывающих их внутреннюю структуру. Оценки прочности материала основываются на определении напряженно-деформированного состояния, возникающего в нем под действием внешних нагрузок. Известные методы определения напряжений и деформаций в композиционном материале недостаточно точны, так как обычно используют приближенные модели. Низкой точностью применительно к пространственным многосвязным задачам с большим числом компонент связности отличаются и стандартные численные методы (метод конечных элементов, метод граничных элементов и др.). В связи с этим актуальной задачей для высокотехнологических областей промышленности является задача точного определения напряженно-

деформированного состояния многокомпонентных материалов.

В настоящее время предлагаются разные модели напряженно-деформированного состояния пористых и композиционных материалов. В работе [1] обобщены базовые подходы, применяемые в математических моделях, и общие методы решения уравнений механики стохастических композитов. Они могут быть сведены к стохастическим уравнениям теории упругости структурно неоднородного тела, к уравнениям теории эффективных упругих модулей, к уравнениям теории упругих смесей или к более общим уравнениям четвертого порядка. Решение стохастических уравнений теории упругости для произвольной области вызывает значительные математические трудности и может быть реализовано только приближенно. Построение уравнений теории эффективных упругих модулей связано с задачей определения интегральных модулей стохастически неоднородной среды, которая может быть решена методом возмущений, методом моментов или методом условных моментов. Однако, т.к. уравнения состояния не были строго обоснованы, эта теория не может использоваться для систематического моделирования композитных структур.

В статьях [2–4] методами теории аналитических функций решаются некоторые осесимметричные задачи теории упругости для системы сфериче-

ских и эллипсоидальных полостей и включений.

В статье [5] предложена структурная модель зернистого эластомерного композита, позволившая связать его деформационное и прочностное поведение с размерами частиц дисперсной фазы, т.е. учесть масштабный фактор прочности. На основе теоретических исследований напряженно-деформированного состояния вокруг двух жестких сферических включений в упругой несжимаемой матрице установлены зависимости математического ожидания разрывного усилия от физико-механических характеристик связующего, размеров частиц и расстояния между ними. В результате предложен новый вероятностный критерий появления микроразрушения в композитной структуре в виде отслоений матрицы от частиц. С его помощью проведены модельные исследования процессов развития внутренней поврежденности в композитной системе в зависимости от степени наполнения и величины включений. Построены соответствующие кривые растяжения, определены предельные разрывные макронапряжения и макродеформации.

В работах [6, 7] методами теории гармонических функций исследованы осесимметричные напряженные состояния в упругом пространстве с двумя сферическими включениями и в полупространстве с вытянутой сфероидальной полостью.

В статье [8] сделана попытка моделирования напряженного состояния упругой среды с периодической системой сфероидальных включений.

В статье [9] дается обзор методов моделирования напряженного состояния композита с очень малыми размерами нановключений. Обсуждаются варианты применения функции Грина, непосредственного интегрирования уравнений равновесия, метода бесконечно малых включений. Все перечисленные методы учитывают неоднородные включения приближенно.

В работе [10] на примере решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа приводится сравнительный анализ методов решения краевых задач в областях с N непересекающимися включениями.

В работе [11] введена локальная осесимметричная модель пористого материала, в которой напряженное состояние определяется равномерным давлением, создаваемым внутри вытянутых сфероидальных пор.

В статьях [12, 13] исследовано напряженное состояние в окрестности двух сфероидальных пор и включений в упругом материале обобщенным методом Фурье (ОМФ). Численная реализация модели позволила получить характер распределения локальных напряжений в области их концентрации. Проведено сравнение результатов с решением методом конечных элементов.

В данной работе обобщенный метод Фурье реализуется для модифицированных базисных решений уравнения Ламе и показывается его приложение к моделированию напряженно-деформированного состояния пористого материала.

Теоремы сложения решений уравнения Ламе в сдвинутых сфероидальных системах координат для модифицированного базиса

В работе [14] были введены наборы частных решений уравнения Ламе

$$\Delta U + \frac{1}{1-2\sigma} \nabla \operatorname{div} U = 0 \quad (1)$$

в вытянутых сфероидальных системах координат (ξ, η, φ)

$$U_{s,n,m}^{\pm(5)} = \frac{c}{2n+1} D_s \left[u_{n-1,m}^{\pm(5)} - u_{n+1,m}^{\pm(5)} \right], \quad s=1,3; \quad (2)$$

$$U_{2,n,m}^{\pm(5)} = D_2 u_{n,m}^{\pm(5)} - c q_0^2 D_1 u_{n\pm 1,m}^{\pm(5)}, \quad (3)$$

$$n, m \in \mathbb{Z}, \quad n \geq 0, \quad |m| \leq n+1,$$

$$u_{n,m}^{\pm(5)}(\xi, \eta, \varphi) = u_{n,m}^{\pm}(\xi) S_n^m,$$

$$u_{n,m}^{+}(\xi) = Q_n^{-m}(\operatorname{ch} \xi), \quad u_{n,m}^{-}(\xi) = P_n^{-m}(\operatorname{ch} \xi),$$

где $D_1 = \nabla$, $D_2 = z \nabla - \chi e_z$, $D_3 = i [\nabla \times e_z]$ (здесь i - мнимая единица), $S_n^m = P_n^m(\cos \eta) e^{im\varphi}$, $\chi = 3 - 4\sigma$, $q = \operatorname{ch} \xi$, $q_0 = \operatorname{ch} \xi_0$, P_n^m и Q_n^m - присоединенные функции Лежандра первого и второго рода соответственно.

В координатной форме перемещения (2), (3) имеют вид

$$U_{1,n,m}^{\pm(5)} = u_{n,m-1}^{\pm(5)} e_{-1} - u_{n,m+1}^{\pm(5)} e_1 - u_{n,m}^{\pm(5)} e_0, \quad (4)$$

$$U_{3,n,m}^{\pm(5)} = -u_{n,m-1}^{\pm(5)} e_{-1} - u_{n,m+1}^{\pm(5)} e_1, \quad (5)$$

$$U_{2,n,m}^{\pm(5)} = q u_{1,n,m-1}^{\pm(5)} e_{-1} - q u_{1,n,m+1}^{\pm(5)} e_1 - \left[q u_{1,n,m}^{\pm(5)} + \chi u_{n,m}^{\pm(5)} \right] e_0 + c \left(q^2 - q_0^2 \right) \nabla u_{n\pm 1,m}^{\pm(5)}, \quad (6)$$

где

$$u_{1,n,m}^{\pm(5)} = u_{1,n,m}^{\pm} S_n^m,$$

$$u_{1,n,m}^{+} = (n+m+1) Q_{n+1}^{-m}(q), \quad u_{1,n,m}^{-} = -(n-m) P_{n-1}^{-m}(q).$$

Базис (e_{-1}, e_1, e_0) связан с ортами цилиндрической системы координат следующим образом:

$$e_{-1} = \frac{1}{2} (e_\rho + i e_\varphi) e^{i\varphi}, \quad e_1 = \frac{1}{2} (e_\rho - i e_\varphi) e^{-i\varphi}, \quad e_0 = e_z.$$

Можно заметить, что приведенные частные решения уравнения Ламе не при всех индексах n и m являются регулярными линейно независимыми функциями в областях $\xi > \xi_0$ ($\xi < \xi_0$). Ввиду этого

в работе [14] были введены наборы регулярных линейно независимых решений уравнения Ламе в соответствующих областях

$$\tilde{U}_{s,n,m}^{\pm(5)} = U_{s,n,m}^{\pm(5)}, \quad s = 1 \div 3, \quad n \in \mathbb{N}, \quad |m| \leq n-1; \quad (7)$$

$$\tilde{U}_{1,n,\pm n}^{(5)} = U_{1,n,\pm n}^{(5)} \mp U_{3,n,\pm n}^{(5)}, \quad n \in \mathbb{N}; \quad (8)$$

$$\tilde{U}_{1,0,0}^{(5)} = -\chi U_{1,0,1}^{(5)} + U_{2,0,1}^{(5)} + (1+\chi)U_{3,0,1}^{(5)}; \quad (9)$$

$$\tilde{U}_{2,n,\pm n}^{(5)} = U_{2,n,\pm n}^{(5)}, \quad n \in \mathbb{Z}_+; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{3,n,\pm n}^{(5)} = & -\chi U_{1,n,\pm(n+1)}^{(5)} + U_{2,n,\pm(n+1)}^{(5)} \pm \\ & \pm (1+\chi)U_{3,n,\pm(n+1)}^{(5)}, \quad n \in \mathbb{N}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\tilde{U}_{3,0,0}^{(5)} = -\chi U_{1,0,-1}^{(5)} + U_{2,0,-1}^{(5)} - (1+\chi)U_{3,0,-1}^{(5)}; \quad (12)$$

$$\tilde{U}_{1,n,\pm n}^{-(5)} = U_{1,n,\pm n}^{-(5)}, \quad n \in \mathbb{Z}_+; \quad (13)$$

$$\tilde{U}_{2,n,\pm n}^{-(5)} = U_{1,n,\pm(n+1)}^{-(5)}, \quad n \in \mathbb{N}; \quad (14)$$

$$\tilde{U}_{3,n,\pm n}^{-(5)} = U_{3,n,\pm n}^{-(5)}, \quad n \in \mathbb{N}; \quad (15)$$

$$\tilde{U}_{2,0,0}^{-(5)} = U_{1,0,1}^{-(5)}, \quad \tilde{U}_{3,0,0}^{-(5)} = U_{1,0,-1}^{-(5)}. \quad (16)$$

В работе [15] было доказано, что наборы решений (7) – (12) и (13) – (16) являются базисными решениями уравнения Ламе в областях $\xi > \xi_0$ и $\xi < \xi_0$ соответственно. В работе [14] были получены теоремы сложения решений (2), (3) в вытянутых сфероидальных системах координат, начала которых произвольно сдвинуты друг относительно друга. Целью настоящей работы является получение теорем сложений решений (7) – (12) в сдвинутых друг относительно друга сонаправленных вытянутых сфероидальных системах координат и применение их к моделированию напряженно-деформированного состояния пористого материала со сфероидальными порами.

Доказана следующая

Теорема. Справедливы теоремы сложения внешних базисных решений уравнения Ламе (7) – (12) по внутренним решениям (13) – (16) при $\xi_\alpha \in (0, \gamma_{j\alpha})$:

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{s,n,m}^{+(5)}(\xi_j, \eta_j, \varphi_j) = \\ = \sum_{t=1}^3 \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\ell=-k}^k \tilde{T}_{s,n,m,j}^{t,k,\ell,\alpha} \tilde{U}_{t,k,\ell}^{-(5)}(\xi_\alpha, \eta_\alpha, \varphi_\alpha), \end{aligned} \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_{j\alpha} = \\ = \text{Arsh} \frac{\sqrt{t_{j\alpha}^2 + \rho_{j\alpha}^2 - c_\alpha^2} + \sqrt{(t_{j\alpha}^2 + \rho_{j\alpha}^2 - c_\alpha^2)^2 + 4c_\alpha^2 \rho_{j\alpha}^2}}{c_\alpha \sqrt{2}}, \end{aligned}$$

$$t_{j\alpha} = \max(|z_{j\alpha}| - c_j, 0),$$

$$\tilde{T}_{s,n,m,j}^{t,k,\ell,\alpha} = T_{s,n,m,j}^{t,k,\ell,\alpha}, \quad k \geq 1, \quad |\ell| \leq k-1;$$

$$\tilde{T}_{s,n,m,j}^{1,k,k,\alpha} = T_{s,n,m,j}^{1,k,k,\alpha} + \chi T_{s,n,m,j}^{2,k,k,\alpha}, \quad k \geq 0;$$

$$\tilde{T}_{s,n,m,j}^{2,k,k,\alpha} = T_{s,n,m,j}^{1,k,k+1,\alpha} - T_{s,n,m,j}^{3,k,k+1,\alpha}, \quad k \geq 0;$$

$$\tilde{T}_{s,n,m,j}^{3,k,k,\alpha} = T_{s,n,m,j}^{3,k,k,\alpha} + (1+\chi)T_{s,n,m,j}^{2,k,k,\alpha}, \quad k \geq 1;$$

$$\tilde{T}_{s,n,m,j}^{1,k,-k,\alpha} = T_{s,n,m,j}^{1,k,-k,\alpha} + \chi T_{s,n,m,j}^{2,k,-k,\alpha}, \quad k \geq 1;$$

$$\tilde{T}_{s,n,m,j}^{2,k,-k,\alpha} = T_{s,n,m,j}^{1,k,-k-1,\alpha} + T_{s,n,m,j}^{3,k,-k-1,\alpha}, \quad k \geq 1;$$

$$\tilde{T}_{s,n,m,j}^{3,k,-k,\alpha} = T_{s,n,m,j}^{3,k,-k,\alpha} - (1+\chi)T_{s,n,m,j}^{2,k,-k,\alpha}, \quad k \geq 1;$$

$$\tilde{T}_{s,n,m,j}^{3,0,0,\alpha} = T_{s,n,m,j}^{1,0,-1,\alpha} + T_{s,n,m,j}^{3,0,-1,\alpha};$$

$$T_{s,n,m,j}^{t,k,\ell,\alpha} = \delta_{st} f_{n,m,j}^{k,\ell,\alpha} - \delta_{s2} \delta_{t1} g_{n,m,j}^{k,\ell,\alpha}$$

при $(n \geq 1) \wedge (|m| \leq n-1)$;

$$T_{1,n,n,j}^{t,k,\ell,\alpha} = (\delta_{t1} - \delta_{t3}) f_{n,n,j}^{k,\ell,\alpha}$$

при $(-k \leq \ell \leq k+1) \wedge (n \geq 1)$;

$$T_{1,n,n,j}^{t,k,-k-1,\alpha} = 0 \quad \text{при } n \geq 1;$$

$$T_{1,n,-n,j}^{t,k,\ell,\alpha} = (\delta_{t1} + \delta_{t3}) f_{n,-n,j}^{k,\ell,\alpha}$$

при $(-k-1 \leq \ell \leq k) \wedge (n \geq 1)$;

$$T_{1,0,0,j}^{t,k,\ell,\alpha} = \tilde{\delta}_t f_{1,0,j}^{k,\ell,\alpha} - \delta_{t1} g_{1,0,j}^{k,\ell,\alpha}$$

при $1-k \leq \ell \leq k+1$;

$$T_{1,0,0,j}^{t,k,-k,\alpha} = -\delta_{t1} g_{1,0,j}^{k,-k,\alpha};$$

$$T_{1,0,0,j}^{t,k,-k-1,\alpha} = \delta_{t1} g_{1,0,j}^{k,-k-1,\alpha};$$

$$T_{2,n,n,j}^{t,k,\ell,\alpha} = \delta_{st} f_{n,n,j}^{k,\ell,\alpha} - \delta_{s2} \delta_{t1} g_{n,n,j}^{k,\ell,\alpha}$$

при $-k \leq \ell \leq k+1$;

$$T_{2,n,n,j}^{t,k,-k-1,\alpha} = -\delta_{t1} \delta_{s2} g_{n,n,j}^{k,-k-1,\alpha};$$

$$T_{2,n,-n,j}^{t,k,\ell,\alpha} = \delta_{st} f_{n,-n,j}^{k,\ell,\alpha} - \delta_{s2} \delta_{t1} g_{n,-n,j}^{k,\ell,\alpha}$$

при $-k-1 \leq \ell \leq k$;

$$T_{2,n,-n,j}^{t,k,k+1,\alpha} = -\delta_{t1} \delta_{s2} g_{n,-n,j}^{k,k+1,\alpha};$$

$$T_{3,n,n,j}^{t,k,\ell,\alpha} = \tilde{\delta}_t f_{n,n+1,j}^{k,\ell,\alpha} - \delta_{t1} g_{n,n+1,j}^{k,\ell,\alpha}$$

при $(1-k \leq \ell \leq k+1) \wedge (n \geq 1)$;

$$T_{3,n,n,j}^{t,k,-k,\alpha} = -\delta_{t1} g_{n,n+1,j}^{k,-k,\alpha} \quad \text{при } n \geq 1;$$

$$T_{3,n,n,j}^{t,k,-k-1,\alpha} = \delta_{t1} g_{n,n+1,j}^{k,-k-1,\alpha} \quad \text{при } n \geq 1;$$

$$T_{3,n,-n,j}^{t,k,\ell,\alpha} = \hat{\delta}_t f_{n,-n-1,j}^{k,\ell,\alpha} - \delta_{t1} g_{n,-n-1,j}^{k,\ell,\alpha}$$

при $-k-1 \leq \ell \leq k-1$;

$$T_{3,n,-n,j}^{t,k,k,\alpha} = -\delta_{t1} g_{n,-n-1,j}^{k,k,\alpha};$$

$$T_{3,n,-n,j}^{t,k,k+1,\alpha} = \delta_{t1} g_{n,-n-1,j}^{k,k+1,\alpha};$$

$$g_{n,m,j}^{k,\ell,\alpha} = q_{j0}^2 f_{n,m,j}^{k,\ell,\alpha} + q_{\alpha 0}^2 f_{n,m,j}^{k,\ell,\alpha} + z_{j\alpha} f_{n,m,j}^{k,\ell,\alpha},$$

$$g_{n,m,j}^{2,k,\ell,\alpha} = -q_{j0}^2 f_{n,m,j}^{k,\ell,\alpha} - q_{\alpha 0}^2 f_{n,m,j}^{k,\ell,\alpha} + f_{n,m,j}^{k,\ell,\alpha},$$

$$\begin{aligned}
g_{n,m,j}^{k,\ell,\alpha} &= -q_{j0}^2 f_{n,m,j}^{k,\ell,\alpha} - q_{\alpha 0}^2 f_{n,m,j}^{k,\ell,\alpha} + f_{n,m,j}^{k,\ell,\alpha}, \\
\tilde{\delta}_t &= -\chi \delta_{t1} + (\chi + 1) \delta_{t3} + \delta_{t2}, \\
\hat{\delta}_t &= -\chi \delta_{t1} - (\chi + 1) \delta_{t3} + \delta_{t2}; \\
f_{n,m,j}^{k,l,\alpha} &= \pi \left(k + \frac{1}{2} \right) \sum_{p=k}^{\infty} \sum_{r=n}^{\infty} \Gamma_{nrj}^{kp\alpha} u_{p+r,m-\ell}^{+(4)j,\alpha}, \\
f_{n,m,j}^{2k,l,\alpha} &= \pi \left(k + \frac{1}{2} \right) \sum_{p=k}^{\infty} \sum_{r=n+2}^{\infty} (n-r) \Gamma_{nrj}^{kp\alpha} u_{p+r,m-\ell}^{+(4)j,\alpha}, \\
f_{n,m,j}^{3k,l,\alpha} &= \pi \left(k + \frac{1}{2} \right) \sum_{p=k+2}^{\infty} \sum_{r=n}^{\infty} (p-k) \Gamma_{nrj}^{kp\alpha} u_{p+r,m-\ell}^{+(4)j,\alpha}, \\
f_{n,m,j}^{4k,l,\alpha} &= -\pi \left(k + \frac{1}{2} \right) \sum_{p=k}^{\infty} \sum_{r=n}^{\infty} \Gamma_{nrj}^{kp\alpha} u_{p+r+1,m-\ell}^{+(4)j,\alpha}, \\
f_{n,m,j}^{5k,l,\alpha} &= \pi \left(k + \frac{1}{2} \right) \sum_{p=k}^{\infty} \sum_{r=n}^{\infty} \Gamma_{nrj}^{kp\alpha} v_{p+r,n,k}^{j,\alpha}, \\
f_{n,m,j}^{6k,l,\alpha} &= \pi \left(k + \frac{1}{2} \right) \sum_{p=k}^{\infty} \sum_{r=n}^{\infty} \Gamma_{nrj}^{kp\alpha} w_{p+r,n,k}^{j,\alpha}, \\
\Gamma_{nrj}^{kp\alpha} &= \frac{1}{\gamma_{kp} \gamma_{nr}} (-1)^{p+m-\ell} \varepsilon_{kp} \varepsilon_{nr} \left(\frac{c_j}{2} \right)^{r+1} \left(\frac{c_\alpha}{2} \right)^p; \\
\gamma_{kp} &= \Gamma \left(\frac{p-k}{2} + 1 \right) \Gamma \left(\frac{k+p}{2} + \frac{3}{2} \right); \\
v_{v,n,k}^{j,\alpha} &= \begin{cases} u_{v,n+k+2}^{+(4)j,\alpha} + z_{j\alpha} u_{v+1,n+k+2}^{+(4)j,\alpha}, & v \geq n+k+2, \\ \frac{r_{j\alpha}^2}{2n+2k+3} u_{n+k+2,n+k+2}^{+(4)j,\alpha}, & v \leq n+k+1, \end{cases} \\
w_{v,n,k}^{j,\alpha} &= \begin{cases} u_{v,-n-k-2}^{+(4)j,\alpha} + z_{j\alpha} u_{v+1,-n-k-2}^{+(4)j,\alpha}, & v \geq n+k+2, \\ \frac{r_{j\alpha}^2}{2n+2k+3} u_{n+k+2,-n-k-2}^{+(4)j,\alpha}, & v \leq n+k+1, \end{cases} \\
u_{n,m}^{+(4)j,\alpha} &= \begin{cases} \frac{(n-m)!}{r_{j\alpha}^{n+1}} P_n^m(\cos \theta_{j\alpha}) e^{im\varphi_{j\alpha}}, & n \geq m, \\ \frac{(-1)^m (n+m)!}{r_{j\alpha}^{n+1}} P_n^{-m}(\cos \theta_{j\alpha}) e^{im\varphi_{j\alpha}}, & n < m, \end{cases} \\
(r_{j\alpha}, \theta_{j\alpha}, \varphi_{j\alpha}) &\text{ – сферические координаты точки } O_\alpha \\
&\text{ в системе координат с началом в точке } O_j.
\end{aligned}$$

Приложение ОМФ к моделированию напряженного состояния пористого материала

Рассматривается упругое пространство Ω с восемью непересекающимися сфероидальными полостями Ω_j , центры которых расположены в вер-

шинах куба со стороной a , как показано на рис. 1. Будем использовать одинаково ориентированные цилиндрические (ρ_j, φ_j, z_j) и вытянутые сфероидальные системы координат $(\xi_j, \eta_j, \varphi_j)$, начала которых отнесены к центрам полостей O_j , $j=1 \div 8$. Материал пространства имеет упругие характеристики (G, σ) .

Будем считать, что на бесконечности приложены постоянные растягивающие усилия $\sigma_z^\infty = T$, $\tau_{\rho z}^\infty = \tau_{\varphi z}^\infty = 0$ (одноосное растяжение) или $\sigma_\rho^\infty = T$, $\tau_{\rho\varphi}^\infty = \tau_{\rho z}^\infty = 0$ (двуосное растяжение), а полости свободны от нагрузки.

Для определения напряженно-деформированного состояния в рассматриваемом теле необходимо решить краевую задачу для уравнения Ламе с условиями на границе полостей

$$\mathbf{FU}|_{\Gamma_j} = 0, \quad (18)$$

а также указанными выше условиями на бесконечности. Здесь $\mathbf{FU}$ – отвечающий перемещению $\mathbf{U}$ вектор усилий на соответствующей граничной поверхности; σ – коэффициент Пуассона.

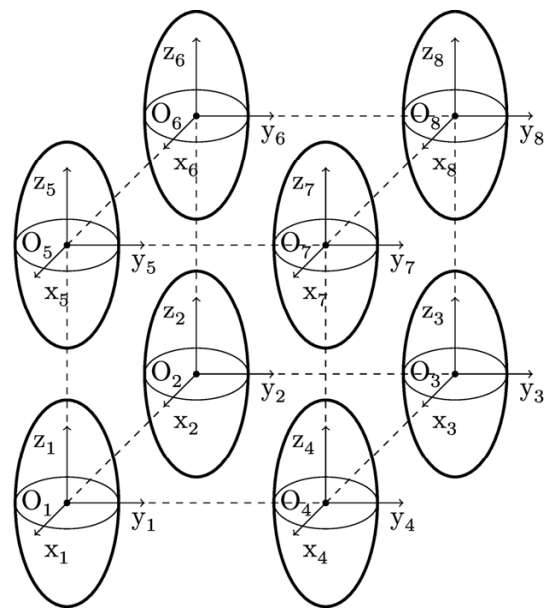


Рис. 1. Схематическое представление задачи

Решение задачи в упругом пространстве Ω ищется в виде

$$\mathbf{U} = \tilde{\mathbf{U}} + \mathbf{U}_0; \quad (19)$$

$$\tilde{\mathbf{U}} = \sum_{j=1}^8 \sum_{s=1}^3 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_{s,n,m}^{(j)} \tilde{\mathbf{U}}_{s,n,m}^{+(5)}(\xi_j, \eta_j, \varphi_j), \quad (20)$$

при $x \in \Omega \setminus \bigcup_j \Omega_j$,

где $a_{s,n,m}^{(j)}$ – неизвестные коэффициенты, которые определяются из граничных условий. Перемещение U_0 соответствует напряженно-деформированному состоянию на бесконечности (для одноосного и двуосного растяжения упругого пространства):

$$U_0 = -\frac{1}{2} \frac{T\sigma\rho}{G(\sigma+1)} \mathbf{e}_\rho + \frac{1}{2} \frac{Tz}{G(\sigma+1)} \mathbf{e}_z; \quad (21)$$

$$U_0 = -\frac{1}{2} \frac{T(\sigma-1)\rho}{G(\sigma+1)} \mathbf{e}_\rho - \frac{1}{2} \frac{T\sigma z}{G(\sigma+1)} \mathbf{e}_z; \quad (22)$$

где T – усилие на бесконечности; G – модуль сдвига; $(\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z)$ – орты цилиндрической системы координат.

Вектор напряжений на площадке с нормалью $\mathbf{n}$ имеет вид:

$$\mathbf{F}\mathbf{U} = 2G \left[\frac{\sigma}{1-2\sigma} \mathbf{n} \operatorname{div} \mathbf{U} + \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{n}} + \frac{1}{2} (\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{U}) \right]. \quad (23)$$

Применив к формулам (4) – (6) оператор (23) на площадке с нормалью $\mathbf{n} = \mathbf{e}_\xi$ получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}\mathbf{U}_{s,n,m}^{\pm(5)} \Big|_{\xi=\xi_0} &= 2G \frac{h}{c} \times \\ &\times \sum_{r=-1}^1 F_{s,n,m}^{\pm(r)}(\xi_0) P_n^{m+r}(\cos \eta) e^{i(m+r)\varphi} \mathbf{e}_r, \end{aligned} \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} F_{1,n,m}^{\pm(-1)} &= \frac{\partial}{\partial \xi} u_{n,m-1}^{\pm}, \quad F_{1,n,m}^{\pm(1)} = -\frac{\partial}{\partial \xi} u_{n,m+1}^{\pm}, \quad F_{1,n,m}^{\pm(0)} = \\ &= -\frac{\partial}{\partial \xi} u_{n,m}^{\pm}, \quad F_{2,n,m}^{\pm(-1)} = q^2 \frac{\partial}{\partial \xi} (q^{-1} u_{1,n,m-1}^{\pm}) - 2\sigma u_{2,n,m}^{\pm}, \\ F_{2,n,m}^{\pm(1)} &= -q^2 \frac{\partial}{\partial \xi} (q^{-1} u_{1,n,m+1}^{\pm}) + 2\sigma u_{3,n,m}^{\pm}, \\ F_{2,n,m}^{\pm(0)} &= -q^2 \frac{\partial}{\partial \xi} (q^{-1} u_{1,n,m}^{\pm}) + (2\sigma - 1) \frac{\partial}{\partial \xi} u_{n,m}^{\pm}. \end{aligned}$$

$$F_{3,n,m}^{\pm(-1)}(\xi) = -\frac{\partial}{\partial \xi} u_{n,m-1}^{\pm}(\xi) + \frac{1}{2} u_{2,n,m}^{\pm}(\xi),$$

$$F_{3,n,m}^{\pm(1)}(\xi) = -\frac{\partial}{\partial \xi} u_{n,m+1}^{\pm}(\xi) + \frac{1}{2} u_{n,m}^{\pm}(\xi),$$

$$F_{3,n,m}^{\pm(0)}(\xi) = -\frac{\partial}{\partial \xi} u_{n,m}^{\pm}(\xi) + \frac{1}{2} u_{n,m}^{\pm}(\xi),$$

$$\begin{aligned} u_{2,n,m}^{+(5)} &= \omega^- Q_n^{-m}(q) S_n^{m-1}, & u_{3,n,m}^{+(5)} &= Q_n^{-m}(q) S_n^{m+1}, \\ u_{3,n,m}^{-(5)} &= P_n^{-m}(q) S_n^{m+1}, & u_{2,n,m}^{-(5)} &= \omega^- P_n^{-m}(q) S_n^{m-1}, \\ \omega^- &= (n+m)(n-m+1), & h &= (q^2 - \cos^2 \eta)^{-1/2}, \\ \bar{q} &= sh \xi. \end{aligned}$$

Используя теоремы сложения (17), представим вектор перемещения $\tilde{\mathbf{U}}$ в системе координат с началом в точке O_j :

$$\tilde{\mathbf{U}} = \sum_{s=1}^3 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_{s,n,m}^{(j)} \tilde{\mathbf{U}}_{s,n,m}^{+(5)}(\xi_j, \eta_j, \varphi_j) +$$

$$+ \tilde{\mathbf{U}}_{s,n,m}^{-(5)}(\xi_j, \eta_j, \varphi_j) \sum_{\alpha \neq j} \sum_{t=1}^3 \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\ell=-k}^k a_{t,k,\ell}^{(\alpha)} \tilde{\mathbf{T}}_{t,k,\ell,\alpha}^{s,n,m,j}.$$

После удовлетворения граничных условий задача сводится к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов $a_{s,n,m}^{(j)}$:

$$\begin{aligned} &\sum_{s=1}^3 a_{s,n,m}^{(j)} \tilde{\mathbf{F}}_{s,n,m}^{+(r)}(\xi_j) + \\ &+ \tilde{\mathbf{F}}_{s,n,m}^{-(r)}(\xi_j) \sum_{\alpha \neq j} \sum_{t=1}^3 \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\ell=-k}^k a_{t,k,\ell}^{(\alpha)} \tilde{\mathbf{T}}_{t,k,\ell,\alpha}^{s,n,m,j} + F_{0,n,m}^{(r)} = 0, \end{aligned} \quad (25)$$

$$r = -1, 0, 1; \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad m = -n \div n,$$

где $F_{0,n,m}^{(0)} = \frac{Td_2}{2G} \delta_{n1} \delta_{m0}$, $F_{0,n,m}^{(-1)} = F_{0,n,m}^{(1)} = 0$ (для

одноосного растяжения) и $F_{0,n,m}^{(0)} = 0$,

$F_{0,n,m}^{(-1)} = \frac{Td_1}{G} \delta_{n1} \delta_{m0}$, $F_{0,n,m}^{(1)} = -\frac{Td_1}{2G} \delta_{n1} \delta_{m0}$ (для дву-

осного растяжения). Выражения $\tilde{\mathbf{F}}_{s,n,m}^{\pm(r)}(\xi_j)$ являются компонентами напряжений $\tilde{\mathbf{F}}\mathbf{U}_{s,n,m}^{\pm(5)}$ и получают-ся из формул (7) – (16) и (24) при помощи линейных преобразований. Ввиду громоздкости их явный вид мы не приводим. Оператор системы уравнений (25) является фредгольмовым при условии непересечения граничных поверхностей [15].

Анализ результатов

При численном анализе полагаем коэффициент Пуассона материала упругого пространства равным $\sigma = 0,38$, полости считаем одного размера, отношение полуосей сфероидов – $d_2/d_1 = 0,75$. Система уравнений (25) численно решается методом редукции ($n_{\max} = 6$). На основании полученных решений находят нормальные напряжения на площадках, параллельных координатным плоскостям.

На рис. 2 – 4 приведены напряжения σ_x/T , σ_y/T , σ_z/T на линии O_1O_4 вне полостей при одноосном растяжении в зависимости от относительного расстояния a/d_1 между полостями.

Областью концентрации напряжений σ_y/T , σ_z/T является граница полостей, в то время как напряжения σ_x/T достигают максимальных значений в средней точке отрезка O_1O_4 .

На рис. 5, 6 приведены напряжения σ_x/T ,

σ_y/T , σ_z/T на линии CD (C, D – середины нижнего и верхнего оснований кубической ячейки) в зависимости от относительного расстояния между полостями при одноосном растяжении. Наблюдается практически линейный характер распределения напряжений между средней точкой отрезка CD и любым из его концов. Для напряжений σ_x/T , σ_y/T имеются области растягивающих напряжений в окрестности оснований кубической ячейки. Напряжения σ_z/T растут при приближении полостей друг к другу.

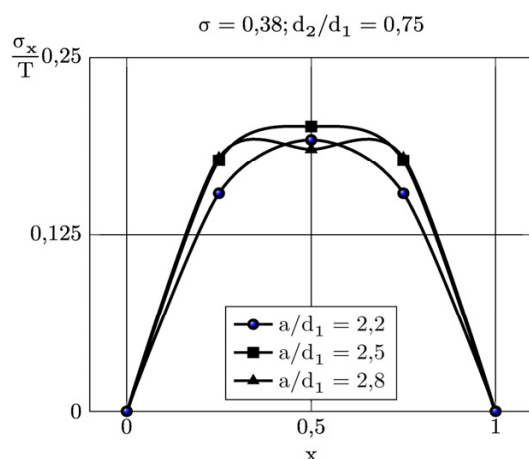


Рис. 2. Напряжения σ_x/T на линии O_1O_4 в зависимости от относительного расстояния между полостями при одноосном растяжении

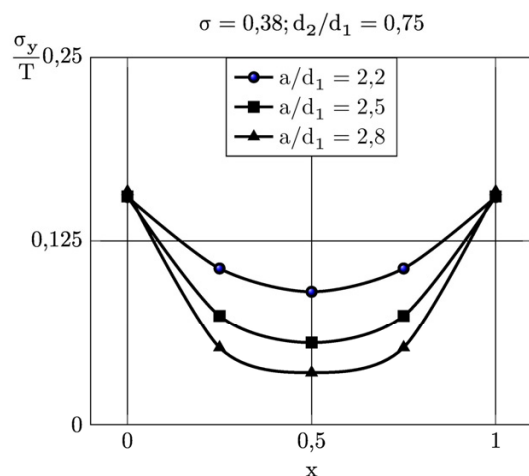


Рис. 3. Напряжения σ_y/T на линии O_1O_4 в зависимости от относительного расстояния между полостями при одноосном растяжении

На рис. 7 – 9 приведены напряжения σ_x/T , σ_y/T , σ_z/T на линии O_1O_4 вне полостей при двuosном растяжении в зависимости от относительного расстояния между полостями.

Напряжения σ_x/T убывают, а σ_y/T растут

при приближении полостей друг к другу.

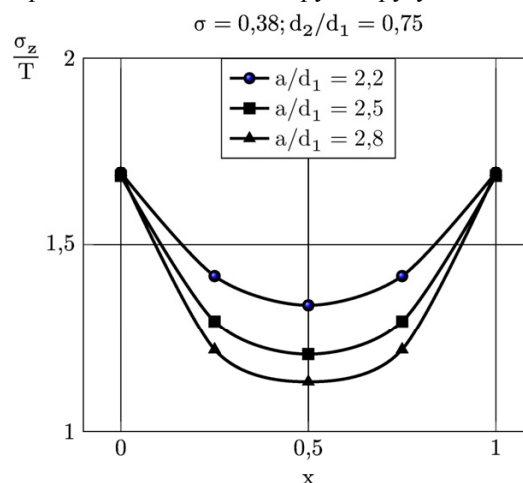


Рис. 4. Напряжения σ_z/T на линии O_1O_4 в зависимости от относительного расстояния между полостями при одноосном растяжении

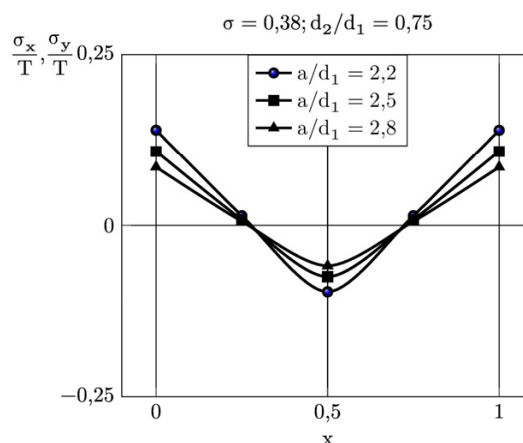


Рис. 5. Напряжения σ_x/T , σ_y/T на линии CD в зависимости от относительного расстояния между полостями при одноосном растяжении

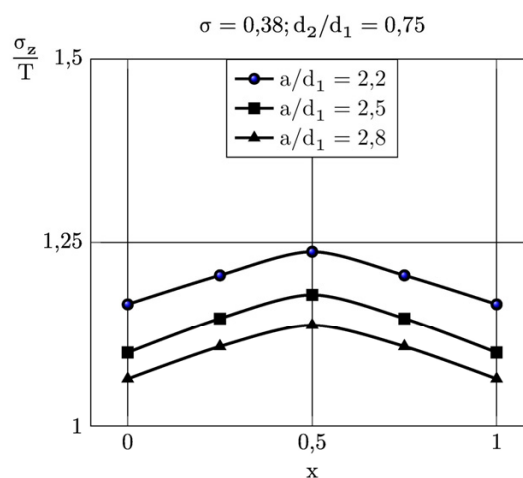


Рис. 6. Напряжения σ_z/T на линии CD в зависимости от относительного расстояния между полостями при одноосном растяжении

На рис. 10, 11 приведены напряжения σ_x/T , σ_y/T , σ_z/T на линии CD в зависимости от относительного расстояния между полостями при двусосном растяжении.

Характер распределения напряжений σ_x/T , σ_y/T , σ_z/T напоминает случай одноосного растяжения только с заменой σ_x/T , σ_y/T на σ_z/T .

На рис. 12 приведено сравнение напряжений σ_x/T на линии O_1O_4 при разном количестве полостей (2, 4, 8) при $a/d_1 = 2,5$ для одноосного растяжения упругого пространства. Наблюдается незначительное отличие в напряжениях вблизи средней точки рассматриваемого отрезка.

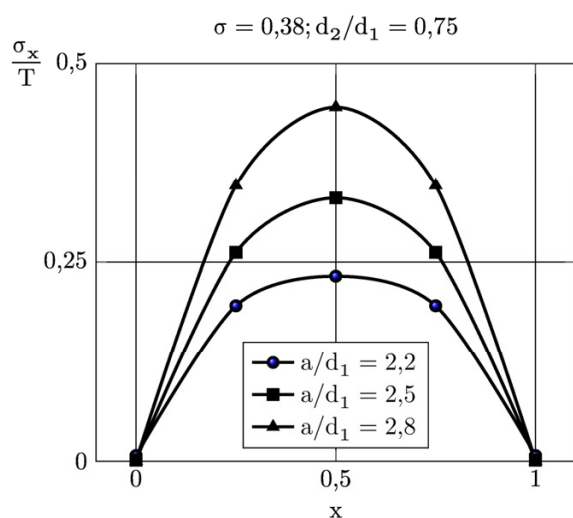


Рис. 7. Напряжения σ_x/T на линии O_1O_4 в зависимости от относительного расстояния между полостями при двусосном растяжении

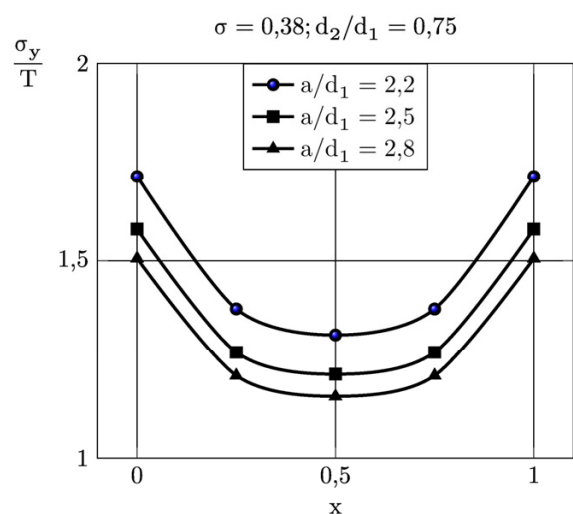


Рис. 8. Напряжения σ_y/T на линии O_1O_4 в зависимости от относительного расстояния между полостями при двусосном растяжении

Заключение

В работе получены новые теоремы сложения модифицированных базисных решений уравнения Ламе в вытянутых сфероидальных системах координат, начала которых произвольно сдвинуты друг относительно друга. Эти теоремы использованы для построения модели напряженно-деформированного состояния пористого упругого материала.

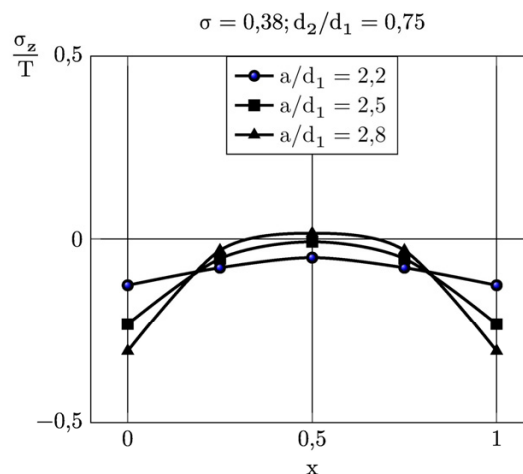


Рис. 9. Напряжения σ_z/T на линии O_1O_4 в зависимости от относительного расстояния между полостями при двусосном растяжении

Поры моделируются вытянутыми сфероидальными полостями, центры которых расположены в узлах кубической решетки. Рассмотрен случай восьми полостей. Модель сводится к краевой задаче для уравнения Ламе с однородными условиями на границе пор и условиями на бесконечности.

Вектор перемещений строится в виде суперпозиции модифицированных базисных решений уравнения Ламе и перемещения, удовлетворяющего условиям на бесконечности.

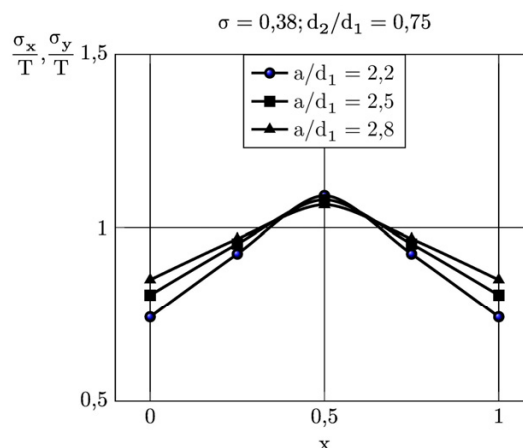


Рис. 10. Напряжения σ_x/T , σ_y/T на линии CD в зависимости от относительного расстояния между полостями при двусосном растяжении

В модели граничные условия удовлетворяются точно при помощи аппарата теорем сложения. Разрешающая система для определения параметров модели допускает эффективное численное решение. Проведен численный и качественный анализ напряженного состояния в областях максимальной концентрации напряжений в зависимости от относительного расстояния между полостями. Дано сравнение полученных результатов для восьми, четырех и двух полостей.

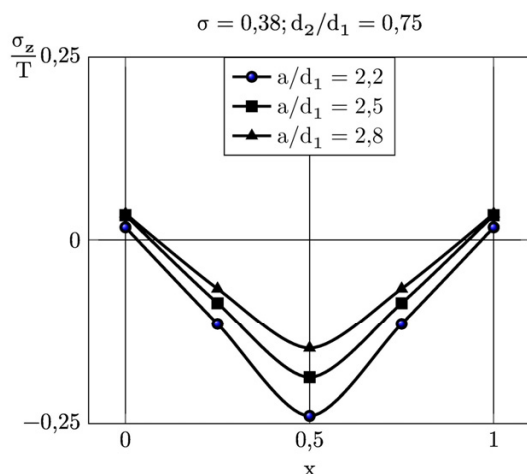


Рис. 11. Напряжения σ_z / T на линии CD в зависимости от относительного расстояния между полостями при двусосном растяжении

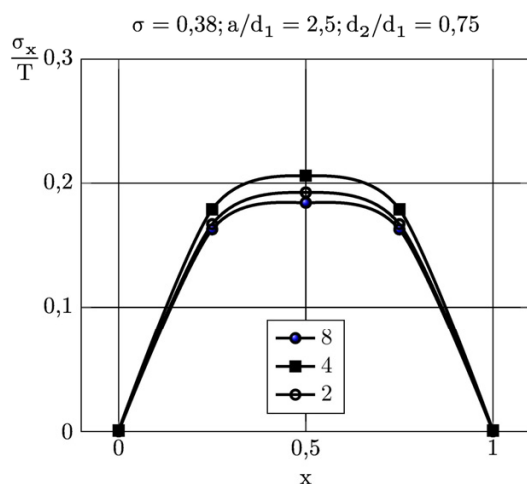


Рис. 12. Сравнение напряжений σ_x / T на линии O_1O_4 в зависимости от числа полостей при одноосном растяжении

Литература

1. Khoroshun, L. P. *Mathematical models and methods of the mechanics of stochastic composites* [Text] / L. P. Khoroshun // *International Applied Mechanics*. – 2000. – V. 36, No 10. – P. 1284–1316.

2. Вольперт, В. С. *Осесимметричное напряжённое состояние пространства, содержащего систему сферических полостей или включений* [Текст] / В. С. Вольперт, И. П. Олегин // *Новосиб. ин-т инж. ж.-д. транспорта*. – 1977. – 19 с. – Деп. в ВИНИТИ. №3266–77.

3. Олегин, И. П. *Осесимметричное напряженное состояние в трансверсально-изотропной упругой среде с двумя жесткими эллипсоидальными включениями* [Текст] / И. П. Олегин // *Сибирский журнал индустриальной математики*. – 2002. – Т. V, № 1(9). – С. 127–132.

4. Олегин, И. П. *Решение пространственной задачи теории упругости для трансверсально-изотропного тела, содержащего периодическую систему эллипсоидальных полостей* [Текст] / И. П. Олегин // *Сибирский журнал индустриальной математики*. – 1999. – Т. II, № 1. – С. 117–122.

5. Гаришин, О. К. *Прогнозирование прочности эластомерных зернистых композитов в зависимости от размеров частиц наполнителя* [Текст] / О. К. Гаришин, Л. А. Комар // *Механика композиционных материалов и конструкций*. – 2003. – Т. 9, № 3. – С. 278–286.

6. Tsuchida, E. *On the asyymmetric problem of the theory for an infinite elastic solid containing two spherical inclusions* [Text] / E. Tsuchida, I. Nakahara, M. Kodama // *Bull. JSME*. – 1980. – V. 23, № 181. – P. 1072–1080.

7. *Stress concentration around a prolate spheroidal cavity in a semi-infinite elastic body under all-round tension* [Text] / E. Tsuchida, Y. Saito, I. Nakahara, M. Kodama // *Bull. JSME*. – 1982. – V. 25, №202. – P. 493–500.

8. Куц, В. И. *Напряжённое состояние и эффективные упругие модули среды, нормированной периодически расположенными сфероидальными включениями* [Текст] / В. И. Куц // *Прикладная механика*. – 1995. – Т. 31, №3. – С. 32–39.

9. Овидько, И. А. *Упругие поля наноскопических включений в нанокompозитах* [Текст] / И. А. Овидько, А. Г. Шейнерман // *Физика и механика материалов*. – 2010. – Т. 10, №1/2. – С. 1–29.

10. Трайтак, С. Д. *Методы решения краевых задач в областях с несвязной границей* [Текст] / С. Д. Трайтак // *Механика композиционных материалов и конструкций*. – 2005. – Т. 11, № 1. – С. 87–112.

11. Николаев, А. Г. *Математическая модель напряженно-деформированного состояния пористого материала* [Текст] / А. Г. Николаев, Е. А. Танчик // *Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов : сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»*. – 2009. – Т. 2 (58). – С. 48–58.

12. Николаев, А. Г. *Развитие локальной модели напряженного состояния пористого материала* [Текст] / А. Г. Николаев, Е. А. Танчик // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2013. – № 1(98). – С. 14–18.

13. Николаев, А. Г. Локальная математическая модель зернистого композиционного материала [Текст] / А. Г. Николаев, Е. А. Танчик // Вісн. Харк. Нац. ун-та ім. В. Н. Каразіна. Сер.: Математика, прикладна математика і механіка. – 2010. – Т. 922. – С. 4–19.

14. Николаев, А. Г. Теоремы сложения решений уравнения Ламе [Текст] / А. Г. Николаев. – Х.

: Харьк. авиац. ин-т, 1993. – 109 с. – Деп. в ГНТБ Украины 21.06.93, № 1178 – Ук 93.

15. Николаев, А. Г. Обоснование обобщенного метода Фурье в основных краевых задачах теории упругости для некоторых пространственных канонических областей [Текст] / А. Г. Николаев // Доповіди НАН України. – 1998. – Т. 2. – С. 78–83.

Поступила в редакцию 16.07.2014, рассмотрена на редколлегии 10.09.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф., вед. науч. сотр. В. А. Ванин, ИПМаш НАН Украины, Харьков.

НОВІ ТЕОРЕМИ ДОДАВАННЯ БАЗИСНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ РІВНЯННЯ ЛАМЕ ДЛЯ ВИТЯГНУТИХ СФЕРОЇДІВ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ПОРИСТОГО МАТЕРІАЛУ

О. Г. Ніколаєв, Є. А. Танчик

У роботі отримано нові теореми додавання модифікованих базисних розв'язків рівняння Ламе у витягнутих сфероїдальних системах координат, початки яких довільно зсунуто одне відносно одного. Ці теореми використано для побудови моделі напружено-деформованого стану пористого пружного матеріалу. Пори моделюються витягнутими сфероїдальними порожнинами, центри яких розташовано у вузлах кубічної решітки. Розглянуто випадок восьми порожнин. Модель зводиться до крайової задачі для рівняння Ламе з однорідними умовами на границі пор і умовами на нескінченності. Вектор переміщень будується у вигляді суперпозиції модифікованих базисних розв'язків рівняння Ламе і переміщення, що задовольняє умовам на нескінченності. У моделі граничні умови задовольняються точно за допомогою апарату теорем додавання. Розв'язальна система для визначення параметрів моделі допускає ефективний чисельний розв'язок. Проведено чисельний і якісний аналіз напруженого стану в областях максимальної концентрації напружень в залежності від відносної відстані між порожнинами.

Ключові слова: теореми додавання, базисні розв'язки рівняння Ламе, витягнуті сфероїдальні порожнини, граничні умови, напружено-деформований стан, узагальнений метод Фур'є, метод редукції, пористий матеріал.

NEW ADDITION THEOREMS OF BASIC SOLUTIONS OF THE LAME EQUATION FOR PROLATE SPHEROIDS AND THEIR APPLICATION TO MODELING POROUS MATERIAL

A. G. Nikolaev, E. A. Tanchik

The paper presents a new addition theorems of modified basic solutions of the Lamé equation in prolate spheroidal coordinate systems, which origins arbitrarily shifted relative to each other. These theorems are used to construct a model of the stress-strain state of the porous elastic material. Pores are modeled by prolate spheroidal cavities, whose centers are located at the nodes of a cubic lattice. The case of eight cavities is considered. Model reduces to a boundary value problem for the Lamé equation with homogeneous boundary conditions on the boundary of cavities and the conditions at infinity. Displacement vector is constructed as a superposition of modified basic solutions of the Lamé equation and displacement, satisfying the conditions at infinity. The boundary conditions are satisfied exactly by means of addition theorems in the model. Resolve system for determining parameters of the model allows efficient numerical solution. The numerical and qualitative analysis of the stress state in the areas of highest concentration of stress, depending on the relative distance between the cavities is carried out.

Key words: addition theorems, basic solutions of the Lamé equation, prolate spheroidal cavities, boundary conditions, the stress-strain state, the generalized Fourier method, the method of reduction, porous material.

Николаев Алексей Георгиевич – д-р физ.-мат. наук, проф., зав. каф. высшей математики, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Танчик Евгений Андреевич – ассистент каф. высшей математики, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина; e-mail: eug.tanchik@yandex.ru.

УДК 629.7.085

А. В. АМБРОЖЕВИЧ¹, А. В. ГРИЩЕНКО¹, А. В. КОРНЕВ¹,
К. В. МИГАЛИН², В. А. СЕРЕДА¹

¹ Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

² ООО НПФ «РОТОР», Россия

ЦИРКУЛЯЦИОННЫЙ ПРИНЦИП ТРАЕКТОРНОГО ПОДДЕРЖАНИЯ ЗА СЧЕТ ИНТЕГРАЦИИ ЭЖЕКТОРНОГО ПРЯМОТОЧНОГО ДВИГАТЕЛЯ В ЛЕТАЮЩЕЕ КРЫЛО

Рассмотрен принцип траекторного поддержания летательного аппарата (ЛА), основывающийся на генерации принудительной циркуляции вокруг несущего фюзеляжа интегрированным в конструкцию эжекторным воздушно-реактивным двигателем, выполненным по схеме «крыло-эжектор» (КЭ). Представлена комплексная модель траекторного процесса ЛА КЭ, отображающая процесс внешнего и внутреннего обтекания, а также динамику полета в неограниченном пространстве. Приведены результаты численного эксперимента, воспроизводящего начальную фазу полета ЛА КЭ и прогнозируемые ТТХ нового класса беспилотных ЛА.

Ключевые слова: принцип траекторного поддержания, принудительная циркуляция, несущий фюзеляж, эжекторный воздушно-реактивный двигатель, «крыло-эжектор», комплексная модель траекторного процесса, процесс внешнего и внутреннего обтекания, динамика полета, численный эксперимент.

Введение

Традиционные подходы к проектированию летательных аппаратов (ЛА) сводятся к метафизическому правилу: «планер – отдельно, двигательная установка (ДУ) – отдельно», не смотря на неразрывную взаимосвязь названных элементов в траекторном процессе. На определенном этапе принцип декомпозиции, очевидным образом влекущий эклектичный облик ЛА, был безальтернативно продиктован ограниченными возможностями наличествующего проектного инструментария. В настоящий момент комплексные подходы касаются главным образом интегральных компоновок планера, в то время как ДУ за незначительным исключением продолжает восприниматься как автономная сущность. Тем не менее, перспективы авиационной техники несомненно связаны с дальнейшим внедрением интеграции на уровне «планер – ДУ». Интеграционная основа решения данной проблемы может быть представлена парадигмой единства внешних и внутренних течений с целенаправленным использованием струйного взаимодействия – эффекта Коанда и др. Проблематика предлагаемой статьи ограничивается классом ЛА с неподвижным крылом, не имеющих принципиальных ограничений по скорости полета. Аппараты с вращающейся несущей системой автоматически исключаются из рассмотрения, так как переменный режим обтекания лопастей не оставляет шансов удовлетворительного решения задачи обес-

печения скоростного полета в неконвертируемом облике. Известные аналоги, в некотором смысле укладывающиеся в рамки указанной парадигмы, представлены далее.

На данный момент стереотипным примером применения эффекта Коанда, т.е. прилипания реактивной струи к криволинейной поверхности под действием поперечного градиента давлений, могут служить глубоко серийные конструкции ГП «Антонов» – Ан-72/74, Ан-32, Ан-70Т. Кстати сказать, широко представленный в литературных источниках [1 и др.] принцип действия встроенного в крыло пульсирующего воздушно-реактивного двигателя (ПуВРД) Стечкина, несмотря на явную интегральную концепцию, не использует эффекта прилипания, позволяющего увеличить подъемную силу. Получила некоторую известность экспериментальная программа по созданию самолета с щелевым эжекторным крылом с активной струей, отбираемой от турбореактивного двигателя (ТРД) [2], т.е. с заведомо низкой энергетикой струйного взаимодействия (рис. 1). Судя по схеме, авторы на эффект Коанда не полагались.

Представляется не безынтересной информация о специфике утопленных верхних воздухозаборников, не часто, но все же встречающихся в авиационной технике. Причины появления такого рода решений разнообразны. Например, верхние утопленные воздухозаборники применяются на фронтовом истребителе МиГ-29 (рис. 2) и учебно-тренировочном

самолете Як-130 с целью обеспечения возможности базирования на неподготовленных взлетно-посадочных полосах. При выпущенном шасси маршевые воздухозаборники закрываются, а воздух поступает через верхние жалюзи (выделены жирным контуром на рис. 2).

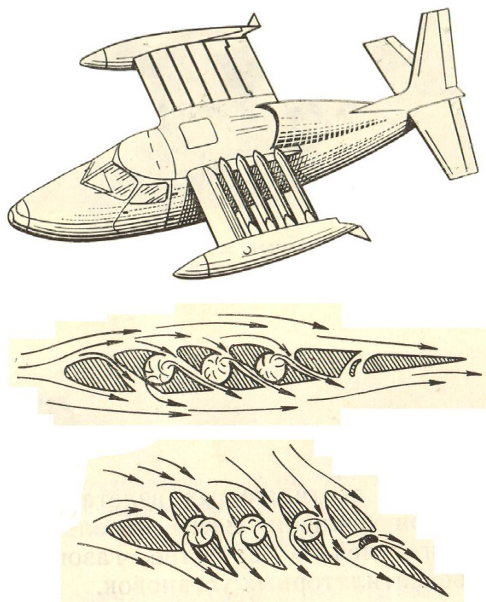


Рис. 1. Экспериментальный самолет «Алладин» фирмы «Бертен» (Франция) с щелевым эжекторным крылом [2]

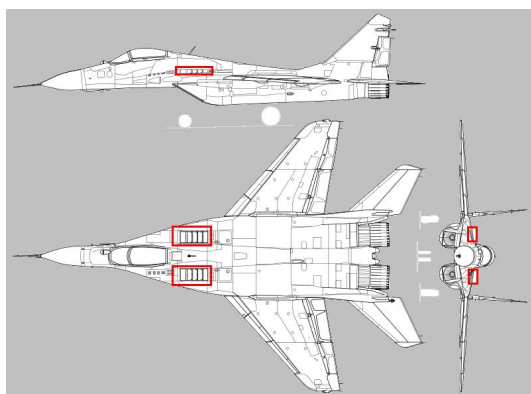


Рис. 2. Стартовые воздухозаборники истребителя МиГ-29

Эффект разрежения на наплывах крыла (рис. 3), создаваемый стартовыми воздухозаборниками работающих двигателей, вызывает аэродинамическую разгрузку наплывов в такой мере, что пневматик носовой стойки шасси уверенно оторвется от земли.

Не без влияния предыдущей конструкции появилось утопленное верхнее входное устройство (ВУ) беспилотного ЛА (БЛА) «Yabhoon» (рис. 4). Генераторы вихрей в виде наплывов крыла выполнены наподобие МиГ-29. Однако в дополнение к этому крыло обратной стреловидности генерирует

вихрь у корня в зоне центроплана. Негативной стороной указанных принципов организации внешних и связанных внутренних течений является высокоинтенсивная завихренность на входе в ВУ, что требует проведения мероприятий по согласованию пространственных свойств потока на входе в компрессор ТРД с расчетным режимом работы первой ступени из условий газодинамической устойчивости.



Рис. 3. Эффект аэродинамической разгрузки на наплывах истребителя МиГ-29 в процессе газовки



Рис. 4. БЛА ADCOM «Yabhoon-GRN» с верхним утопленным ВУ

Эффект аэродинамической разгрузки верхней части поверхности фюзеляжа в компоновках с утопленным верхним ВУ тем более привлекателен, что опыт связанный с самолетами вертикального взлета и посадки (СВВП) в ретроспективе не может быть признан вполне удовлетворительным. Газоструйному принципу вертикального взлета и посадки (ВВП), воплощенному в СВВП «Harrier» и Як-36М/38 имманентно присущи весьма высокие энергетические затраты. Режим висения ценой 60% бортового запаса горючего превращает подобную технику в дорогостоящий аттракцион, не имеющий практического значения, так как радиус действия СВВП в режиме вертикального взлета и посадки (для чего они собственно и предназначались) ничтожен, в особенности в тропических широтах, и не превышает 205 км (Як-38 [3]) и 135 км («Harrier» [4]). Проявление эпигонства в лице СВВП F-35В с подъемным приводным вентилятором общей картины к лучшему не меняет. Порочность основной концепции СВВП состоит в том, что ограниченность внутренних объемов не позволяет вовлечь в процесс траекторного поддержания достаточно большие массы рабочего тела и вследствие этого для создания необходимой системы сил неизбежным образом приходится прибегать к высоким скоростям реактивных струй. Далее, механизм взаимодействия реактивных струй с окружающим пространством и элементами конструкции СВВП, как при наличии экрана, так и вне такового, энергетически не выгодно.

Несколько более совершенным выглядит принцип траекторного поддержания экранопланов в зоне влияния подстилающей поверхности, но и здесь глубоко не все безупречно. Использование подъемных ТРДД для создания воздушной подушки с также невыгодным на данном режиме полета пропульсивным КПД, на практике дискредитировало идею данного транспортного средства, включая широко разрекламированные образцы «полукорабельного» облика разработки Сормовского КБ (ныне им. Алексеева): «КМ», «Орленок», «Лунь». Военные, доволь «наигравшись» отрядом экранопланов «Орленок» в процессе опытной эксплуатации в конечном счете не нашли им места в системе вооружений, так как ни в какой ипостаси эта техника не способна конкурировать ни с самолетами, ни с вертолетами, ни с судами на воздушной подушке по своим транспортным и прочим тактическим свойствам.

Наиболее явно выражен принцип использования принудительной циркуляции в ЛА ВВП «ЭКИП». Здесь аэродинамически несущий корпус аппарата выполнен в форме толстого крыла малого удлинения, объединяющего функции несущей системы и фюзеляжа. Принудительная циркуляция соз-

дается двигательной установкой, встроенной в фюзеляж интегральной конструкции. Система вихрей, создаваемая основными, вспомогательными и управляющими двигателями, обеспечивает безотрывное обтекание ЛА «ЭКИП» на крейсерских режимах полета [5] за счет соответствующего управления пограничным слоем. Учитывая, что речь идет о повышении экономичности, данная форма процесса обтекания планера интегральной конструкции обеспечивает высокие показатели аэродинамического качества.

Общее впечатление несколько ухудшает гибридная схема со специальным «струйно-посадочным устройством на воздушной подушке» [5]. По-видимому, авторам не удалось добиться устойчивого поддержания ЛА воздушной подушкой на малых скоростях, что вынудило применить газоструйную балансировку в режиме висения наподобие классических СВВП.

Несмотря на очевидную перспективность, можно констатировать, что тематическое направление в области авиастроения, основывающееся на принципах интеграции двигательных установок в несущую систему ЛА, на данном этапе развития не имеет системной теоретической базы, хотя определенный опыт некоторыми проектно-конструкторскими школами накоплен и успешно используется.

2. ЛА ВВП «Крыло-Эжектор»

Собственное видение авторов настоящей статьи использования струйных форм организации траекторного процесса нашло свое выражение в схеме принципиально нового ЛА интегральной схемы «Летающее крыло с эжекторным ПуВРД» [6], в дальнейшем – «крыло-эжектор» (КЭ, рис. 5).

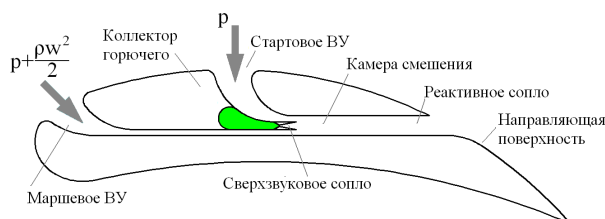


Рис. 5. Схема ЛА КЭ с планарным рабочим процессом

Концепция ЛА КЭ имеет синтетическую основу, предусматривающую использование:

- 1) эффекта Коанда, обеспечивающего получение в условиях принудительного обдува подъемно-пропульсивной силы, действующей на фюзеляж, выполненный в виде аэродинамического профиля;
- 2) предварительно сжатого (сжиженного) пропана в качестве активной среды;

3) волновых эффектов, возникающих в проточной части в процессе механического и химического взаимодействия активной и пассивной сред для повышения эффективности эжектора;

4) газодинамического саморегулирования ДУ при изменении режимов полета за счет струйных эффектов при совместной работе стартового и маршевого входных устройств (ВУ).

Принцип действия ЛА КЭ состоит в следующем.

1. Сжатие рабочего тела осуществляется за счет располагаемой энергии массы горючего в нестационарном сверхзвуковом эжекторе, позволяющем повысить термодинамическую эффективность тепловыделения при взаимодействии химически реагирующих струй и снизить гидравлические потери при соответствующей синхронизации волновых явлений.

2. Прилипание реактивной струи, помимо выгодного направления силы тяги при взлете, создает эффект повышения циркуляции вокруг профиля и за счет присоединения больших низкоскоростных масс воздуха из окружающего пространства обуславливает качественное улучшение пропульсивных характеристик ДУ в режиме старта.

3. По мере разгона аппарата за счет динамического напора усиливается напорность струи, втекающей через маршевое ВУ и снижается вклад пассивного потока через стартовое ВУ. В итоге на высокоскоростных режимах на нижней стенке камеры смещения и реактивного сопла образуется воздушный зазор, достаточный для отрыва струи от наружной поверхности профиля, что обеспечивает выгодные условия истечения в крейсерском горизонтальном режиме полета.

4. Оптимизация режимов крейсерского полета осуществляется простым дросселированием по линии горючего.

3. Модель ЛА «Крыло-Эжектор» и ее реализация

Для проведения исследований траекторного процесса ЛА КЭ применяется универсальная технология численного эксперимента, основывающаяся на комплексных газодинамических и траекторных моделях [7–10 и др.]. Факторы экзотермических реакций воспроизводятся в рамках модели многорежимного горения [11]. Модель траекторного процесса в неограниченном пространстве реализуется в контрольном объеме, отображенном на равномерную прямоугольную сетку (рис. 6) с использованием твердотельной маски, импортированной из среды проектирования.

Направляющие свойства криволинейных по-

верхностей имитируются согласно [12]. Характеристики расчетного варианта представлены в табл. 1.

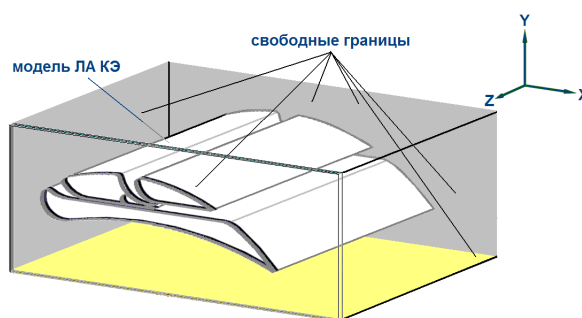


Рис. 6. Модель планарного ЛА КЭ в контрольном объеме и его сеточное отображение с разрешением на $N_1 \times N_2 \times N_3 = 500 \times 200 \times 1$ ячеек

Таблица 1

Исходные характеристики объекта исследований

	Параметр	Значение
Размеры, мм	хорда	1731
	размах, мм	1000
Массовая сводка	стартовая масса, кг	200
	масса горючего, кг	150
Параметры подаваемого в коллектор пропана	температура, К	873,0
	давление, МПа	1,0

Для синхронного сопровождения численного эксперимента служит специальная графическая оболочка на основе цветowych карт фазовых срезов физических полей (рис. 7 а, б), обновляемых на каждом временном слое циклограмм и др.

4. Представления о траекторном ЛА КЭ по результатам численных исследований

Высокая энергетика сверхзвукового активного потока, начиная с наиболее ранних стартовых фаз процесса, приводит к химическому взаимодействию струй в проточной части эжектора (рис. 7 а). Градиент давлений в зоне косоугольного среза сопла в начальной стадии реактивного выхлопа обуславливает образование внешних вихревых структур с направлением вращения, противоположном геометрически заданному поверхностью спинки профиля (рис. 7 а, б).

После прохождения сглаженной угловой точки, т.е. в зоне перехода от полуограниченного режима течения, возникает течение Прандтля-Майера, инициирующего эффект прилипания реактивной струи (рис. 7 б), с установлением ритмичного циклического процесса, пульсационный характер которого обуславливается сочетанием периодического запираания сопла с мерцательным режимом горения во внутренних и внешних зонах реактивной струи.

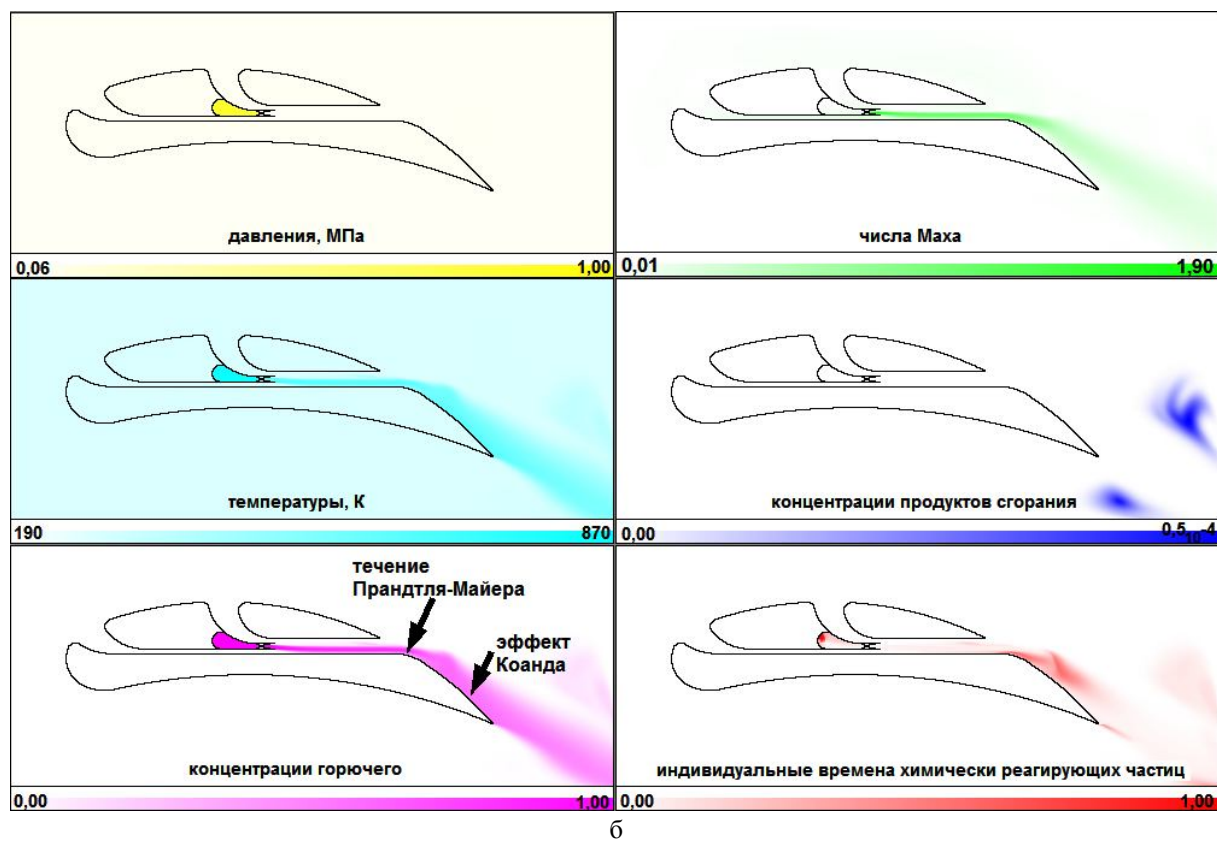
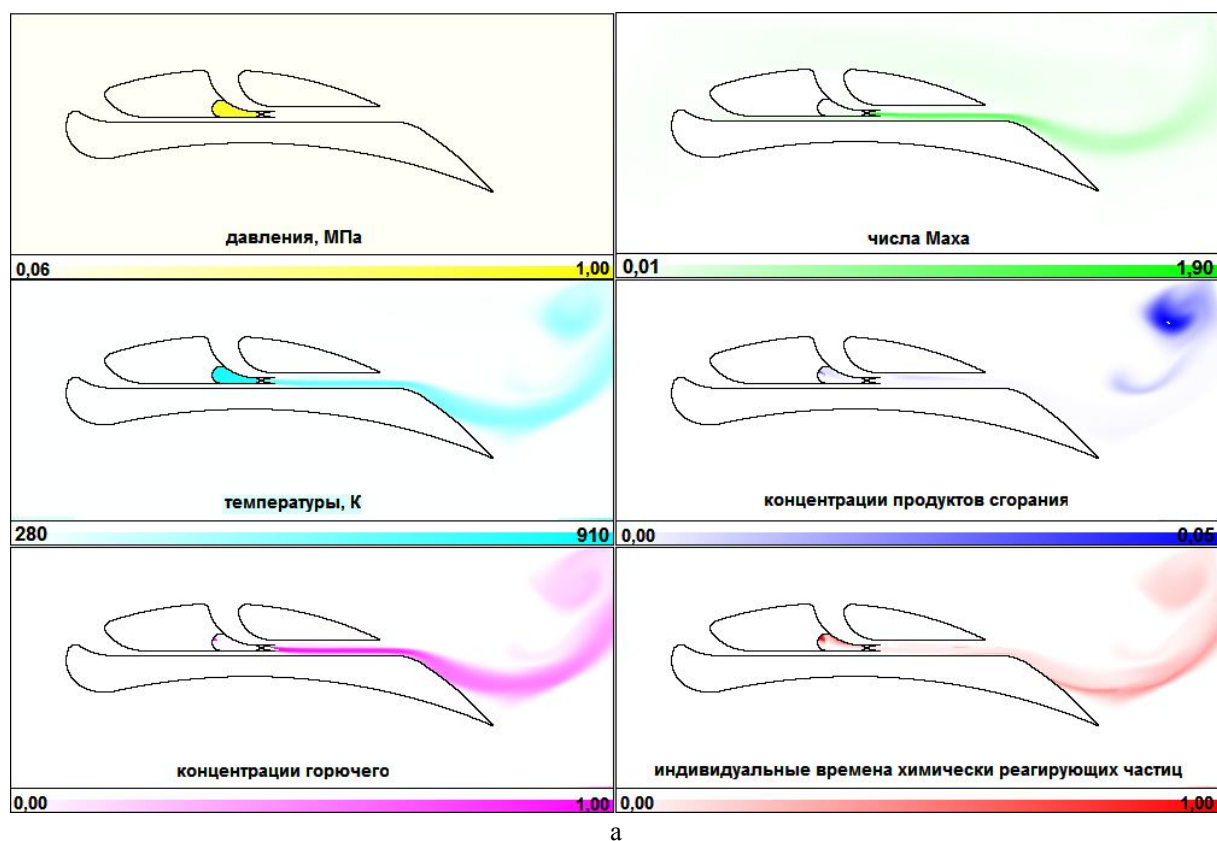


Рис. 7. Состояния физических полей, образующих траекторный процесс ЛА КЭ:
а – в фазе запуска; б – в установившемся режиме

Результаты визуализации вихревых систем, порождаемых факторами внутренних течений и внешнего обтекания ЛА КЭ в свободном полете на фоне поля концентраций горючего (отображающего субстанциональную форму движения), представлены на рис. 8.

Сопоставление идентичных фаз установившегося циклического рабочего процесса (рис. 9) позволяет сделать заключение также о вполне удовлетворительной повторяемости форм течения. В уста-

новившемся после прилипания струи циклическом процессе ЛА КЭ выдерживается регулярная повторяемость амплитудно-фазочастотной характеристики (АФЧХ) с погрешностью периода пульсаций не более 3% (рис. 9). Некоторые флуктуации периода неизбежно вызваны изменением условий обтекания на разгонном режиме работы.

Интегральные характеристики фазы разгона ЛА КЭ представлены в табл. 2.

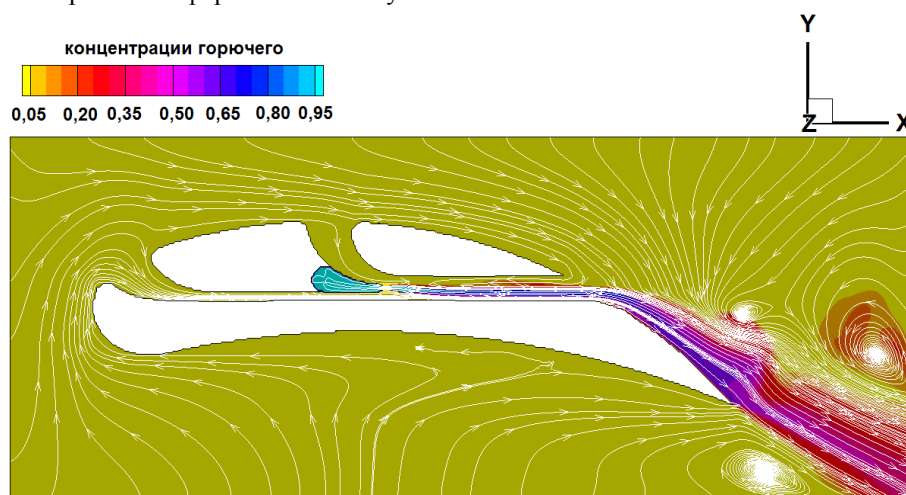


Рис. 8. Вихревая система ЛА КЭ в свободном полете на фоне поля концентраций горючего

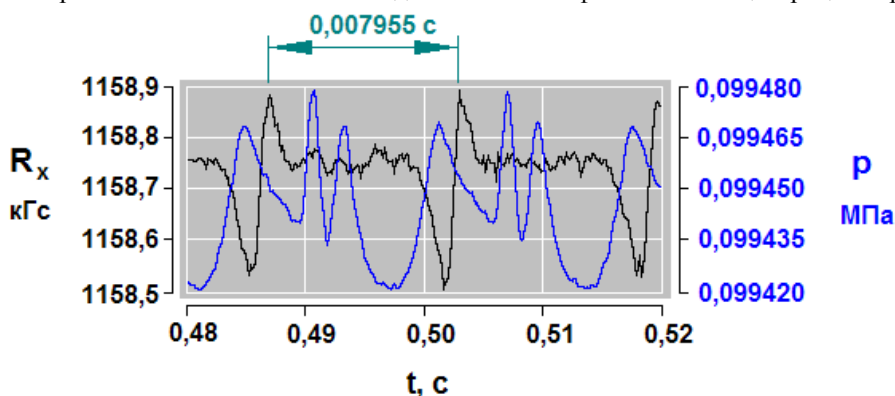


Рис. 9. АФЧХ ЛА КЭ

Таблица 2

Характеристики стартового режима ЛА КЭ

Параметр	Численное значение		
	Модуль главного вектора	Вертикальная проекция	Горизонтальная проекция
Подъемно-пропульсивная сила, Н	14750	11600	9120
Удельный расход горючего, кг/Н·час	1,10	1,41	1,78
Координаты спустя 0,5 с после запуска, м	8,42	6,13	5,77
Скорость спустя 0,5 с после запуска, м/с	32,5	23,5	22,4
Временной интервал активного участка, с	33		
Стартовая тяговооруженность	7,38		
Скороподъемность, м/с	12,26		
Расход горючего, кг/с	4,52		
Выработка горючего спустя 0,5 с после запуска, кг	2,26		

Заключение

Следует констатировать, что известные на данный момент летающие транспортные системы вертикального взлета далеки от энергетического совершенства вследствие неполного раскрытия возможностей струйного взаимодействия в системе «планер–ДУ».

Результаты опережающих численных исследований позволяют сделать вывод о работоспособности концепции ЛА КЭ.

Прогнозируемые тактико-технические характеристики (ТТХ) (см. табл. 2) служат подтверждением возможности реализации нового класса беспилотных ЛА с принципиально новыми функциональными свойствами и возможностями.

«Ракетная» тяговооруженность ЛА КЭ влечет за собой соответствующие стартовые перегрузки, разгонные характеристики и скороподъемность, недостижимые для обычных аппаратов с воздушно-реактивным двигателем (ВРД).

Предложенная схема ЛА не содержит в себе каких-либо подвижных частей для обеспечения условий совершения рабочего процесса.

Схема ЛА КЭ позволяет получить достаточную для самостоятельного взлета энергетику без использования внешних устройств ввода в полет.

Опережающие численные исследования подтверждают возможность получения устойчивого ритмичного пульсирующего процесса ДУ ЛА КЭ с частотой 125 Гц.

Импульс последствия реактивной струи на направляющей поверхности профиля, в отличие от известных ДУ с ВРД, вносит положительный вклад в создание подъемно-пропульсивной силы.

Струйный принцип процесса в ДУ предполагает использование для управления рабочими режимами простого дросселирования линии горючего.

Планарно-модульная конструкция порождает возможность создания семейства образцов ЛА КЭ с варьируемым составом ТТХ.

Планарная схема не исключает конструктивных компоновок ЛА КЭ с инертными профилированными секциями для размещения во внутренних объемах дополнительного запаса горючего и полезной нагрузки.

Литература

1. Нечаев, Ю. Н. Академик Б. С. Стечкин – основоположник теории ВРД [Текст] / Ю. Н. Нечаев // *Двигатель*. – 2011. – № 3 (75) – С. 32-37.

2. Гильберг, Л. А. Взлетающие вертикально [Текст] / Л. А. Гильберг. – М. : Воениздат, 1975. – 96 с.

3. Зуенко, Ю. А. Боевые самолеты России [Текст] / Ю. А. Зуенко, С. Е. Коростылев. – М. : ЭЛАКОС, 1994. – 192 с.

4. Бритиш Аэроспейс «Си Харриер». Википедия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/British_Aerospace_Sea_Harrier. – 10.09.2014.

5. Олейников, В. А. Безаэродромные, высокоэкономичные летательные аппараты нового типа – стратегический приоритет России [Электронный ресурс] : презентация / В. А. Олейников // *Безаэродромные амфибийные высокоэкономичные летательные аппараты нового типа «ЭКИП» (экология и прогресс)*. – Режим доступа: <http://www.pandia.ru/text/77/314/36522.php>. – 10.09.2014.

6. Способ создания системы сил летательного аппарата вертикального взлета и посадки и летательный аппарат для его осуществления [Текст] : Заявка на пат. РФ № 082913 : МПК В64С 29/00 / Амброжевич А. В., Грищенко А. В., Мигалин К. В., Середа В. А., Силевич В. Ю. – № 2012152003/11 ; Заявл. 04.12.2012 ; Опубл. 27.05.2014 ; Приор. : 29.01.2013, Бюл. № 04. – 2 с.

7. Амброжевич, А. В. Комплексная траекторная модель летательного аппарата [Текст] / А. В. Амброжевич, В. А. Середа // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2008. – № 5/52. – С. 40-44.

8. Полные траекторные модели двухступенчатых ракет [Текст] / А. В. Амброжевич, И. П. Бойчук, А. С. Карташев, В. А. Середа // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2009. – № 3(60). – С. 28-32.

9. Амброжевич, А. В. Комплексная траекторная модель микро-БЛА [Текст] / А. В. Амброжевич, И. Ю. Долженко, А. В. Коломийцев // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2009. – № 2(59). – С. 5-9.

10. Амброжевич, А. В. Обобщенные аэродинамические траекторные модели беспилотных летательных аппаратов [Текст] / А. В. Амброжевич, И. П. Бойчук // *Аэрогидродинамика и аэроакустика: проблемы и перспективы*. – 2009. – № 1. – С. 11-18.

11. Амброжевич, А. В. Модель многорежимного горения в тепловых машинах [Текст] / А. В. Амброжевич, С. Н. Ларьков, К. В. Мигалин // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2010. – № 1(58). – С. 76-79.

12. Малоресурсный метод численного моделирования течений в геометрических областях сложной формы [Текст] / А. В. Амброжевич, И. П. Бойчук, С. Н. Ларьков, В. А. Середа // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2008. – № 6 (53). – С. 5-10.

Поступила в редакцию 10.09.2014, рассмотрена на редколлегии 17.09.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф., гл. науч. сотр. каф. аэродинамики Ю. А. Крашаница, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

ЦИРКУЛЯЦІЙНИЙ ПРИНЦИП ТРАЄКТОРНОЇ ПІДТРИМКИ ЗА РАХУНОК ІНТЕГРАЦІЇ ЕЖЕКТОРНОГО ПРЯМОТОЧОГО ДВИГУНА В ЛІТАЮЧЕ КРИЛО

О. В. Амброжевич, О. В. Грищенко, О. В. Корнев, К. В. Мігалин, В. О. Серєда

Розглянуто принцип траєкторної підтримки літального апарату (ЛА), що ґрунтується на генерації примусової циркуляції навколо несучого фюзеляжу інтегрованим в конструкцію ежекторним повітряно-реактивним двигуном, який виконано за схемою «крило-ежектор» (КЕ). Подано комплексну модель траєкторного процесу ЛА КЕ, що відображає процес зовнішнього і внутрішнього обтікання, а також динаміку польоту в необмеженому просторі. Наведено результати чисельного експерименту, що відтворює початкову фазу польоту ЛА КЕ та прогнозовані ТТХ нового класу безпілотних ЛА.

Ключові слова: принцип траєкторної підтримки, примусова циркуляція, несучий фюзеляж, ежекторний повітряно-реактивний двигун, «крило-ежектор», комплексна модель траєкторного процесу, процес зовнішнього і внутрішнього обтікання, динаміка польоту, чисельний експеримент.

CIRCULATION PRINCIPLE OF TRAJECTORY SUPPORT VIA INTEGRATION OF EJECTOR RAM-JET ENGINE INTO THE FLYING WING

A. V. Ambrogewich, A. V. Grishenko, A. V. Kornev, C. V. Migalin, V. A. Sereda

A principle of trajectory support of aerial vehicle (AV), which was based of coercive circulation arrowed the carried fuselage by integrated of construction ejection ram-jet engine made by scheme «ejector-wing» (EW), is considered. A complex model of trajectory process of AV EW, which external and internal flowing as son as flight dynamic of unlimited space was presented. The results of numerical experiment, reproducing the initial phase of flight AV EW and projected performance characteristics of a new class of unmanned aircraft.

Key words: trajectory support principle, coercive circulation, carried fuselage, ejection ram-jet engine, «ejector-wing», complex model of external and internal flowing, flight dynamic, numerical experiment.

Амброжевич Александр Владимирович – д-р техн. наук, проф. кафедры ракетных двигателей и энергетических установок летательных аппаратов факультета ракетно-космической техники, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Грищенко Александр Владимирович – ст. преп. кафедры ракетных двигателей и энергетических установок летательных аппаратов факультета ракетно-космической техники, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Корнев Алексей Владимирович – асп. кафедры ракетных двигателей и энергетических установок летательных аппаратов факультета ракетно-космической техники, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: koralv11@rambler.ru.

Мигалин Константин Валентинович – канд. техн. наук, директор, ООО НПФ «РОТОР», Тольятти, Россия, e-mail: MigalinK@mail.ru.

Серєда Владислав Александрович – канд. техн. наук, доц. кафедры ракетных двигателей и энергетических установок летательных аппаратов факультета ракетно-космической техники, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: sereda_vlad@ukr.net.

УДК 629.735.33

П. А. ФОМИЧЕВ¹, С. Ф. МАНДЗЮК¹, И. В. ЛЕДОВСКИХ²¹ *Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина*² *ТАНТК им. Г. М. Бериева, г. Таганрог, Российская федерация***ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ЭТАПЕ
ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ТАРИРОВКИ ПРЕПАРИРОВАННЫХ СЕЧЕНИЙ
СТРЕЛОВИДНОГО КРЫЛА САМОЛЕТА**

Информацию о закономерностях нагружения летательного аппарата на режимах типового полета получают по результатам летных испытаний. Точность и достоверность данных зависит от выбора мест размещения и тарировки тензодатчиков вдоль размаха крыла. Сечения вдоль крыла самолета, в которых выполняют подготовку и наклейку тензорезисторов, называют препарированными. Предложено использование метода конечных элементов для определения расположения препарированных сечений и тензодатчиков в них, выбора величин и мест приложения тарировочных нагрузок. На примере крыла среднемагистрального самолета проанализированы места наклейки тензорезисторов и задания на их тарировку. Приведены зависимости для расчета тарировочных коэффициентов. Сформированы рекомендации, позволяющие упростить и ускорить проведение предварительной тарировки.

Ключевые слова: тензометрия, препарированные сечения крыла, метод конечных элементов.

Введение

В процессе эксплуатации летательный аппарат подвержен воздействию разнообразных нагрузок, которые вызваны маневрированием, работой механизации, турбулентностью атмосферы, неровностями взлетно-посадочной полосы и др. Каждый режим полета характеризуется весами самолета и топлива в крыльевых баках, высотой и скоростью полета. На этапе создания летательного аппарата в полной мере не известны параметры нагружения, характер восприятия нагрузок конструкцией. В связи с этим проводят летные испытания самолета, по результатам которых уточняют как параметры профилей типовых полетов, так и нагрузки, действующие в эксплуатации.

Для получения данных по нагрузкам на конструкцию самолета при проведении летных испытаний используют метод тензометрии. Основной идеей метода, является рассмотрение агрегатов летательного аппарата в роли динамометров для измерения действующих в их сечениях сил и моментов. В качестве чувствительного элемента таких динамометров выступают элементы конструкции, а в роли регистрирующего элемента – тензорезисторы с тензометрической аппаратурой. Первые подобные измерения нагрузок по крылу и фюзеляжу были проведены в конце 40-х годов прошлого столетия [1, 2].

Измерение полетных нагрузок проводят с использованием мостовых схем соединения тензорезисторов. Количество размещаемых тензомостов обычно соответствует числу исследуемых компо-

нент нагрузки. Типы тензорезисторов, схемы их размещения, подключения, формулы для расчета направлений и величин главных деформаций и напряжений приведены в специальной литературе, например [3-5]. Сечения, в которых наклеивают и распаивают тензорезисторы, называют препарированными сечениями, а саму процедуру размещения датчиков – препарировкой исследуемого агрегата.

**Основные принципы измерения
нагрузок методом тензометрии**

В основе соотношений для определения величин нагрузок по данным тензометрии лежат следующие допущения [6]:

- гипотеза стационарности – при циклическом нагружении конструкции зависимость деформаций от нагрузок сохраняется постоянной и не зависит от знака и характера изменения нагрузки во времени;
- принцип суперпозиции – деформация любого элемента конструкции при совместном действии всех компонентов нагрузки равна сумме деформаций, возникающих при раздельном действии каждой из этих компонент.

При действии эксплуатационных нагрузок зависимость напряжений от деформаций в элементах авиационных конструкций линейна, поэтому эти допущения справедливы и подтверждены многочисленными измерениями деформаций при статических испытаниях [6, 7].

Деформация тензорезисторов, собранных по мостовой схеме, связана с действующей нагрузкой

соотношением

$$\varepsilon = k \cdot P,$$

где ε – деформация тензомоста при действии на конструкцию нагрузки P ;

k – коэффициент, определяемый в результате тарировки.

В общем случае в каждом сечении агрегата могут действовать шесть основных компонент нагрузки: три компоненты силы и три момента по осям x , y , z . Деформация тензомоста при одновременном действии всех компонент нагрузки с учетом принципа суперпозиции составит

$$\varepsilon = k_1 \cdot P_x + k_2 \cdot P_y + k_3 \cdot P_z + k_4 \cdot M_x + k_5 \cdot M_y + k_6 \cdot M_z.$$

Для измерения всех шести компонент нагрузок, наклеивают и распаивают шесть тензомостов, чтобы их деформации были линейно независимыми. Получаем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= k_{11} \cdot P_x + k_{12} \cdot P_y + k_{13} \cdot P_z + k_{14} \cdot M_x + k_{15} \cdot M_y + k_{16} \cdot M_z \\ \varepsilon_2 &= k_{21} \cdot P_x + k_{22} \cdot P_y + k_{23} \cdot P_z + k_{24} \cdot M_x + k_{25} \cdot M_y + k_{26} \cdot M_z \\ &\dots \\ \varepsilon_6 &= k_{61} \cdot P_x + k_{62} \cdot P_y + k_{63} \cdot P_z + k_{64} \cdot M_x + k_{65} \cdot M_y + k_{66} \cdot M_z \end{aligned} \right\}. \quad (1)$$

Приведенную систему (1) удобно записать в матричном виде

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \dots \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{26} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{61} & k_{62} & \dots & k_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \\ \dots \\ M_z \end{Bmatrix}$$

или

$$\varepsilon = K_P \cdot P. \quad (2)$$

Для оценки матрицы тарировочных коэффициентов необходимо реализовать шесть случаев независимого нагружения. В связи с погрешностями задания тарировочных нагрузок, возможными помехами тензометрической аппаратуры, разбросами чувствительности датчиков и др. расчет элементов матрицы тарировочных коэффициентов выполняют с использованием линейного регрессионного анализа [8]

$$K_P = \varepsilon \cdot P^T \cdot (P \cdot P^T)^{-1}, \quad (3)$$

где

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & \dots & e_{16} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{61} & e_{62} & \dots & e_{66} \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{16} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{61} & P_{62} & \dots & P_{66} \end{pmatrix},$$

e_{ij} – показания i -го тензомоста при j -ом тарировочном нагружении,

P_{ij} – значение i -й компоненты нагружения при j -ом тарировочном нагружении.

Поскольку деформации линейно зависят от нагрузок, существует обратная матрица зависимости (2)

$$P = K_\varepsilon \cdot \varepsilon. \quad (4)$$

Элементы матрицы тарировочных коэффициентов K_ε можно определить по формуле

$$K_\varepsilon = P \cdot \varepsilon^T \cdot (\varepsilon \cdot \varepsilon^T)^{-1}. \quad (5)$$

Формула (4) имеет большее предпочтение, поскольку непосредственно из измеренных в полете деформаций можно вычислить величины действующих нагрузок.

Связь матриц тарировочных коэффициентов из выражений (2) и (4) имеет вид

$$K_\varepsilon = K_P^{-1}.$$

Определение мест наклейки тензорезисторов

В большинстве случаев выбор мест размещения тензорезисторов основывается на общих закономерностях восприятия конструкцией компонент внешней нагрузки. В литературе [6, 9-10] приведены рекомендуемые схемы наклейки тензорезисторов и их соединения в мостовые схемы при измерении компонент нагрузки основных агрегатов самолета. Например, для измерения сигнала, пропорционального изгибающему моменту крыла самолета тензорезисторы размещают на поясах лонжеронов, перерезывающей силы – на стенках лонжеронов, крутящего момента – на обшивке (рис. 1).

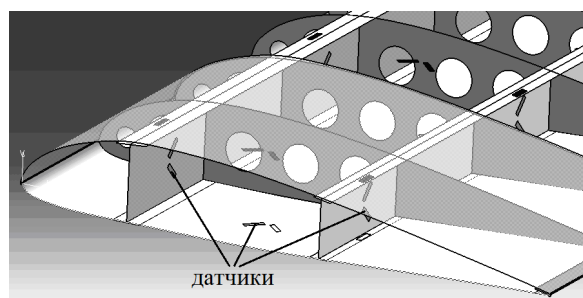


Рис. 1. Схематическое размещение тензорезисторов для измерения Q , M_x и M_z в препарированных сечениях крыла

В качестве общих рекомендаций при выборе мест расположения тензометрических сечений можно отметить [6]:

- избегать зон повышенной концентрации напряжений (вырезов, галтельных переходов и пр.). В диапазоне эксплуатационных нагрузок материал в зоне наклейки тензорезисторов должен работать упруго, а конструкция не терять устойчивость;
- оценить возможность наклейки тензорезисторов и монтажа проводки к ним;
- вероятность повреждения тензорезисторов в эксплуатации и при проведении летных испытаний должна быть минимальной.

После выбора мест размещения тензометрических сечений проводят наклейку и распайку тензорезисторов. Выполняют прокладку проводки, нанесение защитных покрытий.

Задание тарировочных нагрузок

Основной целью тарировки является получение коэффициентов, связывающих данные тензометрии с действующими нагрузками. Одновременно с определением тарировочных коэффициентов выполняют проверку работы тензоаппаратуры.

При проведении тарировки к самолету в целом или его части прикладывают системы нагрузок (рис. 2) и одновременно регистрируют показания тензомостов. Зная величины действующих нагрузок по препарированным сечениям и соответствующие им деформации, решив систему (3) или (5) получают значения тарировочных коэффициентов.

Каждый вариант тарировочного нагружения характеризуется величиной приложенного усилия, направлением его действия, координатами точек приложения. Составляют специальные задания на тарировку, в которых регламентированы величины и места приложения нагрузок, условия уравнивания самолета, порядок выполнения нагружения и тарируемые препарированные сечения. Тарировочные нагрузки должны обеспечивать величины действующих в сечении исследуемых компонент

нагрузок в диапазоне 50-85% от действующих в эксплуатации [7].

Предварительная тарифовка крыла самолета с использованием конечно-элементного анализа

Приведенные выше зависимости позволяют определить нагруженность конструкции в том случае, когда соотношения между компонентами нагрузки и возникающими деформациями соответствуют расчетной схеме тонкостенного стержня. Сами понятия поперечной силы, изгибающего и крутящего моментов в сечении соответствуют этой расчетной схеме. Конструкции современных летательных аппаратов характеризуются множеством зон конструктивной нерегулярности: перестыковками, вырезами, изменением стреловидности и др. Поэтому основываясь лишь на общих рекомендациях затруднительно выбрать места размещения тензорезисторов и параметры нагружения планера для их тарировки.

На примере крыла среднемагистрального самолета проведено численное моделирование с целью определения размещения препарированных сечений, в которых справедлива расчетная схема тонкостенного стержня. Расчеты проведены с помощью метода конечных элементов, который также дает возможность выявить наиболее рациональные места наклейки тензорезисторов и сформировать задания на их тарировку с учетом особенностей конкретной конструкции.

Выполнено геометрическое моделирование силовой конструкции планера (рис. 3) и разбивка на конечные элементы (рис. 4). Заданы механические свойства материалов конструкции планера. Обшивка фюзеляжа, крыла, стенки лонжеронов и нервюр отмоделированы четырехузловыми пластинчатыми элементами QUAD4. Стрингеры, пояса лонжеронов, шпангоуты и нервюр реализованы балочными элементами типа BEAM, позволяющими задавать

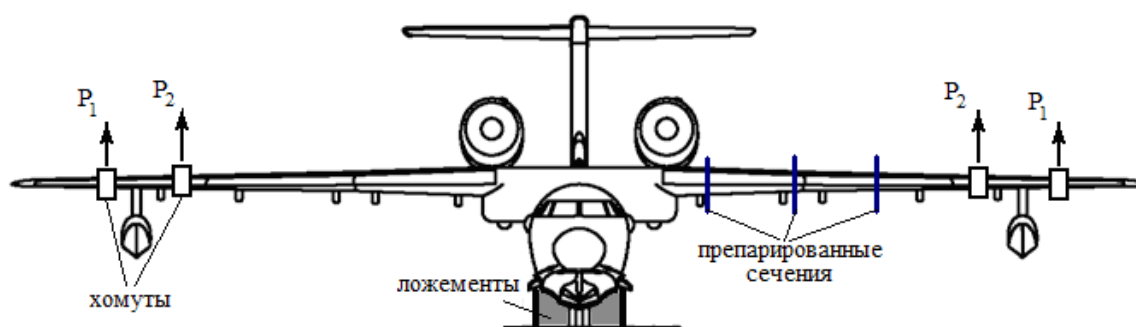


Рис. 2. Схема приложения тарировочных нагрузок к крылу самолета

поперечные сечения любой сложности со смещением центров тяжести. Конструктивные элементы, соединённые крепежом в реальной конструкции, отмоделированы как единое целое.

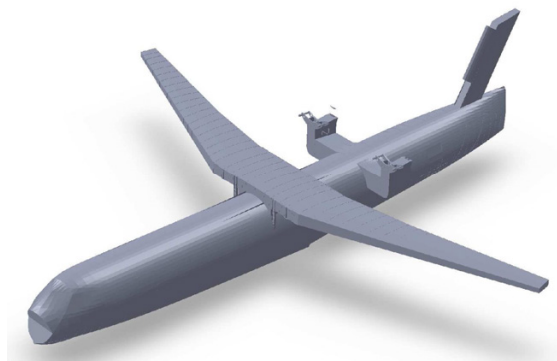


Рис. 3. Геометрическая модель самолета

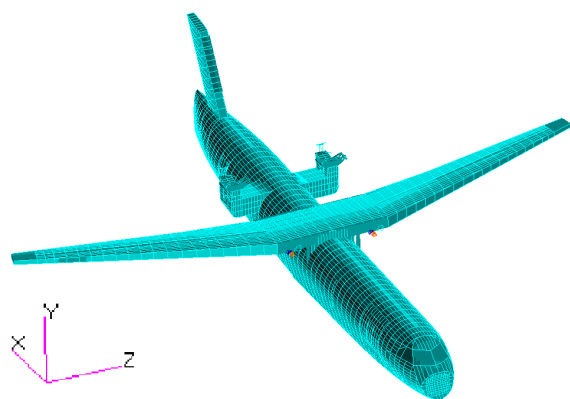


Рис. 4. Конечно-элементная модель

Расчёт проведен в упругой постановке, так как напряжения, характерные для общего напряженно-деформированного состояния (НДС) крыла при

эксплуатационных и тарировочных нагрузках, не превышают предел текучести.

Характер нагружения крыла неманевренного самолета определяют величины перерезывающих сил, изгибающих и крутящих моментов. Для их измерения в каждом препарированном сечении по размаху крыла размещают по три тензомоста с независимыми измерениями. С учетом вышеприведенных рекомендаций определено размещение препарированных сечений, места приложения нагрузок и наклейки тензорезисторов по крылу самолета (рис. 5).

Граничные условия заданы исходя из возможности их реализации на натурном самолете. Подобраны усилия, реализующие величины поперечных сил, изгибающих и крутящих моментов в препарированных сечениях от 50% до 85% величин в горизонтальном полете.

На рисунке 6 показано закрепление модели по осям Y и Z нижней части усиленных шпангоутов фюзеляжа возле передней стойки шасси и стабилизатора. Для уравнивания модели также закреплена нижняя точка шпангоута возле передней стойки шасси, находящаяся в плоскости симметрии самолета.

С помощью метода конечных элементов выполнен расчет НДС крыла для девяти вариантов приложения тарировочных усилий. В результате расчетов получены значения деформаций по препарированным сечениям крыла в местах наклейки тензорезисторов.

Применительно к препарированным сечениям крыла матрица (4) примет вид

$$\begin{pmatrix} Q \\ M_x \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{q1} & k_{q2} & k_{q3} \\ k_{Mx1} & k_{Mx2} & k_{Mx3} \\ k_{Mz1} & k_{Mz2} & k_{Mz3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix}.$$

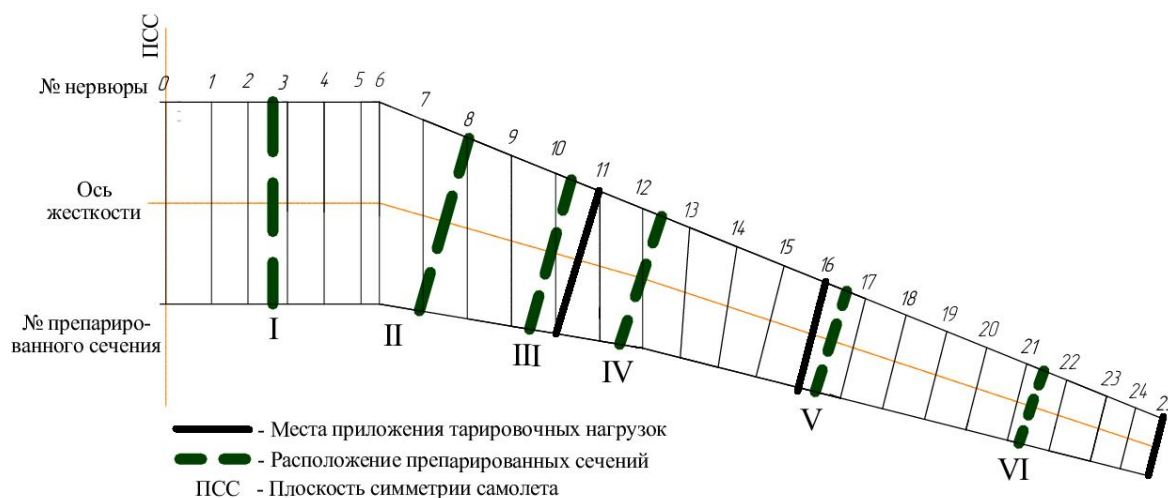


Рис. 5. Размещение ложементов для приложения тарировочных нагрузок и препарированных сечений по консоли крыла

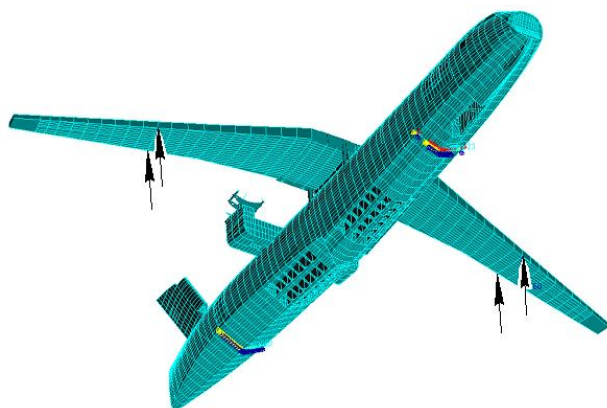


Рис. 6. Тарировочное нагружение и закрепление конечно-элементной модели

Для вычисления элементов матрицы тарировочных коэффициентов каждого препарированного сечения крыла необходимо провести три независимых случая нагружения. Зависимость для расчета тарировочных коэффициентов

$$\begin{pmatrix} k_{q1} & k_{q2} & k_{q3} \\ k_{Mx1} & k_{Mx2} & k_{Mx3} \\ k_{Mz1} & k_{Mz2} & k_{Mz3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_1 & Q_2 & Q_3 \\ M_{x1} & M_{x2} & M_{x3} \\ M_{z1} & M_{z2} & M_{z3} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{pmatrix}^T \times \left(\begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{pmatrix}^T \right)^{-1}. \quad (6)$$

После подстановки величин действующих компонент нагрузок Q_j , M_{xj} , M_{zj} и соответствующих им деформаций e_{ij} в зависимость (6) для каждого препарированного сечения определены величины тарировочных коэффициентов.

Для проверки полученных коэффициентов выполнен дополнительный расчет НДС крыла при нагрузках, соответствующих горизонтальному полету самолета. Используя найденные деформации и тарировочные коэффициенты, вычислены величины поперечных сил, изгибающих и крутящих моментов в препарированных сечениях крыла. Отличие заданных компонент нагрузок по препарированным сечениям от рассчитанных не превышает 2,6%.

Предлагаемый подход позволяет выявить ряд особенностей и сформировать рекомендации по тарировке стреловидного крыла самолета:

1. При выборе мест расположения препарированных сечений:

- сечения следует размещать перпендикулярно оси жесткости исследуемой конструкции;

- при выборе мест размещения тензорезисторов необходимо избегать зон конструктивных нерегулярностей, изломов осей переднего или заднего лонжеронов, что приводит к ошибке при вычислении тарировочных коэффициентов.

2. При формировании заданий на тарировку:

- для увеличения точности расчета тарировочных коэффициентов необходимо, чтобы все компоненты усилий при тарировке были в диапазоне 50-90% величин нагрузок в горизонтальном полете;

- тарировочные усилия необходимо прикладывать через специальные ложементы, обеспечивающие полное включение сечения крыла в работу. При этом ложементы следует устанавливать перпендикулярно оси жесткости крыла;

- расстояние от препарированного сечения до линии действия нагрузки должно превышать хорду тарированного сечения. Если расстояние малое, материал конструкции крыла может не полностью «включиться» в работу, что исказит показания тензорезисторов.

Полученные в результате конечно-элементного расчета тарировочные коэффициенты целесообразно использовать для обработки полетных измерений, поскольку при моделировании невозможно учесть все конструктивные особенности конструкции. Для анализа действующих в полете нагрузок тарировочные коэффициенты необходимо получать по результатам натурной тарировки реального самолета с применением оборудования, которое будет использовано при летных испытаниях.

Выводы

Предложено применение метода конечных элементов на этапе предварительной тарировки препарированных сечений планера самолета. Использование метода конечных элементов позволяет выбрать сечения конструкции, в которых справедлива расчетная схема тонкостенного стержня и однозначное соответствие действующих нагрузок и внутренних силовых факторов. А также определить наиболее рациональные места наклейки тензорезисторов и сформировать задания на их тарировку.

На примере среднемагистрального транспортного самолета выполнен анализ мест наклейки тензорезисторов для измерения поперечных сил, изгибающих и крутящих моментов по размаху крыла. Исходя из возможности установки ложементов, определены места приложения тарировочных нагрузок и их величины. Сформулированы рекомендации по выбору расположения препарированных сечений вдоль размаха стреловидного крыла самолета и созданию заданий на их тарировку.

Литература

1. Определение нагрузок, действующих на самолет в полете, методом тензометрии [Текст] : Технический отчет № 18с / Летно-исследовательский институт ; Л. А. Юмашев. – Жуковский, 1950. – 42 с.

2. Calibration of strain-gage installations in aircraft structures for the measurement of flight loads [Text] : NACA Report 1178 / Т. Н. Skopinski, W. S. Aiken, B. H. Wilber. – 1954. – 32 p.

3. Клокова, Н. П. Тензорезисторы: теория, методики расчета, разработки [Текст] / Н. П. Клокова. – М. : Машиностроение, 1990. – 224 с.

4. Тензометрия в машиностроении. Справочное пособие [Текст] / Р. А. Макаров, А. Б. Ренский, Г. Х. Боркунский, М. И. Этингер. – М. : Машиностроение, 1975. – 288 с.

5. Клячко, М. Д. Летные прочностные испытания самолетов. Динамические нагрузки [Текст] :

Справочник / М. Д. Клячко, Е. В. Арнаут. – М. : Машиностроение, 1984. – 120 с.

6. Клячко, М. Д. Летные прочностные испытания самолетов. Статические нагрузки [Текст] : Справочник / М. Д. Клячко, Е. В. Арнаут. – М. : Машиностроение, 1985. – 128 с.

7. Гудков, А. И. Методы и техника летных испытаний самолетов на прочность [Текст] / А. И. Гудков, П. С. Лешаков. – М. : Машиностроение, 1972. – 248 с.

8. Себер, Дж. Линейный регрессионный анализ [Текст] / Дж. Себер; Под ред. М. Б. Малютова. – М. : Изд-во «МИР», 1980. – 456 с.

9. Арепьев, А. Н. Вопросы эксплуатационной живучести авиаконструкций [Текст] / А. Н. Арепьев, М. С. Громов, В. С. Шапкин. – М. : Воздушный транспорт, 2002. – 424 с.

10. Павлов, А. В. Аппаратура и методы измерений при летных испытаниях самолетов [Текст] / А. В. Павлов. – М. : Машиностроение, 1967. – 216 с.

Поступила в редакцию 10.09.2014, рассмотрена на редколлегии 17.09.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой теоретической механики О. К. Морачковский, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт».

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ НА ЕТАПІ ПОПЕРЕДНЬОЇ КАЛІБРОВКИ ПРЕПАРОВАНИХ ПЕРЕРІЗІВ СТРІЛОПОДІБНОГО КРИЛА ЛІТАКА

П. О. Фомичов, С. Ф. Мандзюк, І. В. Ледовських

Інформацію про закономірності навантаження літального апарату на режимах типового польоту отримують на основі результатів льотних випробувань. Точність і достовірність даних залежить від вибору місць розміщення і калібровки тензодатчиків вздовж розмаху крила. Запропоновано використання методу скінчених елементів для визначення розташування препаратів перерізів і тензодатчиків в них, вибору величин та місць прикладання калібрувальних навантажень. На прикладі крила середньомісального літака проаналізовано місця наклею тензорезисторів та завдання для їх калібрування. Наведено залежності для розрахунку калібрувальних коефіцієнтів. Сформовано рекомендації, що дозволяють спростити і прискорити проведення попередньої калібровки.

Ключові слова: тензометрія, препаровані перерізи крила, метод скінчених елементів.

FINITE ELEMENT METHOD APPLICATION IN THE PRE-CALIBRATION STAGE OF AN AIRPLANE SWEPTWING DISSECTED SECTIONS

P. A. Fomichev, S. F. Mandzyuk, I. V. Ledovskih

Information about the patterns of the aircraft loading on the modes of typical flight is obtained on the results of flight tests. The accuracy and validity of the data depends on the choice of locations and calibration of strain gauges along the wingspan. Proposed use of the finite element method to determine the location of the dissected sections and strain gages in them, the choice of values and location of the calibration loads. On the example of a medium-range aircraft wing analyzed places stickers gages and tasks on their calibration. The relationships are presented for the calculation of the calibration coefficients. Formed recommendations to simplify and speed up the pre-calibration procedure.

Keywords: strain measurement, the prepared wing section, finite element method.

Фомичев Петр Александрович – д-р техн. наук, проф., зав. каф. Прочности летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского "ХАИ", г. Харьков, Украина, e-mail: nil_prochnost@khai.edu.

Мандзюк Сергей Федорович – аспирант кафедры Прочности летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского "ХАИ", г. Харьков, Украина, e-mail: smandzyuk@ukr.net.

Ледовских Ирина Викторовна – начальник бригады, ОАО «Таганрогский авиационный научно-технический комплекс им. Г. М. Бериева», г. Таганрог, Российская Федерация, e-mail: brg1705@beriev.com.

УДК 517.958:539.4: 629.7.02

С. А. ХАЛИЛОВ, В. Б. МИНТЮК, Д. А. ТКАЧЕНКО, В. В. КОПЫЧКО

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина***СОБСТВЕННЫЙ СПЕКТР БИГАРМОНИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА
В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ ПРИ ГЛАВНЫХ КРАЕВЫХ УСЛОВИЯХ**

Показано, что решение означенной задачи может быть получено с любой наперед заданной точностью. Это позволило уточнить известные оценки сверху и снизу собственных значений. Решения конкретных задач в форме разложения в ряд по собственным функциям обладают не только высокой устойчивостью, сходимостью и точностью, но и обеспечивают стремление к нулю невязки в уравнении соответствующих краевых задач. Предлагаемые решения имеют самостоятельное значение как при исследовании состояния конструктивных элементов в виде прямоугольных пластин, так и при исследовании пластинчатых систем, что весьма важно при проектировании аэрокосмической техники, поскольку оказывается возможным получать искомые характеристики системы в алгоритмически замкнутой форме.

Ключевые слова: бигармонический оператор; собственный спектр и собственные функции; устойчивость, сходимость и точность решений; стремление невязки к нулю.

Введение

При исследовании напряжённо-деформированного состояния, упругой устойчивости и упругих колебаний несущих конструкции аэрокосмической техники как классических объектов тонкостенных пространственных систем определяющими являются краевые задачи теории пластин (плоская задача теории упругости и задача изгиба) и оболочек (общая моментная теория). Обе задачи теории пластин описываются бигармоническим оператором, в задачах же теории оболочек бигармонический оператор является старшим.

Построение аналитико-численных решений оговоренных задач с заданной наперёд точностью выступает на первый план. Под аналитико-численным здесь понимается решение, записанное в виде замкнутых аналитических выражений и содержащее счетное (на практике – конечное) множество параметров, определяемых численно путем решения системы линейных алгебраических уравнений. Неоспоримым достоинством подобного рода решений является возможность обеспечения любой наперёд заданной гарантированной точности. Применение метода сопряжения конструктивных элементов [1] позволяет из элементов (агрегатов) синтезировать любую тонкостенную пространственную систему. Точность анализа всей системы можно обеспечить лишь тогда, когда модели элементов адекватны, то есть априорно известна погрешность применяемых математических моделей. Например, погрешность общей (моментной) теории пластин и оболочек, основанной на гипотезах Кирхгофа – Лява, имеет по-

рядок h/c , где h – толщина оболочки или пластины, c – характерный размер в плане пластины или характерный радиус кривизны оболочки [2]. Здесь следует отметить, что существуют теории, имеющие меньшую погрешность, например, «итерационные теории», предложенные для однородных и изотропных оболочек А. Л. Гольденвейзером [3] и впоследствии распространённые на анизотропные (в том числе слоистые) оболочки С. А. Амбарцумяном [4]. Следует подчеркнуть, что отмеченные «итерационные» модели оболочек представляют чисто теоретический интерес: авторам неизвестны решения интегральных для практики задач, основанных на этих моделях. Говоря иными словами, сейчас наибольшую актуальность представляет создание методов и подходов к анализу нетривиальных краевых задач общей теории пластин и оболочек, основанной на гипотезах Кирхгофа – Лява; тем более, что модели пластин и оболочек, сочленённых в некоторую тонкостенную пространственную систему, определяют точность и адекватность результатов анализа подобных систем. Анализ тонкостенной пространственной системы должен быть выполнен с не меньшей точностью, чем точность применяемых математических моделей. В этом наше глубокое убеждение.

Как известно, любая полностью неоднородная краевая задача с положительно определённым оператором A при неоднородных краевых условиях может быть редуцирована к одной из полуоднородных краевых задач.

Пусть решается линейная краевая задача

$$Au(x, y) = f(x, y), \quad (x, y) \in \Omega, \quad (1)$$

$$\mathbf{B}\mathbf{u}(x, y) = \boldsymbol{\varphi}(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma, \quad (2)$$

где $\mathbf{u}(x, y)$ - искомая вектор-функция, являющаяся элементом функционального пространства С. Л. Соболева $H^{(k)}$;

$\mathbf{f}(x, y)$ и $\boldsymbol{\varphi}(x, y)$ - заданные вектор-функции соболевских пространств $H^{(l_1)}(\Omega)$ и $H^{(l_2)}(\Gamma)$ соответственно;

A и B - заданные матричные дифференциальные операторы, причём A - оператор эллиптический и положительно определенный;

Ω - заданная двумерная область с липшицевой границей Γ .

Общая краевая задача может быть редуцирована к одной из полуоднородных краевых задач, в которой либо $\mathbf{f}=0$ ($\boldsymbol{\varphi} \neq 0$) - задача 1, либо $\boldsymbol{\varphi}=0$ ($\mathbf{f} \neq 0$) - задача 2. В дальнейшем вторая задача будет называться *базовой*. Таким образом, необходимо уметь решать одну из двух отмеченных задач. Возможность перехода к базовой задаче обеспечена теоремами вложения, продолжения и теоремами о следах [5 - 7].

В работе рассматривается решение базовой задачи в прямоугольнике для бигармонического оператора. Базовость этой задачи заключается в том, что при анализе тонкостенных пространственных систем она служит фундаментом для успешного проведения этого анализа. Совершенно понятен выбор бигармонического оператора в роли основного, о чем вкратце было сказано выше.

1. Постановка и решение базовой задачи с бигармоническим оператором

Рассматривается краевая задача в прямоугольнике $\Omega^* = \{(x_0, y_0) : -a < x_0 < a, -b < y_0 < b\}$ с границей Γ^* . Путем линейного преобразования область Ω^* приводится к квадрату $\Omega = \{(x, y) : -1 < x < 1, -1 < y < 1\}$ с границей Γ . Краевая задача описывается дифференциальным уравнением

$$\Delta u \equiv \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + 2\lambda^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \lambda^4 \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = f(x, y) \quad \text{в } \Omega \quad (3)$$

и краевыми условиями

$$u = \frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad \text{на } \Gamma, \quad (4)$$

где производная в (4) берётся по нормали n к границе Γ ;

$\lambda = a/b$ - параметр удлинения пластины с размерами $2a \times 2b$.

Относительно функций u и f будем предполагать, что $u \in D_A$, $f \in L_2(\Omega)$. Здесь D_A - область определения оператора A . Приведенные требования к гладкости функций u и f можно значительно осла-

бить (об этом будет сказано ниже).

Оператор A краевой задачи при краевых условиях (4) - положительно определённый, поэтому можно ввести энергетическое пространство H_A этого оператора, задав в нём энергетическое скалярное произведение $[u, v] \equiv (Au, v)$ и порождаемую им норму $\|u\|^2 \equiv (Au, u)$ $u \in H_A$, $v \in H_A$ следующим образом:

$$[u, v] = \int_{\Omega} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2\lambda^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \lambda^4 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] d\Omega, \quad (5)$$

$$\|u\|^2 = \int_{\Omega} \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 + 2\lambda^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right)^2 + \lambda^4 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 \right] d\Omega. \quad (6)$$

Решение краевой задачи (3) - (4) удовлетворяет интегральному тождеству

$$[u, v] - (f, v) = 0, \quad \forall v \in H_A, \quad (u \in H_A). \quad (7)$$

Тождество (7) позволяет перейти к вариационной постановке краевой задачи (3) - (4), а именно:

$$Fu = \frac{1}{2} \|u\|^2 - (f, u) \Rightarrow \min, \quad (8)$$

где $\|u\|^2$ - квадратичная форма;

(f, u) - линейная форма.

Функционал $\frac{1}{2} \|u\|^2$ с точностью до мультипликативной постоянной равен потенциальной энергии деформирования.

Интегральное тождество (7) позволяет смягчить выше оговоренные требования к гладкости функций u и f . Достаточно потребовать:

$$u \in H_0^{(2)}(\Omega) \equiv H_A(\Omega), \quad f \in L^{(-2)}(\Omega),$$

где $L^{(-2)}(\Omega)$ - пространство, сопряжённое к пространству $L^{(2)}(\Omega)$ (пространство обобщённых функций, функционалов).

Точное решение базовой задачи (3) - (4) неизвестно по сей день. Поэтому можно только уповать на построение приближенных решений, арсенал которых весьма богат: метод конечного элемента (МКЭ), разностные и вариационно-разностные методы, метод граничных интегральных уравнений, метод граничных элементов в различных его формах, метод наименьших квадратов, метод Рунге, Бубнова - Галеркина и т.д. Перечисленные методы являются численными или аналитико-численными и обладают различной точностью, зачастую вполне удовлетворительной. В настоящее время проблема точности является, пожалуй, самой актуальной в задачах естествознания. Удовлетворительное решение этой проблемы может быть достигнуто, во-первых, путем создания (или применения) математических моделей, наиболее адекватно описывающих рассматриваемые физические состояния и процессы, и, во-вторых, созданием (или применением)

новых высокоточных методов анализа, среди которых предпочтение, конечно же, следует отдать методам аналитическим или аналитико-численным.

Наиболее часто применяемые в механике деформируемого твёрдого тела методы Ритца и Бубнова - Галеркина являются аналитико-численными (в отмеченном ранее смысле) и для положительно определённых операторов приводят к одним и тем же результатам. Поэтому краевую задачу (3) – (4) желательно решать одним из этих методов, поскольку метод Ритца (а следовательно, метод Бубнова-Галеркина) даёт наилучшее приближение к точному решению в энергетической метрике. Однако при этом возникает очень важная проблема выбора систем координатных функций (координатных систем), удовлетворяющих кроме требований принадлежности H_A , линейной независимости и полноты в H_A , сильной минимальности в H_A [8, 9] также и требованию стремления невязки $\Delta_n = Au_n - f$ к нулю при $n \rightarrow \infty$, где u_n - n -е приближение искомой функции к точному решению u . Как было показано в работах [10 – 12], перечисленным требованиям отвечают функции, предложенные в работах [14, 15]. Однако стремление невязки Δ_n к нулю в предыдущих работах исследовано *a posteriori*. Теоретически [9, с. 124, теорема 23.1] установлено, что если в качестве координатной системы принять систему собственных элементов положительно определённого оператора B , сходного [9] с оператором A , то $\Delta_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$.

В рассматриваемом случае операторы B и A совпадают. Отсюда следует, что для установления *a priori* стремления Δ_n к нулю необходимо располагать собственными элементами оператора A . Укажем, что условия теоремы 23.1 [9] являются достаточными, но не необходимыми, поэтому, как было показано конструктивно в работе [10], существуют координатные системы, обеспечивающие $\Delta_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$, не являющиеся собственными элементами подходящего сходного оператора.

Однако весьма желательно «иметь под рукой» собственные элементы заданного оператора A . Тогда можно сразу получить решение рассматриваемой задачи в виде разложения в ряд по собственным функциям самосопряженного оператора A [16], который, как известно, является сходящимся как в $L_2(\Omega)$, так и в $H_A(\Omega) \equiv \overset{0}{W}_2^2(\Omega) \subset W_2^2(\Omega)$ (здесь $\overset{0}{W}_2^2(\Omega)$ и $W_2^2(\Omega)$ - пространства С. Л. Соболева). Отсюда и из теорем вложения [5, 6] следует, что $u \in C(\overline{\Omega})$. Дальнейшую гладкость искомой функции u можно повысить при достаточной гладкости границы Γ . В данном случае Ω - область с границей

Липшица, нормаль к которой не определена лишь в угловых точках, то есть на множестве нулевой лебеговой меры, иными словами, $\Gamma \subset C^\infty$ почти всюду. Можно показать, что в областях с угловыми точками, в которых внутренний угол $\alpha < 0,701576\pi$ (в рассматриваемом случае $\alpha = 0,5\pi$), решение бигармонической проблемы $u \in \overset{0}{W}_2^2(\Omega)$ является элементом из $W_2^4(\Omega)$. Из тех же теорем вложения следует, что $u \in C^2(\Omega)$, если $f \in L_2(\Omega)$.

Спектр положительно определённого оператора A (он к тому же сильно эллиптический) – дискретный, поэтому любая функция из $L_2(\Omega)$ (тем более из $W_2^{(k)}(\Omega)$, $k > 0$) может быть представлена в виде ряда по системе собственных функций $\overline{\varphi}_n(x, y)$, $n = \overline{1, \infty}$ оператора A , отвечающих собственным значениям μ_n . Это означает, что искомое решение $u(x, y)$ краевой задачи (3) – (4) может быть представлено в виде ряда

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(f, \overline{\varphi}_n)}{\mu_n} \overline{\varphi}_n(x, y). \quad (9)$$

Поскольку собственные функции $\overline{\varphi}_n(x, y)$ ортогональны и полны как в $L_2(\Omega)$, так и в $H_A(\Omega)$ [16], то ряд (9) сходится равномерно и абсолютно в $C^2(\Omega)$, что следует из сказанного выше.

При написании формулы (9) предполагалось, что функции $\overline{\varphi}_n(x, y)$ ортонормированы в $L_2(\Omega)$. Если их нормировать в $H_A(\Omega)$ (обозначим эти функции через $\varphi_n(x, y)$), то решение запишется так:

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} (f, \varphi_n) \varphi_n(x, y). \quad (10)$$

Таким образом, решение поставленной задачи сводится к задаче о собственном спектре оператора A при краевых условиях (4).

2. Собственный спектр бигармонического оператора в прямоугольнике при главных однородных краевых условиях

Рассматривается краевая задача

$$\begin{aligned} Au(x, y) &= \mu u(x, y) \quad \text{в } \Omega, \\ u(x, y) &= \frac{\partial u(x, y)}{\partial n} = 0 \quad \text{на } \Gamma, \end{aligned} \quad (11)$$

где μ - безразмерное собственное значение оператора A ; в задачах колебаний корень квадратный из этой величины пропорционален частоте собственных колебаний защемлённой по контуру пластины:

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\frac{\mu D}{\rho h a^4}}, \quad (12)$$

где D – цилиндрическая жесткость пластины;

ρ – плотность материала пластины;

h – её толщина.

Относительно собственных значений μ_n и собственных функций $\varphi_n(x, y)$ оператора A известно:

– спектр оператора A – дискретен, а собственные значения μ_n – действительны, положительны и сгущаются на бесконечности;

– собственные функции $\varphi_n(x, y)$, отвечающие различным собственным значениям, ортогональны как в $L_2(\Omega)$, так и в $H_A(\Omega)$;

– система собственных функций $\varphi_n(x, y)$ линейно независима и полна в $L_2(\Omega)$ и в $H_A(\Omega)$.

Собственные функции $\varphi_n(x, y)$ будем искать в виде линейной комбинации функций $H_i(x)H_j(y)$, $i, j = 0, \dots, \infty$ [14]. Следует напомнить, что исходная система функций $H_i(x)H_j(y)$ ортонормирована в $L_2(\Omega)$ [14] и квазиортogonalна в $H_A(x, y)$ [11-14]. Эти замечательные свойства функций $H_i(x)H_j(y)$ вселяют уверенность, что процедура определения собственных значений μ_n и построения собственных функций $\varphi_n(x, y)$ будет устойчивой и быстро сходящейся. Итак, будем искать решение краевой задачи (11) в виде

$$u(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} C_{ij} H_i(x) H_j(y). \quad (13)$$

Благодаря тем же свойствам функций $H_i(x)H_j(y)$ бесконечные пределы в (13) можно заменить конечными значениями M и N :

$$u(x, y) = \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N C_{ij} H_i(x) H_j(y). \quad (14)$$

Как было показано в работе [13], при построении ортонормированного в $H_A(\Omega)$ базиса основной вклад в каждую функцию ω_k вносит так называемая ведущая функция. Следует ожидать, что это свойство имеет место и здесь. Другими словами, в сумме (14) можно изменить нижний и верхний пределы таким образом, чтобы ведущий элемент $H_{i_1}(x)H_{j_1}(y)$ был окаймлён несколькими ближайшими членами слева и справа, что дает значительное сокращение вычислительных ресурсов.

Для получения матрицы линейных алгебраических уравнений относительно постоянных C_{ij} , содержащей искомый параметр μ , применяется процесс Бубнова - Галеркина. Процедуры определения собственных значений и собственных векторов положительно определённой матрицы стандартны.

Поскольку любую непрерывную функцию одной или нескольких переменных, заданную в сим-

метричной относительно осей координат области, можно представить в виде суммы функций, обладающих определенными свойствами симметрии относительно какой-либо оси, то в рассматриваемом случае собственные функции двух независимых переменных можно разбить на четыре класса четности: «четный-четный» (+ +), «четный-нечетный» (+ -), «нечетный-четный» (- +), «нечетный-нечетный» (- -). Такое разбиение позволяет значительно сократить время вычисления. Здесь и далее (там, где это существенно) принята сквозная нумерация собственных значений и собственных функций по классам четности.

3. Некоторые численные результаты

Приводимые ниже результаты охватывают два направления. Первое касается вопросов устойчивости, сходимости и точности определения собственных значений и собственных функций в зависимости от параметра удлинения пластины. Здесь же дается сравнение первых тринадцати собственных значений с данными Г. Фикера [8] и А. Ванштейна [17], подходы которых позволяют получить двусторонние оценки собственных значений. Второе направление посвящено тем же вопросам и касается решения конкретной краевой задачи (3) - (4).

В табл. 1 представлена сходимость первого собственного значения при различных значениях параметра удлинения пластины в зависимости от числа удерживаемых членов в сумме (14).

Таблица 1
Сходимость и точность минимального собственного значения при различных значениях параметра удлинения

λ	M	N	μ	λ	M	N	μ
$\frac{1}{2}$	0	0	37,968750	1	0	0	81,000000
	2	2	37,764344		2	2	80,954860
	4	4	37,755434		4	4	80,934825
	6	6	37,754209		6	6	80,933496
	8	8	37,754022		8	8	80,933385
	10	10	37,753996		10	10	80,933375
	12	12	37,753992		12	12	80,933374
	14	14	37,753992		14	14	80,933374
$\frac{2}{3}$	0	0	45,722222	2	0	0	607,50000
	2	2	45,591688		2	2	604,22950
	4	4	45,580455		4	4	604,08694
	6	6	45,579289		6	6	604,06734
	8	8	45,579165		8	8	604,06435
	10	10	45,579151		10	10	604,06394
	12	12	45,579150		12	12	604,06388
	14	14	45,579149		14	14	604,06387
	16	16	45,579149		16	16	604,06387

В выделенных жирным курсивом собственных значениях для каждого λ верны все значащие цифры, и после увеличения слагаемых в сумме (14) уточнение собственного значения не происходит. Это позволяет считать выделенные собственные значения точными.

Данные этой же таблицы позволяют сделать ещё два вывода: сходимость собственных значений очень высока, а сама процедура их получения устойчива. С ростом параметра удлинения скорость сходимости уменьшается весьма незначительно, что наглядно представлено в таблице, а устойчивость процедуры получения собственных значений не нарушается. Для инженерных расчетов, как можно проследить из данных таблицы, достаточно ограничиться в сумме (14) всего лишь одним первым членом (по крайней мере, до значения параметра $\lambda \leq 2$, на практике это положение имеет силу при $\lambda \leq 5$). Например, при $\lambda = 2$ эта погрешность составляет всего 0,5689%. Этим еще раз, но под другим ракурсом, подтверждается вывод работ [10-13] о том, что исходная система $H_i(x)H_j(y)$ не только почти ортогональна в энергетическом пространстве H_A , но весьма и весьма близка к собственным функциям оператора A . И, наконец, последнее. С увеличением числа слагаемых, удерживаемых в сумме (14), при любых λ собственные значения уменьшаются, что находится в полном согласии с теоремой Дж. У. Рэлея.

В табл. 2 продемонстрирована сходимость и точность для нескольких первых собственных значений при параметре удлинения $\lambda=1$. В первом столбце в числителе дроби указано число полуоволн вдоль оси Ox , а в знаменателе – вдоль оси Oy . Результаты сравниваются с данными (они отмечены «*») справочника [18], приведенными в соответствии к нашим обозначениям по формуле

$$\mu^* = \left(\frac{\bar{\omega}}{4} \right)^2, \quad (15)$$

где $\bar{\omega}$ – данные работы [18].

В табл. 2 M^* , N^* обозначают число удерживаемых членов в сумме (14) по каждой переменной.

В выделенных собственных значениях верны все приведенные значащие цифры. В соответствии с той же теоремой Дж. У. Рэлея более высокие приближения уточняют собственные значения сверху. Сопоставление данных последних двух колонок табл. 2 говорит о более высокой точности и, следовательно, достоверности наших результатов.

Поскольку энергетические методы (включая и МКЭ) дают лишь оценку собственных значений сверху, на практике наибольшую значимость приобретает получение нижних оценок. Последняя задача намного сложнее, чем уточнение верхних оценок. Это связано с тем, что встречный к принципу Ла-

гранжа вариационный принцип Кастильяно в задачах устойчивости и колебаний не имеет места, так как последние задачи имеют нелинейную природу. Тут необходима разработка специальных встречных методов двусторонних оценок, не связанных с какими-то вариационными принципами.

Таблица 2
Сходимость собственных значений
для некоторых собственных форм

Форма	M^*	N^*	μ	μ^*
$\frac{1}{1}$	0	0	81,000000	80,995500
	4	4	80,934825	
	8	8	80,933385	
	12	12	80,933374	
	14	14	80,933374	
$\frac{1}{2}$	4	4	336,833347	336,768377
	8	8	336,666333	
	12	12	336,666040	
	16	16	336,666035	
	18	18	336,666035	
$\frac{2}{2}$	4	4	732,479161	732,203011
	8	8	731,928617	
	12	12	731,925777	
	16	16	731,925704	
	18	18	731,925703	
$\frac{3}{3}$	6	6	3025,972600	3026,650225
	10	10	3025,901879	
	14	14	3025,898885	
	18	18	3025,898740	
	20	20	3025,898734	

В связи со сказанным приведём сравнение (табл. 3) полученных результатов с данными А. Вайнштейна [17] и Г. Фикера [8], каждый из которых получил двусторонние оценки своим оригинальным методом. В таблице приведены данные авторов (с учетом кратности собственных значений), в которых гарантируется верность пяти значащих цифр после запятой ($M^*=N^*=20$), по сути, – это точные решения. С увеличением параметра удлинения λ точность собственных значений сохраняется, если увеличить число M^* не изменяя N^* . В колонках «А. Вайнштейн» и «Г. Фикера» приведены нижние (знаменатель) и верхние (числитель) оценки собственных значений, рядом вычислены их средние значения и погрешность этих значений по отношению к нашему собственному значению μ .

Величины собственных значений, вычисленные авторами данной работы и приведенные в табл. 3, чётко попадают в интервалы между нижними и верхними оценками как А. Вайнштейна, так и более точными оценками Г. Фикера. Из результатов данной таблицы вытекают два основных следствия:

Таблица 3

Сравнительная оценка собственных значений, полученных различными методами

Номер собств. знач.	μ	А. Вайнштейн	Среднее по А. Вайнштейну	$\epsilon, \%$	Г. Фикера	Среднее по Г. Фикера	$\epsilon, \%$
1	80,933374	81,48392226	81,172822	0,30	80,93343914	80,933378	5,6E-06
		80,86172169			80,93331738		
2	336,666035	344,3472249	340,326056	1,09	336,6661528	336,658756	2,2E-03
		336,3048868			336,6513588		
3	336,666035	344,3472249	340,326056	0,79	336,6661528	336,658756	3,0E-01
		336,3048868			336,6513588		
4	731,925702	755,3709726	742,990886	1,51	731,9270396	731,899948	3,5E-03
		730,6107992			731,8728558		
5	1082,093733	1108,88074	1095,273908	1,22	1082,093849	1082,030533	5,8E-03
		1081,667075			1081,967217		
6	1092,381660	1123,248581	1104,375570	1,10	1082,093849	1082,030533	9,5E-01
		1085,502558			1081,967217		
7	1701,570878	1835,856963	1762,404420	3,58	1701,573051	1700,626357	5,6E-02
		1688,951877			1699,679662		
8	1701,570878	1835,856963	1762,404420	3,51	1701,573051	1700,626357	1,1E-01
		1688,951877			1699,679662		
9	2769,965313	2904,008526	2833,995742	2,31	2769,96692	2765,894916	1,5E-01
		2763,982958			2761,822911		
10	2769,965313	2904,008526	2833,995742	2,27	2769,96692	2765,894916	1,8E-01
		2763,982958			2761,822911		
11	3025,898734	3336,261368	3153,619322	4,22	3025,909916	3024,479220	4,7E-02
		2970,977277			3023,048524		
12	3664,908073	3785,87738	3721,916135	1,56	3664,908074	3663,404016	4,1E-02
		3657,954891			3661,899959		
13	3694,948551	3938,608747	3800,500920	2,86	3690,706871	3689,407069	1,5E-01
		3662,393093			3688,107266		

первое – точность определения верхней и нижней оценок собственных значений, полученная Г. Фикера, значительно выше, чем у А. Вайнштейна; второе, и самое главное, заключение состоит в том, что данные оценки ещё раз подтверждают высокую точность предложенного здесь решения.

Двусторонние оценки собственных значений по Г. Фикера можно ещё больше уточнить. Для этого шестую значащую цифру после запятой в колонке “ μ ” табл. 3 следует заменить в первый раз на девятку (верхняя граница), во второй – на нуль (нижняя граница). Правда, такое уточнение для практики не имеет существенного значения, но оно принципиально с теоретической точки зрения, поскольку дает критерий, который следует иметь в виду при создании новых методов двусторонних оценок собственных значений.

В качестве приложения рассмотрим задачу изгиба равномерно распределённым давлением q жестко защемлённой по всему контуру прямоугольной пластины. Соответствующая краевая задача описывается уравнением (3) при $f(x,y)=qa^4/D$ и краевыми условиями (4). Искомая функция $u(x,y)$ является функцией прогиба. Эта «вечная» проблема привлекает внимание многих ученых со времен И. Г. Бубнова, В. Ритца, С. П. Тимошенко, М. Хилла

и других исследователей по сей день. Эта проблема не обошла вниманием и авторов данной работы [10 – 13]. По сути, настоящая работа также посвящена этой проблеме, решение которой имеет фундаментальное значение.

Характеристики напряженно-деформированного состояния пластины сведены в табл. 4 при различных значениях параметра удлинения λ . Между тем, главное внимание уделено сходимости, устойчивости и точности полученных результатов.

При определении собственных значений и собственных функций задачи, исходя из представления (14), с ростом параметра λ величина $M > N$ всегда и при фиксированном значении M выражалась как

$$M = \lambda N, \quad (16)$$

хотя можно и ограничиться выбором $M=(\lambda-k)N$, где k – натуральное число, $k < \lambda$.

Во второй колонке таблицы указано число удерживаемых собственных функций N в представлении (10). В таблице приведены относительные значения прогибов $\bar{u}(x,y)$ и моментов $\bar{M}_x(x,y)$, $\bar{M}_y(x,y)$, через которые истинные значения этих величин определяются равенствами $u = D^{-1}qa^4\bar{u}$, $M = qa^2\bar{M}$.

Таблица 4

Жестко защемленная по всем сторонам прямоугольная пластина
под действием равномерно распределённого давления

λ	N	$\bar{u}(0;0)$	$\bar{M}_x(0;0)$	$\bar{M}_y(0;0)$	$\bar{M}_x(1;0)$	$\bar{M}_y(0;1)$
1	9	0,020244301	0,091563939	0,091563939	-0,20511779	-0,20511779
	25	0,020245086	0,091616897	0,091616897	-0,205213499	-0,205213499
	49	0,020245105	0,091620038	0,091620038	-0,205301624	-0,205301624
	81	0,020245105	0,091620334	0,091620334	-0,205326664	-0,205326664
	100	0,020245105	0,091620357	0,091620357	-0,205338953	-0,205338953
2	18	0,002532962	0,015810643	0,041157914	-0,056826276	-0,082883783
	50	0,002532956	0,015808080	0,041155505	-0,056937917	-0,082867275
	98	0,002532956	0,015808029	0,041154989	-0,05697553	-0,08286604
	162	0,002532956	0,015808029	0,04115499	-0,056984421	-0,082866011
	200	0,002532956	0,015808030	0,04115499	-0,056987467	-0,082866027
3	27	0,000516983	0,005641058	0,018622657	-0,025195471	-0,037232762
	75	0,000516984	0,005641244	0,018622817	-0,025260383	-0,037234058
	147	0,000516984	0,005641243	0,018622816	-0,025277637	-0,037234035
	243	0,000516984	0,005641243	0,018622816	-0,025281551	-0,037234027
	300	0,000516984	0,005641243	0,018622816	-0,025282864	-0,037234026
4	16	0,000162911	0,003117321	0,010424233	-0,014272125	-0,020847736
	64	0,000162912	0,003117816	0,010424712	-0,014247615	-0,020846667
	144	0,000162912	0,003117816	0,010424711	-0,014227403	-0,020846676
	256	0,000162912	0,003117816	0,010424711	-0,014222814	-0,020846677
	324	0,000162912	0,003117816	0,010424711	-0,01422102	-0,020846677
5	5	6,67142E-05	0,002008525	0,006673554	-0,009316795	-0,013342849
	45	6,66682E-05	0,001999061	0,006666665	-0,009069225	-0,013333182
	125	6,66682E-05	0,001999061	0,006666665	-0,009093862	-0,013333179
	245	6,66682E-05	0,001999061	0,006666665	-0,009100049	-0,013333179
	320	6,66682E-05	0,001999061	0,006666665	-0,009102603	-0,013333179

Жирным шрифтом в таблице отмечены верные цифры. Как и должно быть, точность определения момента в середине короткой стороны $\bar{M}_x(1;0)$ наиболее низкая, но даже эта точность намного превосходит точность, предъявляемую к инженерным расчетам. Максимальный изгибающий момент $\bar{M}_y(0;1)$, достигаемый в середине длинной стороны, с ростом параметра λ обладает уж очень высокой точностью, что является следствием равенства (16). Что же касается устойчивости и сходимости решения в зависимости от числа вводимых собственных функций, то ответ здесь прозрачный: решения в виде разложения в ряды по собственным функциям устойчивы, быстросходящиеся, и потому обладают превосходной точностью. Об этом говорят данные табл. 4 сами за себя.

В заключение исследуем поведение невязки в уравнении (3) в открытой области Ω . Результаты вычислений относительной невязки Δ в каждой точке $(x, y) \in \Omega$ для квадратной пластины приведены в табл. 5.

Невязка вычислялась по формуле

$$\Delta = \left(\frac{D}{qa^4} Au - 1 \right) \cdot 100\%.$$

В силу полной симметрии задачи результаты приводятся только для четверти пластины. В первой колонке таблицы указано число (N) вводимых собственных функций в решении (10).

Даже при сравнительно небольшом числе собственных функций ($N=36$) относительная погрешность в некоторой внутренней области $\Omega' \subset \Omega$ незначительна, за исключением малых окрестностей угловых точек. С увеличением числа вводимых собственных функций ($N=100$) можно заметить резкое стремление невязки к нулю в уравнении (3). Сходимость невязки к нулю нарушается только в угловых точках.

Заключение

В высоких приближениях определен собственный спектр основной краевой задачи в прямоугольнике для бигармонического оператора при главных краевых условиях и различных значениях параметра удлинения. Соответствующие собственные функции

построены с точностью, намного превосходящей точность, предъявляемую к инженерным расчетам.

Конструктивно показано, что верхние и нижние оценки собственных значений, построенные ранее сложными методами Г. Фикера и А. Ванштейна, можно значительно уточнить. А полученные уточненные данные могут быть использованы как критериальные при оценке качества вновь разрабатываемых методов двусторонних оценок собственных значений. Это принципиально важно.

Наглядно продемонстрированы при решении конкретной задачи изгиба жестко защемленной по контуру прямоугольной пластины устойчивость получения решения в высоких приближениях и быстрая сходимость, а, следовательно, и точность самого решения, которая обеспечивается при любом заданном её порядке.

Принципиальной является сходимость к нулю невязки в исходном уравнении. Сказанное позволяет принять полученные решения в качестве точных.

Таблица 5

Распределение невязки Δ , %

N=36		ось абсцисс						
ось ординат	$\lambda=1$	0	0,15	0,3	0,45	0,6	0,75	0,9
	0	-0,0736	0,0467	0,0149	-0,0760	0,1914	-0,4856	1,1804
	0,15	0,0467	-0,0295	-0,0101	0,0496	-0,1213	0,2992	-0,7418
	0,3	0,0149	-0,0101	-0,0011	0,0113	-0,0384	0,1218	-0,2516
	0,45	-0,0760	0,0496	0,0113	-0,0705	0,1909	-0,5131	1,1607
	0,6	0,1914	-0,1213	-0,0384	0,1909	-0,4092	0,9358	-2,1724
	0,75	-0,4856	0,2992	0,1218	-0,5131	0,9358	-1,8779	4,5681
	0,9	1,1804	-0,7418	-0,2516	1,1607	-2,1724	4,5681	-10,1627
N=100		ось абсцисс						
ось ординат	$\lambda=1$	0	0,15	0,3	0,45	0,6	0,75	0,9
	0	-0,0012	0,0012	-0,0008	-0,0005	0,0038	-0,0051	-0,1258
	0,15	0,0012	-0,0011	0,0007	0,0005	-0,0038	0,0046	0,1218
	0,3	-0,0008	0,0007	-0,0004	-0,0007	0,0033	-0,0028	-0,1024
	0,45	-0,0005	0,0005	-0,0007	0,0011	-0,0014	-0,0023	0,0394
	0,6	0,0038	-0,0038	0,0033	-0,0014	-0,0044	0,0125	0,1195
	0,75	-0,0051	0,0046	-0,0028	-0,0023	0,0125	-0,0053	-0,2345
	0,9	-0,1258	0,1218	-0,1024	0,0394	0,1195	-0,2345	-1,1906

Литература

1. Теоретические основы метода идентификации краевых условий для исследования упругой устойчивости силовой конструкции аэрокосмической техники [Текст] : отчет о НИР (заключ.) : 11–26 / Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского "ХАИ" ; рук. Гайдачук В. Е., Халилов С. А. ; исполн. : Минтюк В. Б. [и др.]. – Х., 2005. – 173 с. – № ГР 0103U005070. – Инв. № 0206U002451.

2. Новожилов, В. В. О погрешности гипотез Кирхгофа в теории оболочек [Текст] / В. В. Новожилов. Р. М. Финкельштейн // Прикладная математика и механика. – М., 1943. – Т. 7, вып. 5. – С. 331–340.

3. Гольденвейзер, А. Л. Теория упругих тонких оболочек [Текст] / А. Л. Гольденвейзер. – М. : Наука, 1976. – 512 с.

4. Амбарцумян, С. А. Общая теория анизотропных оболочек [Текст] / С. А. Амбарцумян. – М. : Наука, 1974. – 448 с.

5. Соболев, С. Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике [Текст] / С. Л. Соболев. – М. : Наука, 1988. – 333 с.

6. Соболев, С. Л. Введение в теорию кубатурных формул [Текст] / С. Л. Соболев. – М. : Наука, 1974. – 808 с.

7. Бесов, О. В. Интегральные представления функций и теоремы вложения [Текст] / О. В. Бесов, В. П. Ильин, С. М. Никольский. – М. : Наука, 1975. – 480 с.

8. Михлин, С. Г. Вариационные методы в математической физике [Текст] / С. Г. Михлин. – М. : Гостехиздат, 1957. – 478 с.

9. Михлин, С. Г. Численная реализация вариационных методов [Текст] / С. Г. Михлин. – М. : Наука, 1966. – 432 с.

10. Халилов, С. А. Построение и исследование аналитико-численного решения задачи об изгибе жестко защемленной прямоугольной пластины [Текст] / С. А. Халилов, В. Б. Минтюк, Д. А. Ткаченко // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии : сб. науч. тр. / Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского "ХАИ". – 2011. – Вып. 49. – С. 81–94.

11. Халилов, С. А. Построение и исследование приближенного аналитического решения бигармонической проблемы в прямоугольнике при однородных главных краевых условиях [Текст] / С. А. Халилов, В. Б. Минтюк, Д. А. Ткаченко // Авиационно-космическая техника и технология. – 2013. – № 2 (99). – С. 40–49.

12. Халилов, С. А. Приближенное аналитическое решение бигармонической проблемы в прямоугольнике при однородных главных краевых условиях на двух противоположных сторонах и произвольных – на двух других [Текст] / С. А. Халилов, В. Б. Минтюк, Д. А. Ткаченко // Авиационно-космическая техника и технология. – 2013. – № 5 (102). – С. 40–49.

13. Ткаченко, Д. А. Ортонормированный в энергетическом пространстве бигармонического опе-

ратора базис в прямоугольнике при однородных главных краевых условиях по границе [Текст] / Д. А. Ткаченко // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2014. – № 3 (110). – С. 41 – 51.

14. Халилов, С. А. Новые системы ортонормированных многочленов, некоторые их свойства и приложения [Текст] / С. А. Халилов // *Прочность конструкций летательных аппаратов : темат. сб. науч. тр. Харьковского авиационного института*. – Х. : ХАИ, 1978. – Вып. 5. – С. 46 – 56.

15. Минтюк, В. Б. Ортонормированный базис для одномерных краевых задач [Текст] / В. Б. Минтюк // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2007. – № 5 (41). – С. 32 – 36.

16. Березанский, Ю. М. Разложение по собственным функциям самосопряженных операторов [Текст] / Ю. М. Березанский. – К. : Наук. думка, 1965. – 798 с.

17. Гулд, С. Вариационные методы в задачах о собственных значениях. Введение в метод промежуточных задач Вайнштейна [Текст] / С. Гулд. – М. : Мир, 1970. – 328 с.

18. Прочность, устойчивость, колебания [Текст]. Справочник в трех томах. Т. 3 / под общей редакцией И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. – М. : Машиностроение, 1968. – 568 с.

Поступила в редакцию 08.07.2014, рассмотрена на редколлегии 10.09.2014

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф., проф. каф. высшей математики В. С. Проценко, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

ВЛАСНИЙ СПЕКТР БІГАРМОНІЧНОГО ОПЕРАТОРА У ПРЯМОКУТНИКУ ПРИ ГОЛОВНИХ КРАЙОВИХ УМОВАХ

С. А. Халілов, В. Б. Минтюк, Д. А. Ткаченко, В. В. Копичко

Показано, що розв'язок зазначеної задачі може бути отриманий з будь-якою наперед заданою точністю, що дозволило уточнити відомі оцінки зверху і знизу власних значень. Розв'язок конкретних задач у формі розкладання в ряд за власними функціями мають не тільки високу стійкість, збіжність і точність, але й забезпечують прямування до нуля нев'язки у рівнянні відповідних крайових задач. Пропоновані розв'язки мають самостійне значення як при досліджуванні стану конструктивних елементів у вигляді прямокутних пластин, так і при досліджуванні пластинчастих систем, що досить важливо при проектуванні аерокосмічної техніки, оскільки виявляється можливим отримувати шукані характеристики системи в алгоритмічно замкнутій формі.

Ключові слова: бігармонічний оператор; власний спектр і власні функції; стійкість, збіжність і точність розв'язків; прямування нев'язки до нуля.

BIHARMONIC OPERATOR OWN SPECTRUM IN A RECTANGLE AT THE MAIN BOUNDARY CONDITIONS

S. A. Khalilov, V. B. Myntyuk, D. A. Tkachenko, V. V. Kopychko

It is shown that the problem solution is obtained in higher approximations to any predetermined accuracy, which allowed us to clarify the known upper and lower estimates of eigenvalues. Particular problems solutions in the form of a series expansion in eigenfunctions have not only high stability, convergence and accuracy, but also provide the in the corresponding boundary value problems equation. Proposed solutions have substantive meaning in the structural elements in the form of rectangular plates state study as well as plate systems study, which is very important in the design of aerospace engineering, since this enables to obtain the desired system characteristics in algorithmically closed form.

Keywords: biharmonic operator; own spectrum and eigenfunctions; decisions stability, convergence and accuracy; residual vanishing.

Халилов Сиявуш Ахмедович – старший научный сотрудник научного отдела кафедры высшей математики, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: khalilov@ukr.net.

Минтюк Виталий Борисович – канд. техн. наук, доцент кафедры прочности летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: minvit@mail.ru.

Ткаченко Денис Анатольевич – аспирант кафедры технологии и производства летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: 20Black_and_White07@ukr.net.

Копычко Виктор Володимирович – аспирант кафедры технологии и производства летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: viktor_kopychko@mail.ru.

УДК 629.735.33

И. С. КРИВОХАТЬКО, В. В. СУХОВ

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Украина

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С КРЫЛОМ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ В ПЛАНЕ ПРИ НИЗКИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

В работе рассмотрен аналитический метод определения аэродинамических характеристик летательного аппарата с многоступенчатым телескопическим крылом при низких числах Рейнольдса, а также определены условия распространения данного метода на крылья сложной формы в плане. Математическая модель учитывает влияние толщины профиля, числа Рейнольдса, формы крыла в плане на его аэродинамические характеристики. Метод применим при числах Рейнольдса, вычисленным по хордам сечений крыла, в диапазоне 125 000...250 000 или больше 10^6 и толщинах профилей 6...12 %. Проведено сравнение результатов, полученных согласно данному методу, с экспериментальными данными.

Ключевые слова: аэродинамические характеристики, многоступенчатое телескопическое крыло, крыло сложной формы, низкие числа Рейнольдса.

Введение

В предыдущей работе [1] была представлена аэродинамическая модель летательного аппарата с одноступенчатым телескопическим крылом как средством повышения максимального аэродинамического качества малого беспилотного летательного аппарата (БЛА). Проведенные позднее исследования выявили хорошее согласование разработанной модели с результатами эксперимента в аэродинамической трубе [2]. Дальнейший интерес представляет использование многоступенчатого крыла как средства увеличения удлинения крыла в условиях ограниченных исходных габаритов. Возможные конструктивные реализации такого крыла предложены в работах [3, 4].

Постановка задачи

Целью данной работы является создание метода расчета аэродинамических характеристик БЛА с многоступенчатым телескопическим крылом с последующим преобразованием метода для крыла сложной формы в плане. Данный метод является обобщением ранее полученных в работах [5 – 7] и [8] результатов, а также новых [1], которые позволили уменьшить расхождение между расчетными и экспериментальными данными на 25 % [2].

В данной работе рассмотрен диапазон $Re = 125\,000 \dots 250\,000$, являющийся рабочим для

многих микро-БЛА (массой до 5 кг [5]), так как обтекание крыла уже является закритическим по числу Рейнольдса, т. е. коэффициент сопротивления существенно уменьшается по сравнению с более низкими Re .

Схема и условные обозначения, принятые для многоступенчатого телескопического крыла, приведены на рис. 1.

Результаты исследований

Многоступенчатое телескопическое крыло.

Как известно, сопротивление изолированного крыла равняется сумме профильного и индуктивного сопротивлений:

$$\begin{aligned} C_{X \text{ из } O} &= C_{X \text{ пр } O} + C_{X \text{ инд } O}, \\ C_{X \text{ из } \Sigma} &= C_{X \text{ пр } \Sigma} + C_{X \text{ инд } \Sigma}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $C_{X \text{ пр } O}, C_{X \text{ пр } \Sigma}$ – коэффициенты профильного сопротивления основного и телескопического крыльев соответственно;

$C_{X \text{ инд } O}, C_{X \text{ инд } \Sigma}$ – коэффициенты индуктивного сопротивления основного и телескопического крыльев соответственно.

Профильное сопротивление i -й выдвижной секции зависит от формы профиля, его толщины, степени турбулентности и числа Рейнольдса (т. е.

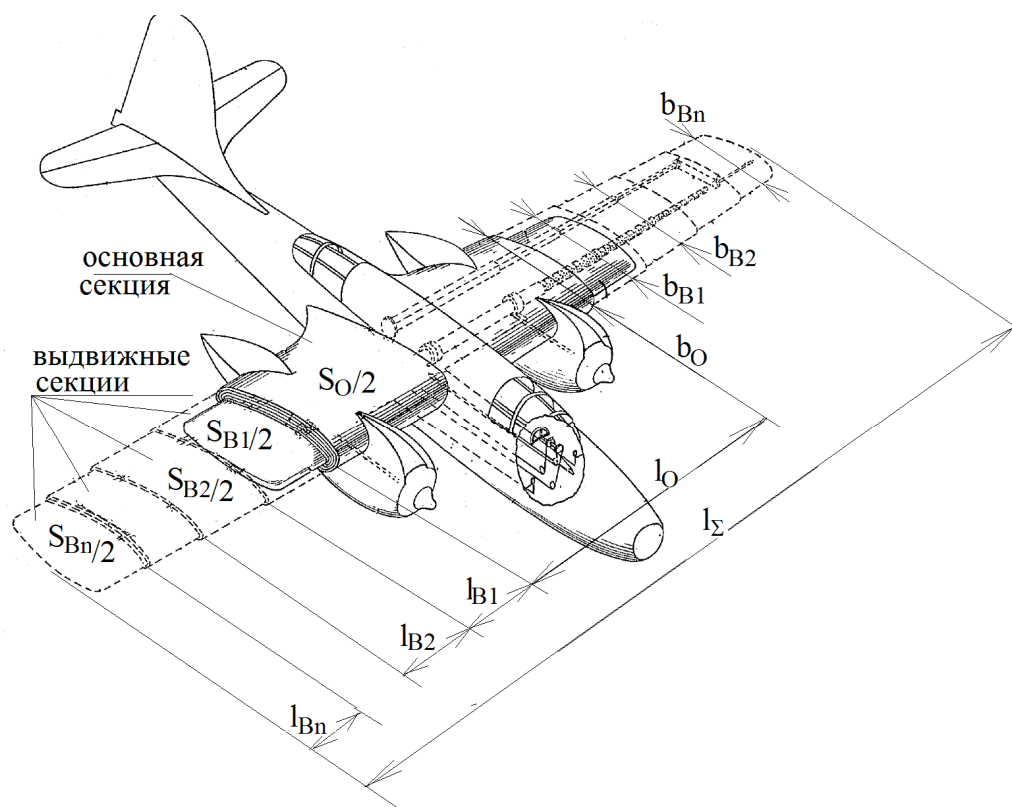


Рис. 1. Схема и обозначения многоступенчатого телескопического крыла самолета, где S_O и S_{Bi} – площади основной и i -й выдвижной секций; l_O и l_{Σ} – размах основной секции и полного крыла; b_O и b_{Bi} – хорды основной и i -й выдвижной секций

двигной секции.

длины хорды) и при $Re = 125\,000 \dots 250\,000$ рассчитывается по зависимости, предложенной в работе [1]:

$$C_{X \text{ пр } Bi} = \left[C_{X \text{ пр } O} + a_2 \left(\frac{v}{V \cos \chi} \right)^{1,4} \left(\frac{1}{b_{Bi}^{1,4}} - \frac{1}{b_O^{1,4}} \right) \right] \times \frac{1 + 2\bar{c}_{Bi} + 60\bar{c}_{Bi}^4}{1 + 2\bar{c}_O + 60\bar{c}_O^4}, \quad (2)$$

где $a_2 = 3 \cdot 10^3 + 8,5 \cdot 10^5 \cdot \bar{c}_O$ – эмпирический коэффициент;

v – кинематический коэффициент вязкости, определяемый температурой воздуха (для $t = 0^\circ\text{C}$ $v = 1,37 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, для $t = 20^\circ\text{C}$

$v = 1,57 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$) [6, с. 15];

V – воздушная скорость БЛА;

χ – угол стреловидности крыла (как правило, для малых БЛА $\chi \approx 0$);

$\bar{c}_O$ – относительная толщина профиля основной секции;

$\bar{c}_{Bi}$ – относительная толщина профиля i -й вы-

Отметим, что при $Re > 10^6$, т. е. в зоне автомодельности чисел Рейнольдса, формула сводится к известному виду [9, с. 9]:

$$C_{X \text{ пр } Bi} = C_{X \text{ пр } O} \frac{1 + 2\bar{c}_{Bi} + 60\bar{c}_{Bi}^4}{1 + 2\bar{c}_O + 60\bar{c}_O^4}. \quad (2a)$$

Тогда независимо от диапазона числа Рейнольдса коэффициент профильного сопротивления многоступенчатого телескопического крыла, исходя из геометрических соотношений, будет равен:

$$C_{X \text{ пр } \Sigma} = C_{X \text{ пр } O} \frac{S_O}{S_O + \sum_{i=1}^n S_{Bi}} + \sum_{i=1}^n \left(C_{X \text{ пр } Bi} \frac{S_{Bi}}{S_O + \sum_{i=1}^n S_{Bi}} \right). \quad (3)$$

Индуктивную составляющую основного крыла $C_{X \text{ инд } O}$ можно определить по зависимости [6, с. 287]:

$$C_{X_{\text{инд}O}} = \frac{C_Y^2}{\pi e_O \lambda_{O\text{эф}}},$$

где e_O – коэффициент Освальда; для прямоугольного крыла с удлинением более 5 и без кручения $e_O \approx 0,95$;

$$\lambda_{O\text{эф}} = \frac{\lambda_O}{1 + S_{\text{ПФ}}/S_O} = \frac{l_O^2/S_O}{1 + S_{\text{ПФ}}/S_O} = \frac{l_O^2}{S_O + S_{\text{ПФ}}} -$$

эффективное удлинение основного крыла;

$S_{\text{ПФ}}$ – площадь крыла, занятая фюзеляжем.

Однако в условиях реальной вихревой системы многоступенчатого крыла (рис. 2) определение $C_{X_{\text{инд}\Sigma}}$ представляет математические сложности и для практических задач ее целесообразно упростить. По нашим данным [2] свободными вихрями, образующимися на стыке соседних секций (на рисунке – интенсивностями Γ_1 , Γ_2 и т. д.), можно пренебречь. Как показывают визуальные экспериментальные исследования, его интенсивность как минимум на порядок меньше, чем у концевых вихря; а результаты такого допущения для одноступенчатого телескопического крыла дали хорошее согласование с результатами весовых испытаний в аэродинамической трубе.

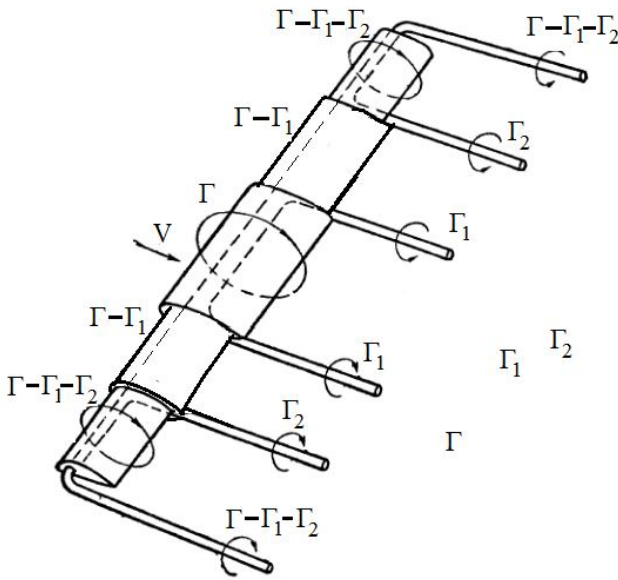


Рис. 2. Присоединенные и свободные вихри телескопического крыла

Так как многоступенчатое телескопическое крыло имеет сложную форму в плане, то сводим к эквивалентному по методу, описанному в работе [7]. Тогда площадь S , размах l_Σ и сужение η_Σ эквивалентного крыла такие же как у полного, стреловид-

ностью для последующих расчетов пренебрегаем. В этом случае удлинение, сужение, средняя аэродинамическая хорда и средняя толщина соответственно равны:

$$\begin{aligned} \lambda_\Sigma &= \frac{l_\Sigma^2}{S}, & \eta_\Sigma &= \frac{b_O}{b_{Bn}}, \\ b_{\Sigma A} &= \frac{b_{AO}S_O + \sum_{i=1}^n b_{ABi}S_{Bi}}{S} = \frac{b_O S_O + \sum_{i=1}^n b_{Bi}S_{Bi}}{S}, \\ \bar{c}_{cp} &= \frac{\bar{c}_O S_O + \sum_{i=1}^n \bar{c}_{Bi} S_{Bi}}{S} \end{aligned} \quad (4)$$

Так как в нашем случае отношение диаметра фюзеляжа к размаху крыла $\bar{d} = \frac{d}{l} < 0,2$, то для расчета коэффициента индуктивного сопротивления можно воспользоваться упрощенным выражением, приведенным в работе [8]:

$$C_{X_{\text{инд}\Sigma}} = \frac{C_Y^2}{\pi e_\Sigma \lambda_{\Sigma\text{эф}}} = \frac{C_Y^2}{\pi \lambda_{\Sigma\text{эф}}} \left(\frac{k}{e_{k=1}} + \frac{1-k}{e_{k=0}} \right), \quad (5)$$

где $e_{k=1}$ – коэффициент Освальда при полной подсасывающей силе;

$e_{k=0}$ – коэффициент Освальда при нулевой подсасывающей силе;

k – степень реализации подсасывающей силы;

$\lambda_{\Sigma\text{эф}}$ – эффективное удлинение телескопического крыла:

$$\lambda_{\Sigma\text{эф}} = \frac{\lambda_\Sigma}{1 + S_{\text{ПФ}}/(S_O + \sum_{i=1}^n S_{Bi})}.$$

Коэффициенты Освальда рассчитываются по формулам:

$$e_{k=1} = \frac{C_Y^a}{\lambda_{\Sigma\text{эф}}} \bar{y}_{cg}^e, \quad e_{k=0} = \frac{C_Y^a}{\pi \lambda_{\Sigma\text{эф}}}, \quad (6)$$

где C_Y^a – производная подъемной силы крыла по углу атаки, точнее определяется численными методами, теоретически для профиля равняется [10, с. 26]:

$$C_Y^a_{\text{пр}} = 2\pi(1 + 0,77\bar{c}_{cp}); \quad (7)$$

$\bar{y}_{cg}^e$ – относительное расстояние между центрами вихревых жгутов в плоскости Треффта; для нестреловидных крыльев эмпирическая зависимость

$$\bar{y}_{cg}^e = k_1 + k_2 \lambda_{\Sigma \text{эф}}.$$

Коэффициенты k_1 и k_2 являются функциями сужения крыла. Для $\eta_{\Sigma} = 1$ $k_1 = 0,5269$, $k_2 = 0,1730$, для $\eta_{\Sigma} = 2$ $k_1 = 0,4919$, $k_2 = 0,1413$ [8]. При известном $\eta_{\Sigma} = \frac{b_{Bn}}{b_O}$, интерполируя по гра-
ничным значениям, можно записать:

$$k_1 = 0,5269 - 0,035(\eta_{\Sigma} - 1),$$

$$k_2 = 0,173 - 0,0317(\eta_{\Sigma} - 1).$$

Тогда

$$e_{k=1} = \frac{C_{Y\alpha}^a}{\lambda_{\Sigma \text{эф}}} \left[0,5269 + 0,123 \lambda_{\Sigma \text{эф}} + (\eta_{\Sigma} - 1) \times \right. \\ \left. \times (0,0183 \lambda_{\Sigma \text{эф}} - 0,035) \right]. \quad (8)$$

Коэффициент k для нестреловидных крыльев можно приближенно рассчитать по формуле:

$$k = 0,974 - 0,0976 \cdot e^{-0,456 \lambda_{\Sigma \text{эф}} / \eta_{\Sigma}}. \quad (9)$$

Если нет аэродинамической крутки, т. е. когда профиль неизменен по всему размаху крыла [6, с. 290]:

$$C_{Y\Sigma}^a = \frac{C_{Y\text{пр}}^a}{1 + \frac{C_{Y\text{пр}}^a}{\pi e_{\Sigma} \lambda_{\Sigma \text{эф}}}}. \quad (10)$$

При известных характеристиках основного крыла, окончательное выражение для $C_{Y\Sigma}^a$ будет иметь вид:

$$C_{Y\Sigma}^a = \frac{C_{Y O}^a}{1 - \frac{C_{Y O}^a}{\pi e_O \lambda_{O \text{эф}}} + \frac{C_{Y O}^a}{\pi e_{\Sigma} \lambda_{\Sigma \text{эф}}}}. \quad (10a)$$

В то же время согласно нашим данным [2] для определения индуктивного сопротивления телескопического крыла можно использовать альтернативный метод, приведенный в работе [5], согласно ко-

торой коэффициент индуктивного сопротивления вычисляется по простой зависимости:

$$C_{X \text{ инд } O} = \frac{C_Y^2 (1 + \delta_O)}{\pi \lambda_{O \text{эф}}}, \\ C_{X \text{ инд } \Sigma} = \frac{C_Y^2 (1 + \delta_{\Sigma})}{\pi \lambda_{\Sigma \text{эф}}}, \quad (11)$$

где

$$\delta_{\Sigma} = 0,02 \lambda_{\Sigma \text{эф}} \left(3,1 - \frac{14}{\eta_{\Sigma}} + \frac{20}{\eta_{\Sigma}^2} - \frac{8}{\eta_{\Sigma}^3} \right), \\ \delta_O = 0,022 \lambda_{O \text{эф}}. \quad (12)$$

Применение формул (11) – (12) гораздо проще, чем (4) – (10), хотя основано на эмпирических зависимостях и не учитывает сути явления обтекания крыла конечного размаха. Впрочем, по результатам нашей экспериментальной проверки для одноступенчатого телескопического крыла, прогнозы обеих математических моделей практически совпадают [2]. Так максимальное аэродинамическое качество равняется $K_{\max} = 15,40$ по формулам (4) – (10) и $K_{\max} = 15,39$ – по формулам (11) – (12).

Сопротивление летательного аппарата. С учетом интерференции крыла с фюзеляжем коэффициент сопротивления крыла летательного аппарата вычисляется по следующим формулам [6, с. 374]:

$$C_{X \text{ кр } O} = C_{X \text{ из } O} (1 - k_{\text{инт}} S_{\text{Пф}} / S_O), \\ C_{X \text{ кр } \Sigma} = C_{X \text{ из } \Sigma} (1 - k_{\text{инт}} S_{\text{Пф}} / S), \quad (13)$$

где $k_{\text{инт}} = 0,25 \dots 1,0$ – коэффициент интерференции, зависящий от расположения крыла относительно фюзеляжа (малый – для низкоплана, большой – для высокоплана);

$S = S_O + \sum_{i=1}^n S_{B i}$ – общая площадь многоступенчатого телескопического крыла.

Для всего летательного аппарата традиционной схемы:

$$C_{X \text{ ЛА}} = C_{X \text{ кр } \Sigma} + (C_{X \text{ ф}} \frac{S_M}{S} + C_{X \text{ во}} \frac{S_{BO}}{S} k_{BO} + \\ + C_{X \text{ го}} \frac{S_{ГО}}{S} k_{ГО} + C_{X \text{ мг}} \frac{S_{МГ}}{S}), \quad (14)$$

где $C_{X \text{ ф}}$, $C_{X \text{ во}}$, $C_{X \text{ го}}$, $C_{X \text{ мг}}$ – коэффициенты сопротивления фюзеляжа, вертикального оперения

(ВО), горизонтального оперения (ГО) и мотогондолы;

$S_M, S_{ГО}, S_{ВО}, S_{МГ}$ – площади миделя фюзеляжа, ГО, ВО, миделя мотогондолы соответственно;

$$k_{ГО} = \frac{V_{ГО}^2}{V^2}, \quad k_{ВО} = \frac{V_{ВО}^2}{V^2} \text{ – отношения скоростных напоров у ГО и ВО к скоростному напору невозмущенного потока.}$$

Для схемы «тандем» (без ГО) применение телескопического крыла приводит также к изменению интерференции между передним и задним крыльями.

$$C_{X \text{ ЛА}} = C_{X \text{ кр}\Sigma 1} \frac{S_1}{S_1 + S_2} + C_{X \text{ кр}\Sigma 2} \frac{S_2}{S_1 + S_2} + C_{X \text{ инт}12} + C_{X \phi} \frac{S_M}{S} + C_{X \text{ ВО}} \frac{S_{ВО}}{S} k_{ВО} + C_{X \text{ МГ}} \frac{S_{МГ}}{S}, \quad (14a)$$

где $C_{X \text{ инт}12} \approx 2\sigma \frac{C_{Y1} C_{Y2} S_1 S_2}{\pi(S_1 + S_2) l_1 l_2}$ – коэффициент взаимоиנדукции;

$$\sigma = \frac{1}{8} \ln \frac{l^2 + h^2}{c^2 + h^2} \text{ – коэффициент Прандтля,}$$

$l = (l_1 + l_2) / 2$ – средний размах крыльев;

$c = (l_1 - l_2) / 2$ – свисание крыла;

h – высота коробки крыльев, зависящая от угла атаки [11].

Малые БЛА, в т. ч. класса «микро» (массой менее 5 кг), как правило, обладают простой геометрией и для них расчет **коэффициента подъемной силы** предлагается при следующих допущениях:

- отсутствие аэродинамической и геометрической крутки для основной и выдвижных секций;
- основная прямоугольная секция занимает свыше 50 % размаха крыла.

При выполнении первого условия углы атаки нулевой подъемной силы будут одинаковыми ($\alpha_0 \approx -2\bar{f}$ рад, где $\bar{f}$ – относительная кривизна профиля в долях хорды), а отличаться будут по производным подъемной силы по углу атаки и критическим углам атаки. Данные производные рассчитываются по формулам (10) или (10a). Если первое условие не выполняется, то оценить α_0 можно, считая подъемную силу каждой секции пропорциональной площади, по формуле

$$\alpha_0 = \alpha_{0O} S_O / S + \sum_{i=1}^n (\alpha_{0i} - \Delta\varphi_i) S_i / S,$$

где $\Delta\varphi_i$ – угол установки i -й секции относительно основной.

Вычисление критического угла атаки в общем случае затруднительно, но при выполнении второго условия ввиду скоса потока у концов крыла, отрыв должен начинаться у корневой хорды. Таким образом, критический угол атаки телескопического крыла будет меньше, чем у прямоугольного крыла ввиду увеличения удлинения крыла и приближению аэродинамических характеристик к профильным, что подтверждается экспериментальными зависимостями, полученными при небольшом отрицательном угле установки выдвижной секции, (что объясняет небольшое смещение угла α_0 вправо рис. 3). Уменьшение критического угла атаки и увеличение производной от коэффициента подъемной силы по углу атаки хорошо согласуется с теоретическими расчетами.

Разумеется, при очень малой хорде выдвижной секции, соответствующей числу Рейнольдса близкому к критическому, отрыв может начаться и на ней, что крайне нежелательно с точки зрения устойчивости летательного аппарата и безопасности полета.

Крыло сложной формы в плане. Ранее рассматривалось крыло, состоящее из прямоугольных секций. Приведенные выше выкладки справедливы и для крыла с трапециевидными секциями (рис. 4а), при этом профильное сопротивление каждой секции можно приближенно определить для средней аэродинамической хорды этой секции (число Рейнольдса, вычисленное для $C_{X\phi}$ должно быть в диапазоне 125 000...250 000).

Для более точного расчета трапециевидных секций, а также для криволинейных кромок крыла (рис. 4б), учитывать изменение хорды и толщины возможно путем интегрирования, тогда формула (3) приобретает вид:

$$C_{X \text{ пр}\Sigma} = 2 \frac{S_O}{S} \int_0^{l_O/2} C_{X \text{ пр}O}(z) dz + 2 \sum_{i=1}^n \left(\int_{l_O/2 + \dots + l_{B_{i-1}}/2}^{l_O/2 + \dots + l_{B_i}/2} C_{X \text{ пр}B_i}(z) dz \frac{S_{B_i}}{S} \right), \quad (15)$$

где $C_{X \text{ пр}O}, C_{X \text{ пр}B_i}$ вычисляются по формуле (2).

Пример современного «микро»-БЛА с криволинейными кромками приведен на рис. 5 [12].

Таким образом, при известном законе изменения хорды вдоль размаха крыла могут быть вычислены аэродинамические характеристики крыла сложной формы в плане при низких числах Рейнольдса.

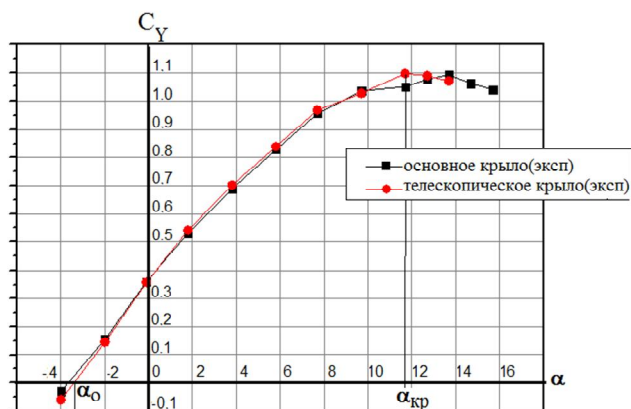


Рис. 3. Экспериментальные зависимости коэффициента подъемной силы: $b_O = 110$ мм, $l_O = 1050$ мм, $\bar{c}_O = 12,0\%$; $l_\Sigma = 1450$ мм, $b_B = 95$ мм, $\bar{c}_B = 8,7\%$; $Re_O = 175\,000$

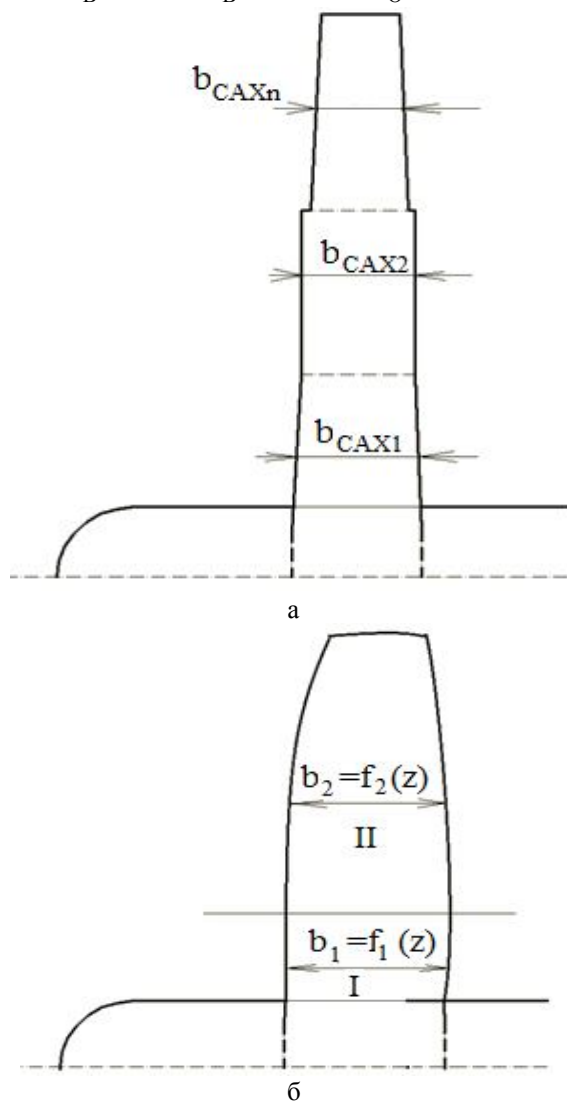


Рис. 4. Примеры геометрии ЛА с крылом сложной формы в плане: а – трапецевидные секции; б – секции с криволинейными кромками



Рис. 5. БЛА «Maverick» с криволинейным крылом в плане

Выводы

В работе предложен аналитический метод, позволяющий рассчитать аэродинамические характеристики летательного аппарата с многоступенчатым крылом, а также крылом сложной формы в плане, которое можно представить в виде соединенных между собой секций.

Ограничения, накладываемые на использование данного метода:

- среднее число Рейнольдса для каждой секции находится в диапазоне $Re = 125\,000 \dots 250\,000$; модель применима и в области автомодельности чисел Рейнольдса $Re > 10^6$ (в последнем случае необходимо использовать формулу (2а) вместо (2));

- соотношение хорд соседних секций крыла не менее 0,86, т. е. $0,86 \leq \frac{b_{Bi+1}}{b_{Bi}} \leq 1,0$ (для всех

$i = 1..n$) и $0,86 \leq \frac{b_{B1}}{b_O} \leq 1,0$;

- толщины профилей находятся в пределах $0,06 \leq \bar{c}_{Bi} \leq 0,12$, что соответствует большинству профилей, применяемых для малых БЛА.

Литература

1. Кривохатко, І. С. Аналіз аеродинаміки малого безпілотного літального апарату з телескопічним крилом [Текст] / І. С. Кривохатко // Вопросы проектирования и производства конструкции летательных аппаратов : сб. науч. тр. / М-во образования и науки Украины, Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «ХАИ». – Харьков, 2013. – Вып. 3 (75). – С. 28–39.
2. Kryvokhatko, I. S. Experimental Investigation Of Aerodynamic Performance Of A Small Uav With A Telescopic Wing [Text] / I. S. Kryvokhatko, V. V. Sukhov // Actual Problems of Unmanned Air Vehicles Developments Proceedings (APUAVD), IEEE 2nd International Conference, Kyiv, 15-17 Oct. 2013. – Kyiv, 2013. – P. 17–20.

3. Пат. US2423095. Variable area wing [Text] / T. F. Gibson (USA) – Serial No. 519,963; Application Jan. 27, 1944; Patented Jul. 1, 1947. – 5 p.

4. Пат. US2743072A. Collapsible wing system for aircraft and actuating means therefor [Text] / J. Emmi (USA) – Serial No. 373,510; Application Aug. 11, 1953; Patented Apr. 24, 1956. – 6 p.

5. Беспилотные летательные аппараты: методики приближенных расчетов основных параметров и характеристик [Текст] / В. М. Ильюшко [и др.]. – К. : ЦНИИ ВВТ ВС Украины, 2009. – 302 с.

6. Мхитарян, А. М. Аэродинамика [Текст] / А. М. Мхитарян. – М. : Машиностроение, 1976. – 448 с.

7. Самойлович, О. С. Формирование области существования самолета в пространстве обобщенных проектных параметров [Текст] : учеб. пос. / О. С. Самойлович. – М. : МАИ, 1998. – 55 с.

8. Лемко, О. Л. Математическая модель формирования аэродинамического облика летательного аппарата по критерию максимального аэродинамического качества [Текст] / О. Л. Лемко, В. В. Сухов // Вопросы проектирования и производства конст-

рукции летательных аппаратов : сб. науч. тр. / М-во образования и науки Украины, Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «ХАИ». – Харьков, 2011. – Вып. 1 (65) – С. 29–37.

9. Репик, Е. У. Влияние турбулентности потока на результаты весовых измерений в аэродинамических трубах [Текст] / Е. У. Репик, Ю. П. Соседко / Труды Центрального Аэрогидродинамического института им. проф. Н. Е. Жуковского. – М., 1975. – Вып. 1636. – С. 1–20.

10. Абрамович, Г. Н. Прикладная газовая динамика [Текст]. В 2-х ч. Ч. 2. / Г. Н. Абрамович. – М. : Наука, 1991. – 304 с.

11. Юрьев, Б. Н. Экспериментальная аэродинамика [Текст]. В 2-х ч. Ч. 2. Индуктивное сопротивление / Б. Н. Юрьев. – М. : НКОП СССР, 1938. – 275 с.

12. Defense Update. International, online defense magazine. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://defense-update.com/products/m/maverick.htm>. – 05.06.2014.

Поступила в редакцию 28.06.2014, рассмотрена на редколлегии 10.09.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. У КП Б. В. Лупкин, Учебно-консультационный пункт Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», г. Киев.

ВИЗНАЧЕННЯ АЕРОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ З КРИЛОМ СКЛАДНОЇ ФОРМИ В ПЛАНІ ПРИ НИЗЬКИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

I. S. Kryvokhatko, V. V. Sukhov

В роботі розглянуто аналітичний метод визначення аеродинамічних характеристик літального апарату з багатоступінчастим телескопічним крилом при низьких числах Рейнольдса, а також розповсюдження даного методу на крила складної форми в плані. Математична модель враховує вплив товщини профілю, числа Рейнольдса, форми крила в плані на його аеродинамічні характеристики. Метод придатний при числах Рейнольдса, які обчислено за хордами перерізів крила, в діапазоні 125 000...250 000 або більше 10^6 і товщинах профілів 6...12 %. Проведено порівняння результатів, отриманих згідно даного методу, з експериментальними даними.

Ключові слова: аеродинамічні характеристики, багатоступінчасте телескопічне крило, крило складної форми, низькі числа Рейнольдса.

AERODYNAMIC PERFORMANCE DEFINITION OF UAV WITH COMPLEX PLANFORM WING AT LOW REYNOLDS NUMBER

I. S. Kryvokhatko, V. V. Sukhov

Analytical method of aerodynamic performance definition of UAV with multistage telescopic wing at low Reynolds number is presented; also method is adapted to UAV with complex planform wing. Mathematical model takes into account airfoil thickness, Reynolds number and wing planform effect on aerodynamic characteristics. Method is applicable for Reynolds number calculated for wing section chords in range from 125 000 to 250 000 or more than 10^6 and airfoil thicknesses from 6 to 12 %. Comparison of results getting by analytical method and experimental data is performed.

Key words: aerodynamic characteristics, multisection telescopic wing, complex planform wing, low Reynolds number.

Кривохатко Ілля Станиславович – асистент кафедри Приборів и систем управления летательными аппаратами, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», г. Киев, Украина, e-mail: elijah@ukr.net.

Сухов Виталий Викторович – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры Приборів и систем управления летательными аппаратами, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», г. Киев, Украина.

УДК 621.45.037

Л. Г. БОЙКО¹, А. Е. ДЁМИН¹, Ю. П. МАКСИМОВ¹,
Ю. Ф. АХТЕМЕНКО², В. А. КАЛЮЖНАЯ²¹ *Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского "ХАИ", Украина*² *ГП "Ивченко-Прогресс", Украина***АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ ТЕЧЕНИЯ И СУММАРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
МНОГОСТУПЕНЧАТОГО ОСЕВОГО КОМПРЕССОРА ГТД**

В статье приведены результаты численного исследования осесимметричного дозвукового течения в многоступенчатом осевом компрессоре газотурбинного двигателя в широком диапазоне рабочих режимов без перепуска воздуха из проточной части. Представлены суммарные характеристики компрессора на различных частотах вращения в сопоставлении с экспериментальными данными. Рассмотрена структура течения на трех режимах по расходу при заданной частоте вращения. Показано изменение углов натекания и параметра диффузности по ступеням компрессора в рассмотренном диапазоне частот вращения.

Ключевые слова: осевой многоступенчатый компрессор, расчетные режимы работы, структура течения, суммарные характеристики.

Введение

В процессе эксплуатации газотурбинного двигателя (ГТД) режимы его работы изменяются в достаточно широком диапазоне по частоте вращения и по расходу. Многоступенчатый осевой компрессор (МОК) обеспечивает работу двигателя на всех допустимых режимах, определяемых условиями совместной работы узлов газогенератора.

Необходимость выполнения поверочных газодинамических расчетов возникает в процессе проектирования и доводки собственно компрессора, а также системы регулирования. Поверочные расчеты позволяют определять параметры течения и суммарные характеристики компрессора в целом, его отдельных ступеней, а также анализировать совместную работу ступеней в МОК. Используемые методы расчета могут иметь различный уровень сложности: от методов, предназначенных для расчетов в одномерной постановке по среднemasсовым параметрам, до методов, позволяющих анализировать вязкое пространственное течение. В зависимости от решаемых задач выбирают и применяют соответствующие методы. Большой объем расчетных работ при проектировании производится с помощью 2D подходов, имеющих достаточные для практики быстроедействие, что особенно важно при необходимости рассчитывать характеристики компрессора, и точность. При выборе программного продукта предпочтение отдается доведенным и верифицированным пакетам.

Широкую известность получили квазитрёхмерные и двумерные подходы, разработанные за рубежом и представленные в [1...7], а также методы, разработанные в СССР, [8...11]. В настоящее время в странах СНГ разработкой новых и совершенствованием подобных подходов занимаются относительно небольшое количество организаций [12] в то же время 2D подходы активно используются при проектировании и составляют неотъемлемую часть специализированных программных комплексов (см. например, Concepts NREC и др.).

В проблемной научно-исследовательской лаборатории газотурбинных двигателей и установок Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского "ХАИ" разработан комплекс программ, позволяющий анализировать в 2D постановке структуру течения и суммарные характеристики осевых и центробежных низко- и высоконапорных ступеней, а также многоступенчатых компрессоров с учётом отбора (перепуска) воздуха из проточной части, а также решеток профилей [13, 14].

В процессе совместных работ с ГП "Ивченко Прогресс", ПАО "Мотор Сич" по исследованию течений в многоступенчатых осевых компрессорах ГТД различного назначения и их совершенствованию проведена верификация элементов программного комплекса.

В статье представлены результаты исследования структуры течения и суммарных характеристик многоступенчатого осевого компрессора современного ГТД на режимах без перепуска воздуха.

Исследование течения в многоступенчатом осевом компрессоре

При выполнении данного расчетного исследования использован программный комплекс AxSym [13], позволяющий проводить численное моделирование течений в многоступенчатых осевых компрессорах и их элементах при до-, транс- и сверхзвуковых ($M < 1,4$) скоростях осредненного в окружном направлении потока. В его основу положено решение системы уравнений Эйлера с использованием конечно – разностного метода второго порядка точности и обобщенных характеристик решёток и ступеней для учета проявления вязких эффектов [15].

Система уравнений Эйлера записана для вращающейся с постоянной угловой скоростью ω системы координат:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla}(\rho \vec{w}) &= 0, \\ (\vec{w} \vec{\nabla}) \vec{w} + 2\vec{\omega} \times \vec{w} + \vec{\omega} \times \vec{u} + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p &= 0, \\ \vec{\nabla} \cdot [\vec{w} \cdot (\rho E + p)] &= 0,\end{aligned}$$

где $\vec{\nabla}$ – дифференциальный оператор Гамильтона, ρ – плотность, $\vec{w}$ – вектор относительной скорости, $\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости вращения ротора, $\vec{u}$ – вектор окружной скорости, p – давление, удельная полная энергия $E = c_v T + \frac{w^2 - u^2}{2}$, T – температура, c_v – теплоемкость при постоянном объеме.

Для замыкания системы использовано уравнение состояния совершенного газа

$$p = \rho R T.$$

Осреднение полученных в расчёте параметров потока на разных радиусах выполнено с использованием законов сохранения массы, импульса и энтропии в осредненном и осредняемом потоках, что позволяет получить интегральные значения параметров потока за венцами, ступенями и компрессором в целом.

В процессе расчета проточная часть (рис. 1 а) разбивается достаточно мелкой сеткой, которая отображается на прямоугольник (показана укрупненно на рис. 1 б), что позволяет описывать течение в проточных частях произвольной формы, достаточно точно моделировать поверхности лопаток рабочих колес (РК) и направляющих аппаратов (НА), определять структуру потока в межлопаточных каналах, получать изолинии параметров течения.

В качестве исходных данных задаются геометрические параметры проточной части и лопаточных венцов в различных сечениях по высоте лопатки (геометрические углы входа и выхода, углы установки, величина и положение максимальной толщины профиля, форма средней линии, а также величина выноса оси лопатки в осевом и радиальном направлениях).

В качестве исходных данных задаются геометрические параметры проточной части и лопаточных венцов в различных сечениях по высоте лопатки (геометрические углы входа и выхода, углы установки, величина и положение максимальной толщины профиля, форма средней линии, а также величина выноса оси лопатки в осевом и радиальном направлениях и др.), режимные параметры (расход, частота вращения), распределения по радиусу параметров потока на входе в расчетную область (P_n^* , T_n^* , α – угол закрутки потока в абсолютном движении). Геометрические параметры лопаточных венцов, заданные в исходных данных, пересчитываются для всех узлов расчётной сетки. Использование ПК AxSym позволяет не только анализировать структуру течения и суммарные характеристики, но и проводить совершенствование геометрических параметров лопаточных венцов и проточной части с целью повышения КПД, расширения области устойчивой работы компрессора и т.д.

Ниже представлены результаты численного анализа течения в компрессоре авиационного ГТД. Компрессор состоит из 6 ступеней с нерегулируемыми направляющими аппаратами. На рис.2 приведено схематическое изображение проточной части. Первые три рабочих колеса имеют околосвуковое профилирование. Настройка и фиксация положения входного направляющего аппарата осуществляется в стендовых условиях на предприятии – изготовителе.

На рис. 3 показаны суммарные характеристики компрессора на различных частотах вращения без перепуска воздуха, полученные расчетным путем. Там же представлены экспериментальные данные, полученные в ГП "Ивченко Прогресс". Характеристики приведены к стандартным атмосферным условиям на входе и представлены в безразмерном виде

$$\pi_k^* = \frac{\pi_k^*}{\pi_{k \text{ расчёт}}^*}, \quad \eta_k^* = \frac{\eta_k^*}{\eta_{k \text{ расчёт}}^*}, \quad \bar{G}_B = \frac{G_B}{G_{B \text{ расчёт}}}.$$

Штриховой линией показана экспериментальная граница области устойчивой работы (ГУР). Штрих пунктирной – линия рабочих режимов (ЛРР).

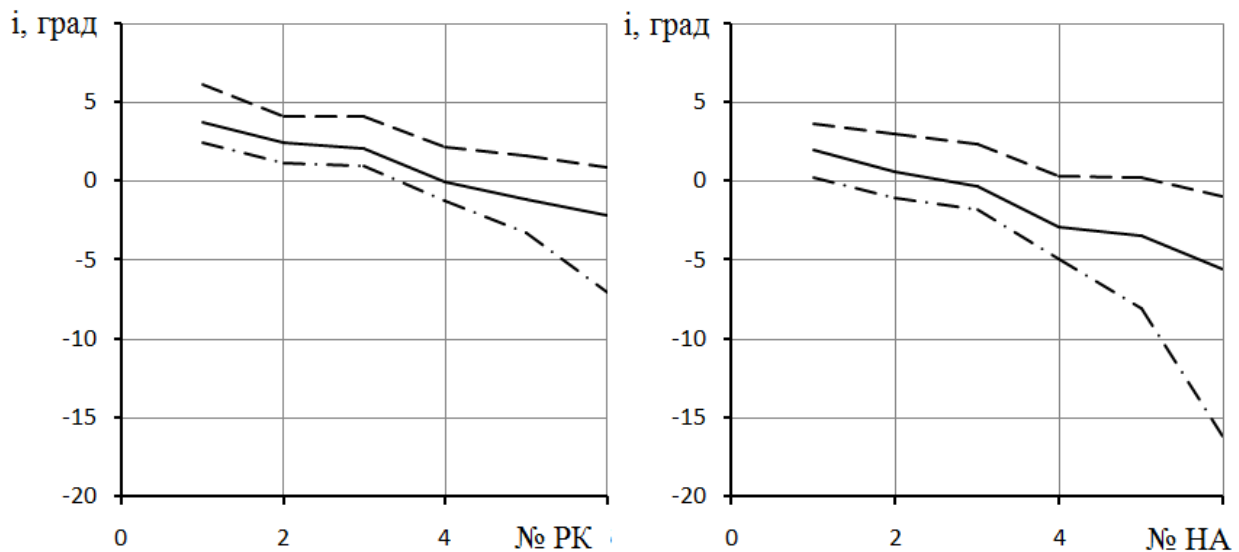


Рис. 4. Изменение угла натекания на лопатки РК и НА компрессора на среднем радиусе на различных режимах по расходу при $\bar{n}=1,0$ (т.т. 1, 2 и 3):
 — — — — — т. 1, ————— т. 2, — · — · — · — т. 3

На рис. 5 показаны изолинии чисел Маха потока в относительном движении для РК (M_w) и в абсолютном движении (M_c) для остальных элементов проточной части, полученные при обработке результатов расчета параметров потока на "расчетной" частоте вращения ($\bar{n}=1,0$ т.т. 1, 2, 3 характеристики). Как видно из приведенных рисунков, в точке 1 во входной части лопаток первых трёх рабочих колёс имеют место высокие дозвуковые и околосзвуковые скорости осредненного в окружном направлении потока в относительном движении.

При увеличении расхода (скорости) в проточной части компрессора вблизи границы "запирания" в привтулочных областях последних ступеней начинается формирование зон повышенных скоростей, которые при дальнейшем увеличении расхода лимитируют расход воздуха через лопаточный венец. Более подробно это повышение скорости ("столбик" в РК и НА 6 ступени) показано в выноске на рис. 5.

На рис. 6 приведены распределения углов натекания на лопаточные венцы компрессора на среднем радиусе на режимах вблизи ГУР и ЛРР для двух частот вращения $\bar{n}=1,0$ и $\bar{n}=0,9$. Здесь же показаны распределения степени диффузорности течения Deq на среднем радиусе на этих режимах.

Использование этого параметра в соответствии с предложенным в работе [10] подходом позволяют оценить порядок подхода к границе устойчивости различных лопаточных венцов многоступенчатого компрессора. Из приведенных результатов следует, что наиболее опасными с точки зрения возникнове-

ния срыва для рассмотренных частот вращения являются лопаточные венцы двух первых ступеней.

На рис. 7 показаны распределения по радиусу приведенных значений давления и температуры заторможенного потока в сечениях на входе в лопаточные венцы РК для т.т. 1 и 2, рис. 3 в виде зависимостей:

$$\begin{aligned}\bar{P}^* &= P^* / P_K^* = f(\bar{R}), \\ \bar{T}^* &= T^* / T_K^* = f(\bar{R}), \\ (\bar{R} &= R / R_H),\end{aligned}$$

где P_K^* — полное давление за компрессором,

T_K^* — полная температура за компрессором,

R_H — радиус периферийного сечения на входе в компрессор.

По результатам проведенного численного исследования определены запасы газодинамической устойчивости для режимов, соответствующих линии рабочих режимов, а также параметр, характеризующий диффузорность течения на среднем радиусе вблизи экспериментальной ГУР.

На рис. 8 приведена зависимость запаса устойчивости ΔKu от приведенной частоты вращения. Штриховой линией показан минимальный допустимый уровень запаса ГДУ, принятый для данного исследования.

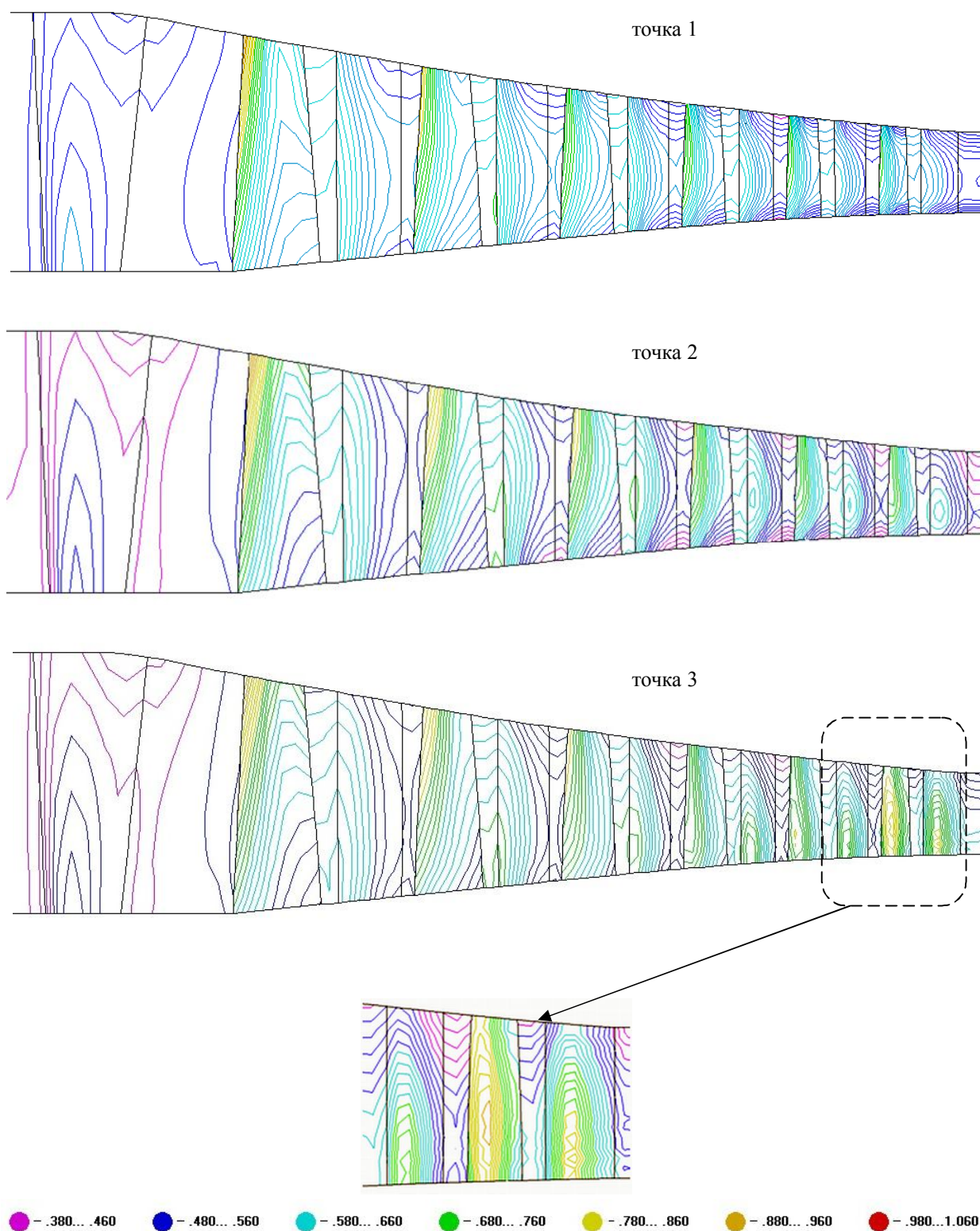


Рис. 5. Изолинии чисел Маха в компрессоре при $\bar{n}=1,0$ (т.т. 1, 2 и 3)

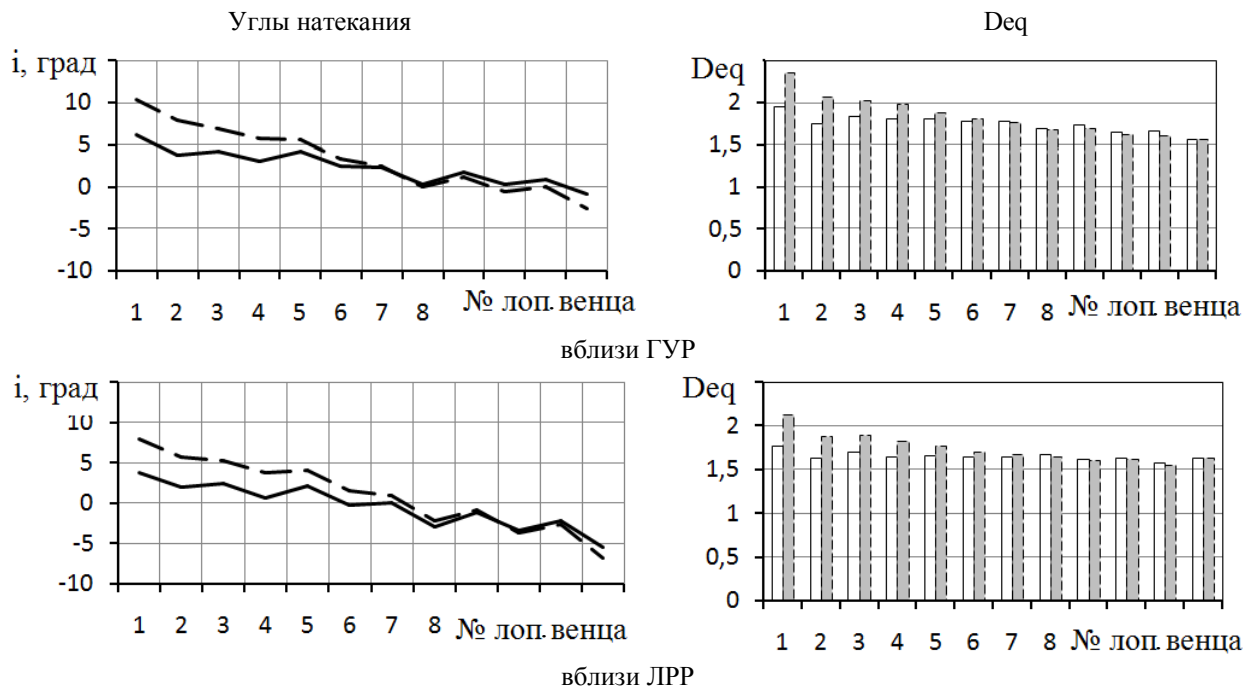


Рис. 6. Изменение углов натекания и параметра диффузорности течения вдоль проточной части на среднем радиусе:

— — — — — $\bar{n} = 0,9$, — — — — — $\bar{n} = 1,0$

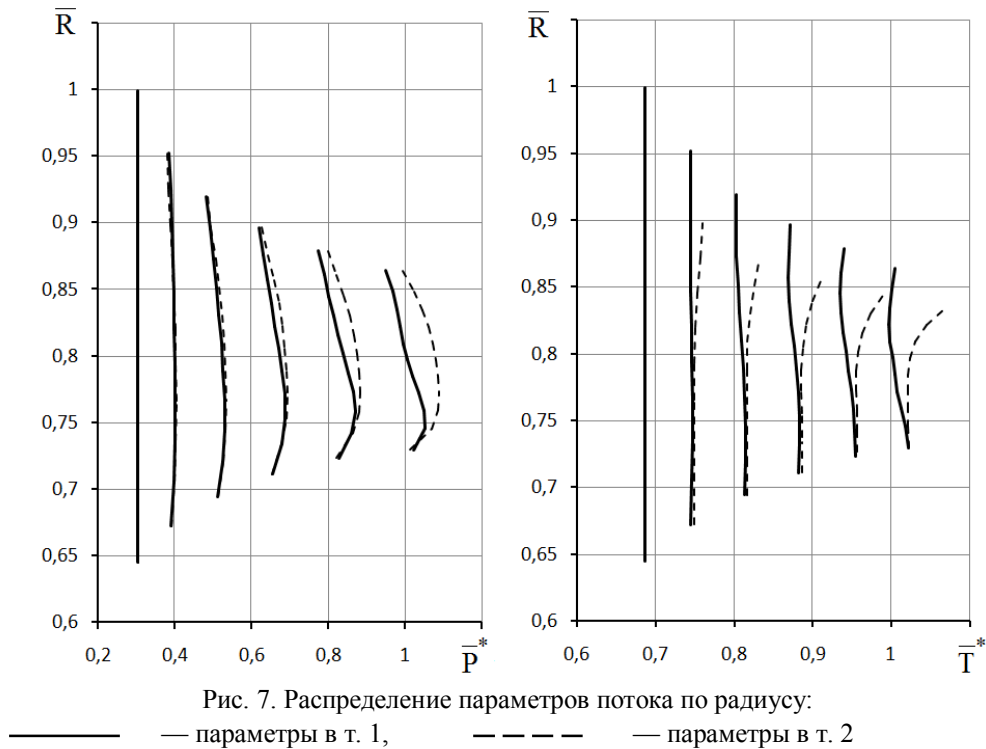


Рис. 7. Распределение параметров потока по радиусу:

— — — — — параметры в т. 1, — — — — — параметры в т. 2

Из рисунка видно, что для режимов по частоте вращения ниже $\bar{n} < 0,9$ возможно уменьшение величин запасов ГДУ ниже заданного уровня, что в свою очередь требует регулирования компрессора. Устойчивую работу компрессора в рассмотренном диапазоне режимов определяет РК первой ступени,

имеющее наибольший уровень параметра диффузорности. В качестве иллюстрации на рис. 9 показано изменение параметра диффузорности для лопаточных венцов от приведенной частоты вращения, полученное в результате расчета, на границе области устойчивой работы, определенной экспериментально.

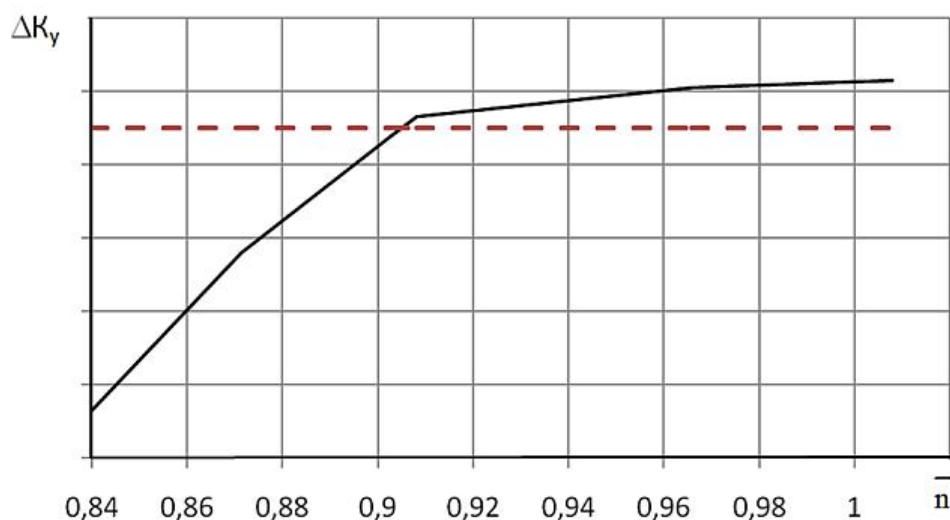


Рис. 8. Изменение запаса устойчивости многоступенчатого компрессора в зависимости от частоты вращения при закрытых клапанах перепуска

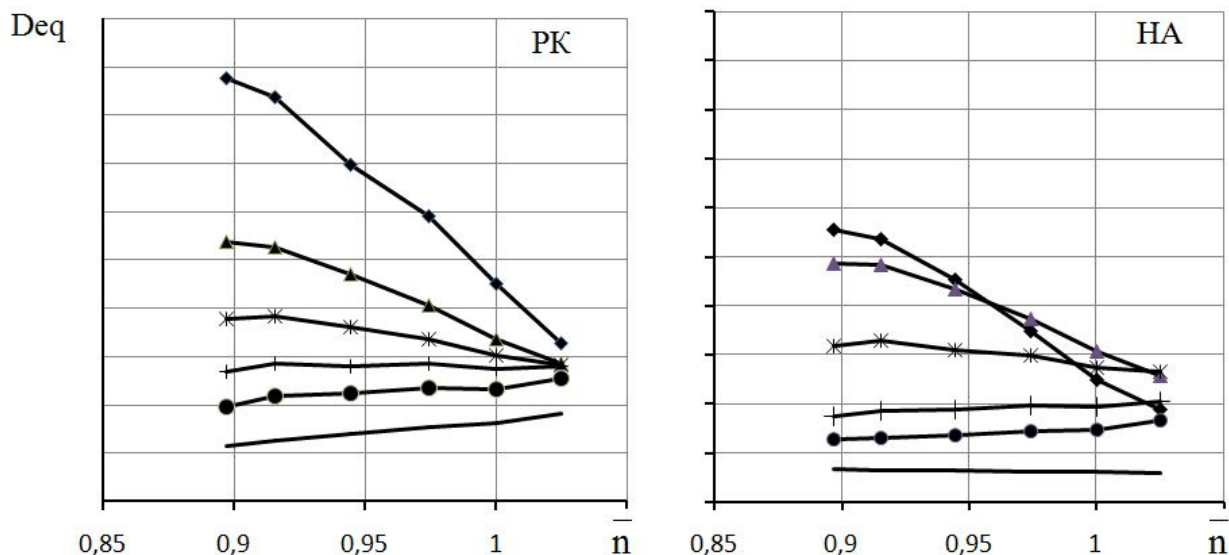


Рис. 9. Изменения параметра диффузности по лопаточным венцам:

- | | | | |
|-----|----------------|-------|----------------|
| —◆— | — 1-я ступень, | —×— | — 4-я ступень, |
| —▲— | — 2-я ступень, | —●— | — 5-я ступень, |
| —*— | — 3-я ступень, | — — — | — 6-я ступень |

Так как в конструкции компрессора, см. рис. 1, не предусмотрен поворот направляющих аппаратов, то необходимый уровень запаса ГДУ на этих режимах достигается путем перепуска воздуха из проточной части компрессора.

Выводы

Проведено исследование суммарных характеристик МОК и параметров потока в его проточной части.

Показано удовлетворительное согласование результатов расчёта с опытными данными в исследованном диапазоне частот вращения $\bar{n} = 0,897 \dots 1,025$.

Анализ уровней изолиний чисел Маха позво-

лил получить представление о структуре течения в проточной части компрессора на "расчётном" режиме по частоте вращения и расходу. На высоких частотах вращения ротора имеет место трансзвуковое обтекание рабочих колес первых трех ступеней.

Проведен анализ параметра диффузности течения на "расчётном" режиме вблизи и границы области устойчивой работы, который позволил определить ступени инициаторы появления срывных явлений.

Проведен расчётный анализ запасов устойчивости компрессора, опирающийся на полученные в процессе исследования результаты.

Анализ структуры течения вдоль напорных веток позволяет наблюдать начало процесса запыления.

Литература

1. Вейо. Расчет квазитрехмерного течения в лопаточных венцах турбомашин [Текст] / Вейо // Энергетические машины и установки. – 1973. – № 3. – С. 61-72.
2. Wang, Q. Quasi-three-dimensional and full three dimensional rotation flow calculations in turbomachines [Text] / Q. Wang, G. Zhu, C. H. Wu // J. Eng. Gas Turbines and Power. – 1985. – № 2. – P. 277-285.
3. Юсер. Квазитрехмерное решение методом конечных элементов задачи об установившемся течении сжимаемой жидкости в турбомашинах [Текст] / Юсер, Йеген, Дурмаз // Энергетические машины и установки. – 1983. – Т. 105. – № 3. – С. 79-86.
4. Хириш, К. Комбинированная программа расчета квазитрехмерного потока в турбомашинах методом конечных элементов [Текст] / К. Хириш, Г. Варзе // Энергетические машины и установки. – 1979. – № 1. – С. 151-159.
5. Янсен. Расчет характеристик осевых компрессоров [Текст] / Янсен, Моффат // Энергетические машины и установки. – 1967. – № 4. – С. 1-13.
6. Dring, R. P. Throughflow modeling of axial turbomachinery [Text] / R. P. Dring, H. D. Joslyn // J. Eng. Gas Turbines Power. – 1986. – Vol. 108, № 4. – P. 246-253.
7. Новак. Метод кривизны линий тока в вычислительных задачах для потока жидкости [Текст] / Новак // Энергетические машины и установки. – 1967. – № 4. – С. 30-41.
8. Сальников, В. С. К расчету осесимметричного потока в турбомашинах [Текст] / В. С. Сальников // Лопаточные машины и струйные аппараты. – 1972. – № 6. – С. 25-48.
9. Егоров, И. Н. Комплекс программ по расчету характеристик, оптимальному проектированию и управлению многоступенчатых осевых компрессоров [Текст] / И. Н. Егоров, В. С. Талызина, В. Н. Фомин // Научно-метод. матер. по процессам

и характеристик авиац. двигат. – М. : ВВИА им. Н. Е. Жуковского. – 1989. – С. 231-238.

10. Гроссман, Ф. Е. Разработка пакета прикладных программ по расчету проточной части стационарного осевого компрессора [Текст] / Ф. Е. Гроссман, А. П. Тарабрин // Повыш. эффектив., надежн. долговечн. компрес. и компрес. установок : Матер. 7-ой научн. конф. – Казань, 1987. – С. 3-10.
11. Бойко, Л. Г. Расчет течения в многоступенчатом осевом компрессоре [Текст] / Л. Г. Бойко, В. Н. Еришов // Газовая динамика двигателей и их элементов. – 1983. – № 2. – С. 19-25.
12. Косолапов, Ю. С. Решение задачи об осесимметричном течении газа в венце турбомашин [Текст] / Ю. С. Косолапов, Е. Ю. Проценко // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1990. – № 4. – С. 105-113.
13. Бойко, Л. Г. Исследование структуры течения и суммарных характеристик многоступенчатых осевых компрессоров и их элементов с помощью комплекса методов поверочного расчета [Текст] / Л. Г. Бойко, А. Е. Демин // Компрессорная техника и пневматика в XXI веке : Тр. XIII международной научно-технической конференции по компрессоростроению. – Сумы : СумГУ. – 2004. – С. 218-230.
14. Комплекс методов поверочного расчета осевых и центробежных компрессоров [Текст] / Л. Г. Бойко, А. Е. Демин, Е. С. Барышева, Ю. П. Максимов, К. В. Фесенко // Труды XV Международной научно - технической конференции по компрессорной технике. – 19 - 20 июля 2011 г. – Казань, 2011. – Том 1. – С. 250-259.
15. Бойко, Л. Г. Метод расчёта до- и трансзвукового течения в осевых компрессорах и результаты его апробации [Текст] / Л. Г. Бойко, М. А. Ковалёв // Совершенствование турбоустановок методами математического и физического эксперимента : Тр. между. науч. техн. конф., Харьков, 29 сентября - 2 октября 1997 г. – Харьков : ИПМаш НАНУ. – 1997. – С. 260-263.

Поступила в редакцию 10.09.2014, рассмотрена на редколлегии 17.09.2014

Рецензент: д-р техн. наук, профессор, зав. каф. технологии производства авиационных двигателей и энергетических установок А. И. Долматов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

АНАЛІЗ ОСОБЛИВОСТЕЙ ТЕЧІЇ ТА СУМАРНИХ ХАРАКТЕРИСТИК БАГАТОСТУПЕНЕВОГО ВІСЬОВОГО КОМПРЕСОРА ГТД

Л. Г. Бойко, О. Є. Дьомін, Ю. П. Максимов, Ю. Ф. Ахтеменко, В. О. Калюжна

Приведено результати чисельного дослідження вісьосиметричної дозвукової течії у багатоступеневому вісьовому компресорі газотурбінного двигуна в широкому діапазоні робочих режимів без перепуску повітря з проточної частини. Представлено сумарні характеристики компресора на різних частотах обертання у зіставленні з експериментальними даними. Розглянуто структуру течії на трьох режимах по витраті при заданій частоті обертання. Показано зміну кутів натікання і параметра дифузорності по ступеням компресора в розглянутому діапазоні частот обертання.

Ключові слова: вісьовий багатоступеневий компресор, розрахункові режими роботи, структура течії, сумарні характеристики.

GTE MULTISTAGE AXIAL COMPRESSOR SUMMARY PERFORMANCES AND FLOW FEATURES ANALYSIS

L. G. Boyko, A. E. Dyomin, U. P. Macsimov, U. F. Ahtemenko, V. A. Kaliuzhnaia

Results of numeral research of gas turbine engine multistage axial compressor axisymmetric subsonic flow in the wide range of operating regimes without air bypass from air-gas channel are shown. Compressor summary performances with different frequencies of rotation in comparison with experimental data are presented. Flow structure for the three modes with different flow rate and rotation frequency constant is considered. The change of incidence angles and diffuser parameter by the compressor stages in the considered range of rotation frequencies is shown.

Key words: multistage axial compressor, design operation condition, flow structure, summary performances.

Бойко Людмила Георгиевна – д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой теории авиационных двигателей, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: boyko@d2.khai.edu.

Дёмин Александр Евгеньевич – канд. техн. наук, старший научный сотрудник, старший научный сотрудник проблемной лаборатории газотурбинных двигателей и установок, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: boyko@d2.khai.edu.

Максимов Юрий Петрович – научный сотрудник проблемной лаборатории газотурбинных двигателей и установок, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: boyko@d2.khai.edu.

Ахтеменко Юрий Фёдорович – вед. конструктор ГП "Ивченко Прогресс", Запорожье, Украина.

Калюжная Вера Алексеевна – вед. конструктор ГП "Ивченко Прогресс", Запорожье, Украина.

УДК 621.438.13:621.57

Н. И. РАДЧЕНКО¹, С. А. КАНТОР²¹ *Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, Украина*² *ПАО "Завод "Экватор", Украина*

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ГАЗОТУРБИННЫХ УСТАНОВОК РЕКУПЕРАЦИЕЙ ТЕПЛОТЫ С ОХЛАЖДЕНИЕМ ВОЗДУХА НА ВХОДЕ

Рассмотрена внутрицикловая утилизация (рекуперация) теплоты отработанных газов газотурбинных установок (ГТУ) с производством холода для охлаждения воздуха на входе. Проанализирована эффективность трансформации теплоты теплоиспользующими холодильными машинами разного типа с охлаждением циклового воздуха до разных температур. Оценка эффективности внутрицикловой трансформации теплоты в холод производилась по экономии топлива с учетом изменения температуры наружного воздуха в конкретных климатических условиях эксплуатации ГТУ в течение года. Показано, что эффект от охлаждения воздуха на входе ГТУ в эжекторных хладоновых или водоаммиачных абсорбционных холодильных машинах намного больше, чем в бромистолитиевых холодильных машинах.

Ключевые слова: газотурбинная установка, теплоиспользующая холодильная машина, внутрицикловая утилизация, рекуперация, цикловой воздух, отработанные газы, экономия топлива.

1. Анализ проблемы и постановка цели исследования

Топливная эффективность ГТУ зависит от температуры наружного воздуха $t_{\text{нв}}$ на входе. С повышением $t_{\text{нв}}$ на входе эффективность ГТУ снижается: удельная работа сжатия компрессора возрастает, а полезная работа турбины уменьшается, поскольку уменьшаются плотность наружного воздуха на входе компрессора и, соответственно, его расход, следствием чего является снижение КПД, увеличение удельного расхода топлива b_e . Так, для ГТУ типа ДН и ДЖ производства ГП НПКГ "Зоря-Машпроект" с повышением $t_{\text{нв}}$ на 10 °С КПД уменьшается в абсолютных величинах на 0,8...1,0 %, или в относительных – на 2,7...2,8 %. Удельный расход топлива ГТУ при этом возрастает на 7...8 г/(кВт·ч).

Сократить тепловые потери с отработанными газами при сжигании топлива в ГТУ при повышенных температурах наружного воздуха на входе $t_{\text{нв}}$ можно путем утилизации их теплоты теплоиспользующими холодильными машинами (ТХМ). Полученный холод целесообразно задействовать для охлаждения циклового воздуха на входе ГТУ.

Поскольку такая утилизация теплоты осуществляется в рабочем цикле самой ГТУ (внутрицикловая) и воздействует на его параметры путем снижения нижней температуры в цикле (температуры воздуха на входе компрессора) t_b , то она представляет собой рекуперацию теплоты – по аналогии с

использованием теплоты отработанных газов для нагрева сжатого воздуха на входе в камеру сгорания в ГТУ рекуперативного типа. При этом повышается термодинамическая эффективность ГТУ: увеличивается КПД, соответственно уменьшается удельный расход топлива b_e , увеличивается эффективная мощность N_e , т.е. выработка механической энергии на привод газоперекачивающих компрессоров, причем при наиболее неблагоприятных в тепловом отношении условиях эксплуатации – при высоких температурах наружного воздуха на входе $t_{\text{нв}}$.

Цель исследования – оценка повышения эффективности ГТУ охлаждением циклового воздуха путем внутрицикловой рекуперации теплоты отработанных газов в теплоиспользующих холодильных машинах с учетом климатических условий эксплуатации.

2. Результаты исследования

Эффект от охлаждения воздуха на входе ГТУ за период времени τ зависит от снижения температуры Δt_b и его продолжительности τ , т.е. климатических условий и типа ТХМ. При эксплуатации ГТУ имеют место как сезонные, так и суточные изменения климатических условий: температуры $t_{\text{нв}}$ и относительной влажности ϕ наружного воздуха, что видно из данных для климатических условий эксплуатации ГТУ Южнобугской компрессорной станции (июль 2011 г., с. Любашевка, Николаевская обл.), приведенных на рис. 1.

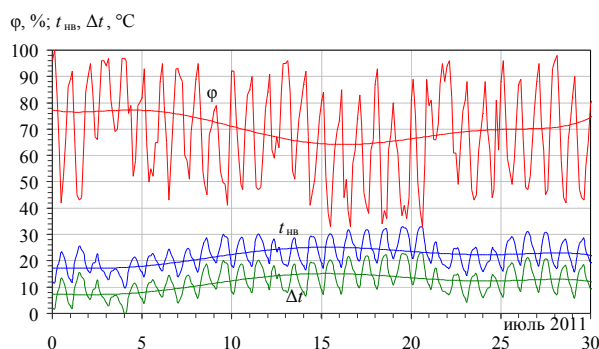


Рис. 1. Текущие значения температуры $t_{нв}$ и относительной влажности $\phi_{нв}$ наружного воздуха и снижения температуры Δt воздуха на входе ГТУ от $t_{нв}$ до $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$ (в ВАХМ или ЭХМ)

Снижение температуры воздуха $\Delta t = t_{нв} - t_{в2}$ зависит помимо температуры наружного воздуха $t_{нв}$ еще и от температуры $t_{в2}$ охлажденного в ТХМ воздуха, которая определяется температурой хладонотителя t_x (рабочего тела ТХМ), т.е. зависит от конкретного типа ТХМ [1–3]. Так, в эжекторных хладонных (ЭХМ) или водоаммиачных абсорбционных (ВАХМ) холодильных машинах воздух можно охладить до температуры $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$ и ниже ($t_x = 2 \dots 3^\circ\text{C}$ и ниже), а в абсорбционных бромистолитиевых (АБХМ) холодильных машинах – до $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$ и выше ($t_x \approx 7^\circ\text{C}$).

Как видно из рис. 1, текущие значения снижения температуры воздуха Δt от $t_{нв}$ до $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$ (в ВАХМ или ЭХМ) составляют $\Delta t = 10 \dots 20^\circ\text{C}$. Особенно значительный потенциал охлаждения воздуха на входе ГТУ в полуденные часы высоких температур наружного воздуха $t_{нв}$.

Схема системы трансформации теплоты уходящих газов ГТУ в ВАХМ в холод для охлаждения воздуха на входе ГТУ представлена на рис. 2.

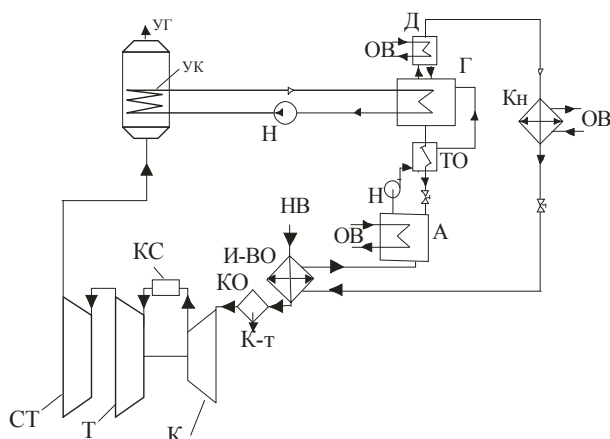


Рис. 2. Схема системы трансформации теплоты уходящих газов ГТУ в ВАХМ: К – компрессор; Т – турбина; СТ – силовая турбина; КС – камера сгорания; УК – утилизационный котел водяной; И-ВО – испаритель-воздухоохладитель; ВАХМ: Г – генератор; Д – дефлегматор; Н – насос; ТО – регенеративный теплообменник; А – абсорбер; КО – каплеотделитель; К-т – конденсат; НВ – наружный воздух; УГ – уходящие газы; ОВ – охлаждающая вода

Для ГТУ ДН70, как и газотурбокомпрессорного агрегата ГТК-10-4 Южнобугской компрессорной станции (с. Любашевка, Николаевская обл.), при снижении температуры воздуха на входе на 1°C удельный расход топлива уменьшается на величину $\Delta b_e = 0,7 \text{ г}/(\text{кВт}\cdot\text{ч})$. Текущие часовые значения уменьшения удельного расхода топлива Δb_{e10} за счет охлаждения воздуха на входе ГТУ в ВАХМ или ЭХМ от $t_{нв}$ до $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$ на величину Δt_{10} , соответственно Δb_{e15} – за счет охлаждения воздуха на входе ГТУ в АБХМ до $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$ на величину Δt_{15} в течение июля 2011 г. (с. Любашевка, Николаевская обл.) приведены на рис. 3.

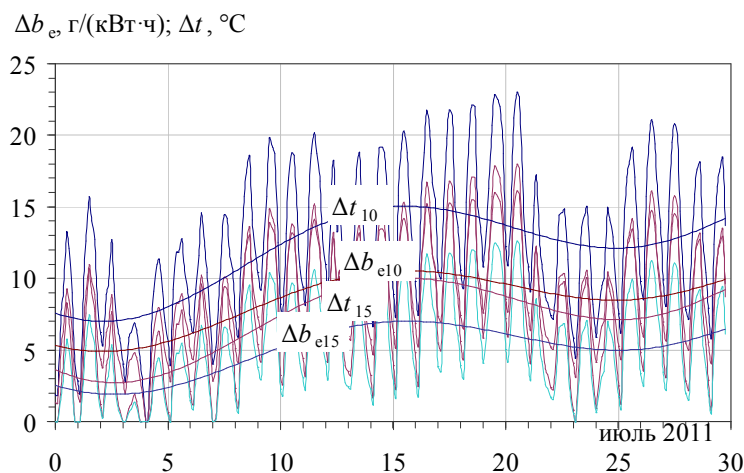


Рис. 3. Текущие значения снижения температуры воздуха Δt в результате его охлаждения от текущей наружной температуры $t_{нв}$ до конечной $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$ (в ВАХМ или ЭХМ) и до $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$ (в АБХМ), а также соответствующие текущие значения уменьшения удельного расхода топлива Δb_{e10} и Δb_{e15}

Суммируя текущие часовые значения уменьшения удельного расхода топлива Δb_{e10} или Δb_{e15} за год, получают удельную, приходящуюся на 1 кВт мощности ГТУ, годовую экономию топлива $B_{т.1кВт}$, кг/кВт, а также общую экономию топлива

B_t за год для ГТУ мощностью, например 10 МВт, в результате охлаждения воздуха на входе от текущей наружной температуры $t_{нв}$ до разных конечных температур $t_{в2}$: $B_{т.10} = B_{т.1кВт} \cdot N_e$ (рис. 4).

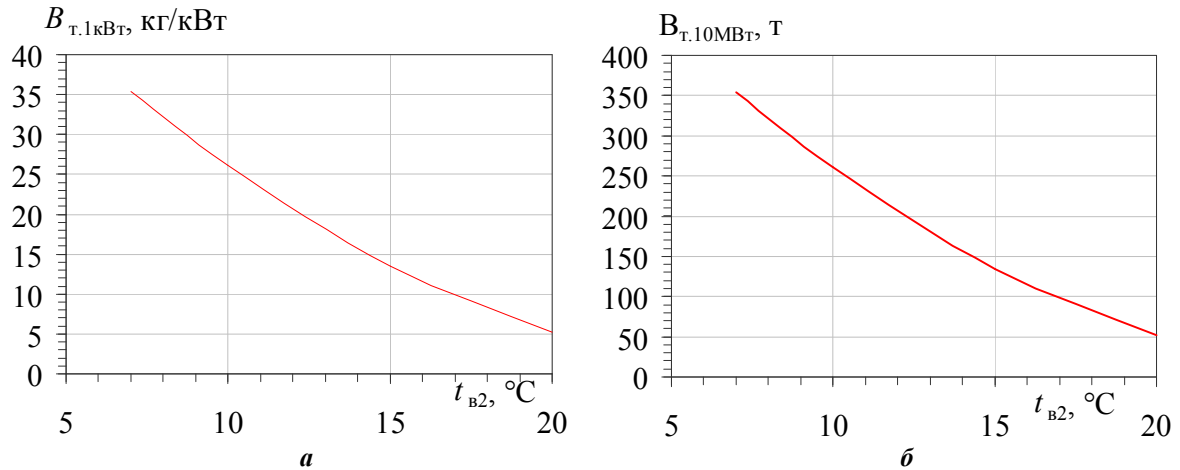


Рис. 4. Значения удельной ($N_e = 1$ кВт) экономии топлива $B_{т.1кВт}$ за год (а) и экономии топлива $B_{т.10МВт}$ для ГТУ мощностью 10 МВт (б) в результате охлаждения воздуха на входе ГТУ от текущей наружной температуры $t_{нв}$ до разных конечных температур $t_{в2}$: $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$ – в ВАХМ или ЭХМ; $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$ – в АБХМ (июль 2011 г., с. Любашевка, Николаевская обл.)

О динамике изменения эффекта от охлаждения воздуха на входе ГТУ в виде экономии топлива B_t на протяжении года можно судить по ежемесячной и суммарной годовой (по нарастающей) экономии топлива B_t для ГТУ мощностью 10 МВт в результате охлаждения воздуха на входе от текущей наружной температуры $t_{нв}$ до конечных $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$ (ВАХМ или ЭХМ) и $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$ (АБХМ) соответственно на рис. 5.

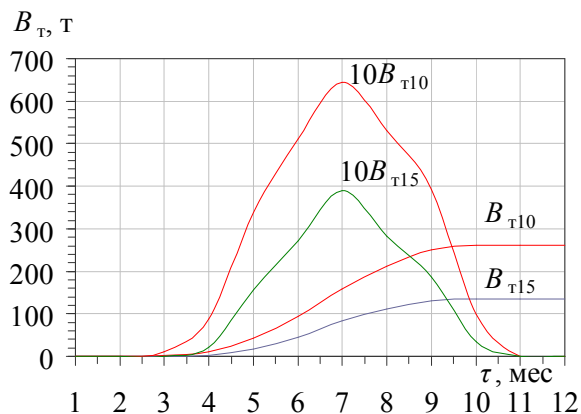


Рис. 5. Значения экономии топлива B_t ежемесячной и суммарной по нарастающей для ГТУ мощностью 10 МВт в результате охлаждения воздуха на входе от текущей наружной температуры $t_{нв}$ до конечных $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$ (в ВАХМ или ЭХМ) и $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$ (в АБХМ): $B_{т10}$ – при $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$ (ВАХМ или ЭХМ); $B_{т15}$ – при $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$ (АБХМ)

Как видно из рис. 5, более глубокое охлаждение (на 5°C ниже) в ВАХМ или ЭХМ ($t_{в2} = 10^\circ\text{C}$) по сравнению с АБХМ ($t_{в2} = 15^\circ\text{C}$) обеспечивает практически в два раза большую экономию топлива: 260 т против 130 т для ГТУ мощностью 10 МВт.

Максимальные значения ежемесячной экономии топлива B_t за счет охлаждения воздуха на входе ГТУ приходятся на самые теплые июль-август месяцы. Наибольшим значениям ежемесячной экономии топлива B_t соответствуют и максимальные темпы наращивания суммарной годовой экономии топлива – наиболее крутой характер графической зависимости $B_t = f(\tau, \text{мес})$.

Выводы

Проанализирована эффективность внутрицикловой утилизации (рекуперации) теплоты отработанных газов ГТУ в ТХМ с охлаждением воздуха на входе до разных температур с учетом изменения температуры наружного воздуха в течение года. Показано, что при охлаждении воздуха на входе ГТУ в ВАХМ или ЭХМ годовая экономия природного газа почти в два раза больше, чем в АБХМ.

Литература

1. Радченко, А. Н. Методология технико-экономического обоснования эффективности применения тригенерации в газотурбинных установках [Текст] / А. Н. Радченко, А. С. Морозова // Газотурбинные технологии. – Рыбинск, Россия. – 2013. – № 3 (114). – С. 42–45.

2. Radchenko, N. Trigeneration plant for combined energy supply [Text] / N. Radchenko, S. Ryzkov,

S. Forduy // *Proceedings of the 14 International Symposium on Heat Transfer and Renewable Sources of Energy: HTRSE-2012*. – Szczecin, Poland, 2012. – P. 503–508.

3. Bortmany, J. N. Assessment of aqua-ammonia refrigeration for pre-cooling gas turbine inlet air [Text] / J. N. Bortmany // *Proceedings of ASME TURBO EXPO 2002*. – Paper GT-2002-30657. – 12 p.

Поступила в редакцию 29.05.2014, рассмотрена на редколлегии 10.09.2014

Рецензент: д-р техн. наук, профессор М. Г. Хмельнюк, Учебно-научный институт холода, криотехнологий и экоэнергетики им. В. С. Мартыновского Одесской национальной академии пищевых технологий, Одесса.

ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ГАЗОТУРБІННИХ УСТАНОВОК РЕКУПЕРАЦІЄЮ ТЕПЛОТИ З ОХОЛОДЖЕННЯМ ПОВІТРЯ НА ВХОДІ

М. І. Радченко, С. А. Кантор

Розглянуто внутрішньоциклову утилізацію (рекуперацію) теплоти відпрацьованих газів газотурбінних установок (ГТУ) з виробництвом холоду для охолодження повітря на вході. Проаналізовано ефективність трансформації теплоти тепловикористовуючими холодильними машинами різного типу з охолодженням циклового повітря до різних температур. Оцінка ефективності внутрішньоциклової трансформації теплоти в холод проводилась за економією палива з урахуванням зміни температури навколишнього повітря в конкретних кліматичних умовах експлуатації ГТУ протягом року. Показано, що ефект від охолодження повітря на вході ГТУ в ежекторних хладонових або водоаміачних абсорбційних холодильних машинах набагато більше ніж в бромистолітєвих холодильних машинах.

Ключові слова: газотурбінна установка, тепловикористовуюча холодильна машина, внутрішньоциклова утилізація, рекуперація, циклове повітря, відпрацьовані гази, економія палива.

INCREASING THE EFFICIENCY OF GAS TURBINE UNITS BY HEAT RECUPERATION WITH INTAKE AIR COOLING

N. I. Radchenko, S. A. Kantor

The in-cyclic utilization (recuperation) of the heat of gas turbine units (GTU) exhaust gases to produce a cold for intake air cooling was considered. The efficiency of heat transforming by waste heat recovery cooling machines of different types with cooling of the cyclic air to different temperatures has been analyzed. The efficiency of in-cyclic transforming of the exhaust gases heat into a cold was evaluated by fuel saving with taking into account the ambient air temperature variations during year in concrete climatic conditions of GTU performance. It was shown that the effect due to GTU intake air cooling by refrigerant ejector cooling machines or absorption aqua-ammonia cooling machines is much more as compared with absorption bromide-lithium cooling machines.

Key words: gas turbine unit, waste heat recovery cooling machine, in-cyclic utilization, recuperation, cyclic air, exhaust gas, fuel saving.

Радченко Николай Иванович – д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой кондиционирования и рефрижерации, Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, Николаев, Украина, e-mail: andrad69@mail.ru.

Кантор Сергей Анатольевич – инженер-механик, ПАО "Завод "Экватор", Николаев, Украина, e-mail: s_kantor@mail.ru.

УДК 621.438.13:621.57

А. Н. РАДЧЕНКО, РАМЗИ ЭЛ ГЕРБИ

Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, Украина

ОХЛАЖДЕНИЕ ВОЗДУХА НА ВХОДЕ РЕКУПЕРАТИВНЫХ ГТД АБСОРБЦИОННОЙ И ЭЖЕКТОРНОЙ ТЕПЛОИСПОЛЗУЮЩИМИ ХОЛОДИЛЬНЫМИ МАШИНАМИ

Выполнен анализ эффективности использования теплоты выпускных газов рекуперативных газотурбинных двигателей (ГТД) абсорбционной бромистолитиевой и хладоновой эжекторной холодильными машинами для охлаждения воздуха на входе ГТД и комфортного кондиционирования воздуха. Показано, что холодильные машины, каждая в отдельности, не в состоянии обеспечить охлаждение циклового воздуха ГТД и комфортное кондиционирование в жарких климатических условиях из-за сравнительно невысокого теплового потенциала выпускных газов рекуперативных ГТД. Обосновано применение абсорбционной бромистолитиевой холодильной машины в качестве высокотемпературной ступени охлаждения воздуха на входе ГТД и хладоновой эжекторной холодильной машины как низкотемпературной ступени охлаждения.

Ключевые слова: рекуперативный газотурбинный двигатель, охлаждение воздуха, выпускной газ, абсорбционная бромистолитиевая холодильная машина, эжекторная холодильная машина.

1. Анализ проблемы и постановка цели исследования

В качестве базовых двигателей установок автономного электро-, тепло- и хладоснабжения [1] применяются в большинстве случаев ГТД рекуперативного типа, в которых сжатый воздух перед камерой сгорания нагревается выпускными газами. Обычно в таких тригенерационных установках для получения холода применяют высокоэффективные абсорбционные бромисто-литиевые холодильные машины (АБХМ), утилизирующие сбросную теплоту двигателей [2, 3]. Поскольку с повышением температуры наружного воздуха $t_{\text{нв}}$ на входе термодинамическая эффективность ГТД снижается [1], то предварительное охлаждение воздуха позволяло бы поддерживать высокую топливную экономичность ГТД и при повышенных температурах $t_{\text{нв}}$. Однако температура хладоносителя (холодной воды) после одноступенчатых АБХМ составляет $t_x = 7...10^\circ\text{C}$, что позволяет охлаждать воздух на входе ГТД не ниже температуры $t_{\text{в2}} = 15^\circ\text{C}$. Для применения двухступенчатых АБХМ, в которых возможно было бы глубокое охлаждение воздуха на входе ГТД, требуются источники теплоты более высокого потенциала – горячая вода с температурой примерно 140°C или водяной пар. В случае применения хладоновых эжекторных холодильных машин (ЭХМ), которые в состоянии охлаждать воздух на входе ГТД до более низких температур $t_{\text{в2}} = 7...10^\circ\text{C}$, из-за сравнительно невысокого теплового потенциала выпускных газов рекуперативных ГТД (температура газов около

250°C) весьма проблематично охлаждение воздуха на входе ГТД и комфортное кондиционирование комплексов различного назначения (гостиничных, торгово-развлекательных и т.д.).

Цель исследования – анализ возможности охлаждения воздуха на входе рекуперативных ГТД и комфортного кондиционирования ступенчатой трансформацией тепла выпускных газов ГТД в АБХМ и ЭХМ.

2. Результаты исследования

Температура холодной воды (хладоносителя), поступающей из АБХМ, $t_x = 7...10^\circ\text{C}$, что позволяет охлаждать воздух не ниже $t_{\text{в2}} = 15^\circ\text{C}$ (с учетом разности температур $t_{\text{в2}} - t_x = 8...10^\circ\text{C}$). Охлаждение воздуха до температуры $t_{\text{в2}} = 15^\circ\text{C}$ соответствует условиям эксплуатации систем комфортного кондиционирования воздуха обитаемых комплексов. Однако для повышения топливной эффективности ГТД желательно охлаждать воздух на входе ГТД до более низкой температуры, например, $t_{\text{в2}} = 10^\circ\text{C}$.

На рис. 1 приведены текущие затраты холода $Q_{0.15}$ на охлаждение воздуха на входе ГТД Capstone C1000 (мощность 1000 кВт) [4] в АБХМ (от $t_{\text{нв}}$ до $t_{\text{в2}} = 15^\circ\text{C}$), кондиционирование воздуха $Q_{0.КВ}$ и суммарные затраты холода $Q_{0.сум.15}$ на охлаждение воздуха на входе ГТД в АБХМ (от $t_{\text{нв}}$ до $t_{\text{в2}} = 15^\circ\text{C}$) и на комфортное кондиционирование воздуха (до $t_{\text{в2}} = 15^\circ\text{C}$), а также холодопроизводительность $Q_{0.уг.15}$, получаемая за счет располагаемой теплоты газов $Q_{\text{уг}}$ в АБХМ.

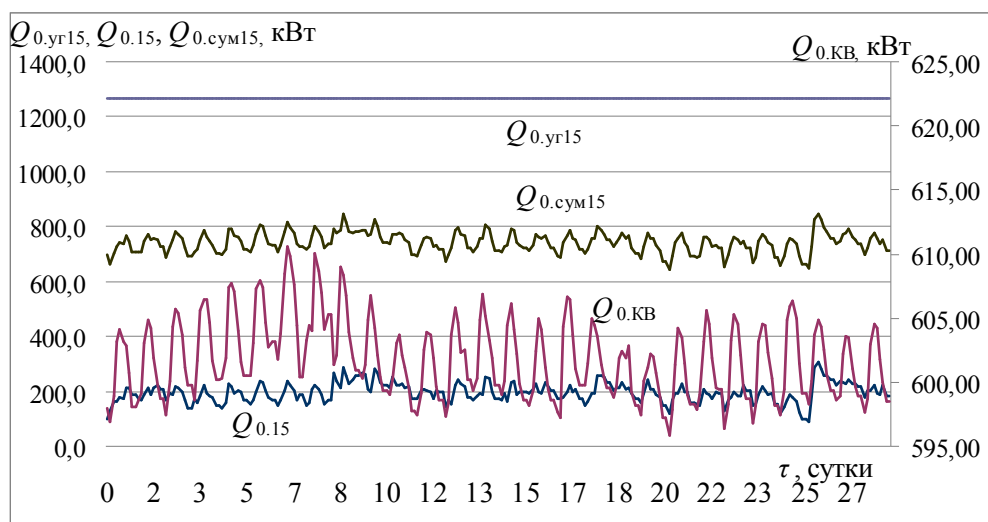


Рис. 1. Текущие затраты холода $Q_{0.15}$ на охлаждение воздуха на входе ГТД С1000 в АБХМ (от $t_{нв}$ до $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$), кондиционирование воздуха $Q_{0.КВ}$ и суммарные затраты холода $Q_{0.сум15}$ на охлаждение воздуха на входе ГТД в АБХМ (от $t_{нв}$ до $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$) и на комфортное кондиционирование воздуха (до $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$), а также холодопроизводительность $Q_{0.уг15}$, получаемая за счет располагаемой теплоты газов $Q_{уг}$ в АБХМ

Как видно, располагаемой холодопроизводительности $Q_{0.уг15} \approx 1270$ кВт, которую можно получить из теплоты газов $Q_{уг}$ ГТД С1000 в АБХМ, больше, чем требуется для охлаждения воздуха до 15°C : $Q_{0.уг15} > Q_{0.сум15} = 700 \dots 800$ кВт. Однако температурный уровень этого холода не позволяет охлаждать воздух ниже 15°C (до 10°C и ниже), поскольку температура хладоносителя (холодной воды) от АБХМ $t_{х} = 7^\circ\text{C}$.

Аналогичные затраты холода $Q_{0.10}$ на охлаждение воздуха на входе ГТД С1000 в ЭХМ (от $t_{нв}$ до $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$), кондиционирование воздуха $Q_{0.КВ}$ и суммарные затраты холода $Q_{0.сум10}$ на охлаждение воздуха на входе ГТД в ЭХМ (от $t_{нв}$ до $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$) и на комфортное кондиционирование воздуха (до $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$), а также холодопроизводительность $Q_{0.уг10}$, получаемая из располагаемой теплоты газов $Q_{уг}$ в ЭХМ приведены на рис. 2.

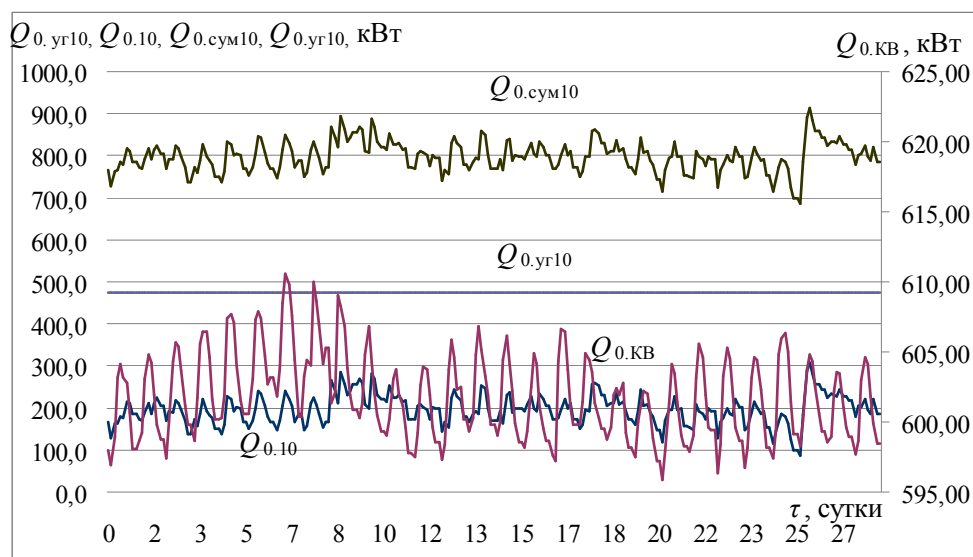


Рис. 2. Текущие затраты холода $Q_{0.10}$ на охлаждение воздуха на входе ГТД С1000 в ЭХМ (от $t_{нв}$ до $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$), кондиционирование воздуха $Q_{0.КВ}$ и суммарные затраты холода $Q_{0.сум10}$ на охлаждение воздуха на входе ГТД в ЭХМ (от $t_{нв}$ до $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$) и комфортное кондиционирование (до $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$), холодопроизводительность $Q_{0.уг10}$, получаемая из располагаемой теплоты газов $Q_{уг}$ в ЭХМ

Как видно, холодопроизводительности $Q_{0.уг.10} \approx 480$ кВт, которую можно получить из располагаемой теплоты газов $Q_{уг}$ в ЭХМ, недостаточно для охлаждения воздуха до 10°C :

$$Q_{0.уг.10} < Q_{0.сум.10} = 750 \dots 850 \text{ кВт.}$$

Дефицит холода можно устранить, повышая эффективность трансформации сбросной теплоты (с высоким тепловым коэффициентом ζ) применением принципиально нового ступенчатого способа трансформации тепла в холод.

Из-за невысоких тепловых коэффициентов трансформации тепла в ЭХМ ($\zeta_{ЭХМ} = 0,2 \dots 0,3$) по сравнению с АБХМ ($\zeta_{АБХМ} = 0,7 \dots 0,8$) целесообразно охлаждать воздух на входе ГТД в ЭХМ не от $t_{нв}$ до $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$, а доохлаждать его после АБХМ от $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$ до $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$, т.е. использовать ЭХМ как вторую ступень более глубокого охлаждения воздуха на входе ГТД (рис. 3).

Проанализируем возможность покрытия дефицита холода на доохлаждение воздуха на входе

ГТД. При этом в ЭХМ используют избыток тепла выпускных газов – сверх необходимого для предварительного охлаждения воздуха на входе ГТД от $t_{нв}$ до $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$ и на комфортное кондиционирование (до $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$) в АБХМ, т.е. $\Delta Q_{уг.15} = Q_{уг} - Q_{уг.15}$, для доохлаждения воздуха на входе ГТД от температуры воздуха $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$, предварительно охлажденного в АБХМ, до температуры воздуха $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$ в ЭХМ (рис. 4).

При этом отношение количества холода, требуемого для доохлаждения воздуха от $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$ до $t_{в2} = 10^\circ\text{C}$, т.е. $Q_{0.сум.10} - Q_{0.сум.15}$, к располагаемому избытку тепла выпускных газов (сверх необходимого для АБХМ) $\Delta Q_{уг.15} = Q_{уг} - Q_{уг.15}$, представляет собой значение требуемого коэффициента трансформации тепла в ЭХМ для получения дополнительного количества холода: $\zeta_{ЭХМ} = (Q_{0.сум.10} - Q_{0.сум.15}) / (Q_{уг} - Q_{уг.15})$, как показано на рис. 5.

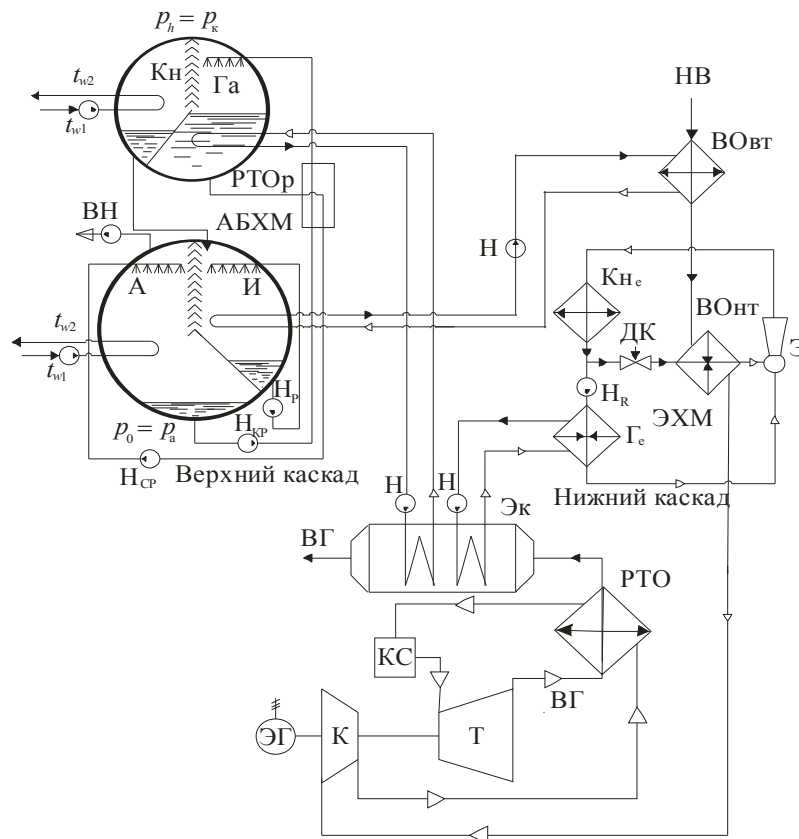


Рис. 3. Схема системы ступенчатого охлаждения воздуха на входе ГТД трансформацией теплоты выпускных газов рекуперативного ГТД в холод в АБХМ и ЭХМ: К – компрессор; Т – турбина; ЭГ – электродвигатель; КС – камера сгорания; РТО – рекуперативный теплообменник нагрева сжатого воздуха; Эк – экономайзер нагрева воды (теплоносителя для АБХМ); ВО – воздухоохладитель; КО – каплеотделитель; К-т – конденсат; НВ – наружный воздух; Нх – насос хладоносителя; АБХМ: Г – генератор (десорбер); Кн – конденсатор; А – абсорбер; Иа – испаритель; РТОр – регенеративный теплообменник растворов, Нср – насос слабого раствора; Нкр – насос крепкого раствора; Нр – рециркуляционный водяной насос; ВН – вакуум-насос; ВГ – выпускные газы

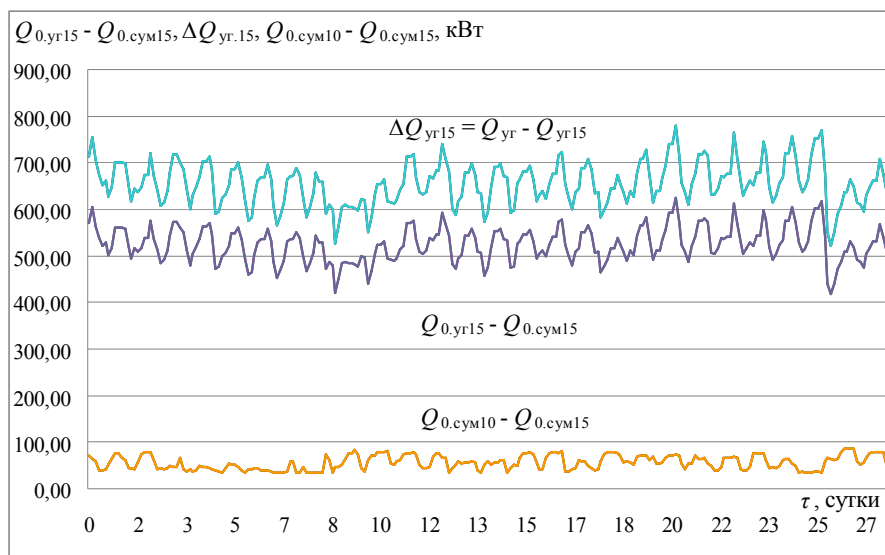


Рис. 4. Текущие значения дефицита холода $Q_{0.сум.10} - Q_{0.сум.15}$ на доохлаждение воздуха на входе ГТД от $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$ (после АБХМ) до $t_{B2} = 10^\circ\text{C}$, включая комфортное кондиционирование воздуха, избытка холода $Q_{0.гр.15} - Q_{0.сум.15}$, получаемого за счет располагаемой теплоты газов $Q_{гр}$ в АБХМ, на охлаждение воздуха на входе ГТД от $t_{HВ}$ до $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$ (в АБХМ), включая комфортное кондиционирование воздуха, а также избыток располагаемого тепла выпускных газов $\Delta Q_{гр.15}$ сверх необходимого для предварительного охлаждения воздуха на входе ГТД от $t_{HВ}$ до $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$ в АБХМ: $\Delta Q_{гр.15} = Q_{гр} - Q_{гр.15}$

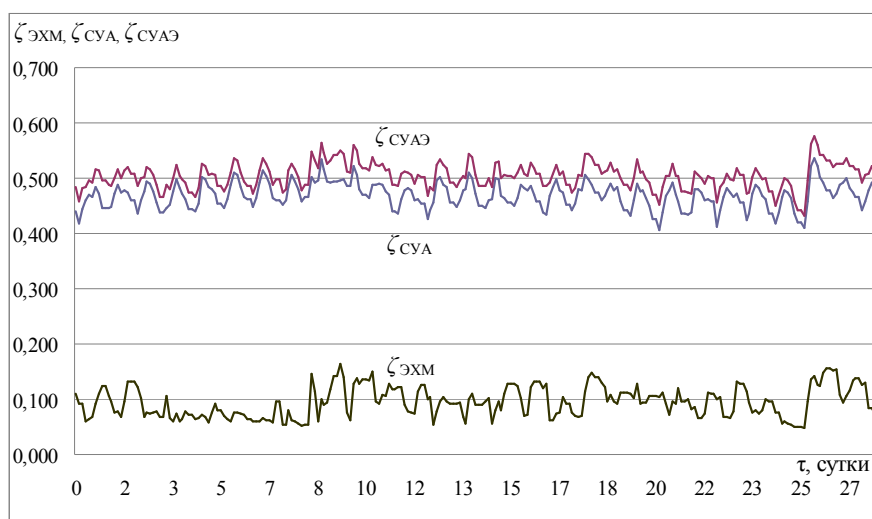


Рис. 5. Значения требуемого коэффициента трансформации тепла в ЭХМ $\zeta_{ЭХМ}$ для получения дополнительного холода на доохлаждение воздуха от $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$ (после АБХМ) до $t_{B2} = 10^\circ\text{C}$, а также коэффициентов трансформации тепла в двухступенчатой абсорбционно-эжекторной системе утилизации тепла $\zeta_{СУАЭ}$ и традиционной абсорбционной системе утилизации тепла $\zeta_{СУА}$

Как видно, значение требуемого коэффициента трансформации тепла в ЭХМ при получении дополнительного холода для доохлаждения воздуха от $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$ (после АБХМ) до $t_{B2} = 10^\circ\text{C}$: $\zeta_{ЭХМ} = (Q_{0.сум.10} - Q_{0.сум.15}) / (Q_{гр} - Q_{гр.15}) = 0,10 \dots 0,15$, что соответствует тепловым коэффициентам трансформации тепла в ЭХМ при $t_0 = 0 \dots 2^\circ\text{C}$.

Благодаря двухступенчатой абсорбционно-эжекторной трансформации тепла выпускных газов ГТД в холод, во-первых, утилизируется все тепло

выпускных газов ГТД $Q_{гр}$ без остатка $\Delta Q_{гр.15} = Q_{гр} - Q_{гр.15}$, а во-вторых, обеспечивается более глубокое охлаждение воздуха на входе ГТД до $t_{B2} = 10^\circ\text{C}$ по сравнению с АБХМ ($t_{B2} = 15^\circ\text{C}$). В результате коэффициенты трансформации тепла в двухступенчатой абсорбционно-эжекторной системе утилизации тепла $\zeta_{СУАЭ}$ примерно на 10 % выше их величин $\zeta_{СУА}$ для традиционной абсорбционной системы утилизации тепла.

При этом коэффициенты трансформации тепла в системе утилизации рассчитывали как отношение полученного холода к располагаемому теплу выпускных газов ГТД: $\zeta_{\text{СУАЭ}} = Q_{0.\text{сум.10}} / Q_{\text{уг}}$ и $\zeta_{\text{СУА}} = Q_{0.\text{сум.15}} / Q_{\text{уг}}$.

Выводы

Показано, что АБХМ или ЭХМ в отдельности не в состоянии обеспечить охлаждения воздуха на входе ГТД и комфортное кондиционирование воздуха в жарких климатических условиях из-за сравнительно невысокого теплового потенциала выпускных газов рекуперативных ГТД. Обосновано применение АБХМ в качестве высокотемпературной предварительного охлаждения воздуха на входе ГТД и ЭХМ как низкотемпературной ступени глубокого охлаждения воздуха на входе ГТД.

Литература

1. Campanary, S. Technical and tariff scenarios effect on microturbine trigenerative applications [Text] / S. Campanary, E. Macchi // *Proceedings of ASME TURBO EXPO 2003*. – Paper GT-2003-38275. – 10 p.
2. Рыжков, С. С. Направления повышения эффективности тригенерационных установок автономного энергообеспечения технологических процессов [Текст] / С. С. Рыжков, А. Н. Радченко, С. Г. Фордуй // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2013. – № 9 (106). – С. 80–85.
3. Radchenko, N. Trigeneration plant for combined energy supply [Text] / N. Radchenko, S. Ryzkov, S. Forduy // *Proceedings of the 14 International Symposium on Heat Transfer and Renewable Sources of Energy: HTRSE-2012*. – Szczecin, Poland, 2012. – P. 503–508.

Поступила в редакцию 26.08.2014, рассмотрена на редколлегии 10.09.2014

Рецензент: д-р техн. наук, профессор А.С. Титлов, Одесская национальная академия пищевых технологий, Одесса.

ОХОЛОЖДЕННЯ ПОВІТРЯ НА ВХОДІ РЕКУПЕРАТИВНИХ ГТД АБСОРБЦІЙНОЮ ТА ЕЖЕКТОРНОЮ ТЕПЛОВИКОРИСТОВУЮЧИМИ ХОЛОДИЛЬНИМИ МАШИНАМИ

А. М. Радченко, Рамзі Ел Гербі

Виконано аналіз ефективності використання теплоти выпускних газів рекуперативних газотурбінних двигунів (ГТД) абсорбційною бромистолітєвою та хладоною ежекторною холодильними машинами для охолодження повітря на вході ГТД і комфортного кондиціювання повітря. Показано, що холодильні машини, кожна окремо, не здатні забезпечити охолодження циклового повітря ГТД і комфортне кондиціювання повітря в спекотних кліматичних умовах через порівняно невисокий тепловий потенціал відхідних газів рекуперативних ГТД. Обґрунтовано застосування абсорбційної бромистолітєвої холодильної машини як високотемпературного ступеня охолодження повітря на вході ГТД і хладонової ежекторної холодильної машини як низькотемпературного ступеня охолодження.

Ключові слова: рекуперативний газотурбінний двигун, охолодження повітря, выпускний газ, абсорбційна бромистолітєва холодильна машина, ежекторна холодильна машина.

RECUPERATIVE GTE INTAKE AIR COOLING BY ABSORPTION AND EJECTOR WASTE HEAT RECOVERY CHILLERS

A. N. Radchenko, Ramzi El Gerbi

The efficiency of exhaust gas waste heat recovery of recuperative gas turbine engines (GTE) by absorption lithium-bromide and refrigerant ejector chillers for GTE intake air cooling and comfort air conditioning has been analyzed. It is shown that each chillers are not able to provide GTE intake air cooling and comfort air conditioning in hot climatic conditions because of comparable low heat potential of recuperative GTE exhaust gas. The application of absorption lithium-bromide chiller as high-temperature stage of GTE intake air cooling and refrigerant ejector chiller as low-temperature stage of air cooling has been proved.

Key words: recuperative gas turbine engine, air cooling, exhaust gas, absorption lithium-bromide chiller, ejector chiller.

Радченко Андрей Николаевич – канд. техн. наук, доц., доц. кафедры кондиционирования и рефрижерации, Национальный университет кораблестроения им. адмирала Макарова, Николаев, Украина, e-mail: andrad69@mail.ru.

Эл Герби Рамзи – аспирант, Национальный университет кораблестроения им. адмирала Макарова, Николаев, Украина, e-mail: andrad69@mail.ru.

УДК 621.57

Р. Н. РАДЧЕНКО

Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, Украина

АНАЛИЗ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ВАРИАНТОВ ОХЛАЖДЕНИЯ ЦИКЛОВОГО ВОЗДУХА МАЛООБОРОТНОГО ДИЗЕЛЯ ТРАНСПОРТНОГО СУДНА

Выполнено сравнение эффективности вариантов охлаждения циклового воздуха малооборотного дизеля (МОД): на входе турбокомпрессора и наддувочного воздуха на входе в цилиндры МОД, теплоиспользующей холодильной машины на примере климатических условий эксплуатации судна на рейсовой линии Одесса–Йокогама. Для охлаждения воздуха на входе турбокомпрессора использовали теплоту наддувочного воздуха и выпускных газов, а в случае охлаждения наддувочного воздуха – только его теплоту. Определены значения снижения температуры циклового воздуха и соответствующего сокращения удельного и полного расходов топлива дизеля с учетом изменения температуры и влажности наружного воздуха и забортной воды в течение рейса.

Ключевые слова: *судовой малооборотный дизель, охлаждение, воздух на входе турбокомпрессора, наддувочный воздух, утилизация тепла, эжекторная холодильная машина, низкокипящее рабочее тело.*

1. Анализ проблемы и постановка цели исследования

На большинстве транспортных судов в качестве главных двигателей применяются малооборотные дизели (МОД). Повышение в течение рейса температуры $t_{нв}$ наружного воздуха, соответственно, воздуха в машинном отделении (МО) $t_{МО}$ (в теплое время $t_{МО} = t_{нв} + 10^\circ\text{C}$ [1]) и на входе наддувочного турбокомпрессора (ТК) МОД $t_{в1} = t_{МО}$, а также забортной воды $t_{зв}$, охлаждающей наддувочный воздух, ухудшает топливную эффективность МОД [1, 2]. При этом возрастают потери теплоты с выпускными газами и наддувочным воздухом. С целью повышения топливной экономичности МОД целесообразно использовать их теплоту для охлаждения циклового воздуха МОД: на входе ТК и наддувочного воздуха [3, 4]. Наиболее простыми и надежными являются теплоиспользующие эжекторные холодильные машины (ТЭХМ). Применение в ТЭХМ низкокипящих рабочих тел (НРТ) позволяет охлаждать воздух до сравнительно низких температур.

Цель работы – сравнение эффективности вариантов охлаждения воздуха на входе МОД и наддувочного воздуха при эксплуатации судна на конкретной рейсовой линии.

2. Результаты исследования

В качестве примера транспортного судна рассмотрен балкер типа "Киев" с главным двигателем МОД 6S60MC6.1-TI фирмы MAN [2]: номинальная мощность $N_n = 12,24$ МВт, эксплуатационная $N_3 = 10$ МВт. Глубина

охлаждения воздуха на входе ТК МОД или наддувочного воздуха на входе в цилиндры МОД и, соответственно, получаемый эффект зависят от располагаемой сбросной теплоты МОД (выпускных газов, наддувочного воздуха и др.) и эффективности ее преобразования в холод в ТХМ, т.е. теплового коэффициента ζ , который представляет собой отношение холодопроизводительности Q_0 (расхода холода на охлаждение воздуха на входе МОД или наддувочного воздуха) к располагаемой теплоте Q_r выпускных газов, наддувочного воздуха и др.: $\zeta = Q_0/Q_r$. Значение ζ зависит от типа холодильной машины: эжекторная (ТЭХМ), водоаммиачная абсорбционная (ВАХМ) или абсорбционная бромистолитиевая (АБХМ), и температур цикла ТХМ: кипения НРТ в испарителе t_0 , генераторе t_r и конденсации t_k . Так, $\zeta = 0,2 \dots 0,35$ для ТЭХМ на хладоне R142b при $t_0 = 2 \dots 5^\circ\text{C}$; $\zeta = 0,5 \dots 0,6$ для ВАХМ и $\zeta = 0,7 \dots 0,8$ для АБХМ.

Эффект от охлаждения наддувочного воздуха оценивают по снижению температуры воздуха в ТХМ по сравнению с его охлаждением забортной водой: $\Delta t_v = t_{вв2} - t_{в2}$, где $t_{вв2}$ – температура наддувочного воздуха при охлаждении забортной водой.

При избытке располагаемого тепла и с учетом разности температур между воздухом и хладагентом ($t_0 \approx 5^\circ\text{C}$) в воздухоохладителе (ВО) на входе ТК за минимальную температуру охлажденного воздуха можно принять $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$. Тогда потенциально возможное снижение температуры воздуха на входе ТК: $\Delta t_{в15} = t_{в1} - 15^\circ\text{C}$, где $t_{в1} = t_{МО} = t_{нв} + 10^\circ\text{C}$.

Для наддувочного воздуха потенциально возможное охлаждение воздуха (по сравнению с его охлаждением забортной водой до $t_{вв2}$): $\Delta t_{в15} = t_{вв2} - 15^\circ\text{C}$ (до $t_{в2} = 15^\circ\text{C}$), а реальное

$\Delta t_{B2} = t_{BB2} - t_{B2}$ (исходя из теплоты наддувочного воздуха и теплового коэффициента $\zeta = 0,2$ для ТЭХМ при температуре кипения R142b $t_0 = 2^\circ\text{C}$).

Температура $t_{HВ}$ и относительная влажность $\phi_{HВ}$ наружного воздуха, температуры воздуха на входе t_{B1} и выходе t_{B2} охладителя ТЭХМ, снижение температуры воздуха Δt_B в охладителе ТЭХМ на входе МОД, рассчитанные исходя из располагаемой сбросной теплоты ($\zeta = 0,35$ для ТЭХМ при $t_0 \approx 5^\circ\text{C}$), а также потенциально возможное снижение температуры воздуха Δt_{B15} при его охлаждении от текущей t_{B1} до минимальной температуры $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$ в течение рейса Одесса–Йокогама (1.07.2009 ... 27.07.2009) приведены на рис. 1,а. При этом в ТЭХМ используется теплота выпускных газов МОД и наддувочного воздуха, а $\zeta = 0,35$ для ТЭХМ на хладоне R142b при $t_0 = 5^\circ\text{C}$.

Соответствующие температуры для варианта охлаждения наддувочного воздуха (при трансформации теплоты только наддувочного воздуха в ТЭХМ с тепловым коэффициентом $\zeta = 0,2$) приведены на рис. 1,б.

О реальном Δt_B (за счет утилизации в ТЭХМ располагаемой теплоты $Q_{г.р}$ выпускных газов и наддувочного воздуха) и потенциальном Δt_{B15} (при $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$) снижении температуры воздуха на входе МОД, соответственно располагаемой Q_0 и требуемой (при $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$) $Q_{0.15}$ холодопроизводительностях можно судить по рис. 2,а. Для варианта охлаждения наддувочного воздуха значения располагаемой холодопроизводительности $Q_{0p(0,2)}$, $Q_{0p(0,6)}$ и $Q_{0p(0,7)}$, получаемой трансформацией теплоты наддувочного воздуха в холод при разных тепловых коэффициентах: $\zeta = 0,2$

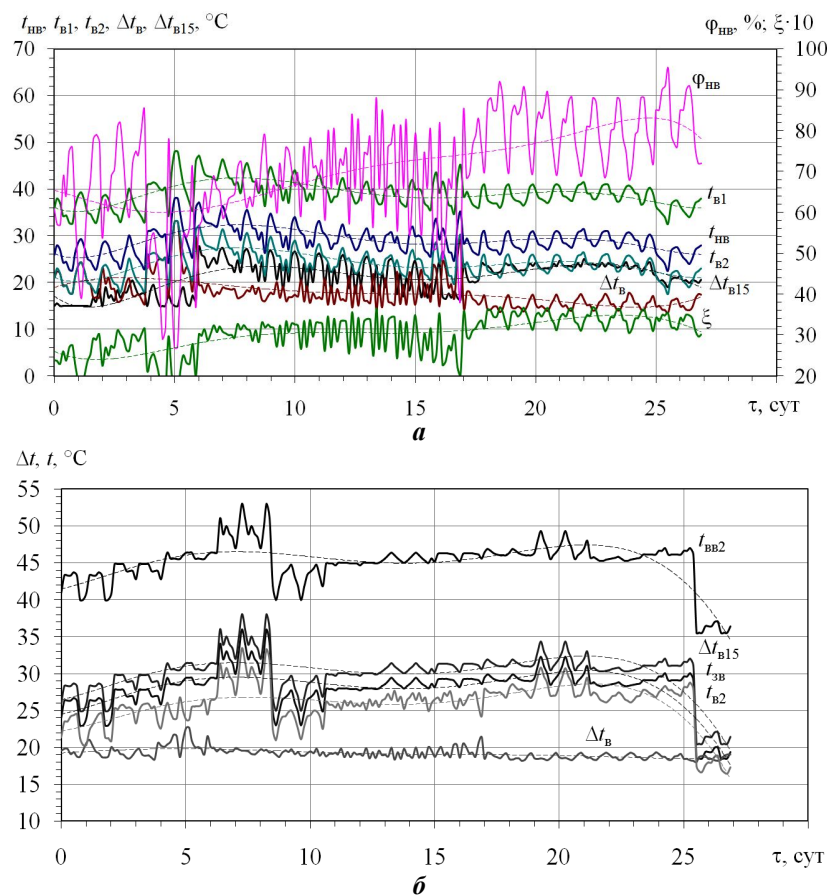


Рис. 1. Температура $t_{HВ}$ и относительная влажность $\phi_{HВ}$ наружного воздуха, температуры воздуха на входе t_{B1} и выходе t_{B2} воздухоохладителя ТЭХМ, снижение температуры воздуха Δt_B (располагаемое) в воздухоохладителе на входе МОД, коэффициенты влаговываждения ζ , а также потенциально возможное снижение температуры воздуха Δt_{B15} при его охлаждении от t_{B1} до $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$ для охлаждения воздуха на входе МОД при трансформации теплоты выпускных газов и наддувочного воздуха (а), температуры наддувочного воздуха, охлажденного ТЭХМ t_{B2} и водяном ОНВ традиционной системы охлаждения t_{BB2} , потенциально возможное снижение температуры наддувочного воздуха $\Delta t_{B15} = t_{BB2} - 15^\circ\text{C}$ (до $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$) и реальное ее снижение в ТЭХМ $\Delta t_B = t_{BB2} - t_{B2}$ (исходя из располагаемой сбросной теплоты наддувочного воздуха и $\zeta = 0,2$ для ТЭХМ на R142b при $t_0 = 2^\circ\text{C}$) при температуре заборной воды $t_{3В}$ (б) в течение рейса Одесса–Йокогама (1.07...27.07.2009)

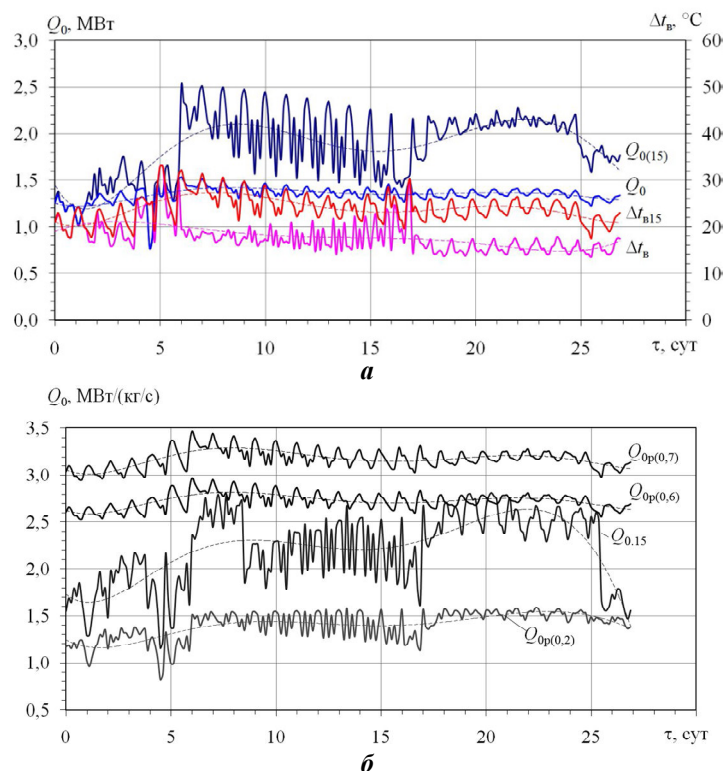


Рис. 2. Снижение температуры воздуха Δt_B (располагаемое) в ТЭХМ на входе МОД 6S60MC6.1-Т1 и потенциально возможное Δt_{B15} (при его охлаждении до $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$), соответствующие располагаемые Q_0 и требуемые (для поддержания $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$) $Q_{0.15}$ холодопроизводительности для охлаждения воздуха на входе МОД при трансформации теплоты выпускных газов и наддувочного воздуха (а), а также значения холодопроизводительности $Q_{0.15}$, необходимой для охлаждения наддувочного воздуха до температуры $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$, располагаемой холодопроизводительности $Q_{0p(0,2)}$, $Q_{0p(0,6)}$ и $Q_{0p(0,7)}$, исходя из теплоты наддувочного воздуха и ее трансформации в холод при разных тепловых коэффициентах: $\zeta = 0,2$ (ТЭХМ), $0,6$ (ВАХМ) и $0,7$ (АБХМ) в течение рейса Одесса–Йокогама (1.07...27.07.2009)

(ТЭХМ при $t_0 = 2^\circ\text{C}$), $\zeta = 0,6$ (ВАХМ) и $\zeta = 0,7$ (АБХМ) приведены на рис. 2, б.

Из рис. 1, а и 2, а видно, что потенциально возможное снижение температуры воздуха на входе МОД до $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$ составляет $\Delta t_{B15} = 25...30^\circ\text{C}$, тогда как реальное, за счет утилизации располагаемой теплоты выпускных газов и наддувочного воздуха в ТЭХМ ($\zeta = 0,35$), гораздо меньше: $\Delta t_B = 15...20^\circ\text{C}$. Соответственно соотносятся требуемая (потенциальная) $Q_{0.15}$ и располагаемая холодопроизводительности ТЭХМ $Q_{0p(0,35)}$ при $\zeta = 0,35$ (рис. 2, а).

Для варианта охлаждения наддувочного воздуха (рис. 2, б) при трансформации теплоты только наддувочного воздуха в ТЭХМ ($\zeta = 0,2$) располагаемая холодопроизводительность $Q_{0p(0,2)}$ в 1,5 раза меньше ее величины $Q_{0.15}$, необходимой для охлаждения наддувочного воздуха до $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$, тогда как применение более эффективных ВАХМ с $\zeta = 0,6$ или АБХМ с $\zeta = 0,7$ позволяет получать холодопроизводительности $Q_{0p(0,6)}$ и $Q_{0p(0,7)}$, достаточные для покрытия требуемых затрат холода $Q_{0.15}$, причем за счет теплоты только наддувочного воздуха. Такого

же эффекта можно достигать, используя для ТЭХМ дополнительные источники тепла (выпускные газы, горячую воду контура высокотемпературного охлаждения двигателя и др.).

Несмотря на то, что в рассмотренных вариантах для охлаждения наддувочного воздуха в ТЭХМ (при $\zeta = 0,2$) используют только его теплоту, тогда как для воздуха на входе ТК – еще и теплоту выпускных газов (при $\zeta = 0,35$), снижение температуры наддувочного воздуха (по сравнению с его охлаждением заборной водой до t_{B2}) как реальное $\Delta t_{B2} = t_{B2} - t_{B2}$, так и потенциальное $\Delta t_{B15} = t_{B2} - 15^\circ\text{C}$ (до $t_{B2} = 15^\circ\text{C}$), больше, чем величины $\Delta t_B = t_{B1} - t_{B2}$ и $\Delta t_{B15} = t_{B1} - 15^\circ\text{C}$ при охлаждении воздуха на входе ТК, поскольку температура наддувочного воздуха, охлажденного заборной водой t_{B2} , больше исходной температуры воздуха на входе ТК $t_{B1} = t_{M0}$ (рис. 1).

Расходы топлива абсолютный B_T и удельный b_e в соответствии с уменьшением температуры воздуха на входе ТК и наддувочного воздуха рассчитывали по программе фирмы MAN, согласно которой снижение температуры воздуха на входе ТК МОД на

величину $\Delta t_b = 10^\circ\text{C}$ приводит к уменьшению удельного расхода топлива b_e примерно на $1,2 \text{ г/(кВт}\cdot\text{ч)}$, а для наддувочного воздуха – $1,0 \text{ г/(кВт}\cdot\text{ч)}$ [2].

Как видно из рис. 3, а, если использование теплоты выпускных газов и наддувочного воздуха в ТЭХМ ($\zeta = 0,35$) для охлаждения воздуха на входе обеспечивает уменьшение удельного расхода топлива $\Delta b_e = 1,5 \dots 2,5 \text{ г/(кВт}\cdot\text{ч)}$, то при глубоком охлаждении воздуха на входе (до $t_{b2} = 15^\circ\text{C}$) $\Delta b_{e15} = 2,5 \dots 3,5 \text{ г/(кВт}\cdot\text{ч)}$. При этом потенциально возможная экономия топлива за рейс Одесса–Йокогама (1.07.2009...27.07.2009) для МОД 6S60MC6.1-TI (10 МВт) составляет примерно $B_{T15} = 19 \text{ т}$ (при охлаждении воздуха на входе до $t_{b2} = 15^\circ\text{C}$) против $B_T = 14 \text{ т}$ за счет трансформации теплоты выпускных газов и наддувочного воздуха в ТЭХМ ($\zeta = 0,35$). Использование дополнительных источников теплоты (горячей воды контура высокотемпературного охлаждения двигателя) или применением более эффективных ТХМ – с большим тепловым коэффициентом ζ : АБХМ ($\zeta = 0,7 \dots 0,8$) или ВАХМ ($\zeta = 0,4 \dots 0,6$) вместо ТЭХМ обеспечит приращение экономии топлива в 1,5 раза.

ентом ζ (АБХМ или ВАХМ) обеспечит 30...40 % приращение экономии топлива по сравнению с ТЭХМ.

Для варианта охлаждения наддувочного воздуха использование только его теплоты в ТЭХМ ($\zeta = 0,2$) обеспечивает уменьшение удельного расхода топлива $\Delta b_e = 2,0 \dots 2,5 \text{ г/(кВт}\cdot\text{ч)}$, тогда как при глубоком охлаждении наддувочного воздуха (до $t_{b2} = 15^\circ\text{C}$) $\Delta b_{e15} = 3,0 \dots 4,0 \text{ г/(кВт}\cdot\text{ч)}$. При этом потенциально возможная экономия топлива за рейс составляет примерно $B_{T15} = 23 \text{ т}$ (при охлаждении наддувочного воздуха до $t_{b2} = 15^\circ\text{C}$) против $B_T = 15 \text{ т}$ за счет трансформации теплоты только наддувочного воздуха в ТЭХМ ($\zeta = 0,2$). Использование дополнительных источников теплоты (выпускных газов, горячей воды контура высокотемпературного охлаждения двигателя) или применение более эффективных ТХМ – с большим тепловым коэффициентом ζ : АБХМ ($\zeta = 0,7 \dots 0,8$) или ВАХМ ($\zeta = 0,4 \dots 0,6$) вместо ТЭХМ обеспечит приращение экономии топлива в 1,5 раза.

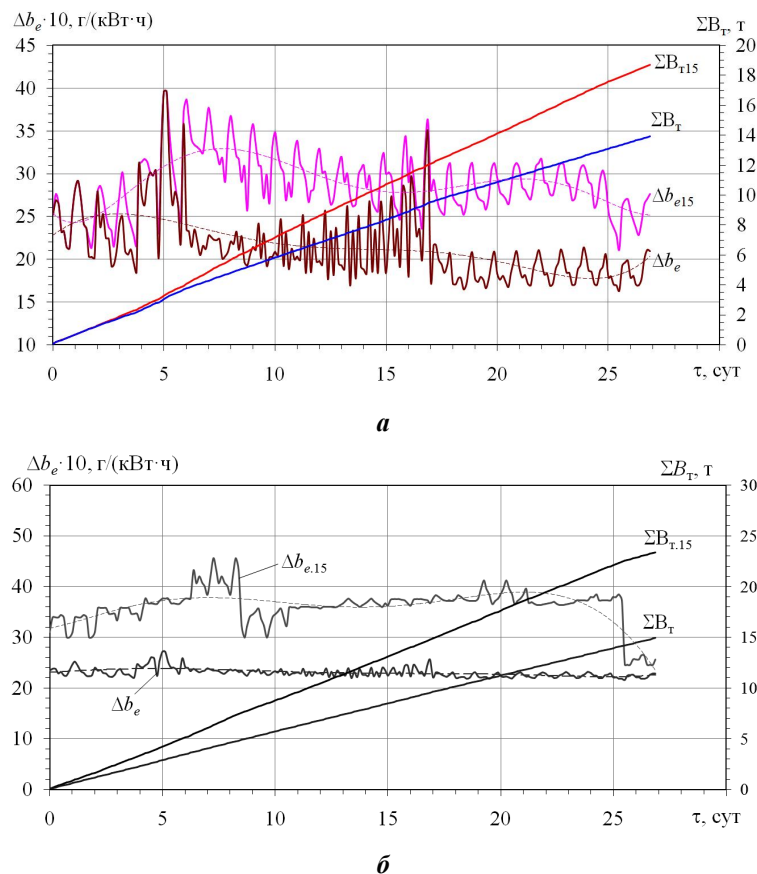


Рис. 3. Значения уменьшения удельного расхода топлива Δb_e и суммарной экономии топлива ΣB_T за счет охлаждения воздуха на входе МОД 6S60MC6.1-TI (10 МВт) трансформацией теплоты выпускных газов и наддувочного воздуха в ТЭХМ ($\zeta = 0,35$), а также потенциально возможных Δb_{e15} и ΣB_{T15} при охлаждении воздуха на входе МОД до температуры $t_{b2} = 15^\circ\text{C}$ (а), а также Δb_e и ΣB_T при охлаждении наддувочного воздуха трансформацией теплоты наддувочного воздуха в ТЭХМ ($\zeta = 0,2$) и потенциально возможных Δb_{e15} и ΣB_{T15} при охлаждении наддувочного воздуха до температуры $t_{b2} = 15^\circ\text{C}$ в течение рейса Одесса–Йокогама (1.07.2009...27.07.2009): Δb_e и ΣB_T – действительные в ТЭХМ; Δb_{e15} и ΣB_{T15} – потенциальные при $t_{b2} = 15^\circ\text{C}$

Выводы

Выполнено сравнение эффективности вариантов охлаждения воздуха на входе ТК МОД и наддувочного воздуха в ТЭХМ для климатических условий эксплуатации судна на рейсовой линии Одесса–Йокогама. Определены значения снижения температуры циклового воздуха и соответствующего сокращения удельного и полного расходов топлива дизеля. Показано, что использование дополнительных источников теплоты или применение более эффективных АБХМ или ВАХМ обеспечит 30...50 % приращение экономии топлива по сравнению с ТЭХМ.

Литература

1. *Influence of Ambient Temperature Conditions on Main Engine Operation [Text]. – MAN B&W Diesel A/S, Copenhagen, Denmark. – 2010. – 15 p.*
2. *MAN B&W ME/ME-C/ME-GI/ME-B-TII engines [Text]. – Copenhagen, Denmark: MAN Diesel. – 2010. – 389 p.*
3. *Оценка потенциала охлаждения воздуха на входе малооборотного дизеля транспортного судна [Текст] / Р. Н. Радченко, А. А. Стахель, Н. И. Радченко, А. А. Сирота // Авиационно-космическая техника и технология. – 2013. – № 7 (104). – С. 127–132.*
4. *Потенциал охлаждения наддувочного воздуха малооборотного дизеля транспортного судна [Текст] / Н. И. Радченко, А. А. Сирота, Р. Н. Радченко, Д. В. Коновалов // Авиационно-космическая техника и технология. – 2013. – № 8 (105). – С. 67–72.*

Поступила в редакцию 14.08.2014, рассмотрена на редколлегии 10.09.2014

Рецензент: д-р техн. наук, профессор В. А. Голиков, Одесская национальная морская академия.

АНАЛІЗ АЛЬТЕРНАТИВНИХ ВАРІАНТІВ ОХОЛОДЖЕННЯ ЦИКЛОВОГО ПОВІТРЯ МАЛООБОРТОВОГО ДИЗЕЛЯ ТРАНСПОРТНОГО СУДНА

Р. М. Радченко

Виконано порівняння ефективності варіантів охолодження циклового повітря малооборотного дизеля (МОД): на вході турбокомпресора і наддувочного повітря на вході в циліндри МОД, тепловикористовуючої холодильної машини на прикладі кліматичних умов експлуатації судна на рейсовій лінії Одеса–Йокогама. Для охолодження повітря на вході турбокомпресора використовували теплоту наддувочного повітря і випускних газів, а у випадку охолодження наддувочного повітря – тільки його теплоту. Визначено значення зниження температури циклового повітря і відповідного скорочення питомої і повної витрат палива дизеля з урахуванням зміни температури і вологості зовнішнього повітря і забортної води протягом рейсу.

Ключові слова: судновий малооборотний дизель, охолодження, повітря, утилізація теплоти, турбокомпресор, ежекторна холодильна машина, низькокипляче робоче тіло.

ANALYSIS OF ALTERNATIVE VARIANTS FOR COOLING OF CYCLIC AIR OF LOW SPEED DIESEL ENGINE OF TRANSPORT SHIP

R. N. Radchenko

Comparing of efficiency of variants for cooling of cyclic air of marine low speed diesel engine (LDE): at the inlet of turbocompressor and scavenge air at the inlet of LDE cylinders by waste heat recovery cooling machine at the climate conditions of ship performance on the rout line Odessa–Yokogama as an example has been made. To cool turbocompressor intake air the heat of scavenge air and exhaust gas was used and in the case of scavenge air cooling – only the heat of itself. The values of cyclic air temperature drop and corresponding decrease in specific and full fuel consumption of diesel engine according to changing temperature and relative humidity of ambient air temperature and sea water temperature on the rout line were determined.

Key words: marine low speed diesel engine, cooling, turbocompressor intake air, scavenge air, utilizing of heat, ejector cooling machine, low boiling working fluid.

Радченко Роман Николаевич – канд. техн. наук, старший научный сотрудник, Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, Николаев, Украина, e-mail: andrad69@mail.ru.

УДК 658.562+658.512

О. Е. ФЕДОРОВИЧ, Ю. А. ЛЕЩЕНКО

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

СТРАТЕГИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО УЛУЧШЕНИЯ КАЧЕСТВА В ЛОГИСТИЧЕСКОЙ ЦЕПИ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРОИЗВОДСТВА

Предложены стратегия, метод и модель последовательного улучшения качества аэрокосмического производства с учётом логистических представлений и требований к производству. Улучшение качества осуществляется при последовательном движении по логистической цепи производства (снабжение – производство – сбыт). На каждом этапе цепи формируются требования качества и оцениваются возможности их выполнения путём моделирования мероприятий по обеспечению качества. Проводится поэтапное формирование требований качества с минимизацией отклонений качества от заданных значений. В качестве математического и программного инструментария используются многофакторное планирование эксперимента и имитационное агентное моделирование.

Ключевые слова: стратегия улучшения качества, логистическая цепь производства, оптимизация требований качества, имитационное агентное моделирование.

Введение

Повышение показателей качества является главным требованием к выпускаемой в Украине аэрокосмической продукции для обеспечения её конкурентоспособности. Большинство предприятий с учётом их возможностей (в основном экономического характера) могут повышать уровень качества продукции поэтапно (последовательно) шаг за шагом (step by step) [1]. Поэтому актуальна тема предлагаемой публикации, в которой ставится и решается проблема улучшения качества аэрокосмической продукции путём использования последовательной стратегии с учётом логистической цепи (ЛЦ) производственного процесса.

Постановка задачи исследования

Представим логистику аэрокосмического производства в виде логистической цепи, элементы которой последовательно связаны (по входам и выходам) между собой. На верхнем уровне такое представление соответствует ЛЦ – «снабжение – производство – сбыт».

Для существующего аэрокосмического производства выпускаемая продукция имеет конкретные значения показателя качества K_0 . Желание руководства предприятия и существующие возможности приводят к необходимости улучшения качества до новых значений K_1 , что обеспечит конкурентоспособность выпускаемой аэрокосмической продукции. С учётом производственной ЛЦ можно, путём при-

влечения специалистов по качеству, задать новые требования качества к выпускаемому продукту для каждого элемента ЛЦ. Таким образом, формируется ряд «новых» требований качества, с учётом существующих «старых» требований:

$$K_{01}, K_{02}, \dots, K_{0n}; \\ K_{11}, K_{12}, \dots, K_{1n};$$

где K_{12} , например, соответствует «новым» требованиям качества для 2 – го элемента ЛЦ, а K_{02} – соответствует «старым» требованиям. Возникает разность между «новыми» и «старыми» требованиями, которую необходимо, в ходе мероприятий по улучшению качества, минимизировать и, если возможно, сделать «нулевой».

$$\Delta K_1, \Delta K_2, \dots, \Delta K_n,$$

где ΔK_i – разность «новых» и «старых» требований для i – го элемента ЛЦ, $\Delta K_i \rightarrow 0$.

Решение задачи исследования

Предлагается следующая стратегия последовательного улучшения качества аэрокосмической продукции:

1. Анализируем возможность улучшения качества для первого элемента ЛЦ. Определим значения K_1 и ΔK_1 . После этого сформируем множество ме-

роприятий M_1 для минимизации ΔK_1 .

2. По результатам проведённых мероприятий по улучшению качества получим фактические значения K_1 в виде K_{1f} и ΔK_{1f} , для первого элемента ЛЦ.

3. Учитывая полученные фактические значения K_{1f} и ΔK_{1f} эксперты по качеству пересматривают требования к качеству производства последующих после первого элементов ЛЦ. В результате получим:

$$K_2^1, K_3^1, \dots, K_n^1; \\ \Delta K_2^1, \Delta K_3^1, \dots, \Delta K_n^1.$$

4. Перейдём ко второму элементу ЛЦ. Сформируем множество мероприятий M_2 для минимизации ΔK_2^1 второго элемента ЛЦ.

5. По результатам проведённых мероприятий по улучшению качества получим фактические значения K_2^1 в виде K_{2f}^1 и ΔK_{2f}^1 для второго элемента ЛЦ.

6. Учитывая полученные значения K_{2f}^1 и ΔK_{2f}^1 эксперты по качеству пересматривают требования к качеству последующих после второго элементов ЛЦ. В результате получим:

$$K_3^2, K_4^2, \dots, K_n^2; \\ \Delta K_3^2, \Delta K_4^2, \dots, \Delta K_n^2.$$

Далее п.п. 4, 5, 6 для третьего и последующих элементов ЛЦ повторяются. Для i – го рассматриваемого элемента ЛЦ получим:

$$K_i^{i-1}, K_{i+1}^{i-1}, \dots, K_n^{i-1}; \\ \Delta K_i^{i-1}, \Delta K_{i+1}^{i-1}, \dots, \Delta K_n^{i-1}.$$

Итоговое значение качества продукции определяются последним, выходным элементом ЛЦ и соответствует множеству мероприятий, которые были последовательно проведены на всех элементах ЛЦ, начиная от первого и кончая последним.

Преимущество такой стратегии связано с ограниченными возможностями предприятия, а также с реально существующими на практике системной зависимостью полученного значения качества промежуточного продукта для i – го элемента ЛЦ с будущим значением качества продукта, которое формируется путём проведения мероприятий на последующем $i+1$ – м элементе ЛЦ производства.

Математический и программный инструментальный исследования

Для минимизации ΔK_i^{i-1} при выполнении мероприятий по улучшению качества на i – ом элементе ЛЦ необходимо оптимизировать план действий и проверить его осуществимость путём имитации хода его выполнения. Для оптимизации плана мероприятий по улучшению качества воспользуемся методом многофакторного планирования эксперимента (МПЭ) [2].

Для проведения процедуры оптимизации планирования мероприятий необходимо:

1. Выделить множество факторов Q_i , которые существенно влияют на результирующие значения качества промежуточного продукта на выходе i – го элемента ЛЦ.

2. Провести прогностическое моделирование действий по управлению качеством в соответствии с многофакторным планом эксперимента.

3. Получить аналитическую зависимость (регрессия) из которой можно определить значимость факторов, влияющих на качество продукта для i – го элемента ЛЦ и направление изменения этих факторов (уменьшение либо увеличение). Наименее влияющие факторы при этом можно отбросить.

4. Провести оптимизацию для определения такого сочетания значений факторов, для которых улучшается значение качества K_i^{i-1} и минимизируется ΔK_i^{i-1} .

В качестве примера воспользуемся простейшим планом полного факторного эксперимента (ПФЭ). Пусть эксперты по качеству выделили три фактора, влияющие на качество продукта на выходе i – го элемента ЛЦ x_{1i}, x_{2i}, x_{3i} . Для ПФЭ каждый фактор должен быть представлен в диапазоне в виде минимального $x_{\min i}$ и максимального $x_{\max i}$ значений.

Условно для ПФЭ $x_{\min i}$ соответствует «-», а $x_{\max i}$ соответствует «+». План ПФЭ для трёх факторов имеет вид (рис. 1):

План формируется путём полного перебора значений $\hat{x}_i$, где $\hat{x}_i \in (-, +)$. Столбец K_i^{i-1} соответствует значениям критерия качества промежуточного продукта для i – го элемента ЛЦ с учётом качества предыдущего $i-1$ – го элемента. Каждая строка плана ПФЭ будет соответствовать эксперименту, в котором моделируются мероприятия, связанные с улучшением качества при данном сочетании факторов $\hat{x}_{1i}, \hat{x}_{2i}, \hat{x}_{3i}$, влияющих на качество продукта. В результате реализации плана ПФЭ, путём имита-

№	$\hat{x}_{1_i}$	$\hat{x}_{2_i}$	$\hat{x}_{3_i}$	K_i^{i-1}
1.	—	—	—	$K_{i_1}^{i-1}$
2.	—	—	+	$K_{i_2}^{i-1}$
3.	—	+	—	$K_{i_3}^{i-1}$
4.	—	+	+	$K_{i_4}^{i-1}$
5.	+	—	—	$K_{i_5}^{i-1}$
6.	+	—	+	$K_{i_6}^{i-1}$
7.	+	+	—	$K_{i_7}^{i-1}$
8.	+	+	+	$K_{i_8}^{i-1}$

Рис. 1. План ПФЭ

ции полного набора действий, связанных с улучшением качества, можно с помощью стандартных расчётов [2] получить регрессионную зависимость. Например, она имеет вид:

$$\begin{aligned}
 K_i^{i-1} &= a_0 + a_1 \cdot \hat{x}_1 + a_2 \cdot \hat{x}_2 + a_3 \cdot \hat{x}_3 + \\
 &+ a_{12} \cdot \hat{x}_1 \cdot \hat{x}_2 + a_{13} \cdot \hat{x}_1 \cdot \hat{x}_3 + \\
 &+ a_{23} \cdot \hat{x}_2 \cdot \hat{x}_3 + a_{123} \cdot \hat{x}_1 \cdot \hat{x}_2 \cdot \hat{x}_3 = \\
 &= 8,1 + 2,3 \cdot \hat{x}_1 - 1,8 \cdot \hat{x}_2 - 0,02 \cdot \hat{x}_3 + \\
 &+ 0,004 \cdot \hat{x}_1 \cdot \hat{x}_2 - 0,01 \cdot \hat{x}_1 \cdot \hat{x}_3 + \\
 &+ 0,003 \cdot \hat{x}_2 \cdot \hat{x}_3 + 0,01 \cdot \hat{x}_1 \cdot \hat{x}_2 \cdot \hat{x}_3.
 \end{aligned}$$

Проведём анализ этой регрессионной зависимости:

1. Наиболее значимыми факторами, влияющими на значение K_i^{i-1} (с коэффициентами a_1, a_2) являются первый и второй факторы. Третий фактор (коэффициент a_3) имеет на порядок меньшее влияние на K_i^{i-1} и поэтому его можно не учитывать (не использовать при проведении мероприятий по улучшению качества).

2. Все произведения в зависимости K_i^{i-1} («нелинейности») можно не учитывать из-за малых значений коэффициентов $a_{12}, a_{23}, a_{13}, a_{123}$.

3. Для улучшения показателей качества K_i^{i-1} фактор $\hat{x}_1$ необходимо увеличить, а фактор $\hat{x}_2$ уменьшить в ходе мероприятий по улучшению качества.

Для максимизации значений показателей качества K_i^{i-1} можно воспользоваться методом Бокса – Уилсона или методом восходящего симплекса [2]. Причём, часто в производственной практике нет необходимости в «абсолютной» оптимизации, а достаточно улучшения интересующего показателя относительно первоначального значения («условная» оптимизация).

Для имитации проводимых мероприятий и прогнозирования результатов проводимых мероприятий по улучшению качества, а также для получения значения показателя качества целесообразно воспользоваться методом агентного моделирования [3]. Определим следующие агенты для прогностического моделирования мероприятий по улучшению качества:

1. Агент «Генератор» формирует и задаёт значения показателя качества промежуточного продукта для предыдущего $i-1$ – го элемента ЛЦ.

2. Агент «Мероприятие» имитирует последовательность действий, направленных на улучшение качества для i – го элемента ЛЦ

3. Агент «Контролёр» имитирует контроль и расчёт значения показателя качества.

4. Агент «Риск» имитирует (генерирует) вероятность срыва выполнения действий Агента «Мероприятие».

5. Агент «Возможность» проверяет уровень возможности (ограничения) для Агента «Мероприятие».

6. Агент «Диспетчер» формирует сценарий в виде последовательности действий (мероприятий) Агента «Мероприятие».

На рисунке 2 представлена архитектура агентной модели. Реализация агентной модели осуществляется в среде JADE [4].

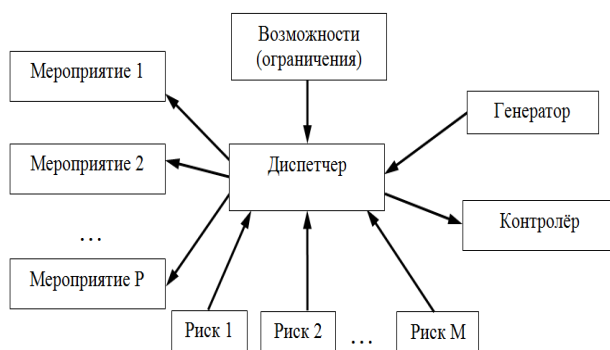


Рис. 2. Архитектура агентной модели

Агентное моделирование проводится в соответствии с планом эксперимента (см. рис. 1) в результате которого формируется вектор – столбец

качества K_i^{i-1} . Совместное использование МПЭ и агентного имитационного моделирования позволяет прогнозировать результаты будущих мероприятий по улучшению качества заблаговременно, учитывая при этом возможные риски реальных действий.

Заключение

Предложенный подход позволяет на этапе планирования мероприятий по улучшению качества оценить возможности и риски, связанные с повышением качества аэрокосмической продукции, используя при этом стратегию последовательных действий по улучшению качества.

Литература

1. Федорович, О. Е. Логистические модели управления производством [Текст] : моногр. / О. Е. Федорович, О. И. Замирец, А. В. Попов. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2010. – 218 с.
2. Монтгомери, Д. К. Планирование эксперимента и анализ данных [Текст] : пер. с англ. / Д. К. Монтгомери. – Л. : Судостроение, 1980. – 384 с.
3. Прохоров, А. В. Агентное имитационное моделирование процессов управления предприятиями нефтепродуктообеспечения [Текст] / А. В. Прохоров, Амен Соуд Абдалазез Мохаммед // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2011. – № 3 (51). – С. 37–43.
4. Java Agent DEvelopment Framework [Электронный ресурс] / JADE, сайт. – Режим доступа: <http://jade.tilab.com>. – 06.08.2014.

Поступила в редакцию 07.08.2014, рассмотрена на редколлегии 10.09.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. каф. инженерии программного обеспечения И. В. Шостак, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина.

СТРАТЕГІЯ ПОСЛІДОВНОГО ПОЛІПШЕННЯ ЯКОСТІ У ЛОГІСТИЧНОМУ ЛАНЦЮЗІ ВИРОБНИЦТВА

О. Є. Федорович, Ю. О. Лещенко

Запропоновано стратегію, метод і модель послідовного поліпшення якості аерокосмічного виробництва з урахуванням логістичних уявлень і вимог до виробництва. Поліпшення якості здійснюється при послідовному русі по логістичному ланцюзі виробництва (постачання - виробництво - збут). На кожному етапі ланцюга формуються вимоги якості і оцінюються можливості їх виконання шляхом моделювання заходів по забезпеченню якості. Проводиться поетапне формування вимог якості з мінімізацією відхилень якості від заданих значень. В якості математичного та програмного інструментарію використовуються багатофакторне планування експерименту та імітаційне агентне моделювання.

Ключові слова: стратегія поліпшення якості, логістичний ланцюг виробництва, оптимізація вимог якості, імітаційне агентне моделювання.

STRATEGY OF CONTINUOUS IMPROVEMENT QUALITY IN THE LOGISTICS CHAIN OF AEROSPACE PRODUCTION

O. Ye. Fedorovich, Ju. A. Leshchenko

A strategy, method and model continuous improvement as aerospace production based logistics concepts and requirements for production. Improving the quality is carried out in a sequential movement along the logistics chain of production (supply - production - sales). At each stage of the chain formed quality requirements and evaluated their possible execution by the design measures to ensure quality. Reservation gradual formation requirements as minimizing deviations from quality preset values. As mathematical and software tools used multifactorial experimental design and simulation modeling agent.

Keywords: strategy of quality improvement, the logistics chain of production, optimization of quality requirements, simulation modeling agent.

Федорович Олег Евгеньевич – д-р техн. наук, проф., зав. каф. информационных управляющих систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина.

Лещенко Юлия Александровна – инженер каф. информационных управляющих систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина.