УДК 629.735 (091)

### Ю.А. КРАШАНИЦА

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

# Н.Е. ЖУКОВСКИЙ – АЭРОГИДРОДИНАМИКА И ДИНАМИКА ПОЛЕТА, ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА, НАСЛЕДИЕ, РАЗВИТИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ

В статье представлены некоторые научные истоки развития как отечественной, так всемирной аэрогидродинамики, описана роль профессора Н.Е. Жуковского в становлении и развитии аэродинамической науки и авиационной техники, приоритетные результаты в области математики, астрономии, теоретической физики, теоретической и прикладной механики, как твердого тела, так и жидкости, и газа, гидродинамики, газотурбостроении, экологии и ветроэнергетики. Отмечены его выдающиеся качества как педагога и воспитателя, так и организатора научных исследований в этих областях, что сыграло определяющую роль в последующем интенсивном развитии новых и востребованных практикой многих направлений науки и техники.

**Ключевые слова:** Н.Е. Жуковский, творческая деятельность, теоретическая аэрогидродинамика, теория полета, экспериментальная аэродинамика, научные школы, ученики и последователи, развитие результатов и идей

Аэрогидродинамика — как единство научносозидательного творчества и глубокого соответствующего и всеобъемлющего образования, является методом и механизмом познания и необходимого влияния на определяющие параметры среды обитания человечества, управления процессами жизнедеятельности, прогнозирования и диагностики благополучного существования человека.

В то время как одним наукам посвящаются книги, кинофильмы, и они одеваются ореолом романтики, славы, другие остаются в тени. К последним относится аэрогидродинамика - наука о движении жидкостей и газов и их взаимодействии с окружающими границами и телами. Это обстоятельство тем более удивительно, что объекты и процессы, изучаемые этой наукой, встречаются на каждом шагу в повседневной деятельности. И сами мы, и все, что нас окружает, движется либо в воздухе (птицы, самолеты, наземные транспортные средства), либо в воде (рыбы, морские животные, подводные и плавающие суда), взаимодействует с окружающей средой (гидротурбины, газодинамические установки, ветродвигатели и мн. др.) и обеспечивает существование живого мира.

Аэрогидродинамика, как и другая наука, возникла и развивается в соответствии с потребностями практики. Отвечая запросам древних кораблестроителей, Архимед (287 – 212 гг. до н.э.) сформулировал законы плавания и устойчивости плавающих тел. Работы Архимеда послужили толчком к появлению замечательных гидравлических аппаратов. Строительство каналов, плотин, шлюзов, фонтанов, дальнейшее развитие судостроения и мореплавания в XYII – XYIII вв. служило серьезным стимулом

для развития гидродинамики.

Возвращаясь к начальному периоду Возрождения, необходимо выделить роль гениального ученого и инженера Леонардо да Винчи (1452 – 1519 гг.), оказавшего огромное влияние на все дальнейшее развитие механики. Впервые в своей деятельности он шел от опыта, наблюдений к проектированию, созданию конструкций машин и стал первым ученым, ставшим на путь научного исследования проблемы полета. Наблюдения за полетом птиц, движением брошенных тел заставили его отказаться от аристотилевской теории сопротивления движению. Движение тел, по Леонардо, сохраняется, благодаря импульсу, движущей силе, сообщенной телу.

Велика роль великого математика и механика И. Ньютона (1642 – 1727 гг.), который в своих «Началах» выяснил сущность явления сопротивления и впервые обосновал закон сопротивления, близкий к нашим современным представлениям.

Здесь важно выделить ведущую роль отечественной аэродинамической науки и ее крупнейших представителей. Золотыми буквами вписаны в историю развития аэрогидродинамики имена М.В. Ломоносова (1711 – 1765 гг.), открывшего важнейшие законы сохранения материи и энергии, академиков Л. Эйлера (1707 – 1783 гг.) и Д. Бернулли (1700 – 1782 гг.), как основоположников гидромеханики, «отца русской авиации» Н.Е. Жуковского (1847 – 1921 гг.), его ученика и соратника академика С.А. Чаплыгина (1869 – 1942 гг.) – основоположника газовой динамики, выдающихся ученых А.М. Ляпунова (1857 – 1918 гг.) и его ученика В.А. Стеклова (1864 – 1926 гг.) – воспитанников харьковской математической школы, своими трудами внесших оп-

ределяющий вклад в решение проблем устойчивости движения, а также видному ученому и выдающемуся организатору науки, одному из инициаторов создания Харьковского авиационного института Георгию Федоровичу Проскуре и многих их учеников

Национальный аэрокосмический университет «Харьковский авиационный институт» по праву удостоен имени Николая Егоровича Жуковского.

Именно в этом вузе на протяжении более 80-ти лет не только изучаются, применяются, но и развиваются идеи этого великого ученого. Изучение современной аэрогидродинамики занимает ключевую позицию в подготовке специалистов по тем естественнонаучным и инженерно-техническим областям знаний нашего университета, где в той или иной мере приходится сталкиваться с явлениями движения воды, воздуха или вообще газовой среды. Несомненно, что аэрогидродинамику следует рассматривать как одну из фундаментальных, базовых дисциплин, являющуюся основной для последующей специальной подготовки будущего научного работника — механика или инженера по авиационно-ракетным и другим смежным специальностям.

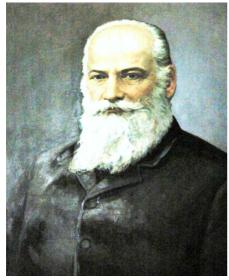


Рис. 1. H.E. Жуковский (1847 – 1921)

История развития аэрогидродинамики полностью подтверждает известное материалистическое положение о глубокой взаимной связи между наукой и запросами практики, между научной теорией и бытием общества, условиями его материальной жизни. Если античная механика твердого тела зародилась главным образом в связи с грандиозными строительными работами древних и необходимыми для этих работ подсобными механизмами, то созданию первых идей механики жидкости и газа способствовали, естественно, вопросы, возникающие при наблюдении и использовании движения твердых тел в воде и воздухе, т. е. в первую очередь вопросы

судостроения, мореплавания и полета метательных снарядов.

Основной аэрогидродинамической проблемой всегда является выяснение сущности взаимодействия между твердым телом и окружающей его средой — воздухом или водой — например, при полете или плавании тел.

Замечательно, что первые высказывания древних философов на этот счет относятся к движению тел, а не к их равновесию. Сравнительная медленность движений, наблюдавшихся в то время, при полном отсутствии правильных представлений об инертности тел и движении по инерции (материя косна, всякое движение поддерживается силой и прекращается после ее исчезновения), не позволили древним обнаружить основное аэрогидродинамическое явление — сопротивление воды и воздуха, движущимся в них телам. Наоборот, практика использования ветра для приведения в движение парусных кораблей, точно так же, как и применение весел для той же цели в безветрие, наталкивали наблюдателя на мысль о движущей роли воздуха и воды.

Н.Е. Жуковский обладал исключительной широтой научно-технических интересов. Полем его научной деятельности были теоретическая и прикладная механика, математика, астрономия, теоретическая физика. Большое внимание Н.Е. Жуковский уделял вопросам гидроаэромеханики, авиации и воздухоплаванию, которым посвящено более половины всех его печатных трудов.

Работа Н.Е. Жуковского о гидравлическом ударе в водопроводных трубах (1899 г.) [1] принесла ему мировую известность. В ней впервые было показано, что гидравлический удар имеет место при быстрой остановке течения воды и приводит к разрушению водопроводных труб. Н.Е. Жуковский доказал, что при внезапной остановке течения воды возникает волновое движение, скорость которого зависит от сжимаемости воды и упругости стенок трубы, и привел расчетные формулы для определения скорости распространения ударной волны и величины максимального ударного давления в трубе. На экспериментальной установке московского водопровода были проведены обширные испытания, которые блестяще подтвердили теоретические исследования Н.Е.Жуковского. Теория Н.Е. Жуковского позволяет определить место разрыва водопроводных труб до того, как вода появится на ее поверхности. Именно по этой теории во всем мире до сегодняшнего дня ведутся расчеты водопроводных систем на гидравлический удар.

В 1904 году Н.Е. Жуковский приходит к блестящей идее о механизме образования подъемной силы крыла самолета. В 1905 году он выступает с докладом на эту тему, а в 1906 году печатает работу

"О присоединенных вихрях", в которой он доказывает теорему о подъемной силе крыла в плоскопараллельном потоке. Согласно этой теореме, подъемная сила образуется благодаря наличию циркуляции скорости вокруг крыла и равна произведению плотности среды, скорости невозмущенного потока, циркуляции и длины выделенного участка крыла. Направление действия подъемной силы определяется поворотом вектора скорости невозмущенного потока на угол 90° в сторону, обратную направлению циркуляции [2 – 4].

Н.Е. Жуковский показал, что в теоретических расчетах крыло можно заменить так называемыми присоединенными вихрями и эта идея нашла широкое применение в современной аэрогидродинамике.

Теорема Н.Е. Жуковского о подъемной силе крыла получила мировое признание и широкое применение. Она лежит в основе теорий и методов аэродинамического расчета крыльев конечного размаха, воздушных винтов, осевых вентиляторов, турбин, винтокрылых летательных аппаратов (вертолетов, автожиров). В период 1912 – 1918 гг. Н.Е. Жуковский печатает четыре статьи по вихревой теории воздушного винта, представляющей собой самое крупное достижение в области аэрогидродинамики [5]. В основу ее были положены идея о присоединенном вихре и теорема о подъемной силе крыла. В вихревой теории воздушного винта Н.Е. Жуковским, по существу, уже была дана теория индуктивного сопротивления крыла.

Работы по теории крыла и теории винтов стали важнейшими работами Н.Е. Жуковского за последние два десятилетия его жизни, закрепили за ним мировую известность и поставили его имя в ряд создателей новой науки — аэрогидродинамики.

Н.Е. Жуковский много работает в области аэродинамического расчета самолета, устойчивости движения самолета, динамики полета.

Н.Е. Жуковский заслужено считается подлинным создателем экспериментальной аэродинамики. Все аэродинамические эксперименты конца XIX — начала XX столетий, проводившиеся до Н.Е. Жуковского, носили обособленный, часто не систематический характер и не имели под собой твердой научной основы.

С постройкой аэродинамической трубы в Московском государственном университете в 1902 году начались обширные и систематические опыты по отработанной методике на строгой научной основе. Был также построен прибор для испытания винтов, работающих на месте (в геликоптерном режиме) [5].

В 1904 году в п. Кучино под Москвой под руководством Н.Е. Жуковского создается аэродинамический институт, труды которого получили широкую известность. Сегодня это крупнейший научно-

исследовательский комплекс — Центральный аэрогидродинамический институт им. Н.Е. Жуковского. Уровень как теоретических, так и экспериментальных исследований, проводимых в этом институте до сегодняшнего дня, намного опережает достижения в этой области известных центров мира.

В 1909 – 1910 гг. Н.Е. Жуковский строит новую аэродинамическую трубу в Московском университете и организует аэродинамическую лабораторию в Московском высшем техническом училище. В МВТУ вокруг Н.Е. Жуковского сплотилась большая группа талантливых учеников, многие из которых впоследствии стали крупными специалистами в различных областях авиационной науки: А.Н. Туполев, Б.Н. Юрьев, Г.М. Мусиньянц, М.В. Келдыш, М.А. Лаврентьев, В.П. Ветчинкин, Г.Х. Сабинин, А.А. Архангельский, В.Л. Александров и многие другие.

В лабораториях МГУ, МВТУ и в п. Кучино в неразрывной связи с теорией проводились обширные систематические аэродинамические исследования по профилям крыла, воздушным винтам и др. В результате этих работ в 1910 году Н.Е. Жуковский предложил «толстый» профиль крыла самолета, применить который удалось лишь через много лет.

Неутомимый ученый-исследователь, откликавшийся на все насущные проблемы развивающейся науки и техники, теоретик и экспериментатор, давший науке более двухсот оригинальных и глубоких работ, педагог и создатель ряда научных дисциплин в высших учебных заведениях нашей страны, организатор авиационного образования и центров авиационной науки — таким был Н.Е. Жуковский.

Ученик и соратник Н.Е. Жуковского С.А. Чаплыгин является одним из создателей современной теоретической аэродинамики. Его работа «О газовых струях», опубликованная в 1902 году, стала основой для новой отрасли аэродинамики — газовой динамики. В этой работе С.А. Чаплыгин предложил весьма эффективный метод расчета плоских дозвуковых газовых потоков. Исследования С.А. Чаплыгина по газовой динамике значительно опередили зарубежную науку. Небезынтересно отметить, что результаты этой работы были в полной мере использованы Л. Прандтлем при формировании идеологии создания авиационной техники Германии, начиная с 1933 г.

Здесь также важно выделить пионерские результаты, полученные Николаем Егоровичем совместно с С.А. Чаплыгиным, при изучении важнейших проблем аэрогидродинамики как окружающей среды [8-9], так и насущных инженерных задач [10-11].

Фундаментальные идеи Н.Е. Жуковского и С.А. Чаплыгина в дальнейшем были развиты их учениками и последователями. Значительное углуб-

ление теоретическая гидродинамика плоского потенциального потока получила в работах академиков М.В. Келдыша (1911 – 1978 гг.), М.А. Лаврентьева (1900 – 1980 гг.), Л.И. Седова (1907 – 1987 гг.) и многих других ученых, продолжавших с успехом развивать в теории крыла методы теории функций комплексного переменного [12].

Академик Н.И. Ахиезер (1901 – 1981 гг.), который, работая инженером в аэродинамической лаборатории Харьковского авиационного института, последовательно развивая теорию Н.Е. Жуковского, исследовал характеристики потока, протекающего через бесконечную решетку профилей в плоскопараллельном потоке, чему и посвятил одну из первых своих печатных работ [13].

Основателем харьковской школы аэрогидродинамиков по праву считается академик  $\Gamma$ .Ф. Проскура (1876 — 1958 гг.) [14]. В 1895 году, по окончании Елизаветградского реального училища,  $\Gamma$ .Ф. Проскура поступил в Московское высшее техническое училище (МВТУ).

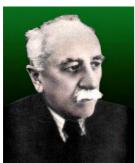


Рис. 2. Г.Ф. Проскура (1876-1958)

В МВТУ Георгий Федорович слушал лекции многих выдающихся ученых того времени. Особенно памятными остались для него лекции по механике знаменитого ученого и яркого педагога — «отца русской авиации» — Николая Егоровича Жуковского и практические занятия под руководством

ученика и ближайшего помощника Н.Е.Жуковского, также известного всему миру ученого, академика Сергея Алексеевича Чаплыгина. Обучение и непосредственное общение с этими корифеями аэрогидродинамики и авиационной науки обеспечили Георгию Федоровичу успех в развитии и воплощении в практику полученных знаний и идей. Выполняя большую научную и учебную работу в бывшем Харьковском механико-машиностроительном институте, Г.Ф.Проскура в то же время не менее интересно и эффективно проводил научную и учебную работу в Харьковском авиационном институте. В 1925 г., еще до создания Харьковского авиационного института, в Харьковском технологическом институте он создал одну из самых крупных и лучших тогда в Советском Союзе аэродинамическую лабораторию, которая в 30-х годах была переведена на созданную Георгием Федоровичем кафедру аэрогидродинамики и динамики полета Харьковского авиационного института.

В период работы в авиационном институте вышли в свет написанные Г.Ф. Проскурой курсы «Воз-

душные винты» и «Экспериментальная гидродинамика».



Рис. 3. Г.Ф. Проскура среди сотрудников и аспирантов ХАИ (1938 г.)

Работы Г.Ф.Проскуры по гидродинамике, водяным турбинам и насосам создали ему заслуженный авторитет крупнейшего ученого и специалиста в указанных областях, что было отмечено избранием его в 1929 г. действительным членом Академии наук Украинской ССР. Под руководством Г.Ф. Проскуры и его непосредственном участии впервые в Украине была создана аэродинамическая лаборатория. Усилиями его учеников и последователей: профессоров А.И. Борисенко, Я.Е. Ткаченко, Д.А. Мунштукова, И.Е. Тарапова, В.И. Холявко эта лаборатория превратилась в крупный научно-исследовательский центр, выполняющий весь спектр как теоретических, так и экспериментальных аэродинамических исследований по заказам предприятий аэрокосмического комплекса. В результате этой созидательной





Рис. 4. Аэродинамическая лаборатория дозвуковых скоростей, создателем которой является Г.Ф. Проскура

деятельности кафедра аэрогидродинамики Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт» владеет уникальным и наиболее крупным в Украине аэродинамическим комплексом, в состав которого сегодня входят дозвуковая и сверхзвуковая лаборатории, а также акустическая лаборатория с шумозаглушенной камерой. На основании экспертных заключений и оценок Кабинет Министров Украины своим постановлением №1709 от 19 декабря 2001 года включил, одним из первых, "Аэродинамический комплекс на базе сверхзвуковой аэродинамической трубы Т-6 Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского "Харьковский авиационный институт" в перечень объектов На-

ционального научного достояния Украины.

В связи с этим знаменательным событием – годом Н.Е. Жуковского, необходимо подчеркнуть вочстину бесценную роль аэрогидродинамики в становлении и развитии авиации. Так, например, с 1913 по 1939 гг., т. е. за 26 лет, максимальная скорость самолетов возросла в 3,7 раза (от 204 до 755 км/ч). Чтобы достигнуть такого возрастания скорости только за счет увеличения мощности двигателя, необходимо было увеличить её мощность в 50,6 раза. На самом деле мощность двигателя увеличилась лишь в 7,3 раза. Главную роль в увеличении скорости полета самолета сыграло улучшение аэродинамических качеств самолета и несущего винта.

В полном соответствии с мировоззрением Николая Егоровича Жуковского, его учеников и последователей, аэрогидродинамика развивалась, и будет развиваться в направлении совершенствования знаний, более глубокого проникновения в физическую сущность рассматриваемых явлений, т.е. в сторону все более полного соответствия наших представлений объективному характеру этих явлений. Объективно, независимо от нашего сознания и нашей воли, существующие аэрогидродинамические явления обладают рядом особенностей, характерных сторон, закономерностей. Последние должны быть раскрыты, познаны и использованы в направлении дальнейшего развития авиационно-космической техники. Вся научно-практическая деятельность, как при создании новых образцов авиационной техники, так и при ее использовании, должна строиться с учетом этих объективных закономерностей. Всякое несоответствие с ними, всякое нарушение требований объективных законов в области аэрогидродинамических явлений неизбежно приведет к неудаче, к невозможности решить поставленную, а зачастую, жизненно важную практическую задачу.

Несмотря на широкое и глубокое современное развитие, аэрогидродинамика, так же как и газовая динамика, имеет еще много неразработанных вопросов, нерешенных проблем, невыясненных причин и связей, объясняющих ту или иную особенность явлений обтекания тел потоком газа и их аэродинамических характеристик, протекания газа в двигателе или магистральной газопроводной системе. И в этом плане нужно с благодарностью вспоминать, чтить наследие великого ученого, педагога и организатора научной деятельности — Николая Егоровича Жуковского.

В заключение, нельзя не отметить широкое использование аэрогидродинамики, ее подходов и методов в современной технологии в области вентиляции, кондиционирования производственных и жилых помещений, а также машин. Много важных задач выдвигает перед гидродинамикой и металлургия, а аэродинамические подходы позволяют повысить качество технологических процессов [14 - 15]. Здесь необходимо решать проблемы, связанные главным образом с повышением эффективности работы металлургических и литейных агрегатов. Входит в практику использование процессов взаимодействия потока жидкого металла, хорошо проводящего электрический ток, с магнитными полями, что позволяет управлять движениями расплавов, очисткой их от вредных примесей.

Предвосхищенной Николаем Егоровичем в начале прошедшего столетия, важнейшей современной задачей аэрогидродинамики остается также проблема совершенствования ветродвигателей различных схем, улучшение их характеристик в целях повышения эффективности агрегатов нетрадиционной энергетики [16-18]. Также не остаются без внимания и обозначенные Н.Е. Жуковским экологические проблемы, которые вполне разрешаются современными методами аэрогидродинамики [19-20].

По-прежнему остро стоит проблема улучшения аэрогидродинамических характеристик транспортных средств: как подводных, так и плавающих, железнодорожных и автомобильных. Однако, можно с уверенностью констатировать тот факт, что многие, широкого спектра задачи и проблемы механики, осмысленные и поставленные Николаем Егоровичем перед потомками, успешно решаются на базе современных теоретических методов исследования и развитой экспериментальной базы [21-23].

### Литература

1. Жуковский, Н.Е. О гидравлическом ударе в водопроводных трубах [Текст] / Н.Е. Жуковский // М.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1949. – 104 с.

2. Жуковский, Н.Е. К вопросу о разрезании вихревых шнуров [Текст] / Н.Е. Жуковский. – М., 1894. – 19 с.

3. Жуковский, Н.Е. Заметка о движении вихревых колец [Текст] / Н.Е. Жуковский. – М.: Университетская типография, 1907. – 8 с.

- 4. Жуковский, Н.Е. О подсасывающем действии потока воздуха на пластинку [Текст] / Н.Е. Жуковский // (сообщено в Московском Математическом Обществ 23 сент. 1908). М.: Типография Императорского Московского Университета. 1909. 20 с.
- 5. Жуковский, Н.Е. Полное собрание сочинений в 10 т. [Текст] / Н.Е. Жуковский. М.-Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1937. Т. 6: Винты. Ветряки. Вентиляторы. Аэродинамическая труба. 430 с.
- 6. Жуковский, Н.Е. Полное собрание сочинений в 10 т. [Текст] / Н.Е. Жуковский. М.-Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1937. Т. 5: Вихри. Теория крыла. Авиация. 490 с.
- 7. Из личных воспоминаний [Текст] / А.Н. Туполев, Г.Х. Сабинин, Г.М. Мусиняни, Б.И. Россинский, А.А. Архангельский, В.Л. Александров // Техника воздушного флота. — 1947. — № 1 (226). — С. 37—48.
- 8. Ахиезер, Н.И. О плоскопараллельном потоке через бесконечную решетку [Текст] / Н.И. Ахиезер

- // Научные записки. Х.: Харьк. авиац. ин-т, 1934. 49 с.
- 9. Чаплыгин, С.А. Вихревой поток, обтекающий преграду в виде забора [Текст] / С.А. Чаплыгин // Собрание сочинений. 1949. Т. II. С. 546 554.

10. Чаплыгин, С.А. К теории метелей [Текст] / С.А. Чаплыгин // Собрание сочинений. – 1949. – Т. II. – С. 567 – 575.

- 11. Жуковский, Н.Е. О трении смазочного слоя между шипом и подшипником [Текст] / Н.Е. Жуковский, С.А. Чаплыгин // Полное собрание сочинений. 1937. Т. IY. С. 279 298.
- 12. Чаплыгин, С.А. К теории продувки цилиндров двигателей внутреннего сгорания [Текст] / С.А. Чаплыгин // Труды ЦАГИ. 1934. Вып. 175. С. 3 46.
- 13. Амброжевич, А.В. Георгий Федорович Проскура [Текст] / А.В. Амброжевич, Ю.А. Крашаница // Авиационно-космическая техника и технология.  $N \ge 2/28$ . Харьков: Нац. аерокосмічний ун-т "Харк. авіац. ін-т", 2002. С. 10-16.
- 14. Крашаница, Ю.А. Математическое и графическое моделирование объектов технологического оборудования литейного производства [Текст] / Ю.А. Крашаница, В.А. Грищенко, Д.В. Кириченко // Авиационно-космическая техника и технология. № 38/3. Харьков: Нац. аерокосмічний ун-т "Харк. авіац. ін-т". С. 32 38.
- 15. Крашаница, Ю. О поджатии вязкого слоя при движении круглого штампа [Текст] / Ю.А. Крашаница, V. Vovk // Авіаційно-космічна техніка і технологія: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та "Харьк. авиац. ин-т". Вып. 32. Х.: Антиква, 2002. С. 102 105.
- 16. Аэродинамическая оптимизация масштабной модели вертикально-осевого ветродвигателя [Текст] / Ю.А. Крашаница, Ю.Ф. Усик, В.В. Чмовжи др. // Вісник Донб. держ. акад. будівн. і архитект. Вип. 4(29), Будівельні конструкції, будівлі та споруди. Т.1: Вплив вітру на будинки і споруди. С. 149-153.
- 17. Krashanitsa, U.A. Experimental investigations of isolated of vertical-axial wind turbine [Text] /

- U.A. Krashanitsa, M.L. Surgailo, V.V. Chmovzh // Dynamics of Civil Engineering and Tranport Structures and Wind Engineering// Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference. Slovak Republic. Tale. P. 48-51.
- 18. Аэродинамический расчет ветротурбин пропеллерного типа [Текст]: учеб. пособие для курсового проектирования / А.И. Яковлев и др.; Мин-во образования и науки Украины; под ред. Ю.А. Крашанины. X.: ХАИ. 72 с.
- шаницы. X.: XAЙ. 72 с.
  19. Хруш, В.К. Прогнозирование рассеивания газовых и капельных загрязняющих веществ в атмосфере при аварийных ситуациях с запуском ракетносителей [Текст] / В.К. Хрущ, Ю.А. Крашаница, А.Ф. Шейко // Proceeding of the International Conference under Auspices of the Organization of the Black Sea Economic Cooperation and in Cooperation with the ICBSS. Kharkov (Ukraine). C. 93-99.
- 20. Крашаница, Ю.А. О фундаментальном решении дифференциального оператора в екодинамике [Текст] / Ю.А. Крашаница, Ф.А.С. Мохаммед // Авиационно-космическая техника и технология. — 2003. — № 38/3. — С. 23 — 28.
- 2003. №. 38/3. С. 23 28.
  21. Крашаница, Ю.А. Тонкий профиль со струйной механизацией// Авиационно-космическая техника и технология [Текст] / Ю.А. Крашаница, Ф. Мохаммед // Авиационно-космическая техника и технология: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та "Харьк. авиац. ин-т". Вып. 30/1. Харьков: ХАИ, 2002. С. 129 133.
  22. Крашаница, Ю.А. Метод ГИУ в краевой
- 22. Крашаница, Ю.А. Метод ГИУ в краевой задаче обтекания дозвуковых профилей при умеренных числах Рейнольдса [Текст] / Ю.А. Крашаница, А.Б. Душин // Авіаційно-космічна техніка і технологія: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та "Харьк. авиац. ин-т". Вип 33. Х.: Антиква, 2002. С. 95—100.
- 23. Кривцов, В.С. Аэрогидродинамика в Харьковском авиационном институте им. Н.Е. Жуковского 75 лет [Текст] / В.С. Кривцов, Ю.А. Крашаница, В.И. Кулешов // Аэрогидродинамика: проблемы и перспективы: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та "Харьк. авиац. ин-т". Х.: ХАИ. С. 5-12

Поступила в редакцию 22.05.2012

**Рецензент**: д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры ракетных двигателей и энергетических установок летательных аппаратов А.В. Амброжевич, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

# М.Є. ЖУКОВСЬКИЙ - АЕРОГІДРОДИНАМІКА І ТЕОРІЯ ПОЛЬОТУ, МАТЕМАТИКА І МЕХАНІКА: МИНУЛЕ, СЬОГОДЕННЯ Й МАЙБУТН $\epsilon$

### Ю.О. Крашаниця

У статті описана роль професора М.Є. Жуковського в становленні і розвитку аеродинамічної науки та авіаційної техніки, механіки як твердого тіла, так і рідини і газу, гідро-, газотурбобудування, екології та вітроенергетики. Відзначено його видатні якості як педагога і вихователя, так і організатора наукових досліджень у цих областях, що зіграло визначальну роль в подальшому інтенсивному розвитку нових і затребуваних практикою напрямів науки і техніки.

требуваних практикою напрямів науки і техніки. **Ключові слова**: М.Є. Жуковський, творча діяльність, теорія польоту, експериментальна аеродинаміка, наукові школи, учні та послідовники, розвиток результатів та ідей

# N.Ye. ZHUKOVSKIY - AEROHYDRODYNAMICS AND THE THEORY OF FLIGHT, MATHEMATICS AND MECHANICS: PAST, PRESENT AND FUTURE

#### Y.A. Krashanytsya

This article describes the role of Professor N.E. Joukowski in the development of wind science and aeronautical engineering, mechanics, both solid and liquid and gas, hydro, gas turbine, wind energy and ecology. Marked by his outstanding qualities as a teacher and educator, and organizer of scientific research in these areas, which played a decisive role in the subsequent intensive development of new and popular practice areas of science and technology.

decisive role in the subsequent intensive development of new and popular practice areas of science and technology. **Keywords:** N.Ye. Zhukovskiy, creative activity, flight theory, experimental aerodynamics, scientific schools, pupils and followers, the development of results and ideas

**Крашаница Юрий Александрович** – главн. научн. сотр., д-р техн. наук, профессор кафедры аэрогидродинамики Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

УДК 629.7.085

# А.В. АМБРОЖЕВИЧ $^1$ , И.П. БОЙЧУК $^1$ , И.Ю. ДОЛЖЕНКО $^2$ , К.В. МИГАЛИН $^3$ , В.А. СЕРЕДА $^1$

<sup>1</sup> Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

<sup>2</sup> КП ХКБМ им. А.А. Морозова, Украина

### КОМПЛЕКСНЫЕ ТРАЕКТОРНЫЕ МОДЕЛИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Предложен переход к обобщенным траекторным газодинамическим моделям от синтетических представлений на базе аппарата прикладной аэродинамики летательных аппаратов, фрагментарной газовой динамики, динамики полета, баллистики ракет, ракетодинамики и баллистики. Изложены теоретические основы технологии вычислительного эксперимента, имеющие в своей основе обобщенные траекторные модели, которые позволяют провести базовый комплекс аэродинамических исследований комплексов с беспилотными летательными аппаратами с учетом многообразия струйных и тепловых эффектов, пространственных волновых явлений, динамики полета для любых траекторных фаз. Продемонстрированы некоторые возможности обобщенной математической модели траекторных процессов на примерах частных конфигураций применительно к ствольным комплексам высокой и низкой баллистики, как с дозвуковой, так и гиперзвуковой скоростью полета снаряда, а также многоступенчатым аэробаллистическим ракетам.

**Ключевые слова:** обобщенные траекторные модели летательных аппаратов, прикладная аэродинамика, газовая динамика, динамика полета, технология вычислительного эксперимента.

#### Введение

Характерной и наиболее перспективной тенденцией развития технических наук является их унификация на общефизической основе. В этом смысле традиционное деление летательных аппаратов (ЛА) на аэродинамические, аэробаллистические и баллистические выглядит несколько условно и происходит от свойственных названным классам методов проектирования, опирающихся на инженерный инструментарий, сложившийся до появления высокопроизводительных ЭВМ.

Объективной предпосылкой для унификации методов расчета траекторного процесса ЛА служит открывшаяся в настоящее время возможность использования фундаментального аппарата газовой динамики и ряда смежных разделов механики на основе достижений в области информационных технологий. Это позволяет обобщить частные прикладные науки — внешнюю и внутреннюю баллистику, аэродинамику, газовую динамику двигателей, динамику полета, ракетодинамику — в единый агрегат с целью получения комплексного описания полного траекторного процесса ЛА с общих позиций механики. Имеется также и предпосылка функционально-эволютивного характера к подобной трансформации исследовательского инструментария. Наряду

с общей тенденцией перехода от транспортных систем с баллистическими траекториями полета к адаптивно управляемым, отмечается рост интереса к перспективным комплексам с беспилотным ЛА (БЛА) масштабного ряда и облика, свойственного объектам артиллерийско-стрелкового вооружения [1 и др.].

Субъективной предпосылкой является авторский задел в направлении создания отвечающего современным условиям инструментария проектирования транспортной составляющей комплексов с БЛА. Данный инструментарий содержит в себе в качестве базового элемента универсальную технологию численного эксперимента на основе семейства комплексно-сопряженных газотермодинамических и механических моделей рабочего процесса в тепловых машинах, унифицированных на основе метода особенностей [2–9 и др.].

Современное состояние научно-исследовательского инструментария в целом характеризуется унификацией на основе континуальных моделей механики сплошных сред, идущей на смену традиционным узкоспециализированным на частных видах физических процессов интегральным моделям нулевого ранга с решающей ролью эмпирической параметризации. Главной предпосылкой данной тенденции является возможность экстенсивного использования известных сеточных методов решения урав-

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> ООО НПФ «РОТОР», Россия

нений механики сплошных сред в условиях перманентного прогресса информационных технологий. Комплексный характер моделей ЛА обусловливается единством факторов внутреннего и внешнего обтекания, а также динамики полета.

Органично выглядит, таким образом, переход к обобщенным траекторным газодинамическим моделям от синтетических представлений на базе аппарата прикладной аэродинамики ЛА (например [10-11]), фрагментарной газодинамики вида [12], динамики полета [13–14], баллистики ракет [15–17] и ракетодинамики [18] в классе аэробаллистических ЛА. Не составляет исключения и класс процессов, традиционно относимый к сфере интересов внутренней и внешней баллистики [19-22 и др.]. Здесь налицо процесс взаимодействия миниатюрного беспилотного летательного аппарата, вводимого в полет тепловой расширительной машиной (ствольным пусковым устройством), с внутренней - газовой (генерируемой за счет предварительной аккумуляции или пиротехническим способом) и внешней - воздушной средами в поле сил земного тяготения. Тем самым формулируется краевая газодинамическая задача, замыкающаяся уравнениями движения по направляющей и динамики полета ЛА, соответственно - на внутреннем и внешнем участках траектории [23].

### Обобщенная модель траекторных процессов

Полный траекторный цикл БЛА отображается замкнутой нестационарной моделью третьего ранга, представляющей собой комплекс взаимосвязанных элементов:

- а) газодинамической модели внешнего и внутреннего обтекания, заданной в контрольном объеме (КО), связанном с БЛА (доминанта);
- б) модели динамики запуска и свободного полета, отображающей траекторное поведение БЛА в переменных полях поверхностных и массовых сил (замыкающее звено).

Наличие КО, связанного с БЛА в состоянии траекторного движения, предопределяет использование неинерциальной системы отсчета:

$$\left(\frac{\partial \overrightarrow{w}}{\partial t}\right)_{\text{Harm CO}} = \left(\frac{\partial \overrightarrow{w}}{\partial t}\right)_{\text{Harm CO}} + \frac{\partial \overrightarrow{u}}{\partial t}, \tag{1}$$

где (...)<sub>Неин. СО</sub> и (...)<sub>ин. СО</sub> - неинерциальная и инерциальная системы отсчета. Причем, в случае многоступенчатой ракеты, система координат связывается в фазе разделения с маршевой ступенью, а отработанная отображается в КО как подвижный объект.

Применительно к СК с БЛА в фазе пуска (вы-

стрела) система координат связывается с метательным снарядом, а ствольная направляющая рассматривается в качестве подвижного объекта. Подобные представления обеспечивают физическое воспроизводство эффектов выстрела – прорыв газов (рабочего тела), давление последействия и т.п.

# Газодинамическая составляющая модели

Принципиальная основа физико— математического описания газодинамической составляющей процесса в КО аналогична [2-3 и др.]. Для достижения формальной однородности модельных представлений факторов различной физической природы используется аппарат источников-стоков (ИС) массы, импульса и энергии, обусловленных конвективным переносом (общим числом групп  $\mathbf{M}_{\mathrm{M}}$ ) и «свободных» ( $\mathbf{M}_{\mathrm{C}}$ ), т.е. не связанных с эмиссией массы.

С учетом пространственной неоднородности полета БЛА в гравитационном поле и условий обтекания набегающим потоком, физические поля, образующие процесс свободного полета БЛА, представлены в прямоугольных координатах Определяющие модель процесса законы сохранения массы, импульса и энергии выражены в векторно-матричных терминах:

$$\frac{\partial \overline{F}}{\partial t} + \overrightarrow{\nabla} \frac{\overrightarrow{\Phi}}{\Phi} = \sum_{n=1}^{M_M} \left( \frac{\partial \overline{F}}{\partial t} \right)_{(n)} + \sum_{n=1}^{M_C} \overline{\Delta}_{(n)}$$
 (2)

где 
$$\overline{F} = \rho \bigg\{ 1, \ \overline{C}, \ \overset{
ightarrow}{w}, \ \epsilon^0 \bigg\} \ - \ \text{обобщенные потоковые век-}$$

тор-матрицы;  $\overrightarrow{\Phi} = \sum_{k=1}^{3} \overrightarrow{i}_{k} \, \overline{\Phi}_{k}$  — вектор-матрица конвективных и волновых процессов;  $\overline{\Phi}_{k} = \overline{F}_{\mathbf{W}_{k}} + p\{0, 0, 0, 0, 0, \delta_{1, k}, \delta_{2, k}, \delta_{3, k}, \mathbf{W}_{k}\}$  — проекции вектор-матрицы конвективных и волновых процессов на оси координат;  $\mathbf{t}$  — время;  $\overrightarrow{\mathbf{x}} = \{\mathbf{x}_{1}, \mathbf{x}_{2}, \mathbf{x}_{3}\}$  — координатный вектор;  $\rho$  — плотность;  $\mathbf{p}$  — давление;

T— температура;  $\overset{\rightarrow}{w}=\left\{w_{_1},\ w_{_2},\ w_{_3}\right\}$ — вектор скорости;  $\epsilon^0$ — внутренняя энергия по полным параметрам;  $\overline{C}=\left\{\!\omega,\ \omega_{_\Gamma},\ \widetilde{t},\sigma,\ S\right\}$ — матрица функций субстанциональных свойств;  $\omega,\ \omega_{_\Gamma}$ — массовые концентрации продуктов сгорания и исходных реагентов;  $\widetilde{t}$ — индивидуальное время химически реагирующей частицы;  $\sigma$ — скоростной фактор реакции горения; S— энтропия;  $\overset{\rightarrow}{f}=\left\{\!f_1,\ f_2,\ f_3\right\}$ — напряженность поля массовых сил;  $M_{_M}$ — общее число групп

ИС, обусловленных субстанциональным переносом;

 $M_{C}$  — общее число групп «свободных»  $UC; \vec{i}_{k}$  — орты прямоугольной системы координат;  $(...)_{(n)}$  — индексы групп особенностей;  $\overline{\Pi} = \{p, T, \vec{w}, \overline{C}\}(x, t)$  — вектор-матрица состояний физических полей;

$$\overline{\Delta}_{(n)} = \left\{0, \frac{\partial \left(\rho \overline{C}\right)}{\partial t}, \overrightarrow{f}, \frac{\partial \left(\rho \epsilon^{0}\right)}{\partial t}\right\}_{(n)} - \text{ вектор-матрица}$$

«свободных» ИС (табл.2).

Прочие объекты системы (2) специфицированы в табл. 1.

Комплект условий однозначности для замыкания решения уравнения модели течения в КО (2) приведен в табл. 2.

Положения подвижных масок объектов в КО определяются решением задачи запуска и свободного полета БЛА, являющихся, в свою очередь, условиями сопряжения газодинамической и динамической составляющих комплексной модели.

В соответствии с методом особенностей, совокупность доминирующих факторов модели представляется аппликацией источников-стоков (ИС) материальных субстанций двух типов: связанных с массопереносом, и «свободных» (табл. 1).

Структурная декомпозиция (2) сводится к принципу расщепления по физическим процессам n=0,...,M, причем, подсистема (2), учитывающая только изменения «автономного» течения:

$$\left(\frac{\partial \overline{F}}{\partial t}\right)_0 = \overline{\Lambda}_0 \tag{3}$$

имеет гиперболический тип. Изменчивость течения:

$$\left(\frac{\partial \overline{F}}{\partial t}\right) = \overline{\Lambda}_{n}, \ n = 0,..., \ M$$
 (4)

трактуется как возмущение основного решения (3).

Таким образом, приращение локальной производной представляет собой линейную форму, образуемую совокупностью факторов «автономного» течения и групп ИС. На основании (3) – (4) явный разностный аналог системы (2) принимает следующий вид:

$$\overline{F}_{i_{1}, i_{2}, i_{3}}^{1+1} = \overline{F}_{i_{1}, i_{2}, i_{3}}^{1} + \tau^{1} \sum_{n=0}^{M} \left( \overline{\Lambda}_{n} \right)_{i_{1}, i_{2}, i_{3}}^{1} , \qquad (5)$$

где «  $(...)^l$ », «  $(...)_{i_1,\ i_2,\ i_3}$ » — индексы временного и пространственного шага соответственно;  $\tau^l \equiv \Delta t$  — временной шаг. Разностные аналоги  $(\overline{\Lambda}_n)_{i_1,\ i_2,\ i_3}^l$  на каждом новом временном слое отвечают независимым (параллельным) вычислительным шагам и находятся по состоянию предыдущего:  $\overline{\Pi}_{i_1+\sigma_1,\ i_2+\sigma_2,\ i_3+\sigma_3}^l$ , где  $\{\sigma_1,\ \sigma_2,\ \sigma_3\}$  — относительные индексы шаблона разностной схемы шага расщепления n.

# Связь уравнений динамики полета с состоянием физических полей в контрольном объеме

Фазы траекторного движения ЛА подчиняется уравнениям динамики тела переменной массы, движущегося в поле сил земного тяготения под действием несбалансированных сил, приложенных к наружным и внутренним поверхностям и моментов, действующих относительно центра масс:

$$\frac{dM_{JIA}}{dt} = -\int_{\Omega(x)} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \omega_r \right)_{(3)} dV, \qquad (6)$$

$$\frac{d(M_{JIA}\vec{u})}{dt} = -\int_{\sigma(s)} \vec{\Delta}_{I(s)} \vec{n}_{(s)} d\sigma - M_{TC}\vec{g}, \qquad (7)$$

$$\left(\frac{\partial \omega_{n}}{\partial t}\right) = \frac{M_{n}}{I_{n}}, n = 1, 2, 3 \tag{8}$$

где  $M_{\rm ЛA}$  — масса ЛА;  $\vec{u}$  — скорость движения центра масс;  $\Omega_{(3)}$  — зона подачи топлива;  $\vec{n}_{(5)}$  — единичный вектор внешней нормали к поверхности ЛА;  $\sigma_{(5)}$  — внутренняя и внешняя поверхности ЛА;  $\vec{g}$  — ускорение свободного падения;  $\omega_n$  — компоненты угловых скоростей,  $M_n$  — траекторные моменты,  $I_n$  — осевые моменты инерции.

Интегрирование системы уравнений (3–5) позволяет получить внутренний и внешний участки траектории ЛА.

Ускоренное движение КО обусловливает неинерциальный характер связанной системы отсчета (1). Ускорения согласно (1) определяют напряженность поля сил инерции  $\vec{\Delta}_{1(7)}$  (табл. 1).

Пространственный нестационарный характер процесса сгорания в общем случае воспроизводится подмоделью многорежимного горения [25], Данная подмодель использует дополнительную лагранжеву систему координат для отслеживания эволюции химически реагирующих частиц и дифференциальные анализаторы температурных разрывов, обеспечивающих отображение непрерывных спектров режимов горения.

### Примеры реализации модели

Представленные ниже примеры решения задач проектирования комплексов с БЛА продемонстрируют некоторые возможности предлагаемой технологии моделирования траекторного цикла.

<u>Пример № 1:</u> расчет рабочего процесса ствольных комплексов (СК) с БЛА «контрастных» по мета-

Таблица 1 Элементы газодинамической составляющей модели

<b>№</b> (n)	Характер фактора, имитируемого вектором ИС	Форма записи	Интенсивности образующих факторов (компоненты)	Тип ИС
1	Тепловые потоки между газовоздушной смесью и элементами тракта	$\frac{\partial \left(\rho\epsilon^{\circ}\right)_{(1)}}{\partial t}$	источника энергии	свободный
2	Поступление рабочего тела в рабочий объем поршневой расширительной машины 1)	$\frac{\partial \rho_{(2)}}{\partial t}$	источник массы всей смеси	субстанцио- нальный перенос
		$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\omega_{pr}\right)_{(2)}, \omega_{pr}=1$	источника массы рабо- чего тела	
		$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \vec{w}\right)_{\!\!(2)}$	источника импульса рабочего тела	
		$\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}\epsilon_{pr}\right)_{\!\!(2)}$	источника энергии рабочего тела	
3	Диссипативные силы	$ec{\Delta}_{{ m I}(3)}$	напряженности сил тре- ния	
4	Взаимодействие с твер- дыми границами	$\vec{\Delta}_{\mathrm{I}(4)}$	нормальных напряже- ний	
5	Направляющие свойства пристеночных зон течения	$\vec{\Delta}_{\rm I(5)}$	напряженности поверхностных сил	свободный
6	Действие сил инерции	$\vec{\Delta}_{\rm I(6)}$	напряженности сил инерции	

<sup>1) –</sup> определяется принципом генерации газообразного рабочего тела – газобаллонным [6], пиротехническим: в замкнутом объеме (зарядной каморе и канале ствола) [24] или камере сгорания РДТТ [8–9]

Таблица 2 Комплект условий однозначности решения уравнения (2)

<b>№№</b> п/п	Физический смысл	Математическое представление
1	термическое уравнение состояния	p = ρRT
2	калорическое уравнение состояния	$\varepsilon = \varepsilon(\omega, T)$
3	соотношение Майера	$c_p = c_v + R$
4	допущение об аддитивности свойств газовоздушной смеси	$I_{cm} = \langle I_{B}(1-\omega) + I_{nc}\omega \rangle / (1-\omega)^{-1}$
5	зависимости теплоемкостей компонентов смеси от температуры	$c_{v} = c_{v}(T)^{2}$
6	соотношения, определяющие интенсивности ИС конвективной природы	$\left(\frac{\partial \overline{F}}{\partial t}\right)_{(n)} = \vec{\Phi}_{_{(n)}}\left(\overline{\Pi}, x_1, x_2, x_3, t\right), n = 1,, M_{_{M}}$
7	соотношения, определяющие интенсивности «свободных» ИС	$\overline{\Delta}_{(n)} = \overline{\Delta}_{(n)}(x_1, x_2, x_3, t), n = 1, \dots, M_c$
8	начальные условия	$\overline{\Pi} = \overline{\Pi}(x_1, x_2, x_3, 0), \{x_1, x_2, x_3\} \in \Omega^{-3)}$
9	граничные условия	$\overline{\Pi} = \overline{\Pi}(x_1, x_2, x_3, t), \{x_1, x_2, x_3\} \in \Gamma^{-4}$

 $I = \{c_p, c_v, R, \epsilon, i\}, \langle c_{\text{cm}} \rangle - \text{смесь}, \langle c_{\text{b}} \rangle - \text{воздух}; ^2 \rangle \langle c_{\text{cm}} \rangle - \langle c_{\text{cm}} \rangle \rangle \rangle$  или  $\langle c_{\text{b}} \rangle \rangle$ ;

 $<sup>^{3)}</sup>$   $\Omega$  – внутренняя область KO;  $^{4)}$   $\Gamma$  – границы KO

тельным способностям классов: предельно низкой баллистики и особо высокой. В классе предельно низкой баллистики представлены газобаллонные пусковые устройства (ПУ) на базе безгильзового выстрела с эластичным снарядом с давлением форсирования менее 2 МПа и скоростью у среза ствола в диапазоне 30...140 м/с (в зависимости от массы), рис. 1а–2. В классе СК с максимально высокими баллистическим характеристиками исследован цикл танковой пушки–ПУ (рис. 1а, 3) с максимальным давлением в канале ствола 550 МПа и с гиперзвуковой начальной скоростью бронебойного оперенного подкалиберного снаряда (БОПС) 1725...1825 м/с.

Пример № 2: исследование траекторного цикла ЛА с реконфигурируемой в полете аэродинамической схемой (рис. 4). В контрольном объеме задается система твердотельных масок, отображающих условия газодинамического взаимодействия ЛА с прочими телами, вовлеченными в траекторный процесс (пусковым устройством, поверхностью земли).

Кинематика твердотельных масок определяется решением уравнений динамики полета и ступенчатым регулированием положения аэродинамических поверхностей (рис. 5). Траекторное поведение ЛА определяется уравнениями динамики тела переменной массы. Выгорание заряда твердого топлива отображается изменением соответствующей твердотельной маски (рис. 6). Получение безотрывного характера истечения реактивной струи на экономичной сетке обеспечивается применением маски направляющих косинусов, локализованной в зоне сверхзвуковой части сопла РДТТ [26].

Пример № 3: исследование режимов полета БЛА с двумя типами ПуВРД с учетом динамических факторов траекторного цикла (рис. 7-8). Особое внимание во всех вариантах расчетов отводится построению вихревой схемы внешних и внутренних течений в качестве основы адекватного решения разнообразных задач согласованного проектирования системы «планер-двигатель». Плоские срезы поля скоростей с линиями тока показаны в продольном и поперечном сечениях КО, заключающим в себя БЛА с ПуВРД с механическим клапаном (рис. 8). На рис. 9 приведена диспозиция системы вихрей в камере сгорания и резонаторе бесклапанного ПуВРД. Для отчетливого понимания роли и места опережающих исследований в качестве примера представлена фаза воздействия высокотемпературной струи на элементы хвостовой и центральной частей фюзеляжа БЛА с бесклапанным ПуВРД (рис. 10). Здесь показаны: мгновенный вид поля температур и линий тока в плоскости симметрии, завихренность и линии тока в горизонтальной плоскости над аппаратом, мгновенное состояние поля плотностей в плоскости симметрии.

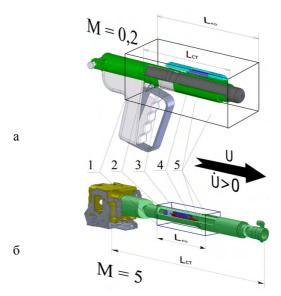


Рис. 1. КО с объектами исследований: а – газобаллонное ПУ, б – танковая пушка-ПУ; 1 – границы расчетных областей, 2 – источники массы, импульса, энергии рабочего тела, 3 – неподвижная часть маски (БЛА), 4 – подвижная часть маски (ПУ), 5 – проницаемые неотражающие границы

Пример № 4: моделирование внешнего и внутреннего обтекания БЛА с эжекторным ПВРД (рис. 11), рабочий процесс в котором основывается на газификации сжиженного пропана [27–28]. В данном случае главное внимание также уделялось исследованию вихревых свойств процесса: на рис. 12 показаны векторы скорости и линии тока в плоскости за аппаратом (рис. 12), а также в тракте эжекторного ПВРД (рис. 13) в сочетании с визуализированными зонами горения.

#### Заключение

Основным результатом представленных разработок является осуществление перехода к обобщенным траекторным газодинамическим моделям от синтетических представлений на базе аппарата прикладной аэродинамики ЛА, фрагментарной газодинамики, динамики полета, баллистики ракет, ракетодинамики и баллистики.

Технологии вычислительного эксперимента, имеющие в своей основе полные траекторные модели, позволяют провести базовый комплекс аэродинамических исследований различных классов комплексов с ЛА с учетом многообразия струйных и тепловых эффектов, пространственных волновых явлений, динамики полета для произвольных траекторных фаз.

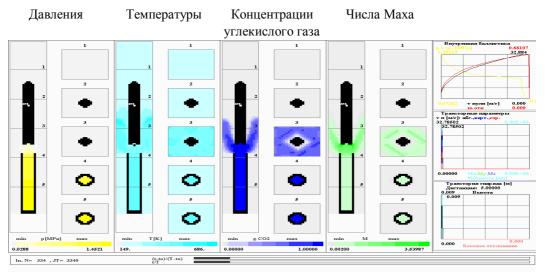


Рис. 2. Состояние физических полей в рабочем цикле пневматического ствольного комплекса с эластичным снарядом безгильзового заряжания: — эффектов последействия;

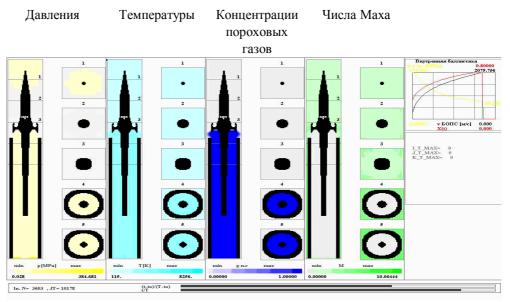


Рис. 3. Состояние физических полей в рабочем траекторном цикле бронебойного оперенного подкалиберного снаряда— эффектов последействия до отделения секторов ведущей системы

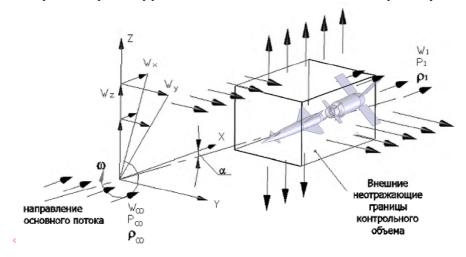


Рис. 4. Контрольный объем с ЛА в фазе разделения ступеней

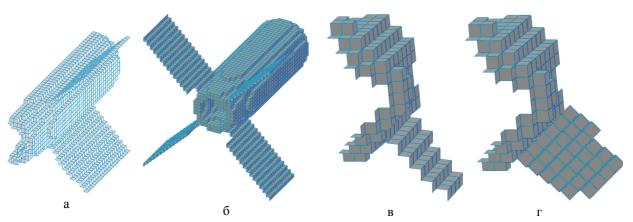


Рис. 5. Состояние твердотельной маски, отображающей положение аэродинамических поверхностей: стабилизаторов – в предстартовой фазе (а) и после схода с направляющей (б); дестабилизаторов переходного отсека – до разделения ступеней (в) и в момент разделения (г)

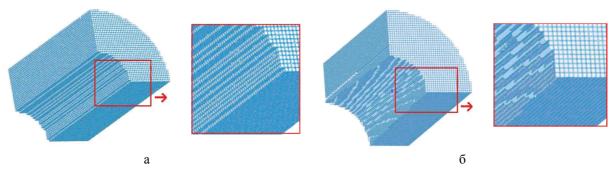


Рис. 6. Отображение эрозионного горения состоянием маски заряда: а – исходной, б – после выгорания

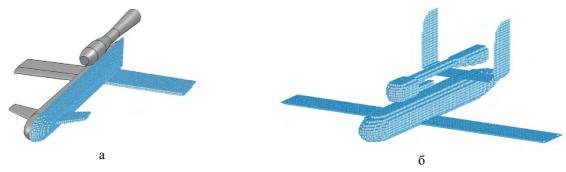


Рис. 7. Модели аэродинамических БЛА с ПуВРД: а – с механическим клапаном, б – бесклапанным

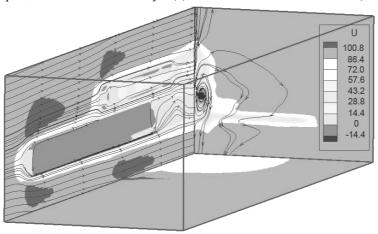


Рис. 8. Поле скоростей с линиями тока в продольном и поперечном сечениях КО, заключающим в себя БЛА с ПуВРД с механическим клапаном

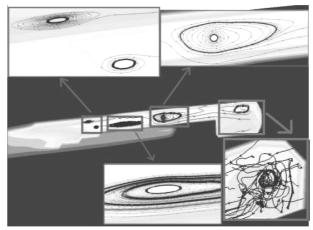


Рис. 9. Система вихрей в камере сгорания и резонаторе бесклапанного ПуВРД

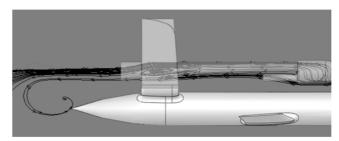


Рис. 10. Моделирование внешнего и внутреннего обтекания БЛА с бесклапанным ПуВРД – фаза воздействия высокотемпературной струи на элементы хвоста и фюзеляжа

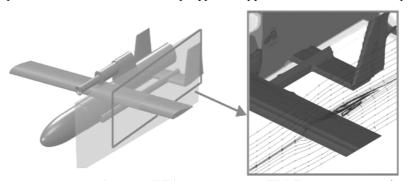


Рис. 11. Моделирование внешнего обтекания БЛА с эжекторным ПВРД на основе газификации сжиженного

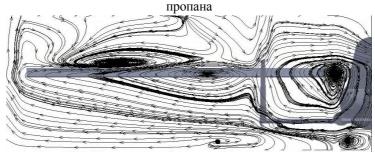


Рис. 12. Линии тока в плоскости за аппаратом

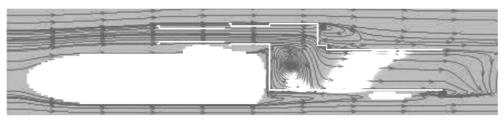


Рис. 13. Линии тока и горение в тракте эжекторного ПВРД

Расширение представлений о полном траекторном цикле, включающем в себя фазу старта и свободного полета ЛА, получаемых посредством отображения полной картины соответствующих нестационарных физических полей, обеспечивает качественно новый уровень проектных работ, способствует снижению технического риска и экономии ресурсов на этапе натурной доводки объекта.

Предложенная технология вычислительного эксперимента малозатратна и ориентирована на использование ординарных ЭВМ.

### Литература

- 1. Sandia's self-guided bullet prototype hit target a mile away [Электронный ресурс] / Scandia news media contact: Heather Clark. 2012. Jan. 30. Режим доступа:https://share.sandia.gov/news/resources/ news releases/bullet. 21.05.2012 г.
- 2. Амброжевич, А.В. Численное моделирование комплекса нестационарных газодинамических процессов в тепловых двигателях [Текст]: монография / А.В. Амброжевич. Х.: изд-во ХГАДТУ, 1999. 77 с.
- 3. Амброжевич, А.В. Численное моделирование теплофизических процессов в двигателестроении [Текст] / А.В. Амброжевич. Х.: Нац. аэрокосм. унт «Харьк. авиац. ин-т», 2005. 233с.
- 4. Амброжевич, А.В. Комплексная траекторная модель летательного аппарата [Текст] / А.В. Амброжевич, В.А. Середа // Авиационно-космическая техника и технология. 2008.  $N_{\rm P}$  5/52. С. 40–44.
- 5. Полные траекторные модели двухступенчатых ракет [Текст] / А.В. Амброжевич, И.П. Бойчук, А.С. Карташев, В.А. Середа // Авиационно-космическая техника и технология. 2009.  $N^2$  3(60). С. 28—32.
- 6. Амброжевич, А.В. Комплексная траекторная модель микро—БЛА [Текст] / А.В. Амброжевич, И.Ю. Долженко, А.В. Коломийцев // Авиационно-космическая техника и технология. 2009.  $N_2$  2(59). С. 5-9.
- 7. Амброжевич, А.В. Обобщенные аэрогазодинамические траекторные модели беспилотных летательных аппаратов [Текст] / А.В. Амброжевич, И.П. Бойчук // Аэрогидродинамика и аэроакустика: проблемы и перспективы. — 2009. — С. 11-18.
- 8. Амброжевич, М.В. Газотермодинамическая модель ракетного двигателя твердого топлива [Текст] / М.В. Амброжевич, В.А. Середа // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ» Х.: НАКУ, 2011. Вып. 65 (1) С. 88-93.
- 9. Амброжевич, М.В. Моделирование процесса в ракетном двигателе твердого топлива [Текст] / М.В. Амброжевич, В.А. Середа // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных

- аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. H.E. Жуковского «ХАИ» — X.: НАКУ, 2011. — Вып. 66(2) — C. 56-62.
- 10. Аронин, Г.С. Практическая аэродинамика [Текст] / Г.С. Аронин. М.: Воениздат, 1962. 384 с.
- 11. Сахно, А.Г. Расчет аэродинамических характеристик летательных аппаратов [Текст]: учеб. пособие / А.Г. Сахно, В.И. Холявко. X: XAИ, 1985. 102 c.
- 12. Крайко, А.Н. Вариационные задачи газовой динамики [Текст] / А.Н. Крайко. М.: Наука, 1979. 448 с.
- 13. Лебедев, А.А. Динамика полета [Текст]/ А.А. Лебедев, Л.С. Чернобровкин. — М.: Машиностроение, 1973. — 616 с.
- 14. Сахно, А.Г. Введение в динамику летательных аппаратов (движение в вертикальной плоскости) Ч. 1 [Текст]: учеб. пособие /A.Г. Сахно. -X.: XAH, 2006. -186 с.
- 15. Лебедев, А.А. Баллистика ракет [Текст] / А.А. Лебедев, Н.Ф. Герасюта. М.: Машиностроение, 1974. 241 с.
- 16. Чуйко, В.С. Внешняя баллистика авиационных ракет и снарядов [Текст] / В.С. Чуйко. М.: ВВИА, 1976. 256 с.
- 17. Дэвис, Л. Внешняя баллистика ракет: пер. с англ. [Текст] / Л. Дэвис, Д. Фоллин, Л. Блитцер. М.: Воениздат, 1961. 520 с.
- 18. Мандрыка, А.П. Генезис современной ракетодинамики [Текст] / А.П. Мандрыка. Л.: Наука, 1971. 216 c.
- 19. Серебряков, М.Е. Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет [Текст] / М.Е. Серебряков. М.: Оборонгиз, 1962. 704 с.
- 20. Дмитриевский, А.А. Внешняя баллистика [Текст] / А.А. Дмитриевский. М.: Машиностроение, 1974. 479 с.
- 21. Газодинамические основы внутренней баллистики [Текст] / С.А, Бетехтин., А.М. Виницкий, М.С. Горохов, К.П. Станюкович и др. М.: Оборонгиз, 1957. 384 с.
- 22. Постников, А.Г. Внешняя баллистика неуправляемых авиационных ракет и снарядов [Текст] / А.Г. Постников, В.С. Чуйко. М.: Машиностроение, 1985. 248 с.
- 23. Коломийцев, А.В. Метод расчетного и экспериментального определения облика снаряда специального назначения с заданными аэродинамическими свойствами [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.07.01; защ. 5.06.2005; утв. 10.02.2010 / Коломийцев Александр Викторович. Х., 2005. 224 с.
- 24. Долженко, И.Ю. Комплексная траекторная модель бронебойного оперенного подкалиберного снаряда (БОПС) [Текст] / И.Ю. Долженко // Артиллерийское и стрелковое вооружение. 2011.  $N_2$  3/40. С. 20-24.
- 25. Амброжевич, А.В. Модель многорежимного горения в тепловых машинах [Текст] / А.В. Амброжевич, С.Н. Ларьков, К.В. Мигалин // Авиационно-

космическая техника и технология. — 2010. —  $N_2$  1(58). — С. 76-79.

- 26. Малоресурсный метод численного моделирования течений в геометрических областях сложной формы [Текст] / А.В. Амброжевич, И.П. Бойчук, С.Н. Ларьков, В.А. Середа // Авиационно-космическая техника и технология. 2008.  $N \ge 6(53)$ . С. 5-10.
- 27. Мигалин, К.В. Пульсирующий воздушно-реактивный двигатель / К.В. Мигалин, А.И. Сиденко

// Заявка на изобр. РОСПАТЕНТ: уведомл. О поступлении и рег заявки от 04.05.2010 г., рег. вх. № 025323, рег. № 2010117779.

28. Исследование рабочего процесса в эжекторном ПВРД [Текст] / А.В. Амброжевич, С.Н. Ларьков, К.В. Мигалин, В.А. Середа // Авиационно-космическая техника и технология. — 2011. —  $N \supseteq 2 (79)$  — С. 62-68.

Поступила в редакцию 21.05.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой проектирования летательных аппаратов В.Е. Гайдачук, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

### КОМПЛЕКСНІ ТРАЄКТОРНІ МОДЕЛІ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

### О.В. Амброжевич, І.П. Бойчук, І.Ю. Долженко, К.В. Мігалин, В.О. Середа

Запропоновано перехід до узагальнених траєкторних моделей від синтетичних уявлень на базі апарату прикладної аеродинаміки літальних апаратів, фрагментарної газової динаміки, динаміки польоту, балістики ракет, ракетодинаміки та балістики. Викладено теоретичні основи технології обчислювального експерименту, що має в своїй основі узагальнені траєкторні моделі, які дозволяють провести базовий комплекс аеродинамічних досліджень комплексів з безпілотними літальними апаратами з урахуванням різноманіття струминних та теплових ефектів, просторових хвильових явищ, динаміки польоту для буд-яких траєкторних фаз. Продемонстровано деякі можливості узагальненої математичної моделі траєкторних процесів на прикладі окремих конфігурацій застосованих до ствольних комплексів високої та низької балістики, як із дозвуковою так із гіперзвуковою швидкостями польоту снаряду, а також багатоступеневих аеробалістичних ракет.

**Ключові слова:** узагальнені траєкторні моделі літальних апаратів, прикладна аеродинаміка, газова динаміка, динаміка польоту, технологія обчислювального експерименту.

### COMPLEX TRAJECTORY MODEL OF THE AIRCRAFT

### O.V. Ambrozhevich, I.P. Boichuk, I.P. Dolzhenko, K.V. Migalin, V.O. Sereda

We propose a generalized shift to gas-dynamic trajectory models from synthetic representations based on the unit applied aerodynamics of aircraft, fragmented the gaseous dynamics, flight dynamics, ballistics missiles, rocket dynamics and ballistics. The theoretical foundations of computer simulation technology, with its basis in the generalized trajectory models, which allow for a basic package of aerodynamic studies of complexes with unmanned aerial vehicle taking into account the variety of inkjet and thermal effects, the spatial wave phenomena, flight dynamics for all phases of the trajectory. Demonstrated the possibility of a generalized mathematical model of the trajectory of processes with examples of configurations with respect to private complexes barrel ballistics of high and low, both in subsonic and supersonic flight speed of the projectile, as well as multi-stage rockets aeroballistic.

**Key words:** unmanned aerial vehicle.

**Амброжевич Александр Владимирович** – д-р техн. наук, проф., проф. кафедры ракетных двигателей и энергетических установок летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

**Бойчук Игорь Петрович** – ст. преподаватель кафедры теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Долженко Иван Юрьевич – инж. КП ХКБМ им. А.А. Морозова, Харьков, Украина.

Мигалин Константин Валентинович – канд. техн. наук, директор, ООО НПФ «РОТОР», Россия.

Середа Владислав Александрович — канд. техн. наук, асс. кафедры ракетно-космических двигателей и энергетических установок летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: sereda vlad@ukr.net.

УДК 532.522.2

### Ю.В. ГИРЬКА, Ю.А. КРАШАНИЦА

### Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВЯЗКОЙ СТРУИ С НЕСУЩЕЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

На базе оригинального аппарата векторно-тензорного анализа получены обобщения интегралов дифференциальных законов сохранения, а также интегральные представления решений полной системы уравнений Навье-Стокса, позволившие построить математическую модель течения вязкой струи над твердой криволинейной поверхностью с наличием свободной границы с заданным набегающим потоком. Созданная математическая модель представляет собой замкнутую систему граничных уравнений относительно искомых характеристик течения и взаимодействия. Решение этой задачи имеет практическое применение в ряде проблем аэрогидродинамики летательных аппаратов и их частей, в частности, таких как эффект Коанда и энергетическая механизация несущих систем.

**Ключевые слова:** вязкая струя, эффект Коанда, система уравнений Навье-Стокса, система граничных интегральных уравнений. распределенные кинематические и динамические характеристики.

### Введение

Течение вязкой струи вблизи твердой поверхности раздела создает ряд эффектов. Один из них — эффект Коанда. Этот пример взаимодействия вязкого потока и поверхности находит крайне широкое применение как в авиации, так и в различных областях жизнедеятельности человека:

- в авиации происходят попытки использования его для создания дополнительной подъемной силы [1-3];
- в вентиляции для прилипания холодной струи к потолку [4];
- в гидрологии для прилипания струи к дамбе [5].

Еще один пример возможного применения вязких струй, это изменение обтекания несущих поверхностей – струйный закрылок [6].

Изучением и исследованием вязких струй начали заниматься сравнительно недавно [7-10], но существуют особенности таких течений, которые не до конца изучены и сейчас.

Методы исследования течения вязких струй различны, но большинство современных исследователей используют для этих целей возможности вычислительной гидромеханики (CFD) [5, 11, 12].

### 1. Постановка задачи

В современной практике на ряду с физическим экспериментом широкое распространение получил опережающий эксперимент с использованием методов вычислительной гидромеханики. Все они построены на численном решении дифференциальных форм системы уравнений Навье-Стокса.

Существует большое количество апробирован-

ных методов решения уравнений вычислительной гидромеханики, но все они дают удовлетворительный результат, только для тех классов задач, для которых они были разработаны.

Наиболее общий вид задачи представляет собой систему дифференциальных уравнений законов сохранения механики жидкости и газа [9]. Так как в данной задаче рассматривается вязкая несжимаемая струя газа (инерционными силами можно пренебречь), то систему уравнений можно представить в следующем виде:

$$\begin{cases} (\nabla, \mathbf{V}) = 0; \\ (\nabla, (\mathbf{V}, \rho \mathbf{V})) = (\nabla, \mathbf{T}). \end{cases}$$
 (1)

где V – поле скоростей, T – тензор напряжений.

В (1) тензор напряжений  ${\bf T}$  зависит, как от давления , так и от вектора скорости :

$$\mathbf{T} = -\mathbf{I}\mathbf{p} + \mu \nabla \mathbf{V} , \qquad (2)$$

где  ${\bf p}$  –скалярное давление,  ${\bf V}$  - вектор скорости, а  ${\bf I}$  – единичный тензор.

На данном этапе исследования рассматривается плоская задача, т.е. будем иметь дело с криволинейной несущей поверхностью бесконечного размаха. В расчетной схеме она представлена кривой  $L_T$  (рис. 1). Эта кривая задается любым способом с необходимыми дифференциальными свойствами. Граница струи и невозмущенного потока обозначена  $L_B$ . Выходное сечение струи из расчетной области -  $\Sigma$ .

Для получения искомого решения нам необходимо найти давление - р и завихренность -  $\Omega$  (  $\omega_z$  для двухмерной задачи) на границе  $L_T$ . При этом на этой границе существует следующее граничное условие:

$$\mathbf{V}\big|_{\mathbf{L}_{\mathbf{T}}} = 0. \tag{3}$$

На границе  $L_{\rm B}$  выполняется граничное условие равенства давления струи и невозмущенного потока:

$$|p|_{L_{\mathbf{R}}} = p_{\infty}. \tag{4}$$

При этом геометрия границы  $L_B$  должна определяться в процессе решения задачи. В нулевом приближении она строится эквидестантно границе  $L_T$ . При дальнейших приближениях граница определяется по определению граничной лини тока.

На границе  $L_0$  предполагается известным распределение скорости:

$$\mathbf{V}\big|_{\mathbf{L}_{0}} = \mathbf{V}_{0}\left(\mathbf{r}\right),\tag{5}$$

а в области течения струи  $(\tau)$  сохраняется постоянным расход, как это следует из первого уравнения системы (1):

$$\int_{(L_0)} V_n dl = -\int_{(\Sigma)} V_n dl.$$
 (6)

На границе выхода струи  $\Sigma$  кинематические параметры вязкой струи: нормальная составляющая вектора скорости -  $V_n$ , скалярная завихренность -  $\omega_z$  и давление p - являются искомыми.

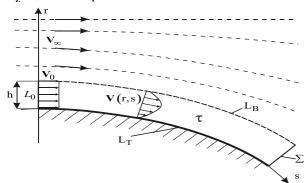


Рис. 1. Расчетная схема течения струи вблизи поверхности раздела

# 2. Интегральные представления решений

Применение векторно-тензорных операций позволяет выписать закон сохранения импульса в консервативной форме, которая широко используется в мировой практике вычислительной аэрогидродинамики [13, 14]:

$$\left(\nabla, \left\{\mathbf{V}\mathbf{V} + \frac{\mathbf{p}}{\rho} - \mathbf{v}\nabla\mathbf{V}\right\}\right) \equiv \\
\equiv \left(\nabla, \left\{\mathbf{V}\mathbf{V} + \frac{\mathbf{p}}{\rho} + \mathbf{v}\left[\mathbf{I}, \mathbf{\Omega}\right]\right\}\right) = 0.$$
(7)

Консервативная форма закона сохранения допускает введение векторного потенциала:

$$\mathbf{V}\mathbf{V} + \frac{\mathbf{p}}{\rho} - \nu \nabla \mathbf{V} \equiv \mathbf{V}\mathbf{V} + \frac{\mathbf{p}}{\rho} + \nu \left[\mathbf{I}, \mathbf{\Omega}\right] = \nabla^* \mathbf{\Psi}, \quad (8)$$

где векторный потенциал  $\Psi$  принадлежит к классу решений базового уравнения основной задачи векторного анализа,  $\mathbf{V}\mathbf{V}$  – диада, а оператор  $\nabla^*$  является сопряженным оператору  $\nabla$ :

$$\left(\nabla, \nabla^* \mathbf{\Psi}\right) \equiv \nabla \left(\nabla, \mathbf{\Psi}\right) = 0. \tag{9}$$

Кроме этого, консервативная форма уравнения сохранения импульса в форме Громеки-Лэмба [9] позволяет, аналогично (8), ввести векторный потенциал  $\Phi$ :

$$\lceil \mathbf{I}, \lceil \mathbf{\Omega}, \mathbf{V} \rceil \rceil - \nu \nabla \mathbf{\Omega} = \nabla^* \mathbf{\Phi} ,$$
 (10)

который является решением уравнения вида (9):

$$(\nabla, \nabla * \mathbf{\Phi}) \equiv \nabla (\nabla, \mathbf{\Phi}) = 0. \tag{11}$$

Исходя из обобщенных формул Грина, применяя классический процесс выделения особой точки, с учетом известных свойств потенциала двойного

слоя  $\frac{\partial \phi}{\partial n}$ , имеем интегральное представление реше-

ния оператора  $\nabla(\nabla, \mathbf{a}) = \nabla q$  для произвольного вектора  $\mathbf{a}$  в плоской контрольной области с границей  $(L) \equiv (L_0 + L_T + L_B + \Sigma)$  (Рис. 1).

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}) = -\iint_{(\tau)} (\nabla \mathbf{q}, \mathbf{\Gamma}) d\tau +$$

$$+ \oint_{(L)} \left\{ \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{n}} + \left[ \mathbf{n}, \left[ \nabla, \mathbf{a} \right] \right] - \mathbf{n}, \left( \nabla, \mathbf{a} \right) \right\}, \mathbf{\Gamma} \right\} dl -$$

$$- \oint_{(L)} \left( \mathbf{a}, \frac{\partial \mathbf{\Gamma}}{\partial \mathbf{n}} \right) dl,$$

$$(12)$$

где тензор  $\Gamma$  – фундаментальное решение уравнений (9-11) [14].

В простейшем случае движения несжимаемой нетеплопроводной жидкости при отсутствии источников массы в области, отсюда имеем интегральное представление, например, вектора скорости

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \oint_{(L)} \left\{ \left\{ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{n}} + \left[ \mathbf{n}, \mathbf{\Omega} \right] \right\}, \mathbf{\Gamma} \right\} dl - \oint_{(L)} \left( \mathbf{V}, \frac{\partial \mathbf{\Gamma}}{\partial \mathbf{n}} \right) dl$$
(13)

и вектора завихренности

$$\Omega(\mathbf{r}) = \oint_{(L)} \left\{ \left\{ \frac{\partial \Omega}{\partial \mathbf{n}} + \left[ \mathbf{n}, \left[ \nabla, \Omega \right] \right] \right\}, \Gamma \right\} dl - \oint_{(L)} \left( \Omega, \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{n}} \right) dl \ (14),$$

где нормальные производные кинематических характеристик  $\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{n}}$  и  $\frac{\partial \mathbf{\Omega}}{\partial \mathbf{n}}$  в представлениях (13 и 14)

определяются обобщенными потенциалами из выражений (8 и 10), а контурные интегралы в уравнениях допускают численную реализацию в силу их принадлежности к классу сингулярных интегралов и интегралов со слабой особенностью.

#### Выводы

Поставленная задача является актуальной для

исследований эффектов возникающих при взаимодействии вязкой струи газа и твердой поверхности раздела. Например, использование эффекта Коанда в авиации для создания дополнительной подъемной силы, как на традиционных летательных аппаратах, так и на перспективных схемах беспилотных летательных аппаратах.

Разработана оригинальная схема решения поставленной задачи с переменной геометрией одной из границ.

Рассмотренная двухмерная задача может быть распространена и на случай трехмерного взаимодействия вязкой струи с криволинейной поверхностью раздела.

### Литература

1. Семиненко, А.С. Применение эффекта Ко-анда. Часть 1. Авиация [Текст] / А.В. Долгаль, А.С. Семиненко // Студенческий форум: международная студенческая электронная научная конференция, 15 фев. – 31 мар. 2012 г.: тез. докл.

2. Тактический военно-транспортный само-лёт Ан-72 [Текст] // Авиация и космонавтика. — 2003. - №8. - С. 38-39.

- 3. Investigating the Use of the Coanda Effect to Create Novel Unmanned Aerial Vehicles [Text] / C. Barlow, D. Lewis, S.D. Prior, S. Odedral, M. Erbil, M. Karamanoglu, R. Collins // Proceedings of the International Conference on Manufacturing Engineering Systems, 16-18 December; Southern Taiwan University, Tainan, Taiwan. – P. 270-275. ISSN: 2152-1522.
- 4. PIV measurements and analysis of transitional flow in a reduced-scale model: ventilation by a free plane jet with Coanda effect [Text] / T. Hooff, B. Blocken, T. Defraeye, J. Carmeliet, G.J.F. Heijst // Building and environment. — 2012. — Vol. 56. — P. 301-313.
  - 5. Wahl, T.W. Laboratory testing and numerical

modeling of Coanda-effect screens [Text] / T.W. Wahl, R.F. Einhelling // Conference on Water Resources Engineering and Water Resources Planning & Management, July 30 - August 2, 2000 - Minneapolis, Minnesota. – P.232-241.

6. Крашаница, Ю.А. Нелинейная задача о тонком профиле со струйным закрылком [Текст]/Ю.А. Крашаница, Ф.А. Мохаммед // Открытые ин-ПО.А. Крашаница, Ф.А. Мохаммео // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. / М-во образования и науки Украины, Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». — Х. — 2003. — Вып. 19. — С. 28—33.

7. Вулис, Л.А. Теория струй вязкой жидкости [Текст] / 1. А. Вулис, В. П. Кашкаров. — М.: Наука,

[Текст] / Л.А. вулис, в. п. каштаров. 1965. – 431 с. 8. Гиневский, А.С. Теория турбулентных струй и следов [Текст] / А.С. Гиневский. – М.: Ма-шиностроение, 1969. – 400 с. 9. Лойиянский, Л.Г. Механика жидкости и га-

за [Текст] / Л.Г. Лойцянский. — М.: Наука, 1970. -904 с.

10. Коробко, В.И. Теория неавтомодельных струй вязкой жидкости [Текст] / В.И. Коробко. — Саратов: из-во Сарат. ун-та, 1977. — 216 с.
11. Miozzi, M. Experimental investigation of a

free-surface turbulent jet with Coanda effect [Text] / M. Miozzi, F. Lalli, G. P. Romano // Experiments in Fluids. – 2010. – № 49. – P. 341-353.

12. Dragan, V. Numerical investigations of Coanda lift on a doble curvature super circulated ramp / V. Dragan [Text] // International Jornal of civil and structural engineering. — 2011. — Vol.2. — Р. 241-248.
13. Кочин, Н.Е. Векторное исчиление и начала

тензорного исчисления [Текст] / Н.Е. Кочин. – М.:

АН СССР, 1961. – 427 с. 14. Крашаница, Ю.А. Основная задача векторанализа в механике сплошных (сообщение 1) [Текст] / Ю.А. Крашаница // Вісник Дніпропетровського університету. — 2000. — Т. 1, вып.3. — С. 52 — 56.

Поступила в редакцию 12.07.2012

Рецензент: д-р физ.-мат наук, проф., зав. отделом гидродинамики волновых процессов И.Т. Селезов, Институт гидромеханики НАН Украины.

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОДІЇ В'ЯЗКОЇ СТРУМИНИ З КРИВОЛІНІЙНОЮ ПОВЕРХНЕЮ

### Ю.В. Гирька, Ю.О. Крашаниця

На базі оригінального апарату векторно-тензорного аналізу отримані узагальнення інтегралів диференційних законів збереження, а також інтегральне зображення рішень повної системи рівнянь Нав'є-Стокса, що дозволили побудувати математичну модель течії в'язкого струменю понад твердою криволінійною поверхнею з наявністю криволінійної вільної границі з потоком, що набігає. Створена математична модель представляє собою замкнену систему граничних рівнянь відносно характеристик течії, що визначаються, та взаємодії. Рішення цієї задачі має практичне застосування у ряді проблем аерогідродинаміки літальних апаратів та їх частин, зокрема, таких як ефект Коанда та енергетична механізація несучих поверхонь. Ключові слова: в'язкий струмінь, система рівнянь Нав'є-Стокса, ефект Коанда, розподілені кінемати-

чні та динамічні характеристики, система граничних інтегральних рівнянь.

# RESEARCHES OF WING AERODYNAMIC CHARACTERISTICS IN THE ENVIRONMENT DIVISION PLANE

### Y.V. Girka, Y.A. Krashanitsa

The generalization of integrals of conservation differential equations was obtained with help of original apparatus of vector-tensor analysis. This result and Navier-Stokes integral equations allowed develop mathematical model of viscosity flow including jets above solid surface. There is undisturbed flow which border with jet. The mathematical model is closed system of boundary equations which composed relative searching characteristics of the flow. Solving of the problem has practice use in a number of aerodynamic aspects of vehicles and theirs parts. There are Coanda effect and energetic mechanization of carrying system.

**Key words:** viscosity jet, Navier–Stokes equations, Coanda effect, distribution of kinematic and dynamic characteristics, system of boundary integral equations.

**Гирька Юрий Владимирович** - науч. сотр. Проблемной НИЛ аэрогидродинамики и акустики Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

**Крашаница Юрий Александрович** – главн. научн. сотр., д-р техн. наук, профессор кафедры аэрогид-родинамики Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

УДК 62-82:532.(045)

# Г.И. ЗАЙОНЧКОВСКИЙ, Т.В. ТАРАСЕНКО, В.Г. ЛАНЕЦКИЙ, А.С. ПУЗИК

Национальный авиационный университет, Украина

# **ДРОССЕЛЬНЫЕ КАВИТАЦИОННЫЕ ГЕНЕРАТОРЫ**И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ТЕХНИКЕ

Приведены результаты исследований расходных и гидродинамических характеристик дроссельных устройств, применяемых в кавитационных генераторах колебаний давления. В качестве критерия кавитации для высоконапорного течения жидкости рекомендуется использовать безразмерный перепад давления на дроссельном устройстве, который численно равен числу Ейлера. Получены расчетные зависимости для определения критического перепада давления и гидродинамических коэффициентов при кавитационном истечении жидкости через дроссельное устройство. Приведены примеры перспективного применения дроссельных кавитационных генераторов в технике.

**Ключевые слова:** кавитационный генератор, дроссельное устройство, критерии кавитации, гидродинамические коэффициенты

### Введение

За последнее время широкое внедрение получили технологические процессы, основанные на использовании энергии колебаний давления. Энергия колебаний давления широко используется в вибрационных технологиях, в технологических процессах очистки поверхностей от загрязнений, в оборудовании для ресурсных испытаний и в других технологических процессах. Для повышения эффективности технологических процессов, основанных на использовании колебаний давления, актуальной задачей является получение колебаний давления высокой частоты и интенсивности.

### Анализ состояния вопроса

Основными источниками получения энергии колебаний давления являются генераторы колебаний давления. В зависимости от особенностей технологического процесса используются гидромеханические, ультразвуковые, гидродинамические и другие типы генераторов колебаний давления.

Гидродинамические генераторы колебаний давления в основном используются в оборудовании для проведения ресурсных испытаний конструкций. В таких генераторах используется энергия подводящего потока рабочей жидкости. Принцип действия гидромеханического генератора колебаний давления основан на модуляции колебаний давления необходимой частоты и интенсивности в результате периодического, полного или частичного, перекрывания потока рабочей жидкости механическим вращающимся элементом (прерывателем потока),

имеющим пропускные окна для потока жидкости. Наиболее распространенными типами гидромеханических генераторов колебаний давления являются генераторы роторного типа и генераторы с автономным приводом. Используются также генераторы струйного типа с прерывателем потока в виде заслонки [1]. Как автономный привод в гидромеханических генераторах используется электрический, пневматический и гидравлический приводы. Применение последнего наиболее целесообразно вследствие простоты регулирования и стабильности частоты вращения вне зависимости от нагрузки.

К недостаткам гидромеханических генераторов колебаний давления следует отнести сложность конструктивного исполнения, наличие подвижных элементов, сложность получения колебаний давления высокой частоты.

Ультразвуковые генераторы колебаний давления [2] по сравнению с гидромеханическими имеют ряд преимуществ, обусловленных возможностью генерирования колебаний давления высокой частоты (от 16 до 500 кГц). Они более экономичны, что обеспечило их широкое внедрение в различных областях техники. Ультразвуковые генераторы создают мощные ультразвуковые поля, которые в жидкости генерируют широкий амплитудно-частотный спектр колебаний давления и сопровождается возникновением в жидкости рядом сложных гидродинамических явлений, являющихся предметом специальных исследований многих авторов [3 – 5].

В настоящее время ультразвуковые генераторы колебаний давления широко используются в технологических процессах регенерации фильтров, очистки поверхностей и внутренних полостей агрегатов от загрязнений, в распылении аэрозолей и в многих

других областях.

К недостаткам генераторов такого типа следует отнести относительную сложность конструкции (необходимость наличия специального электронного блока), низкий размах пульсаций давления в ограниченном объеме жидкости, ограниченность применения на мобильных установках и в шахтном оборудовании, которое используется в условиях возможности возникновения гремучих смесей газов.

Гидродинамические генераторы колебаний давления в большинстве случаев представляют собой дроссельные устройства, работающие в кавитационном режиме [6]. Такой генератор отличается высокой надежностью и простотой конструкции, в которой отсутствуют подвижные элементы. Гидродинамические генераторы имеют ряд преимуществ, обусловленных возможностью создания широкого спектра колебаний давления (от 1000 до 30 000 Гц) большой амплитуды, которая может в 1,5 – 2 раза превышать подводимое давление нагнетания.

Такие генераторы широко применяются в технологических процессах очистки поверхностей от загрязнений, в качестве стабилизаторов расхода и для других целей.

### Постановка задачи исследований

Объектом исследований являются гидродинамические процессы, имеющие место в дроссельных устройствах при кавитационном режиме истечения.

Особенности гидродинамических процессов в кавитационных генераторах колебаний давления являлись предметом многочисленных исследований, особенно экспериментального характера. Из этих исследований следует отметить работы фундатора отечественной авиационной гидравлики Т.М. Башты [7], В.В. Пилипенко [3], а также работы М.М. Глазкова и его учеников [6], проводимых в Национальном авиационном университете. В работах этих ученых заложены научные основы и даны практические рекомендации по созданию дроссельных кавитационных генераторов давления.

Однако требуют дальнейшей проработки вопросы оптимизации конструкции и режимов работы дроссельных кавитационных генераторов, более глубокого изучения особенностей физических явлений, происходящих в кавитационном факеле генератора, создания новых и усовершенствование применяемых технологических процессов с использованием дроссельных генераторов давления. Актуальным является также усовершенствование инженерной методики расчета параметров и режимов работы дроссельных кавитационных генераторов. Эти вопросы и входили в круг задач данных исследований.

При проведении исследований использовался комплексный метод, который состоял в использовании физического, математического и компьютерного моделирования рабочих процессов в дроссельном кавитационном генераторе с последующим экспериментальным подтверждением адекватности полученных результатов.

### Результаты исследований

В данной статье обобщены результаты исследований, проводимых в последнее время в Национальном авиационном университете, по созданию и применению дроссельных кавитационных генераторов и их практическому применению в различных технологических процессах.

Следует отметить, что современный этап развития техники и технологий характеризуется широким использованием гидропривода и систем гидроавтоматики в конструкциях машин и в технологических процессах. Внедрение систем гидропривода в авиастроении, машиностроении, в других отраслях техники сопровождается ростом удельных мощностей, повышением рабочего давления, уменьшением габаритов гидравлических устройств.

Для управления потоками рабочей жидкости в системах гидропривода и гидроавтоматики широко используются различная гидроаппаратура: золотниковые распределители, клапаны, дроссели, делители потока и другие аппараты. В элементах гидроаппаратуры, которые представляют собой различного рода местные сопротивления для потока рабочей жидкости, при определенных условиях могут возникнуть кавитационные режимы работы [7].

Кавитация в гидроприводе сопровождается высокочастотными колебаниями давления большой амплитуды, акустическими шумами, повышенными нагрузками на элементы гидропривода и вызывает нарушения функционирования системы, кавитационную эрозию рабочих поверхностей гидроагрегатов и деструкцию рабочей жидкости. Для систем гидропривода и гидроавтоматики кавитация является крайне нежелательной или даже недопустимой. Однако это явление в определенных условиях можно использовать в полезных целях, например, для стабилизации расхода рабочей жидкости, очистки поверхностей от загрязнений, для ресурсных испытаний трубопроводов и шлангов и для других целей.

Устройства гидропривода, предназначенные для генерации кавитационных колебаний давления, получили название кавитационных генераторов (КГ).

Для генерации гидродинамической кавитации в большинстве случаев используются дроссельные элементы различной конфигурации (рис. 1), обла-

дающие простотой конструкции и отсутствием подвижных элементов.

Типовая расходная характеристика дроссельного устройства приведена на рис. 2.

Характерной особенностью истечения жидкости через дроссельное устройство является стабилизация расхода жидкости с момента достижения критического перепада давления  $\Delta p_{\rm kp}$ .

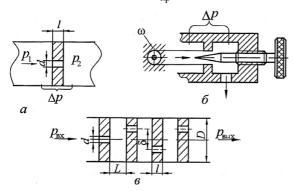


Рис. 1. Дроссельные устройства: a — нерегулируемый дроссель;  $\delta$  — регулируемый дроссель;  $\epsilon$  — пакет дроссельных шайб

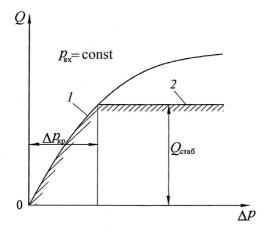


Рис. 2. Расходная характеристика дроссельного устройства:

1 — истечение без кавитации;

2 — истечение с кавитацией

На рис. 3 приведены расходные характеристики типовых дроссельных устройств: диафрагма (кривая *1*), цилиндрический насадок (кривая *2*), насадок Борда (кривая *3*), дроссель с укороченным конфузорнодиффузорным каналом (кривая *4*), дроссель с конфузорно-диффузорным каналом (кривая *5*).

Безразмерная форма расходной характеристики

$$\left(\overline{\mathbf{Q}}\right)^2 = \mathbf{f}\left(\overline{\Delta \mathbf{p}}\right),\,$$

где  $(\overline{Q})^2 = \left(Q / Q_{\text{стаб}}\right)^2$  — квадрат безразмерного расхода жидкости через дроссельное устройство;  $\overline{\Delta p} = \left(\Delta p / p_{\text{BX}}\right)$  — относительный перепад давления

на дроссельном устройстве, позволяет сравнивать экспериментальные данные, полученные для разных давлений на входе в дроссельное устройство с данной геометрией проточного канала.

Представленные характеристики получили название кавитационных характеристик дроссельных устройств [6].

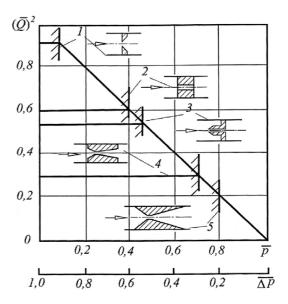


Рис. 3. Кавитационные характеристики дроссельных устройств

Критерии кавитации. Для расчетов кавитационных характеристик КГД необходимо использование количественной оценки процесса развития кавитации в их дроссельных устройствах. В качестве критериев кавитации в настоящее время используются различные критерии: число Эйлера, число Струхаля и другие. Применяемые на практике различные критерии не имеют универсального характера, однако их использование при определенных ограничениях вполне обеспечивает эффективное решение отдельных инженерных задач.

Для определения кавитационных режимов в дроссельных элементах, являющихся основой КГ, в качестве критерия кавитации рекомендуется использовать число кавитации  $\chi$ , которое определяется как

$$\chi = \frac{\left(p_{\text{BMX}} - p_{\text{H.II}}\right)}{\rho V_{\text{CK}}^2 / 2}, \tag{1}$$

где  $p_{вых}$  — статическое давление на выходе дроссельного элемента;  $p_{H,\Pi}$  — давление насыщенных паров рабочей жидкости;  $\rho$  — плотность рабочей жидкости;  $V_{cж}$  — средняя скорость течения жидкости в сжатом сечении дроссельного канала.

Выражение (1) дает представление числа кавитации  $\chi$  в универсальном виде. Оно может использоваться для решения задач, как внешнего обтекания, так и внутреннего течения рабочей жидкости в элементах гидропривода.

Для режимов высоконапорного дросселирования рабочей жидкости выражение (1) можно преобразовать следующим образом. Давление насыщенных паров рабочей жидкости  $p_{\text{н.п}}$  заменяем на критическое давление  $p_{\text{кав}}$ , которое характеризует порог возникновения кавитации в дроссельном элементе КГ. Числитель в выражении (1) определяет собой давление за зоной кавитации, под действием которого происходит схлопывание каверн. Знаменатель характеризует динамическое давление, которое порождает кавитацию.

Заменив в выражении (1) динамическое давление на давление  $p_{\rm BX}$  входа в дроссельный канал КГ

$$\frac{\rho V_{\text{сж}}^2}{2} = \frac{\rho}{2} \left( \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_{\text{BX}} \right)^2, \text{ имеем}$$

$$\chi = \frac{p_{\text{вых}} - p_{\text{кав}}}{p_{\text{BX}}} = \frac{p_{\text{вых}}}{p_{\text{BX}}} - \frac{p_{\text{кав}}}{p_{\text{BX}}}. \tag{2}$$

Для напорных линий систем гидропривода от-

ношение  $\frac{p_{\text{кав}}}{p_{\text{BX}}}$  в уравнении (2) представляет собой

малую величину, которой можно пренебречь. Например, для авиационного гидропривода при использовании в системе рабочей жидкости АМГ-10, для которой при температуре 50 °C порог кавитации не превышает 500 Па, а давление в напорной магистрали составляет 21 МПа.

Полагая, что 
$$\frac{p_{\text{KaB}}}{p_{\text{BX}}} \approx 0$$
 , имеем:

$$\chi = \frac{p_{\text{BbIX}}}{p_{\text{BY}}} = \overline{p}.$$
 (3)

Таким образом, в качестве критерия кавитации для высоконапорных систем гидропривода может быть использовано значение (3) безразмерного противодавления за дроссельным устройством  $\overline{p}$ . Такой критерий более удобный для решения практических инженерных задач, так как определение противодавления  $\overline{p}$  в долях давления на входе  $p_{BX}$  существенно проще, чем определение числа кавитации  $\chi$  по универсальной формуле (1).

Давление на входе в дроссельное устройство КГ равно

$$p_{BX} = \Delta p + p_{BIJX}. \tag{4}$$

где  $\Delta p$  – перепад давление в дроссельном канале  $K\Gamma$ .

После деления уравнения (4) на р<sub>вх</sub> имеем:

$$\frac{\Delta p}{p_{\text{BX}}} + \frac{p_{\text{BbIX}}}{p_{\text{BX}}} = \overline{\Delta p} + \overline{p} = 1 \,, \label{eq:deltap}$$

 $P_{BX}$   $P_{BX}$  где  $\Delta p$  — безразмерный перепад давления в дроссельном канале КГ.

Таким образом, безразмерное противодавление  $\overline{p}$  и безразмерный перепад давления  $\overline{\Delta p}$  в дроссельном канале в сумме будет равняться величине безразмерного давления на входе в КГ.

Для условий зарождения кавитационного режима течения рабочей жидкости в дроссельном канале КГ эти параметры принимают критическое значение:

$$\overline{\mathbf{p}}_{\mathbf{k}\mathbf{p}} = 1 - \overline{\Delta \mathbf{p}}_{\mathbf{k}\mathbf{p}}.\tag{5}$$

Определение гидродинамических коэффициентов дроссельных устройств КГ. Определение расхода жидкости через дроссельное устройство при турбулентном истечении производится по известной формуле Торричелли

$$Q = \mu \omega \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p} , \qquad (6)$$

где  $\mu$  — коэффициент расхода,  $\omega$  — площадь сечения дроссельного канала;  $\Delta p$  — перепад давления на дроссельном элементе.

В формуле (6) коэффициент расхода  $\mu$  является функцией числа Рейнольдса Re , числа кавитации  $\chi$  , геометрии дроссельного канала 1/d , относительной шероховатости дроссельного канала  $\Delta/d$ :

$$\mu = (\text{Re}, \chi, \frac{1}{d}, \frac{\Delta}{d})$$
.

Режимы истечения с кавитацией и без кавитации разделяются критическим перепадом давления на дроссельном элементе  $\Delta p_{\rm kp}$ . Положение точки расходной характеристики дросселя, в которой происходит смена режимов истечения, может быть найдена из совместного решения уравнений расхода

$$Q_{\rm I} = \mu_{\rm I} \omega \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p_{\kappa p}} \; ; \tag{7}$$

$$Q_{II} = \mu_{II} \omega \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_{BX} - p_{KAB})}$$
, (8)

где  $\mu_{\rm I}$  – коэффициент расхода для безкавитационнного режима истечения;  $\mu_{\rm II}$  – коэффициент расхода для кавитационного истечения.

Перепад давления на дросселе при истечении с кавитацией можно записать в виде

$$\Delta p_{II} = \xi_I \frac{1 - \overline{p}}{1 - \overline{p}_{KD}} \rho \frac{V_{CK}^2}{2}. \tag{9}$$

Расход жидкости через дроссель для этого режима будет стабильным и определится как

$$Q_{cra\delta} = \epsilon \omega V_{cw} = \frac{\epsilon \omega}{\sqrt{\xi_{\rm I}}} \sqrt{\frac{1 - \overline{p}_{\rm Kp}}{1 - \overline{p}}} \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p_{\rm II}} \ , \eqno(10)$$

где  $\epsilon$  — коэффициент сжатия струи;  $\omega$  — площадь сечения дросселя;  $V_{\text{сж}}$  — скорость движения жидкости в сжатом сечении потока;  $\xi_{\text{I}}$  — коэффициент гидравлического сопротивления дросселя в момент возникновения кавитации;  $\Delta p_{\text{II}}$  — перепад давления в дроссельном канале для режима кавитационного истечения через дроссель.

Формулу (10) для  $Q_{\text{стаб}}$  можно переписать в виде

$$Q_{\text{craf}} = \mu_{\text{I}} \omega \sqrt{\frac{1 - \overline{p}_{\text{kp}}}{1 - \overline{p}}} \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p_{\text{II}}}.$$
 (11)

Из формулы (11) следует, что

$$\mu_{\rm II} = \mu_{\rm I} \sqrt{\frac{1 - \overline{p}_{\rm \kappa p}}{1 - \overline{p}}}. \tag{12}$$

При этом следует отметить, что в большей мере применения приведенных зависимостей целесообразно для расчета промежуточных значений коэффициентов сопротивления  $\xi_{II}$ . При определении расходов для произвольной степени развития кавитации достаточно знать коэффициенты расхода  $\mu_{II}$  и  $\mu_{II}$ . Поскольку противодавление  $\overline{p}$  однозначно связано с числом кавитации  $\chi$ , то  $\chi = \overline{p}/(1-\overline{p})$ ,  $\chi_{\kappa p} = \overline{p}_{\kappa p}/(1-\overline{p}_{\kappa p})$ ,  $\overline{p}_{\kappa p} = \chi_{\kappa p}/(1-\chi_{\kappa p})$ , откуда

$$\xi_{\text{II}} = \xi_{\text{I}} \frac{1 - \frac{\chi}{1 - \chi}}{1 - \frac{\chi_{\text{kp}}}{1 - \chi_{\text{kp}}}} = \xi_{\text{I}} \frac{(1 - 2\chi)}{(1 - 2\chi_{\text{kp}})} \frac{(1 - \chi_{\text{kp}})}{(1 - \chi)}.$$
 (13)

Текущие значения  $\xi_{II}$  и  $\mu_{II}$  можно получить для произвольной степени развития кавитации.

Таким образом, выходя из положений теории подобия, можно уменьшить количество экспериментальных проливок дроссельных устройств, ограничившись определением безразмерных коэффициентов  $\mu_{\rm I}$ ,  $\xi_{\rm I}$ , определяя промежуточные значения коэффициентов  $\mu_{\rm II}$  и  $\xi_{\rm II}$  с помощью формул (12), (13).

Соответственно коэффициенты затраты  $\mu_{II}$  и  $\mu_{I}$  через число кавитации связанные между собой зависимостью

$$\mu_{\rm II} = \mu_{\rm I} \frac{(1 - 2\chi)}{(1 - 2\chi_{\rm KP})} \frac{(1 - \chi_{\rm KP})}{(1 - \chi)}.$$
 (14)

На рис. 4 в качестве характерного примера представлены экспериментально полученные зависимости коэффициентов расхода µ и сжатия є от

числа Рейнольдса для истечения жидкости через цилиндрический насадок.

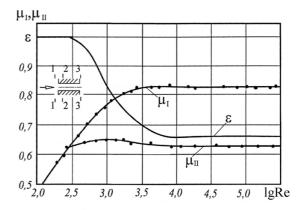


Рис. 4. Графики зависимости коэффициентов расхода и сжатия от числа Рейнольдса для цилиндрического насадка

Кавитационные характеристики дросселей можно получить, используя основные уравнения гидродинамики и известные величины безразмерных гидравлических коэффициентов. Наибольший интерес представляет определение критического противодавления в момент возникновения кавитации.

Для случая, когда р<sub>кав</sub> принимает такое же значение, как и давление на входе в дроссель, зависимость для расчета критического противодавления принимает вид

$$\overline{p}_{Kp} = 1 - \left(1 - \frac{p_{KAB}}{p_{BX}}\right) \left(\frac{\mu_{II}}{\mu_{I}}\right)^{2}.$$
 (15)

Поскольку  $p_{BX} = \Delta p_{KP} + p_{BыX. \ KP}$  , то, разделив обе части выражения на  $p_{BX}$  , будем иметь:

$$1 = \overline{\Delta p}_{\kappa p} + \overline{p}_{\kappa p} \; . \label{eq:lambda}$$

Заменив в уравнении (15) противодавление  $\overline{p}_{kp}$  через перепад  $\overline{\Delta p}_{kp}$  , получим:

$$\overline{\Delta p}_{\kappa p} = \left(1 - \frac{p_{\kappa a B}}{p_{B X}}\right) \left(\frac{\mu_{II}}{\mu_{I}}\right)^{2}.$$
 (16)

Для напорных участков гидравлических систем величиной  $\frac{p_{\text{кав}}}{p_{\text{вх}}}$  можно пренебречь. Тогда уравнение (15) и (16) приобретут вид:

$$\overline{p}_{\kappa p} = 1 - \left(\frac{\mu_{\text{II}}}{\mu_{\text{I}}}\right)^2; \quad \overline{\Delta p}_{\kappa p} = \left(\frac{\mu_{\text{II}}}{\mu_{\text{I}}}\right)^2.$$
 (17)

В последующем  $\overline{\Delta p}_{KP}$  будем называть относительным (безразмерным) критическим перепадом

давления, а  $\overline{p}_{kp}$  – относительным (безразмерным) критическим противодавлением.

Относительный критический перепад давления  $\overline{\Delta p}_{kp}$ , как это следует из анализа формулы (16), определяется двумя факторами:

- гидродинамическими характеристиками дросселя (коэффициентами расхода  $\mu_{\rm I}$  и  $\mu_{\rm II}$ );
  - кавитационными свойствами жидкости.

Из последнего следует, что величина минимального давления р<sub>кав</sub>, при котором в потоке жидкости возникают разрывы сплошности (кавитационные каверны), характеризует кавитационные свойства жидкостей. Это положение было положено в основу разработки кавитационного способа введения противоводной присадки в авиационное топливо [8] и кавитационного метода определения содержания воды в топливе.

Наличие газовых компонентов в жидкости убыстряет процесс возникновения кавитации и повышает статическое давление в зоне кавитации по сравнению с давлением насыщенных паров, так как кавитационные каверны заполнены не только парами жидкости, но и газом.

Дросселирование потока жидкости, кроме того, сопровождается дополнительным выделением газов, которые растворены в жидкости. Выделение газов наблюдается в произвольной точке потока, где давление становится ниже давлению насыщения жидкости газом. Если кавитационные пузырьки при прохождении зоны разряжения изменяют, в основном, свои размеры в результате диффузии газа из окружающей жидкости, то такую кавитацию называют "газовой" кавитацией. Действительная или "паровая" кавитация проявляется при заполнении каверн только парами жидкости.

Таким образом, в качестве критерия кавитации для случая высоконапорного дросселирования жидкости может быть использован безразмерный перепад давления на дроссельном устройстве – число Эйлера (Eu)

$$Eu = \frac{\Delta p - p_{_{KBB}}}{\frac{\rho V^2}{2}} = \frac{\Delta p}{p_{_{BX}}} = \overline{\Delta p} \; .$$

Критерий Эйлера связан с числом кавитации соотношением

$$Eu + \chi = 1$$
.

Безразмерным перепадом давления пользоваться намного удобнее, чем числом кавитации  $\chi$ , так как безразмерное противодавление в частицах давления входа подсчитать намного проще, чем динамическое давление.

На основании полученных результатов исследований были разработаны рекомендации по использованию кавитационных технологий в системах гидропривода [9], в том числе по выбору типа и параметров дроссельных устройств для очистки от загрязнений поверхностей агрегатов, а также запатентован способ и устройство для очистки внутренних поверхностей трубопроводов [10]. Для этих целей рекомендовано использовать КГ с укороченными конфузорно-диффузорными насадками или с насадками типа трубки Вентури, имеющие лучшие энергетические показатели с точки зрения перевода энергии входного потока рабочей жидкости в энергию кавитационных колебаний давления (см. рис. 2).

#### Выволы

- 1. В качестве критерия кавитации для высоконапорного течения жидкости в дроссельных устройствах рекомендуется использовать безразмерный перепад давления  $\overline{\Delta p}$  на дроссельном устройстве, который численно равен числу Ейлера ( Eu ).
- 2. Получены расчетные зависимости для определения критического перепада давления и гидродинамических коэффициентов при кавитационном истечении жидкости через дроссельное устройство.
- 3. Показана возможность использования значения критического перепада давления на дроссельном устройстве  $\overline{\Delta p}_{kp}$  (порога кавитации) в качестве критерия оценки технического состояния рабочей жидкости, в частности для оценки водосодержания в авиационном топливе.
- 4. Даны рекомендации для выбора типа и параметров дроссельных кавитационных генераторов для очистки от загрязнений поверхностей деталей и внутренних поверхностей трубопроводов.

### Литература

- 1. Бочаров, В.П. Гидро- и пневмоаппаратура жидкостно-газовых систем воздушных судов [Текст]: учеб. пособие / В.П. Бочаров, М.М. Глаз-ков. К.: КИИГА, 1985. 76 с.
- 2. Луговской, А.Ф. Ультразвуковая кавитация в современных технологиях [Текст] / А.Ф. Луговской, Н.В. Чухраев. К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2007. 244 с.
- 3. Пилипенко, В.В. Кавитационные колебания [Текст] / В.В. Пилипенко. К.: Наукова думка, 1989. 316 с.
  - 4. Кнэпп, Р. Кавитация [Текст] / Р. Кнэпп,

- Л. Дейли, Ф. Хеммит. М.: Мир, 1974. 679 с.
- 5. Арзуманов, Э.С. Кавитация в местных гидравлических сопротивлениях [Текст] / Э.С. Арзуманов. Л.: Энергия, 1978. 303 с.
- 6. Кавитация в жидкостных системах воздушных судов [Текст]: учеб. пособие / М.М. Глазков, В.Г. Ланецкий, Н.Г. Макаренко, И.П. Челюканов. К.: КИИГА, 1987. 64 с.
- 7. Башта, Т.М. Машиностроительная гидравлика. 2-е изд., перер. и доп. [Текст] / Т.М. Башта. М.: Машиностроение, 1971. 671 с.
- 8. Деклараційний патент на корисну модель 11842 Україна МПК (2006). С01В 37/00. Кавітаційний змішувач проточного типу / Ланецький В.Г.,

- Глазков М.М., Тарасенко Т.В.; НАУ. №и200506265; Заявл. 24.06.2005; Опубл. 16.01.2006, Бюл. № 1. 2 с.: іл.
- 9. Глазков, М.М. Использование кавитационных технологий в системах гидропривода [Текст] / М.М. Глазков, Т.В. Тарасенко, В.И. Литвиненко // Промислова гідравліка і пневматика. 2005. №3 (9). С. 86-90.
- 10. Деклараційний патент на корисну модель 51481 Україна В08В9/27. Спосіб очищення внутрішньої поверхні трубопроводу та пристрій для його здійснення / Глазков М.М., Курінков В.М., Тарасенко Т.В.; НАУ. № 2002042866; Заявл. 09.04.2002; Опубл. 15.11.2002, Бюл. №11. 2 с.: іл.

Поступила в редакцию 22.08.2012

**Рецензент**: д-р техн. наук, проф. каф. прикладной гидроаэромеханики и механотроники А.Ф. Луговской, Национальный технический университет Украины «КПИ», г. Киев.

### ДРОСЕЛЬНІ КАВІТАЦІЙНІ ГЕНЕРАТОРИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ В ТЕХНИЦІ

Г.Й. Зайончковський, Т.В. Тарасенко, В.Г. Ланецький, О.С. Пузік

Наведено результати досліджень витратних і гідродинамічних характеристик дросельних пристроїв, що використовуються у генераторах коливань тиску. У якості критерію кавітації для високонапірної течії рідини рекомендовано використовувати безрозмірний перепад тиску на дросельному пристрої, який чисельно дорівнює числу Ейлера. Отримані розрахункові залежності для визначення критичного перепаду тиску і гідродинамічних коефіцієнтів для кавітаційної течії крізь дросельний пристрій. Наведено приклади перспективного застосування дросельних кавітаційних генераторів у техніці.

**Ключові слова**: кавітаційний генератор, дросельний пристрій, критерії кавітації, гідродинамічні коефіцієнти.

# THROTTLE CAVITATION GENERATORS AND IT'S APPLICATION IN TECHNOLOGY

G.I. Zaionchkovskyi, T.V. Tarasenko, B.G. Lanechkyi, A.S. Puzik

Present the results of research supplies and hydrodynamic characteristics of the throttle devices used in generators pressure fluctuations. As cavitation criterion for high-head flow of fluid is recommended dimensionless pressure drop at the throttle device, which is numerically equal to Euler number. The obtained calculation dependences for determining the critical pressure drop and hydrodynamic coefficients for cavitation flow through the throttle device. Present examples of prospective application accelerator cavitation generators in technology.

Key words: cavitation generator, throttle device, cavitation criterions, hydrodynamic coefficients.

**Зайончковский Геннадий Иосифович** – д-р техн. наук, професор, заведующий кафедрой гидрогазовых систем Национального авиационного университета, г. Киев, Украина, e-mail: zaygidravlika@voliacable.com.

**Тарасенко Тарас Валериевич** – канд. техн. наук, доцент кафедры гидрогазовых систем Национального авиационного университета, г. Киев, Украина.

**Ланецкий Василий Григорьевич** – канд. техн. наук, доцент кафедри гидрогазовых систем Национального авиационного университета, г. Киев, Украина.

**Пузик Алексей Сергеевич** – аспирант кафедры гидрогазовых систем Национального авиационного университета, г. Киев, Украина.

УДК 533.662.64: 621.548.4

### В.Г. ЛЕБЕДЬ, С.А. КАЛКАМАНОВ

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Украина

## МЕТОД АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ С КОНЦЕНТРАТОРОМ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА

Предложен численный метод расчета аэродинамических характеристик ветроэнергетических установок с концентраторами воздушного потока. Метод основан на теории вязко-невязкого взаимодействия. Предложенный метод позволяет определить геометрические параметры ветроколеса, обеспечивающие оптимальный режим работы ветряка с диффузором, оснащенным системой управления отрывом потока. Приведены результаты расчетов, которые показывают преимущества использования концентраторов воздушного потока в ветроэнергетических установках.

Ключевые слова: турбина, концентратор воздушного потока, среднегодовая скорость ветра

### Введение

Современное развитие энергетики характеризуется ростом объема использования экологически чистых и возобновляемых источников энергии, в частности энергетического потенциала ветра. По оценкам международных ветроэнергетических организаций, прогноз развития ветроэнергетики на 2020 г — это достижение 10% доли ветровой энергии в мировом производстве электроэнергии [1].

Развитие теоретических основ расчета ветродвигателя (ВД) берет свое начало с работ Н.Е. Жуковского [2, 3], Г.Х. Сабинина [4, 5]. Николай Егорович Жуковский в работе [3] обосновал максимальный коэффициент использования энергии ветра в ветроэнергетических установках (ВЭУ), который составил  $16/27\approx0,593$ .

В основу существующих методов расчета аэродинамических характеристик ВД положена вихревая теория винтов, разработанная Н.Е. Жуковским, ставшей ныне классической. На базе этой теории разработаны методики расчета ВД [2,3].

Сабинин Г.Х. разработал [4, 5] импульсную теорию ВД основанную на изменении законов сохранения не для всей струи, проходящей через диск ВД, а для составляющих ее малых элементов, соответствующих конечному числу концентрических колец на диске ВД. В своей работе [5] Сабинин Г.Х. уточнил максимальное значение коэффициента использования энергии ветра, которое составило 0,687.

В 1928 году появилась теория Глауэрта-Лока[6, 7], основанная на теории элемента лопасти, в которой тяга и момент винта определяется суммированием сил и моментов, возникающих на элементах лопастей винта.

Все эти теории получили в дальнейшем свое

развитие. Вихревая теория трансформировалась в метод дискретных вихрей (МДВ), с помощью которого успешно моделируются обтекания винтов [8]. Метод позволяет учесть неравномерность распределения индуктивной скорости и циркуляции по диску винта, концевые потери и взаимовлияние лопастей. Но в МДВ не учитывается поляра профиля лопасти при расчете крутящего момента и перепада давления на диске винта. Поэтому для расчета характеристик винтов нашла применение лопастная теория в сочетании с импульсной [9].

Попытка объединить эти теории привела к проблеме нахождения места на диске винта, в котором определяется угол атаки профиля, так как индуктивные скорости по диску распределены неравномерно [10].

Наряду с усовершенствованием ВЭУ с использованием более высокого уровня развития методов аэродинамического расчета ВД, в последнее время все большее внимание уделяется развитию высокоэффективных методов отбора энергии из ветрового потока. Решение этой проблемы привело к созданию аэродинамических компоновок ВЭУ, состоящих из концентратора воздушного потока (КВП) и ветротурбины (ВТ). КВП предназначен для вовлечения в рабочий процесс ВТ дополнительной массы воздуха с целью повышения располагаемой скорости потока и увеличения выходной мощности ВЭУ.

В работе [11] анализируются методы концентрации, основанные на усилении энергии ветрового потока в вихревых полях треугольных крыльев (увеличение мощности 3...5 раз) и в башнях со щелями для образования тангенциального потока и тем самым вихря (увеличение мощности в 100 и более раз). Но эти методы не нашли широкого применения из-за целого ряда проблем. Практическое примене-

ние нашли аэродинамические компоновки ВЭУ с использованием атмосферных диффузоров [1,11]. Наличие диффузора приводит к большому снижению давления за ВТ, находящейся в самом узком сечении диффузора, и увеличению массы воздуха протекающей через нее. Благодаря ограждению потока, создаваемому диффузором, можно значительно уменьшить концевые потери.

По данным работы [12] для ветродвигателей с КВП 1-го поколения относительная мощность турбины, определяемая как:

$$\overline{N} = \frac{0.5 \cdot \rho \cdot V_t^3 \cdot S_t \cdot C_D}{0.593 \cdot 0.5 \cdot \rho \cdot V_{\infty}^3 S_t} = \frac{27}{16} \cdot \left(\frac{V}{V_{\infty}}\right)^3 \cdot C_D, \quad (1)$$

где 
$$C_D = \frac{(P_{2,1} - P_{2,2})}{(0,5 \cdot \rho \cdot V_t^2)}$$
 - коэффициент за-

грузки турбины;

 $S_t$  - ометаемая площадь турбины;

 $V_{\infty},\,V_{t}\,$  - скорости набегающего потока и потока за турбиной;

 $P_{2,1}$  ,  $P_{2,2}$  - давление, соответственно, перед и за турбиной,

составляет  $\bar{N} \approx 3,5$  при отношении длины КВП к диаметру турбины L/d<sub>t</sub>≈7. Однако, несмотря на повышение мощности на валу без увеличения диаметра турбины, ветроэнергетические установки с концентраторами воздушного потока 1-го поколения не получили широкого распространения вследствие громоздкости и высокой стоимости конструкции.

В 60-е годы XX столетия начались разработки КВП второго поколения, достаточно компактных и недорогих. Это было достигнуто за счет использования щелевых диффузоров [12, 13]. Относительная мощность ветротурбины с КВП второго поколения составляет  $\bar{N} \approx 2.6$  [12] при L/d<sub>t</sub>=3 и отношении выходного диаметра диффузора  $d_3$  к диаметру турбины  $d_3/d_t$ =2,5. Усовершенствование диффузоров привело к созданию КВП с L/d<sub>t</sub> $\approx$ 1,0 d<sub>3</sub>/d<sub>t</sub>=2,0 и  $\overline{N}$  =2 [13].

Третье поколение КВП, основанное на использовании управления внутренним и внешним течениями воздуха в КВП, в настоящее время находится на стадии разработок.

В работе [14] на основе численного интегрирования осредненных уравнений Навье-Стокса в двумерной постановке рассчитаны параметры течения около диффузора. В работе [13] на основе численного интегрирования уравнений газовой динамики представлены структура течения около диффузора со щелями и изменения коэффициентов мощности, давления в зависимости от удельной нагрузки. Сравнение с экспериментальными данными показало недостаточную точность расчетных данных и необходимость коррекции расчетной модели.

В тоже время использование численных методов решения осредненных уравнений Навье-Стокса при расчете обтекания КВП с турбиной наталкивается на сложности в задании расчетной сетки около трехмерных тел с протоком и на огромные вычислительные затраты. Поэтому не потеряли свою актуальность и методы, основанные на идеи Прандтля разделение области течения на внешнюю, где используется модель идеального газа, и на пограничный слой (ПС).

Целью данной работы является разработка численного метода расчета аэродинамических характеристик ВЭУ с КВП, основанного на модели вязко-невязкого взаимодействия.

### Основной материал

Для определения мощности турбины  $N_{\scriptscriptstyle T}$  составим уравнение импульсов для двух выделенных контрольных объемов (рис. 1). Принимая во внимание, что сила давления на срезе контрольного объема  $P_{\infty}(S_0 - S_1)$  уравновешивается силой на поверхности спутной струи, для контрольного объема с конфузором имеем

$$\begin{split} P_{\infty}S_{_{T}} + \int\limits_{S_{_{K}}} \left(P - P_{\infty}\right) cos\left(\vec{n}i\right) dS - P_{2,1}S_{_{T}} - \int\limits_{S_{_{K}}} \tau cos\left(\vec{e}i\right) dS = \\ = \rho\left(V_{6,_{T}} - \vartheta_{i}\right) \left(V_{6,_{T}} - \vartheta_{i} - V_{\infty}\right) S_{_{T}}, \end{split} \tag{2}$$

где  $P_{\infty}$  – атмосферное давление;

 п – единичная нормаль к внутренней поверхности КВП;

і – орт оси ох;

 $S_{T}$  – площадь турбины;

 $S_{\kappa}$  – внутренняя площадь конфузора;

τ – напряжение трения;

е - единичный вектор касательной в точках внутренней поверхности КВП;

 $\vec{V}_{\text{б.т}}$  – скорость внутри КВП в месте установки турбины (когда турбина еще не установлена).

9; - индуктивная скорость в плоскости турбины;

 $V_2$  – скорость в плоскости 2-2 (рис. 1) при установке турбины.

Для контрольного объема с диффузором 
$$\begin{split} P_{2,2}S_{_{T}} + \int\limits_{S_{_{\mathcal{I}}}} \left(P - P_{_{\infty}}\right) \cos\left(\vec{n}i\right) dS - \int\limits_{S_{_{\mathcal{I}}}} \tau \cos\left(\vec{e}i\right) dS - P_{_{\infty}}S_{_{T}} = \\ = -\rho V_{2}S_{_{T}}V_{2} + \rho V_{2}S_{_{T}}\left(V_{_{\infty}} - \vartheta_{_{2}}\right) = \\ = \rho \left(V_{6,_{T}} - \vartheta_{_{1}}\right) \left[\left(V_{_{\infty}} - \vartheta_{_{2}}\right) - V_{6,_{T}} + \vartheta_{_{1}}\right] S_{_{T}}. \end{split} \tag{3}$$

Сложим уравнения (2), (3) и разделив обе части

полученного равенства на  $\frac{\rho V_{\infty}^2}{2} S_{_T}$  , получим

$$\Delta \overline{P}_{T} - 2(\overline{V}_{\delta,T} - \overline{\vartheta}_{i})\overline{\vartheta}_{2} = C_{x\rho} - C_{x\tau}, \qquad (4)$$

где 
$$\Delta \overline{P}_{T} = \frac{2(P_{2,1} - P_{2,2})}{\rho V_{\infty}^{2}};$$
 (5)

$$\overline{\vartheta}_2 = \frac{\vartheta_2}{V_{\infty}} \; ; \; \overline{\vartheta}_i = \frac{\vartheta_i}{V_{\infty}} \; ; \; \; \overline{V}_{\vec{0}.T} = \frac{V_{\vec{0}.T}}{V_{\infty}} \; ; \;$$

$$C_{x \rho} = \frac{1}{S_{T}} \int_{S_{K} + S_{T}} C_{p} \cos(\vec{n}i) dS;$$

$$C_{x\tau} = \frac{1}{S_T} \int_{S_r + S_T} C_f \cos(\vec{e}i) dS;$$

$$C_{\rho} = \frac{2\left(P - P_{\infty}\right)}{\rho V_{\infty}^2} -$$
коэффициент давления;

$$C_f = \frac{2\tau}{\rho V_{\infty}^2}$$
 – коэффициент трения.

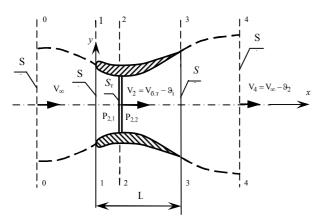


Рис. 1. Общий вид КВП с турбиной площадью  $S_{\scriptscriptstyle T}$ 

Записывая уравнение Бернулли для двух контрольных объемов, после несложных преобразований получим [15]

$$\Delta \overline{P}_{T} = 2\overline{\vartheta}_{2} - \overline{\vartheta}_{2}^{2} - \xi, \qquad (6)$$

где  $\xi = \xi_{\rm K} + \xi_{\rm J} = \xi_{\rm Tp} + \xi_{\rm M}$  — коэффициент потери давления в КВП;

 $\xi_{\text{тр}}$  – потери за счет трения;

 $\xi_{\rm M}$  – местные потери.

Подставим полученное значение  $\Delta \overline{P}_{\scriptscriptstyle T}$  в формулу (4), тогда

$$\overline{9}_2^2 + 2(\overline{V}_{6,T} - \overline{9}_i - 1)\overline{9}_2 + B = 0, \qquad (7)$$

где  $B = C_{x \rho} - C_{x \tau} + \xi$ .

Решая уравнение (7), получим

$$\overline{\vartheta}_2 = - \Big( \overline{V}_{6,\scriptscriptstyle T} - \overline{\vartheta}_i - 1 \Big) \pm \sqrt{ \Big( \overline{V}_{6,\scriptscriptstyle T} - \overline{\vartheta}_i - 1 \Big)^2 - B} \ . \tag{8}$$

При B = 0 (КВП отсутствует)  $\vartheta_2 = 2\,\vartheta_i$ , что соответствует известной связи между  $\vartheta_2$  и  $\vartheta_i$  [16].

Таким образом, перепад давления на турбине

определяется выражением

$$\Delta \overline{P}_{T} = 2(\overline{V}_{6,T} - \overline{\vartheta}_{i})\overline{\vartheta}_{2} + C_{x\rho} - C_{x\tau}.$$
 (9)

Мощность турбины равна

$$N_{T} = \Delta \overline{P}_{T} \overline{V}_{2} \frac{\rho V_{\infty}^{3}}{2} S_{T}, \qquad (10)$$

где  $\overline{V}_2 = \frac{V_2}{V_\infty}$  — безразмерная скорость протока через

турбину.

Параметры течения воздуха около ВЭУ определяются на основе совместного решения уравнений движения идеального газа и интегральных соотношений теорий пограничного слоя.

Для определения параметров течения идеального газа и вычисления коэффициента  $C_{x\,\rho}$  решается граничное интегральное уравнение относительно потенциала возмущенных скоростей

$$\phi = \frac{1}{2\pi} \int_{S+S_T} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} \right) ds - \frac{1}{2\pi} \int_{f} \Delta \phi \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} df , (11)$$

где  $r_{.}$  – расстояние от точки интегрирования до точки, где определяется потенциал  $\phi$ ;

S – поверхность КВП;

f – поверхность вихревой пелены за КВП;

 $\Delta \phi$  – перепад потенциала на пелене;

 $\vec{n} = n_x i + n_y j + n_z k$  — единичная нормаль в точках поверхностей S, f, Sт.

На поверхности S ставится граничное условие непротекания

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}} = -\vec{\mathbf{V}}_{\infty}\vec{\mathbf{n}},$$

где  $\vec{V}_{\infty}$  – вектор скорости набегающего потока.

Турбина моделируется активным сечением по аналогии с работой [17]. Так как поверхность турбины  $S_{\rm T}$  проницаемая, то условие непротекания записывается для той части скорости, на какую уменьшается скорость потока, проходя через турбину. Если обозначить эту скорость  $\chi V_{\rm б.T}$ , то на поверхности  $S_{\rm T}$ 

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -\chi \vec{V}_{\delta,T} \vec{n},$$

где  $\chi$  – коэффициент торможения потока турбиной.

Для определения коэффициентов  $C_{x\tau}$ ,  $\xi$  проводится расчет параметров пограничного слоя (ПС). С использованием интегральных соотношений уравнение ПС можно записать в виде [18]:

$$\begin{split} \frac{d\delta_{00}}{dx} + \frac{1}{V_{\delta}} \frac{dV_{\delta}}{dx} \delta_0 + & \left( \frac{2}{V_{\delta}} \frac{dV_{\delta}}{dx} - \frac{1}{V_{\delta}} \frac{dV_{\Psi}}{d\Psi} \right) \delta_{00} = \\ & = \frac{\tau_0}{\rho V_{\delta}^2} - \frac{V_0}{V_{\delta}}, \end{split} \tag{12}$$

$$\delta_0 = \int\limits_0^\delta \left(1 - \frac{V_x}{V_\delta}\right) dr$$
 — толщина вытеснения;

 $V_{\delta}$  – скорость на границе пограничного слоя;

V<sub>x</sub> - текущее значение скорости в пограничном

δ – толщина ПС;

 $V_0$  – скорость выдува или отсоса ПС;

 $V_w$  – азимутальная составляющая скорости.

Координата r отсчитывается от поверхности КВП до верхней границы ПС. Для определения характеристик ламинарного ПС уравнение (12) решается при следующих граничных условиях:

$$\begin{split} r &= 0, \ \tau = \tau_0 \,, \ \frac{\partial \tau}{\partial r} = \frac{\partial P}{\partial x} \,; \ \frac{\partial^2 \tau}{\partial r^2} = 0, \ V_x = V_y = 0; \\ r &= \delta, \ \tau = 0, \ V_\chi = V_\delta \,; \ \frac{\partial P}{\partial x} = -\rho V_\delta \, \frac{\partial V_\delta}{\partial x} \;. \end{split}$$

Профиль скорости представляется в виде

$$\frac{V_{x}}{V_{\delta}} = A_{1}\eta + A_{2}\eta^{2} + A_{3}\eta^{3},$$

где 
$$A_1 = \frac{\lambda + 6}{4 + \beta}$$
,  $A_2 = \frac{3\beta - 2\lambda}{4 + \beta}$ ,  $A_3 = \frac{\lambda - 2\beta - 2}{4 + \beta}$ , 
$$\lambda = \frac{\delta^2 V_\delta}{\lambda}, \ \beta = \frac{\delta V_0}{\lambda}, \ \eta = \frac{r}{s}.$$

Для расчета турбулентного ПС используется двухслойная модель, предполагающая наличие ламинарного подслоя, где напряжение трения определяется по формуле Ньютона:

$$\tau = \mu \frac{dV_x}{dr}$$

и турбулентного ядра, в котором напряжение трения представлено в виде полинома [19]:

$$\sqrt{\frac{\tau}{\tau_0}} = 1 + \frac{1}{2} A \eta - \left(1 + \frac{1}{2} A\right) \eta^2 ,$$

где  $\tau_0$  – напряжение трения на поверхности КВП;

$$A = \frac{\delta}{\tau_0} \frac{dP}{dx}.$$

Если полученное значение напряжения трения подставить в формулу Прандтля

$$\tau = \rho l^2 \left(\frac{dV_x}{dr}\right)^2,\tag{13}$$

тогда профиль скорости в турбулентном ядре будет иметь вид:

где 
$$\delta_{00} = \int\limits_0^\delta \frac{V_x}{V_\delta} \left(1 - \frac{V_x}{V_\delta}\right) dr$$
 — толщина потери коли-  $\frac{V_x}{V_\delta} = 1 + \frac{V^*}{KV_\delta} \left[\ln \eta - \frac{A}{2} \left(1 - \eta\right) + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{A}{2}\right) \left(1 - \eta^2\right)\right],$  (14) чества движения; 
$$\delta_0 = \int\limits_0^\delta \left(1 - \frac{V_x}{V_\delta}\right) dr$$
 — толщина вытеснения; 
$$K = 0,4.$$

Из формул (13) и (14) определить  $\tau_0$  достаточно сложно, потому целесообразно воспользоваться способом, предложенным в [19], то есть профиль скорости представить в виде

$$\frac{V_{x}}{V_{\delta}} = \left(\frac{\eta}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}},\tag{15}$$

где 
$$n = \frac{12KV_{\delta}}{(8+A)V^*} - 1$$
.

Значение п получено из условия, что толщины вытеснения, определенные с использованием формул (14) и (15), одинаковые.

В результате параметры ПС определяются таким образом:

$$\begin{split} \delta_0 &= \delta \frac{n}{n+1}; \delta_{00} = \delta \frac{n}{\left(n+1\right)\left(n+2\right)}; \\ \tau_0 &= \rho V_\delta^2 \left(Re_{_H}\right)_{n+1}^{\frac{1-n}{n+1}} Re_\delta^{\frac{2}{n+1}} - \frac{\delta}{2} \frac{dP}{dx} \left(Re_{_H}\right)_{n+1}^{\frac{n}{n+1}} Re_\delta^{\frac{-n}{n+1}}, \end{split}$$

где Re<sub>н</sub> - число Рейнольдса перехода ламинарного подслоя в турбулентное ядро (в соответствии с работой [19] Re<sub>н</sub> =21n);

 $Re_{\delta} = (V_{\delta}\delta)/v$  – число Рейнольдса, определенное по толщине ПС.

Подставив полученные параметры ПС в уравнение (12) будем иметь уравнение с одним неизвестным, которое решается методом Рунге-Кутта.

За точку перехода ламинарного ПС в турбулентный принимается точка, в которой выполняется

$$\begin{split} \text{Re}_{00}\left(x\right) &= \text{Re}_{\kappa p}\;, \\ \text{где } \text{Re}_{00}\left(x\right) &= \frac{V_{\delta}\delta_{00}}{\nu};\;\; \lambda_{00} = \frac{V_{\delta}' - \delta_{00}^2}{\nu};\;\; V_{\delta}' = \frac{dV_{\delta}}{dx}\;; \\ \text{Re}_{\kappa p} &= \frac{0,3\big(0,085 + \lambda_{00}\big)^{0,666}}{\epsilon^{1,66}} + 140 \; - \; \text{критическое} \end{split}$$
 число Рейнольдса;

ε – степень турбулентности потока.

Точка отрыва ПС определяется по значению напряжения трения, если  $\tau_0 \le 0$  пограничный слой считается оторванным. Вязко-невязкое взаимодействие моделируется путем коррекции значения возмущенного потенциала с учетом толщины вытеснения ПС. К значению потенциала, определенного из решения уравнения (11), добавляется величина [18]

$$\phi_{\scriptscriptstyle B} = \pm \frac{1}{4\pi} \int\limits_{S_{_{TIC}}} \Delta \phi_{_{TIC}} \, \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} ds \; , \label{eq:phiB}$$

где  $S_{nc}$  — площадь вихревой пелены, удаленной от тела на величину  $\delta_0$  .

В области ПС  $\Delta \phi_{nc}$  определяется из уравнения

$$\frac{d\Delta\phi_{\Pi c}}{de} = \frac{\delta_0}{\delta} \, V_\delta \; \text{ или } \Delta\phi_{\Pi c} = \phi_0 + \int\limits_0^L \frac{\delta_0}{\delta} \, V_\delta de \; .$$

В области отрыва потока возникает цепочка вихрей с циркуляцией [19]

$$\Gamma = \frac{V_{6.\text{orp}}^2}{2}t = \frac{V_{6.\text{orp}}}{2}V_{6.\text{orp}}t = \frac{V_{6.\text{orp}}}{2}\Delta 1,$$

где  $\Delta 1$  – длина панели.

Потенциал на поверхности в области отрыва

$$\phi = \Delta \phi_{\Pi C} + G_4 \sum_{i=1}^{I} \frac{V_{6.\text{orp}}}{2} \Delta l,$$

где  $G_4$  находиться из условия, что возмущенная скорость в последующей точке от точки отрыва равна скорости в точке отрыва, т.е.

$$V_{6.\text{orp}}\Delta 1 = \Delta \phi_{\text{nc}} + G_4 \frac{V_{6.\text{orp}}}{2} \Delta 1.$$
 (16)

Оторвавшаяся вихревая пелена располагается по вектору скорости набегающего потока, а ее влияние определяется аналогично влиянию пелены в уравнении (11). Уравнение (16) обеспечивает непрерывность давления.

На рис. 2, 3 представлены значения коэффициента давления  $C_P$  в центральном сечении прямоугольного крыла с удлинением  $\lambda=5$  и профилем типа NACA 0018,  $\overline{C}=0,18$  при числе Рейнольдса  $Re=0,7\cdot 10^6$ .

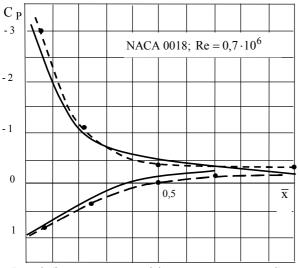


Рис. 2. Зависимость коэффициента давления  $C_p$  от безразмерной продольной координаты  $\overline{x}$  при угле атаки  $\alpha$  = 17 $^\circ$ 

Пунктирной линией показаны экспериментальные значения  $C_P$ . Сплошная линия — расчетные значения  $C_P$ . Совпадение расчетных значений  $C_P$  с экспериментальными вполне удовлетворительное.

На рис. 4 представлены расчетные значения  $C_P$  на внешней поверхности мотогондолы при степени торможения потока турбиной  $\chi' = \frac{V_2}{V_\infty} = 0.8$  и экспериментальные значения [20] при степени торможения  $\chi' = 0.6$ . Некоторые расхождения экспериментальных и расчетных данных обусловлено отсутствием точных геометрических данных мотогондолы, с которой проводился эксперимент.

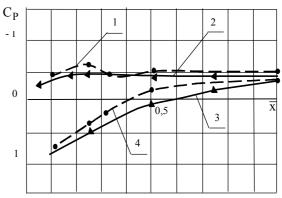
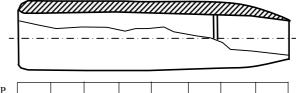


Рис. 3. Зависимость коэффициента давления  $C_p$  от продольной координаты  $\overline{x}$  при  $\alpha = 21^\circ$ :

- 1, 2 для верхней поверхности крыла;
- 3, 4 для нижней поверхности крыла



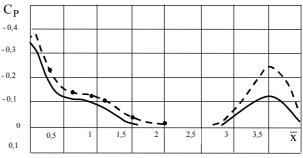


Рис. 4. Распределение коэффициента давления  $\, {\rm C}_{\rm p} \,$  на внешней поверхности мотогондолы

По расчетным значениям  $C_P$  и  $\tau$  определяются коэффициенты  $C_{xp}$  и  $C_{x\tau}$  .

Потеря энергии в ПС за счет вязкости определяется по формуле

$$E = \frac{\rho V_{\delta}^3}{2} \cdot \delta_{000} \cdot 2\pi r_0,$$

где  $\delta_{000} = 2\delta \frac{n}{(1+n)(3+n)} - \,$  толщина потери энергии;

 ${
m r}_0$  — радиус внутренней окружности сечения КВП перпендикулярного оси ох, в котором произошел отрыв ПС.

Если энергию E отнести к величине  $\ V_2 S_{_T} \, \frac{\rho V_\infty^2}{2}$  , то получим

$$\xi_{\rm Tp} = 8 \ \overline{V}_{\delta}^2 \ \overline{\delta}_{000} \ \overline{r}_0 \frac{V_{\delta}}{V_2}, \tag{17}$$

где 
$$\overline{V}_{\delta} = \frac{V_{\delta}}{V_{\infty}}; \overline{\delta}_{000} = \frac{\delta_{000}}{r_{_T}}; \ \overline{r}_{\!0} = \frac{r_0}{r_{_T}}.$$

Коэффициент местных потерь определяется по формуле [21]:

$$\xi_{M} = \left\lceil 1 - \left( \frac{r_0}{r_3} \right)^2 \right\rceil^2 \cdot \left( \frac{V_{\delta \text{ OT}}}{V_{\infty}} \right)^2.$$

На рис. 5 представлены экспериментальные [12] и расчетные значения относительной мощности  $\overline{N}$  (1) от коэффициента загрузки турбины  $C_D$  (2) для трех моделей КВП, показанных на рис. 6.

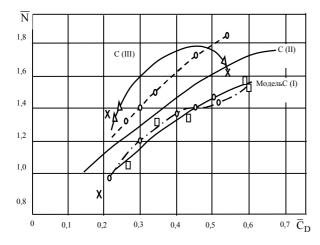


Рис. 5. Зависимость  $\overline{N}$  от  $C_D$  при нулевом угле скольжения: — экспериментальные значения коэффициента мощности [12]; о — расчетные значения коэффициента мощности по предлагаемой методике для моделей C (I) и C (III)

Анализ формулы (10) показывает, что мощность турбины в значительной степени зависит от перепада давления, который в свою очередь зависит от коэффициента  $C_{x\rho}$ . Но эта зависимость двояка: с одной стороны рост  $C_{x\rho}$  приводит к росту  $\vartheta_2$  (8), а с другой к уменьшению  $\Delta P_T$ . Рост  $\vartheta_2$  более пред-

почтителен, т.к.  $9_2$  умножается на значительную величину  $2(\overline{V}_{\delta,T}-9_i)$ , поэтому снижение разрежения внутри диффузора предпочтительно. Так в работе [1] рассмотрен вариант КВП с установкой за ним завихрителя (торнадо-башни), создающего разрежение. Но подобный завихритель имеет высокую себестоимость.

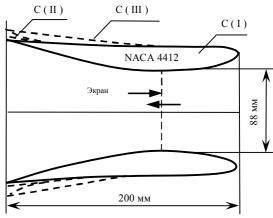


Рис. 6. Модели С (I), С (II) и С (III)

В работе [22] исследуется фланцевой диффузор (рис. 7). В области срыва потока за фланцем появляется значительное разрежение. Но надо иметь в виду, что срывные явления за фланцем приводят к значительному росту коэффициента потерь  $\xi$  и падению  $\Delta \overline{P}_{T}$  (6), поэтому в работе [22] указывается только увеличение энергии в 2,6 раза, а о приросте мощности турбины ничего не сказано.

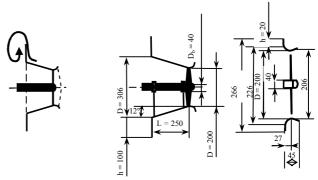


Рис. 7. Фланцевые диффузоры двух типов: удлиненный и короткий

Для уменьшения срыва потока и соответственно уменьшения  $\xi$  в настоящее время большое распространение получили щелевые диффузоры [13] (рис. 8), но все эти конструкции сложны и дороги, и кроме того наличие щели приводит к уменьшению скорости  $V_2$ .

Перспективными являются диффузоры с системой управления внутренним и внешним потоками около диффузора. Но они исследованы мало.

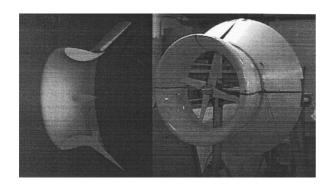


Рис. 8. Щелевой диффузор [14]

На рис. 9 представлены зависимости мощности турбины от длины КВП. При этом диаметр  $d_3$  выходного сечения КВП (рис. 1) оставался постоянным и равным 2 м. Диаметр турбины  $d_{\rm T} = 1$  м, а диаметр входного сечения  $d_1 = 1,4$  м. Видно, что с увеличением длины КВП мощность турбины возрастает (кривая 1). Это обусловлено тем, что с увеличением длины КВП точка отрыва ПС смещается ближе к выходному сечению 3-3. Кривая 2 на рисунке 9 зависимость мощности турбины от длины КВП при управлении течением воздуха внутри КВП. Треугольником отмечено значение мощности турбины при управлении наружным и внутренним потоками КВП.

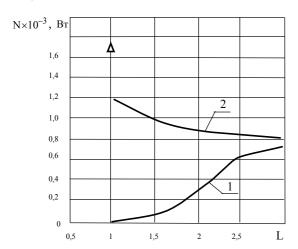


Рис. 9. Зависимость мощности турбины от длины КВП

На рис. 10 представлена зависимость стоимости диффузора от величины

$$L_D = L \cdot 0.5 \cdot (D_{\scriptscriptstyle BMX} + D_{\scriptscriptstyle BX}) ,$$

где L – длина диффузора (КВП),  $D_{RMX}$ ,  $D_{RX}$  – диаметр выходного и входного сечения КВП. Зависимость получена на основе анализа стоимости пластмассовых изделий.

На рис. 11 представлена зависимость стоимости турбины от ее радиуса  $r_{\rm T}$  при КПД равном 0,3. Зависимость построена исходя из статических данных: стоимость одного ватта мощности ветротурбины при скорости набегающего потока  $V_{\infty}=8\,$  м/с равна двум долларам.

Принимая во внимание, что мощность турбины

$$N_T = \eta \frac{\rho V_{\infty}^3}{2} \pi r_{\scriptscriptstyle T}^2 ,$$

где  $\,r_{_{\! T}}\,,\,\,\eta\,{-}$  соответственно, радиус и КПД турбины, можно построить зависимость стоимости турбины от  $r_{_{\rm T}}$  для других значений скорости ветра.

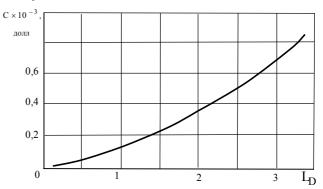


Рис. 10. Стоимость диффузора в зависимости от произведения длины диффузора L на средний диаметр  $D_c = (D_{BMX} + D_{BX})/2$ 

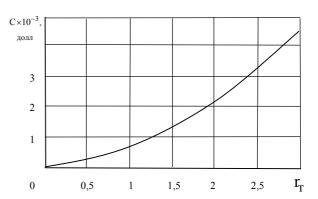


Рис. 11. Зависимость стоимости турбины от ее радиуса

На рис. 12 представлены зависимости стоимости ветроэнергетических установок (стоимость турбины + КВП)  $C_{\Sigma}$  от выходной мощности турбины  $N_{_{\mathrm{T}}}$  . Кривая 1 — зависимость  $C_{\Sigma} = f\left(N_{_{\mathrm{T}}}\right)$  без КВП. Кривая 2 — зависимость  $C_{\Sigma} = f(N_{\scriptscriptstyle T})$  с КВП. Кривая 3 – зависимость  $C_{\Sigma} = f\left(N_{_{\mathrm{T}}}\right)$  с КВП и управлением внутренним течением. Значком  $\Delta$  обозначена стоимость ветроэнергетической установки с КВП и управлением внутренним и наружным течением в КВП. По приведенным зависимостям легко вычислить критерий целесообразности использования

КВП 
$$\ni = N_T / C_\Sigma$$
.

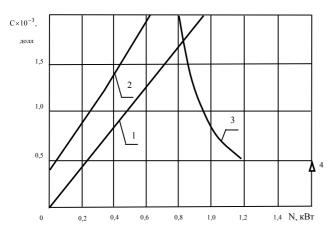


Рис. 12. Зависимость стоимости ВЭУ от выдаваемой мощности

Результаты расчетов показывают, что использование в ВЭУ концентраторов воздушного потока целесообразно при применении управления внешним и внутренним потоками. При этом наиболее эффективными являются короткие КВП с энергетической системой управления параметров течения воздушного потока.

Для ветроэнергетической установки с КВП третьего поколения на рис.13 представлены зависимости мощности турбины N , безразмерного перепада давления на турбине  $\Delta \overline{P}_{\rm T}$  (5), относительной мощности  $\overline{N}$  от относительной скорости  $\overline{V_t} = V_t / V_{\infty}$  в самом узком сечении КВП (в месте расположения турбины).

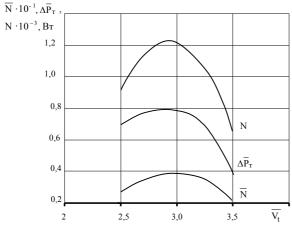


Рис. 13. Зависимости мощности, коэффициента перепада давления на турбине и относительной мощности от относительной скорости

При отсутствии турбины относительная скорость имеет максимальное значение  $\overline{V}_{t\,max}$ =3,55. Расчеты проведены при расчетной скорости ветра  $V_{\infty}$ =5,5 м/с по методике, изложенной выше, для ВЭУ с КВП с L/d<sub>t</sub>=0,31 и d<sub>3</sub>/d<sub>t</sub>=1,5 без учета расхо-

дов энергии на управление внутренним и внешним течением. На управление течением воздуха требуется соответственно  $N_B = 35~BT$  и  $N_{BH} = 64~BT$  мощности. Мощность на валу ветротурбины с КВП без использования управления состоянием потока составляет 20 BT, что является результатом значительных потерь энергии в диффузоре.

Известные теоретические работы [13, 15, 16, 23] расчета ветроэнергетических установок с КВП не рассматривают вопросы проектирования турбины, находящейся внутри КВП. Ниже описана методика расчета геометрических параметров турбины ветроэнергетической установки с концентратором воздушного потока.

В основу методики расчета геометрических параметров турбины с КВП положено условие, что оптимальные значения перепада давления и мощности турбины, определенные по импульсной теории и приведенные на рис.13, должны быть равны значениям, полученным по лопастной теории [24].

Анализ данных, приведенных на рис. 13 показывает, что оптимальные значения газодинамических параметров турбины имеют место при  $\overline{V}_{t \, \text{opt}}$  =2,97. Для полученных оптимальных значений параметров  $N_{\text{opt}}$ ,  $\Delta \overline{P}_{\text{Topt}}$ ,  $\overline{V}_{t \, \text{opt}}$  необходимо спроектировать турбину, то есть определить угловую скорость турбины (быстроходность турбины), число лопастей, геометрию лопасти (крутку и хорду), а также выбрать аэродинамический профильдля лопастей.

Представим турбину в виде винта с конечным числом лопастей и воспользуемся лопастной теорией [16, 24] расчета аэродинамических нагрузок на лопастях винта. Спроектируем аэродинамические силы, возникающие на лопастях, на ось вращения и на плоскость вращения винта. Тогда проекция силы тяги на ось вращения винта (рис. 14) должна равняться произведению величины перепада давления в плоскости винта на площадь турбины. Проекция сил лопастей на плоскость вращения создает крутящий момент, который при определенной угловой скорости вращения  $\omega$  должен обеспечить оптимальную величину мощности  $N_{\rm opt}$ . Следовательно:

$$F_{X} = S_{t}(P_{2,1} - P_{2,2}), \tag{18}$$

$$M_{\kappa p} \cdot \omega = N_{opt}, \qquad (19)$$

где 
$$F_X = z \int_{R_{BT}}^{R} (C_{ya} \cos \beta + C_{xa} \sin \beta) \cdot 0, 5 \cdot \rho V^2 b dr -$$

проекция аэродинамической силы, возникающей на лопастях, на ось вращения турбины (рис. 14);

$$M_{\kappa p} = z \int\limits_{R_{n\pi}}^{R} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{xa} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 5 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \qquad \text{где } \gamma_j(x) = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{b_j - x}{x}} \times \frac{b_j - x}{x} + \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{xa} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 5 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{xa} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 5 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{xa} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 5 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{xa} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 5 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{xa} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 5 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{xa} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 5 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{xa} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 5 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{xa} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 5 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{xa} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 5 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{xa} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 5 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{xa} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 6 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{xa} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 6 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{xa} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{ya} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{ya} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{ya} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{ya} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{ya} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{ya} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{ya} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \sin \beta - C_{ya} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \cos \beta - C_{ya} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \cos \beta - C_{ya} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \cos \beta - C_{ya} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \cos \beta - C_{ya} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \cos \beta - C_{ya} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \cos \beta - C_{ya} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya} \cos \beta - C_{ya} \cos \beta \right) \cdot 0, \\ 7 \cdot \rho V^2 br \ dr \ - \frac{1}{2} \left( C_{ya}$$

крутящий момент относительно оси вращения турбины (от аэродинамических сил);

z - число лопастей винта (турбины);

 $C_{ya}$ ,  $C_{xa}$  - коэффициенты аэродинамических сил в сечениях лопастей;

b - хорда профиля;

 $V = \sqrt{(\omega r)^2 + V_{t \ opt}^2} \quad \text{- скорость набегающего на} \\$  профиль лопасти потока;

 $V_{t\; opt}$  - скорость протекания воздуха через плоскость винта.

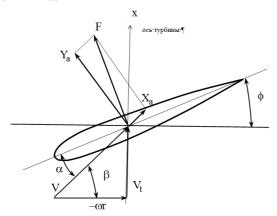


Рис. 14. Скорости и аэродинамические силы в сечении лопасти

В соответствии с вихревой теорией моделирование течения воздуха около винтов осуществляется с помощью вихревой системы, состоящей из присоединенных, продольных и свободных вихрей.

Свободные вихри удобно разделить на два класса [9, стр.222]. К первому классу относятся вихри, примыкающие непосредственно к задней кромке рассматриваемой лопасти и сошедшие с нее на расстоянии до трех хорд. Вызываемые ими индуктивные скорости  $V_{i\,c}$  называются собственными. Ко второму классу относятся все остальные вихри, а вызываемые ими скорости  $V_{i\,B}$  называются внешними индуктивными скоростями. Будем полагать, что значение внешних индуктивных скоростей в плоскости ВТ будут равны индуктивным скоростям, определенным при решении уравнения (11) или на основе импульсной теории, то есть

$$V_{t \text{ opt}} = V_{t \text{ max}} - V_{i \text{ B}}$$
.

В каждом j - м сечении лопасти винта циркуляция скорости равна [25]:

$$\Gamma_{j} = \int_{0}^{b_{j}} \gamma(x) \, \mathrm{d}x,$$

the 
$$\gamma_{j}(x) = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{b_{j} - x}{x}} \times \frac{b_{j}}{x} \sqrt{\frac{\xi}{b_{j} - \xi}} \frac{V_{\text{ni B}} + V_{\text{ni c}} - V_{\text{ni }\omega} + V_{\text{ni Hc}} + V_{\text{nj}}}{x - \xi} d\xi;$$

 $x, \xi$  - координаты вдоль хорды лопасти;

b<sub>i</sub> - хорда лопасти в j - м сечении;

 $V_{\text{ni}\,\omega}$  - нормальная составляющая переносной скорости;

 $V_{ni\,\,B}$  ,  $V_{ni\,\,c}$  - нормальная составляющая индуктивной скорости в j - м сечении от внешних и собственных вихрей вихревой системы;

 $V_{\mbox{ni}\ \mbox{нc}}$  - нормальная составляющая индуктивных скоростей от вихрей, образующихся при вязконевязком взаимодействии;

 V<sub>nj</sub> - нормальная составляющая скорости набегающего потока.

Циркуляцию скорости в j - м сечении представим в виде:

$$\begin{split} \Gamma_j &= \Gamma_{lj} + \Gamma_{ij} \;, \\ \text{где} \;\; \Gamma_{ij} &= \int\limits_0^{b_j} \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{b_j - x}{x}} \int\limits_0^{b_j} \sqrt{\frac{\xi}{b_j - \xi}} \frac{V_{ni\,c}}{x - \xi} d\xi dx \;; \\ \Gamma_{lj} &= \int\limits_0^{b_j} \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{b_j - x}{x}} \times \\ &\times \int\limits_0^{b_j} \sqrt{\frac{\xi}{b_j - \xi}} \frac{V_{ni\,B} - V_{ni\,\omega} + V_{ni\,Hc} + V_{nj}}{x - \xi} d\xi dx \;. \end{split}$$

Так как  $\Gamma_{lj}$  не оказывает влияния на  $\Gamma_l$  других сечений лопасти, то значение  $\Gamma_{lj}$  определяется по экспериментальным данным аэродинамических характеристик профилей:

$$\Gamma_{lj} = 0,5 \; C_{y_{anj}} V_j b_j, \label{eq:eta_loss}$$

где  $C_{y_{anj}}$  - коэффициент подъемной силы, определяемый по поляре профиля (рис. 15) при  $\alpha = \alpha_1$ ;

 $\alpha_i$  - угол атаки j - го сечения лопасти (рис. 14).

Скорость  $V_{ni\,c}$  рассчитывается от продольных и собственных вихрей, образующихся из-за изменения циркуляции присоединенных вихрей по размаху лопасти. Собственные вихревые шнуры постоянной циркуляции заменяются некоторым числом прямолинейных вихревых отрезков, направления которых в пространстве определяются по относительной скорости в начале каждого отрезка.

Суммарная циркуляция в j - м сечении лопасти равна:

$$\Gamma_{i}^{k} = \Gamma_{li}^{k} + \Gamma_{ii}^{k} ,$$

где к – число итераций.

Коэффициент подъемной силы сечения равен:

$$C_{y_{aj}} = \frac{2 \Gamma_j^k}{b_j V_j}.$$

Индуктивное сопротивление сечения лопасти определяется как:

$$X_{a_{ij}} = \rho(\overrightarrow{V_{ij}} \times \vec{\upsilon} \Gamma_j^k) \overrightarrow{\overrightarrow{V_j}}_{\left|\overrightarrow{V_j}\right|},$$

а коэффициент индуктивного сопротивления как:

$$C_{xa_{ij}} = \frac{X_{a_{ij}}}{(0.5\rho V_j^2 b_j)},$$

где  $\overrightarrow{V_{ij}} = (\overrightarrow{V}_{i\,B} + \overrightarrow{V}_{i\,c})$  - индуктивная скорость в центре сечения лопасти;

υ- единичный вектор по направлению присоединенного вихря.

Суммарный коэффициент сопротивления сечения лопасти равен:

$$C_{xa_{i}} = C_{xa_{ni}} + C_{xa_{ii}}$$
,

где  $C_{\mathrm{xa}_{\mathrm{nj}}}$ - коэффициент сопротивления профиля, определяемый по поляре профиля (рис. 15) для угла атаки  $\alpha_{\mathrm{j}}$ .

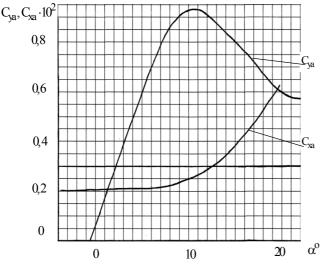


Рис. 15. Аэродинамические коэффициенты профиля лопасти в зависимости от угла атаки при числе Маха  $\, M_\infty \! = \! 0,\! 0162 \,$ 

Разделим обе части уравнения (18) на  $0.5 \rho V_{\infty}^2 S_t$ , а уравнения (19) - на  $0.5 \rho V_{\infty}^3 S_t$ , тогда система уравнений (18), (19) будет иметь вид:

$$\overline{F}_{X} = \Delta \overline{P}_{Topt},$$
 (20)

$$\overline{M}_{KP} = \overline{N}_{opt}$$
 (21)

Методика определения геометрических параметров турбины ВЭУ с КВП состоит из следующих этапов:

- из условия обеспечения максимальной угловой скорости вращения винта задается число лопастей;
- из аэродинамических характеристик заданного профиля (рис.15) определяется наивыгоднейший угол атаки  $\alpha_{\text{HB}}$ ;
- вычисляется крутка лопасти (рис.14)  $\phi = \alpha_{_{\mathrm{HR}}} \beta$  ;

- вычисляется хорда лопасти -

$$b = b_0 (1 - (r - R_{BT}) \cdot (\eta - 1) / (\eta \cdot (R - R_{BT})),$$

где  $b_0$  - хорда лопасти у её основания;

η - сужение лопасти;

R<sub>вт</sub> - радиус втулки винта.

При заданном сужении лопасти  $\eta$  в системе уравнений (20), (21) неизвестными являются хорда  $b_0$  и угловая скорость вращения  $\omega$ . Система уравнений (20), (21) решается методом итераций [26, стр. 148].

В результате решения системы уравнений для профиля с заданными аэродинамическими характеристиками (рис. 15) и сужением  $\eta$ =2 была определена величина корневой хорды лопасти  $b_0$ =0,23 м. Величина угловой скорости составила  $\omega$ =84 рад/сек для  $V_{cp}$ =5,5 м/сек и  $\omega$ =55 рад/сек для  $V_{cp}$ =3,5 м/сек. При таких оборотах ветроколеса передачу мощности от турбины к электрогенератору можно осуществлять без понижения оборотов, то есть без применения мультипликатора.

Необходимо отметить, что за счет средств активного управления внутренним и внешним потоками воздуха скорость перед турбиной у ветроэнергетической установки с КВП поддерживается практически постоянной в диапазоне набегающего потока  $V_{\infty} = 5,5...15$  м/сек. Поэтому для ветроэнергетической установки с концентратором воздушного потока третьего поколения отпадает необходимость в системе стабилизации частоты вращения турбины.

При средней скорости ветра  $V_{cp}$ =5,5 м/сек, характерной для южных районов Украины [27], применение концентратора воздушного потока с активной системой управления параметрами потока позволит обеспечить 800 кВт $\cdot$ час электроэнергии в месяц при диаметре турбины 2,5 м. Для сравнения, месячная выработка электроэнергии трехлопастным ветрогенератором коаксиальной схемы FA-4.4/400 с диаметром ветроколеса 4,4 м составляет 500 кВт $\cdot$ час.

На мощность турбины влияет большое число

геометрических параметров КВП, средств управления и самой турбины, и мощность турбины нелинейно зависит от этих параметров. Поэтому на этапах предварительного проектирования ветроэнергетических установок с концентратором воздушного потока необходимо широко использовать компьютерные технологии. Особенно это необходимо для разработки серии ветроэнергетической установки для соответствующего диапазона скоростей ветрового потока применительно для того или иного региона.

#### Заключение

Разработан метод расчета аэродинамических характеристик ветроэнергетических установок с концентраторами воздушного потока. Показано, что ветроэнергетическая установка с КВП и системой активного управления внутренним и внешним течениями воздуха позволяет почти в два раза уменьшить диаметр ротора по сравнению с ветроэнергетической установкой без КВП и более чем в 1,5раза увеличить мощность, снимаемую с вала ротора.

#### Литература

- 1. Янсон, Р.А. Ветроустановки [Текст]: учеб. пособие / Р.А. Янсон; Мин-во общ. и проф. образования Рос. Федерации; под ред. М.И. Осипова М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 36 с.
- 2. Жуковский, Н.Е. Аэродинамический расчет медленно движущихся ветряных мельниц [Текст] / Н.Е. Жуковский // Собр. соч.: в 7 т. М.; Л.: Гостехиздат, 1950. Т. 7 С. 333-339.
- 3. Жуковский, Н.Е. Ветряная мельница типа НЕЖ [Текст] / Н.Е. Жуковский // Собр. соч.: в 7 т. М.; Л.: Гостехиздат, 1950. Т. 7 С. 349–361.
- 4. Сабинин, Г.Х. Теория идеального ветряка [Текст] / Г.Х. Сабинин // Труды ЦАГИ. 1927. Вып. 32. С. 2-18.
- 5. Сабинин, Г.Х. Теория и аэродинамический расчет ветряных двигателей [Текст] / Г.Х. Сабинин // Труды ЦАГИ. 1931. Вып. 104. С. 59 -60.
- 6. Glauert, H. General Theors of the Autogiro (R&M 1111) [Text] / H. Glauert // Technical report of the Aeronautical Research Committee for the year 1927-1928 London, 1928. P. 558–593.
- 7. Lock, C.H. Futher Development of the Autogiro Theory (R&M 1127) [Text] / C.H. Lock // Technical report of the Aeronautical Research Committee for the year 1927-1928 London, 1928. P. 594–636.
- 8. Белоцерковский, С.М. К математическому нелинейному моделированию нестационарного обтекания несущего винта [Текст] / С.М. Белоцерковский, В.А. Васин, Б.Е. Локтев // Докл. АН СССР. 1978. Т. 240, №6. С. 1320—1323.
- 9. Вертолеты: расчет и проектирование. Книга 1. Аэродинамика [Текст] / М.Л. Миль, А.В. Не-

- красов, А.С. Браверман и др.; под ред. М.Л. Миля. М.: Машиностроение, 1966. 452 с.
- 10. Компаниец, Н.И. Подход к расчету углов атаки сечений лопасти несущего винта в нестационарных нелинейных задачах [Текст] / Н.И. Компаниец, Б.С. Крицкий // Научно-методические материалы по прикладным задачам аэромеханики: сб. статей ХАИ, ХВВАИУ. Вып. 2. —Х., 1987. С. 36—44.
- 11. Казанджян, Б.И. Ветроэнергетические установки с концентраторами воздушного потока [Текст] / Б.И. Казанджян, Ю.Г. Мятов // Возобновляемые источники энергии: сб. науч. тр. Моск. энерг. инс-та. N 233 M., 1990. C. 143-148.
- 12. Игра, О. Кожухи для ветродвигателей [Текст] / О. Игра // Ракетная техника и космонавтика. 1976. № 10. С. 166- 168.
- 13. Phillips, D.G. Diffuser development for a diffuser augmented wind turbine using computational fluid dynamics [Электронный ресурс] / D.G. Phillips, P.J. Richards, R.G.J. Flay. Режим доступа: http://www.docstoc.com/docs/26255835/Diffuser-Development-for-a-Diffuser-Augmented-Wind-Turbine-Using 12.05.2012 г.
- 14. Palapum, K. Al. An investigation of diffuser for water current turbine application using CFD [Text] / K. Al. Palapum, J. Adun // International Journal of Engineering Science and Technology. -2011. Vol. 3, N = 4. P. 3437 3445.
- 15. Лебедь, В.Г. Оценка целесообразности использования концентраторов воздушного потока в ветроэнергетических установках [Текст] / В.Г. Лебедь, С.А. Калкаманов, А.Л. Сушко // Інтегровані технології та енергозбереження: щоквартальний наково-технічний журнал. Харків: HTV «ХПІ», 2011.-N 2.-C.73-88.
- 16. Кривцов, В.С. Неисчерпаемая энергия. Книга 2. Ветроэнергетика [Текст]: учеб. для вузов / В.С. Кривцов, А.М. Олейников, А.И. Яковлев; Миниво образования и науки Украины, Нац. Аэрокосм. унт «ХАИ» Х.: НАКУ «ХАИ», 2004. 519 с.
- 17. Гайдаенко, В.И. Метод расчета стационарного и нестационарного обтекания летательного аппарата с работающей силовой установкой [Текст] / В.И. Гайдаенко, В.В. Гуляев, А.К. Калганов // Применение ЭВМ для исследования аэродинамических характеристик летательных аппаратов: труды ВВИА им. Н.Е. Жуковского. Вып. 1313. М., 1986. С. 23-32.
- $18.\ Лебедь,\ B.\Gamma.\ Метод$  расчета аэродинамических характеристик крыла в широком диапазоне углов атаки [Текст] / В.Г. Лебедь, А.Л. Сушко, С.А. Калкаманов // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. научных трудов Нац. Аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». Вып. 40(1). X., 2005. C. 22-32.
- 19. Репик, Е.У. Исследование внутренней структуры турбулентного пограничного слоя [Текст] / Е.У. Репик // Труды ЦАГИ. Вып. 972.–

*M.*, 1965. −72 c.

- 20. Кюхеман, Д. Аэродинамика авиационных двигателей, ч. 1 [Текст] / Д. Кюхеман, И. Вебер. М.: Иностранная литература, 1956. 287 с.
- 21. Алешко, П.И. Механика жидкости и газа [Текст] / П.И. Алешко. Х.: Вища школа, 1977. 320 с.
- 22. PIV Measurements of Flows around the Wind Turbines with a Flanged-Diffuser Shroud [Text] / T. Kazuhiko, N. Koutarou, H. Wataru, O. Shinichi, T. Manabu, O. Yuji // Proceedings of the 2nd Asian Joint Workshop on Thermophsics and Fluid Science, 2008. Luoyang, China, 2008. P. 264 270.
- 23. Хомяков, А.Н. Профилирование осесимметричных диффузоров с безотрывным полем течения [Текст] / А.Н. Хомяков // Ломоносовские чтения: тезисы докладов научной конференции 2009 г. М.: Изд. МГУ им. М.В. Ломоносова, 2009. С.149.

- 24. Сучасні методи дослідження аеродинаміки та динаміки польоту [Текст]: навч. посібник / В.Г. Лебідь, С.А. Калкаманов, І.Б. Ковтонюк та інш.— X.: XУПС, 2009.— 142 c.
- 25. Джонсон, У. Теория вертолета. Книга 1 [Текст] /У. Джонсон. М.: Мир, 1983. 502 с.
- 26. Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики [Текст] / Б.П. Демидович, И.А. Марон. М.: Наука, 1966. 664 с.
- 27. Атлас енергетичного потенціалу відновлюваних та нетрадиційних джерел енергії України: Енергія вітру, сонячна енергія, енергія малих рік, енергія біомаси, геотермальна енергія, енергія довкілля, енергія скидного енерготехнологічного потенціалу, енергія нетрадиційного палива. [Текст] Київ: Інститут електродинаміки НАН України, 2001. 69 с.

Поступила в редакцию 16.07.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры ракетно-космических двигателей и энергетических установок летательных аппаратов А.И. Яковлев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

#### МЕТОД АЕРОДИНАМІЧНОГО РОЗРАХУНКУ ВІТРОЕНЕРГЕТИЧНОЇ УСТАНОВКИ З КОНЦЕНТРАТОРОМ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ

#### В.Г. Лебедь, С.А. Калкаманов

Запропоновано чисельний метод розрахунку аеродинамічних характеристик вітроенергетичних установок з концентраторами повітряного потоку. Метод заснований на теорії в'язко-нев'язкої взаємодії. Запропонований метод дозволяє визначити геометричні параметри вітроколеса, що забезпечують оптимальний режим роботи вітряка з дифузором, оснащеним системою управління відривом потоку. Наведено результати розрахунків, які показують переваги використання концентраторів повітряного потоку в вітроенергетичних установках.

Ключові слова: турбіна, концентратор повітряного потоку, середньорічна швидкість вітру.

### METHOD OF CALCULATING AERODYNAMIC WIND POWER PLANTS WITH CONCENTRATORS OF AIR FLOW

#### V.G. Lebed, S.A. Kalkamanov

A numerical method for calculating of the aerodynamic characteristics of wind power plants with concentrators of air flow. The method is based on the theory of viscous-inviscid interaction. The proposed method allows to determine of the geometrical parameters of windwheel to ensure optimum performance wind turbine with a diffuser, equipped by a system of control flow separation. The results of calculations that show the advantages of concentrator-properties of the air flow in wind power plants.

**Keywords:** turbine, the concentrator of air flow, the average wind speed.

**Лебедь Валентин Георгиевич** – канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры 103, Харьковский университет Воздушных Сил им. Ивана Кожедуба, Харьков, Украина.

**Калкаманов Салим Аюпович** – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры 102, Харьковский университет Воздушных Сил им. Ивана Кожедуба, Харьков, Украина.

УДК 532.516.5

#### Ю.А. КРАШАНИЦА

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

# МЕТОД ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПЛОСКИХ ЗАДАЧАХ ДИНАМИКИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

На базе оригинального аппарата векторно-тензорного анализа, где развиты теоремы как дифференциального, так и интегрального типов, получены обобщения интегралов системы дифференциальных законов сохранения механики жидкости, а также интегральные представления решений полной системы уравнений Навье-Стокса в случае обтекания произвольного телесного профиля потоком вязкой несжимаемой жидкости также и вблизи поверхности раздела. Эта апробированная идеология позволяет проводить широкомасситабные исследования практически востребованных задач современной аэродинамики летательных аппаратов и их частей, а также получить новые современные подходы к решению классических задач векторного анализа.

**Ключевые слова:** телесный профиль, система уравнений Навье-Стокса, векторные потенциалы, интегральные представления решений и система интегральных уравнений

#### Введение

Сведение краевой или начально-краевой задачи к интегральному уравнению или к адекватной системе интегральных уравнений позволяет: понизить размерность задачи и рассматривать более сложные классы задач, чем те которые решаются другими методами; непосредственно определять неизвестные величины на границах, не вычисляя их во всем пространстве движения; решение во внутренних точках области находятся интегрированием; в силу граничных условий, гидродинамические нелинейные задачи привести к системе линейных граничных интегральных уравнений относительно неизвестных краевых значений разыскиваемых параметров задачи или функций от них [1]. Метод позволяет ставить и решать экстремальные задачи, которые невозможно решить другими методами.

#### Постановка задачи

В силу многопараметричности и нелинейности основных задач механики сплошных сред, существенное развитие, наряду с физическим, получил вычислительный эксперимент, а также продолжает совершенствоваться идеология теоретических исследований. Значительные достижения получены в численном анализе и, особенно, в численной реализации конкретных математических моделей механики вязкой несжимаемой жидкости.

Наиболее достоверной и апробированной математической моделью движения несжимаемой нетеплопроводной жидкости является краевая задача

для системы дифференциальных уравнений в частных производных Навье-Стокса [2], которая в случае отсутствия массовых сил состоит из уравнения неразрывности

$$(\nabla, \mathbf{V}) = 0 \tag{1}$$

и закона сохранения импульса

$$(\nabla, (\mathbf{V} \rho \mathbf{V})) = (\nabla, \mathbf{T}), \tag{2}$$

где тензор напряжений имеет вид:

$$\mathbf{T} = -\mathbf{I}\mathbf{p} + \mu \nabla \mathbf{V} \tag{3}$$

 ${f I}$  - единичный тензор,  ${f p}$  - скалярное давление,  ${f p}$  - плотность среды, а  ${f V}$  - вектор скорости.

Причем искомые характеристики обтекания: давление - р и завихренность -  $\Omega$  (рис. 1), должны определяться с учетом заданных граничных условий:

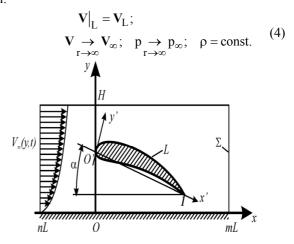


Рис. 1. Телесный профиль в нестационарном завихренном потоке вблизи поверхности раздела

Кроме этого, здесь необходимо выделить тот классический факт, что векторы скорости V и завихренности  $\Omega$  являются решениями основной задачи векторного анализа [3-4]:

$$(\nabla, \mathbf{V}) = \mathbf{q};$$

$$(\nabla, \mathbf{\Omega}) = 0,$$

$$(5)$$

где q - интенсивность возможных источников/стоков массы и параметров энергетической механизации [5-6].

$$\nabla \mathbf{V} = \mathbf{i} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{j} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{y}};$$

$$\nabla * \mathbf{V} = \mathbf{i} \nabla \mathbf{v}_{\mathbf{x}} + \mathbf{j} \nabla \mathbf{v}_{\mathbf{y}}$$
(6)

а  $\nabla V$  и  $\nabla * V$  сопряженные тензоры.

Система (1 – 4) впервые была построена в 1822 году. До настоящего времени не найден общий метод исследования и решения этой нелинейной системы, а известны лишь некоторые частные случаи линеаризации, когда удавалось найти аналитические решения системы Навье-Стокса [7]. Тем не менее, современное развитие как методов математической физики, так и теории обобщенных функций в применении к краевым задачам, и, в первую очередь, аэрогидродинамики, позволяют выходить на аналитические решения определенных классов нелинейных задач [8].

#### Векторно-тензорные дифференциальные операции

Нетрудно показать, что для любых векторфункции **a** и скалярной функции **ф**, имеющих непрерывные производные до второго порядка включительно в исследуемой области, имеют место следующие обобщенные операции векторно-тензорного анализа, которые будут также широко использоваться и в дальнейшем (выражение вида **ab** - диада):

$$(\nabla, (\mathbf{I}\varphi)) = \nabla\varphi; ; \qquad (7_1)$$

$$[\nabla, \mathbf{I}\varphi] = [\mathbf{I}, \nabla\varphi]; \tag{7_2}$$

$$(\nabla, [\mathbf{I}, \mathbf{a}]) = [\nabla, \mathbf{a}]; \tag{7_3}$$

$$\lceil \mathbf{I}, \lceil \nabla, \mathbf{a} \rceil \rceil = \nabla * \mathbf{a} - \nabla \mathbf{a};$$
 (7<sub>5</sub>)

$$\nabla (\nabla, \mathbf{a}) = (\nabla, \nabla * \mathbf{a}). \tag{77}$$

Поэтому основную задачу векторного анализа гидродинамического содержания (5) целесообразно сформулировать в консервативной форме (см. (7<sub>7</sub>))

$$\nabla (\nabla, \mathbf{V}) = (\nabla, \nabla * \mathbf{V}) = \nabla q ; \qquad (8)$$

$$\nabla(\nabla, \mathbf{\Omega}) = (\nabla, \nabla * \mathbf{\Omega}) = 0. \tag{9}$$

В представленной работе предполагается отсутствие как объемных, так и поверхностных источников массы (q=0), хотя эта идеология позволяет учитывать физико-химические взаимодействия с реагированием, приводящие к важным эффектам, существенно влияющих на аэрогидродинамические характеристики объектов аэрокосмической техники на любых режимах полета и в любой среде или атмосфере.

Приведенные векторно-тензорные операции (7) позволяют выписать закон сохранения импульса (2), при указанных ограничениях, в консервативной форме, которая широко используется в мировой практике вычислительной аэрогидродинамики [9]

$$\left(\nabla, \left\{\mathbf{V}\mathbf{V} + \frac{\mathbf{p}}{\rho} - \nu\nabla\mathbf{V}\right\}\right) \equiv \\
\equiv \left(\nabla, \left\{\mathbf{V}\mathbf{V} + \frac{\mathbf{p}}{\rho} + \nu\left[\mathbf{I}, \mathbf{\Omega}\right]\right\}\right) = 0.$$
(10)

Консервативная форма закона сохранения (10) допускает введение векторного потенциала:

$$\mathbf{V}\mathbf{V} + \frac{\mathbf{p}}{\rho} - \mathbf{v}\nabla\mathbf{V} \equiv \mathbf{V}\mathbf{V} + \frac{\mathbf{p}}{\rho} + \mathbf{v}[\mathbf{I}, \mathbf{\Omega}] = \nabla * \mathbf{\Psi}, \quad (11)$$

где векторный потенциал  $\Psi$  принадлежит к классу решений базового уравнения типа (9) основной задачи векторного анализа :

$$(\nabla, \nabla * \Psi) \equiv \nabla(\nabla, \Psi) = 0. \tag{12}$$

# Фундаментальное решение основной задачи векторного анализа

Условия Коши-Римана  $\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$  можно представить в векторных видах:  $\nabla \phi = \left[\nabla, \mathbf{k}\psi\right],$   $\nabla \psi = -\left[\nabla, \mathbf{k}\phi\right],$  где функции  $\phi$  и  $\psi$  - сопряженные аналитические функции – известные решения уравнения Лапласа:  $\phi = \frac{1}{2\pi} \ln \left|r - r_0\right|, \ \psi = \frac{1}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y - y_0}{x - x_0}$ .

Отсюда следует, что тензор

$$\Gamma(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) = \mathbf{I}\phi - [\mathbf{I}, \mathbf{k}\psi]$$

является консервативным

$$(\nabla, \mathbf{\Gamma}) = (\nabla, (\mathbf{I}\phi - [\mathbf{I}, \mathbf{k}\psi])) = \nabla\phi - [\nabla, \mathbf{k}\psi] = 0, \quad (13)$$

а в силу условий Коши-Римана и потенциальным, так как

$$\left[\nabla, \Gamma\right] = \mathbf{k} \left(\mathbf{j} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \mathbf{i} \frac{\partial \varphi}{\partial y}\right) - \mathbf{k} \left(\mathbf{i} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial \psi}{\partial y}\right) = 0. \quad (14)$$

Кроме этого, можно утверждать [3-4], что тензор  $\Gamma$  является фундаментальным решением дифференциальных операторов второго порядка видов (8-9, 12):

$$\nabla(\nabla, \Gamma) = \Delta\Gamma + [\nabla, [\nabla, \Gamma]] = \mathbf{I}\Delta\varphi. \tag{15}$$

#### Интегральные представления решений

Исходя из обобщенных формул Грина, применяя классический процесс выделения особой точки, с учетом известных свойств потенциала двойного слоя  $\frac{\partial \phi}{\partial n}$ , имеем интегральное представление решения оператора  $\nabla \left( \nabla, \mathbf{a} \right) = \nabla q$  для произвольного вектора  $\mathbf{a}$  в плоской области с контрольной границей  $(\Sigma)$  (рис. 2).

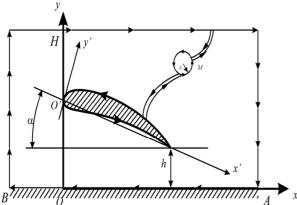


Рис. 2. Выделение особой точки внутри контрольной области

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}) = -\iint_{(\tau)} (\nabla q, \mathbf{\Gamma}) d\tau +$$

$$+ \oint_{(L+\Sigma)} \left\{ \left\{ \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{n}} + \left[ \mathbf{n}, \left[ \nabla, \mathbf{a} \right] \right] \right\}, \mathbf{\Gamma} \right\} d(l+\sigma) -$$

$$- \oint_{(L+\Sigma)} \left( \mathbf{a}, \frac{\partial \mathbf{\Gamma}}{\partial \mathbf{n}} \right) d(l+\sigma).$$
(16)

В простейшем случае движения несжимаемой нетеплопроводной жидкости при отсутствии источников массы в области, отсюда имеем интегральное представление, например, вектора скорости

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \oint_{(L+\Sigma)} \left\{ \left\{ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{n}} + \left[ \mathbf{n}, \mathbf{\Omega} \right] \right\}, \mathbf{\Gamma} \right\} d(l+\sigma) -$$

$$\oint_{(L+\Sigma)} \left( \mathbf{V}, \frac{\partial \mathbf{\Gamma}}{\partial \mathbf{n}} \right) d(l+\sigma),$$
(17)

где контурные интегралы в уравнениях (16-17) допускают численную реализацию в силу их принадлежности к классу сингулярных интегралов и интегралов со слабой особенностью.

#### Выводы

Представлено развитие нового общего направления численно-аналитического решения широкого класса нелинейных задач механики сплошных сред. Развиты новый подход и формализм в построении граничных интегральных уравнений эквивалентных начально-краевым задачам основных математических моделей механики жидкости и газа.

#### Литература

- 1. Boundary-integral equation method: computational applications in applied mechanics [Text] /ed. T. Cruse, F. Rizzo. N.Y., 1975. 368 p.
- 2. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа [Текст]: учеб. для вузов / Л.Г. Лойцянский. М.: Наука, 1970. 904 с.
- 3. Кочин, Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления [Текст] / Н.Е. Кочин. М.: АН СССР, 1961. 427 с.
- 4. Крашаница, Ю.А. Основная задача векторного анализа в механике сплошных сред (сообщение 1) [Текст] / Ю.А. Крашаница // Вісник Дніпропетровського університету. 2000. Т. 1, вып.3. С. 52 56.
- 5. Баев, Б.С. Аэродинамические характеристики пластины со стоком на верхней поверхности вблизи земли [Текст] / Б.С. Баев, Ю.А. Крашаница // Самолетостроение. Техника воздушного флота: респ. межведомств. науч.-техн. сб. / МВиССО УССР, Харьк. авиац. ин-т. Х., 1981. Вып. 48. С. 15–17.
- 6. Крашаница, Ю.А. Нелинейная задача о тонком профиле со струйным закрылком [Teкст]:/ Ю.А. Крашаница, Ф. А. Мохаммед // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. / МОН Украины, Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». Вып. 19.— Х., 2003.— С. 28—33.
- 7. Грищенко, В.А. Решение краевой задачи Стокса методом граничных интегральных уравнений [Текст] / В.А. Грищенко, Ю.А. Крашаница // Аэрогидродинамика: проблемы и перспективы: сб. науч. тр. / МОН Украины, Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». Вып. 2. Х., 2006. С. 51—55.
- 8. Кириченко, Д.В. Про один клас аналітичних розв'язків системи рівнянь Нав'є—Стокса [Текст]/ Ю.О. Крашаниця, Д.В. Кириченко // Вісн. Київ. нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. Математика. Механіка.— Вип. 17/18.— К., 2007.— С. 84—88.
- 9. Флетчер, К. Вычислительные методы в динамике жидкости [Текст] / К. Флетчер. М.: Мир, 1991. T.1-502 с. T.2-552 с.

Поступила в редакцию 15.06.2012

**Рецензент:** д-р физ.-мат наук, проф., чл.-корр. РАН, нач. отдела И.И. Липатов, ЦАГИ им. проф. Н.Е. Жуковского.

# МЕТОД ГРАНИЧНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ В ПЛОСКИХ ЗАДАЧАХ ДИНАМІКИ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ

#### Ю.О. Крашаниця

На базі оригінального апарату векторно-тензорного аналізу отримані узагальнення інтегралів диференціальних законів збереження, а також інтегральні представлення розв'язків повної системи рівнянь Нав'є-Стокса у випадку обтікання довільного тілесного профілю потоком в'язкої нестисливої рідини також і поблизу поверхні розділу.

**Ключові слова:** тілесний профіль, система рівнянь Нав'є-Стокса, векторні потенціали, інтегральне подання розв'язків, система інтегральних рівнянь

# METHOD OF BOUNDARY INTEGRAL EQUATIONS IN PLANE VISCOUS FLUID DYNAMICS PROBLEMS

#### Y.A. Krashanytsya

On the basis of the original unit vector and tensor analysis, the generalization of the integrals of differential conservation laws, as well as integral representations of solutions of the full Navier-Stokes equation for flow past an arbitrary solid profile of a viscous incompressible fluid is also close to the interface.

**Key words:** solid profile, the system of Navier-Stokes equations, vector potentials of integral representations of solutions, the system of integral equations

**Крашаница Юрий Александрович** – главн. научн. сотр., д-р техн. наук, профессор кафедры аэрогидродинамики Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

УДК 629.7.01

#### В.И. ТИМОШЕНКО, Ю.В. КНЫШЕНКО

Институт технической механики Национальной академии наук Украины и Национального космического агентства Украины, Украина

#### НЕУСТАНОВИВШИЕСЯ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В СЛОЖНЫХ РАЗВЕТВЛЕННЫХ ТРУБОПРОВОДНЫХ СИСТЕМАХ

Рассмотрены проблемные вопросы, возникающие при расчете неустановившихся течений жидкости в сложных разветвленных трубопроводных системах, связанные с переменностью скорости распространения возмущений для газонасыщенных жидкостей, нестационарным гидравлическим сопротивлением, разрывами оплошности, влиянием работы отсечных клапанов, изменением структуры проточной системы. Описана математическая модель системы жидкостных реактивных двигателей малой тяги, обеспечивающая управление полетом космического аппарата или верхней ступени ракеты-носителя, включающая расчетные модули течений компонентов топлива в питающих магистралях, динамики электроуправляемых топливных клапанов и термогазодинамических процессов в камерах сгорания.

**Ключевые слова:** трубопровод, двигатель малой тяги, камера сгорания, математическая модель, скорость ударной волны, гидравлический удар

#### Введение

История изучения нестационарных гидродинамических процессов в трубопроводных системах, включающих в частности гидравлический удар, насчитывает уже более ста лет и начинается со ставшей классической работы Н.Е. Жуковского [1], опубликованной 1899 г. В этой работе теоретически и экспериментально показано, что уровень гидроударного давления может в несколько раз превышать характерные значения давления в трубопроводе при стационарном режиме течения и зависит от скорости жидкости, скорости распространения ударной волны, плотности жидкости и времени закрытия крана. Известные формулы Жуковского, позволяющие определить скорость движения ударной волны в напорном трубопроводе, величину максимального давления при гидравлическом ударе и время закрытия задвижки, обеспечивающее снижение давления гидроудара до допустимого значения, лежат в основе гидравлических расчетов напорных трубопроводов и имеют вид

$$c = \frac{c_{x}}{\sqrt{1 + \frac{E_{x}}{E_{Tp}}}} \frac{D}{\delta}; \quad \Delta P = c\rho_{x}U; \quad t \ge \frac{2L\rho U}{[p]} \quad (1)$$

где  $c_{x}$ , c- скорость распространения звука в жидкости и скорость ударной волны в трубопроводе с жидкостью соответственно;

 $E_{\rm ж}$ ,  $E_{\rm TD}-$  модули сжимаемости жидкости и ма-

териала трубопровода;

 $D\,,\,\,\delta\,$  – диаметр и толщина стенки трубопровода;

ΔР – максимальное давление при гидроударе;

 $\rho$  ,  $\,U-$  плотность и скорость жидкости соответственно;

L – длина трубопровода до источника давления;

[p] – допустимое из условий прочности давление гидроудара.

В последующие годы явление гидравлического удара неизменно привлекало внимание ученых и инженеров во многих странах в связи с научным и практическим аспектами. К началу шестидесятых годов прошлого столетия основные физические и гидродинамические процессы, протекающие в элементах трубопроводных систем при гидравлическом ударе, были в основном изучены. В то же время было установлено, что в реальных разветвленных гидросистемах при наличии участков трубопроводов различного проходного сечения, клапанов, диафрагм, колен, тройников, кольцевых участков трубопроводов, изменяемой структуры трубопроводной системы, за счет срабатывания регулирующих устройств, специфика переходных процессов, в основном, определяется многократным наложением отраженных от конструктивных неоднородностей систем волн давления и трансформацией их при прохождении по длине трубопроводов. Фактически неустановившиеся процессы в таких системах представляют собой взаимодействие гидроударных возмущений типа прямых или непрямых гидроударов и их отражений.

Описанию этих результатов посвящено значительное количество публикаций, в числе которых работы И.А. Чарного, Б.Ф. Лямаева, Д.Н. Попова, Д.А. Фокса, Б.Ф. Гликмана, Н.М. Беляева, Н.П. Белика, Э.В. Венгерского, Д.А. Полухина и др. [2 – 11]

Особый всплеск внимания к исследованиям в данном направлении произошел в связи с развитием ракетно-космической техники в части разработки пневмогидравлических систем жидкостно-ракетных маршевых двигателей и управляющих двигателей малой тяги.

Широкий круг вопросов возникает при расчетном обосновании конструктивных и режимных параметров системы управления движением космического аппарата или верхней ступени ракетыносителя с помощью реактивных двигателей малой тяги (ДМТ). Это связано со следующими обстоятельствами:

- сложная пространственная конфигурация топливных трубопроводов и большое количество двигателей;
- -режимы работы двигателей определяются возмущениями, действующими на летательный аппарат при его полете:
- количество конструктивных элементов (линейных участков, клапанов, жиклеров, разветвлений) исчисляются десятками, даже при минимальном количестве ДМТ равном восьми;
- эффективная работа системы управления полетом летательного аппарата с минимальными энергозатратами обеспечивается импульсами тяги ДМТ с продолжительностью, не превышающей 10 – 40 мс.:
- характерные времена гидродинамических, механических и электрических процессов сопоставимы между собой и близки к длительности управляющих импульсов тяги; так, времена распространения гидроударных возмущений составляют 10 20 мс, а времена срабатывания применяемых электроуправляемых топливных клапанов многократного действия имеют порядок 20 30 мс.
- при использовании газонасыщеного топлива с образованием газожидкостных потоков времена распространения гидроударных возмущений в магистралях одного из топливных компонентов по отношению к возмущениям в магистралях другого компонента могут отличаться в 5-10 раз.

Эти факторы в совокупности оказывают существенное влияние на величину и форму управляющих импульсов тяги и, в конечном счете, на энергетическую эффективность управляющих ДМТ.

Целью данной работы является анализ проблемных вопросов и описание методики расчета функционирования в системе двухкомпонентных управляющих ракетных двигателей, состоящей из двух индивидуальных разветвленных трубопроводных систем, соединяемых между собой в отдельные промежутки времени через объемы камер сгорания.

#### 1. Проблемные вопросы при расчете неустановившихся процессов в сложных трубопроводных системах

При постановке и численном решении задачи о нестационарном течении жидкости в реальных гидравлических системах необходимо учитывать следующие проблемы.

1. Скорость распространения волны гидравлического удара (ударной волны) может изменяться по различным участкам в соответствии с формулой Жуковского в зависимости от диаметра, толщины стенки и материала труб.

Дальнейшим развитием этой зависимости является учет газонасыщенности жидкости газами, что имеет место либо в силу технологической специфики функционирования гидросистемы (например, при добыче и транспортировке нефтегазовых сред), либо в силу преднамеренной газификации жидкости при использовании газового наддува емкостей с используемой жидкостью (например, топливные баки ракет для нормальной работы насосных агрегатов, при вытеснительном способе обеспечения движения жидкости по трубопроводной системе). Это приводит к тому, что при понижении давления на отдельных участках системы происходит выделение растворенного газа в виде пузырьков с образованием двухфазной газожидкостной среды, сжимаемость которой существенно уменьшается, что в соответствии с формулой Жуковского приводит к локальному падению скорости перемещения ударной волны.

Скорость распространения ударной волны в трубопроводе с газожидкостной средой при относительной объемной концентрации газовых пузырьков не более 2-3% может быть найдена по зависимости [10-12]

$$c_{\text{TM}} = \frac{c_{\text{M}}}{\sqrt{(1-\phi)^2 + \frac{\phi(1-\phi)\rho_{\text{M}}(c_{\text{M}})^2}{kp} + \frac{E_{\text{M}}D}{E_{\text{TD}}\delta}}}, \quad (2)$$

где  $\rho_{\text{ж}}$  – плотность жидкости;

 ф – объемная концентрация выделившегося в жидкость газа;

р – давление в жидкости;

k – показатель адиабаты газа, растворенного в жидкости.

Зависимость (2) подтверждена экспериментально на различных жидкостях и газах и свиде-

тельствует о сильном влиянии объемной концентрации на величину скорости звука газожидкостной среды. Так, наличие в потоке воды газовой фазы при нормальных условиях с относительной объемной концентрацией 1% снижает скорость распространения возмущения до 118 м/с, т.е. до величины примерно в 3 раза меньшей, чем в газовой среде и более чем в 10 раз меньшей, чем в жидкости. В связи с этим построение расчетного алгоритма должно учитывать появление в расчетной области участков со значительно сниженной скоростью звука.

При отсутствии газа в жидкости (  $\phi = 0$  ) формула (2) переходит в формулу Жуковского для скорости звука в трубопроводе.

2. Определение гидравлического сопротивления трения при расчете неустановившихся режимов течения является в настоящее время открытым вопросом. Об этом свидетельствуют результаты многочисленных экспериментов по гидравлическому удару в простом трубопроводе, показывающие, что использование гипотезы квазистационарности дает достаточно хорошее согласование величины и формы первого пика ударной волны, а расчет последующих пиков, обусловленных отражением и переотражением ударных волн, существенно отличается от экспериментальных данных. В работе [13] предложен метод учета влияния предистории нестационарного процесса течения на величину коэффициента гидравлического сопротивления, справедливый для условий ламинарного течения. Результаты экспериментальных исследований гидравлического сопротивления пульсирующих потоков в режимах турбулентных течений имеют противоречивый характер и не дают однозначного ответа о границах использования квазистационарных моделей для расчета гидравлических потерь.

В случае газожидкостного потока эта проблема даже в рамках гипотезы о квазистационарности усложняется зависимостью гидравлического сопротивления от объемной концентрации газа, размеров газовых пузырьков, находящихся на внутренней поверхности трубопровода и миграции их в движущейся жидкости. Опираясь на результаты экспериментов, в [10, 11] предложена зависимость предельного радиуса газового пузырька

$$r_{\rm II} \approx \frac{0.48\sigma}{\lambda \rho_{\rm W} V_{\rm W}^2}$$
,

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения жидкости;

 $\lambda$  — коэффициент гидравлического сопротивления трения.

Полагая, что диаметр пузырька равен величине шероховатости, коэффициент  $\lambda_{\Gamma m}$  в соответствии с формулой Прандтля-Никурадзе может быть найден

из соотношения

$$\lambda_{\Gamma \mathcal{K}} = \left[ (1,74 + 2\lg \left( \frac{\lambda_{\Gamma \mathcal{K}} D\rho_{\mathcal{K}} V_{\Gamma \mathcal{K}}^2}{1,92\sigma} \right) \right], \qquad (3)$$

где  $V_{\text{гж}}$  – скорость газожидкостной среды.

Гидравлическое сопротивление газожидкостного потока в квазистационарных условиях определяется по зависимости, справедливой для условий  $\rho_{\Gamma} << \rho_{\infty}$  и  $\phi_{\Gamma} << 1$ 

$$\Delta p_{\Gamma M} \approx \lambda_{\Gamma M} \frac{L}{2D} \frac{\rho_{M} V_{\Gamma M}^{2}}{(1-\phi)}$$

Аналогичным образом рассчитываются гидравлические потери и на местных сопротивлениях. Хотя экспериментальные данные показывают, что коэффициент местного гидравлического сопротивления газожидкостного потока может намного превышать его значение для чисто жидкостного потока. Так, коэффициент гидравлических потерь при повороте двухфазного потока в 6-7 раз превышает его значение для однофазного течения, если за поворотом оказывается вертикальный или наклонный участок [12].

Коэффициент динамической вязкости газожидкостной смеси, который необходимо знать для определения числа Рейнольда, в приближении ячеечной модели может быть найден в соответствии с данными [10] по зависимости

$$\mu_{\text{\tiny FWK}} = \mu_{\text{\tiny 3K}} \left[ 1 + \frac{5\overline{\mu} + 2 - 21/5 \phi^{2/3} - 4/5(\overline{\mu} - 1)\phi^{7/3}}{2(\overline{\mu} + 1) - 7\overline{\mu}\phi^{5/3} + 5(\overline{\mu} - 2)\phi^{7/3}} \phi \right],$$

где  $\mu_{\mathbf{ж}}$  - коэффициент динамической вязкости жид-кости;

$$\overline{\mu} = \mu_{\Gamma}/\mu_{\mathcal{K}}$$

При  $\overline{\mu} >> 1$  эта зависимость имеет вид

$$\mu_{\text{\tiny FWK}} = \mu_{\text{\tiny KK}} \left[ 1 + \frac{2 - 21/5 \phi^{2/3} + 4/5 \phi^{7/3}}{2 - 10 \phi^{7/3}} \phi \right].$$

- 3. Явление провала давления по окончании первой фазы гидроудара может вызвать разрыв сплошности потока. Этот эффект имеет место в случае, если минимальное значение давления провала оказывается по абсолютной величине ниже атмосферного. Физически это невозможно в силу того, что при давлении ниже давления насыщенных паров жидкость вскипает с образованием кавитационной области, наполненной парами жидкости. Обычно эта область образуется вблизи запорного устройства, хотя при определенных не исключено ее возникновение в тупиковых трубопроводах. Используя подход [3], при численном решении задачи можно выявить эти области.
- 4. Динамика регулирующих органов (клапанов, редукторов) играет существенную роль при расчете гидравлических систем, работающих в импульсных

режимах, когда длительность рабочего импульса сопоставима со временем срабатывания клапана. В гидравлических системах космической техники широко применяются электроуправляемые клапаны. Использование таких клапанов с достаточно сложной функциональной связью между командным электрическим сигналом, величиной проходного сечения и соответствующим гидравлическим сопротивлением усложняют алгоритм расчета.

5. Математическое описание конфигурации сложной разветвленной гидравлической системы с переменной во времени структурой, обусловленной срабатыванием управляющих отсечных клапанов, является одним из этапов решения задачи о неустановившихся течениях жидкости в сложных разветвленных трубопроводных магистралях. Для этих целей возможно применение различных методов: использование графов [8], метода декомпозиции Лямаева [3, 4], метода авторов [14 – 16].

# 2. Особенности конструкции и режимов работы системы управляющих реактивных двигателей малой тяги

Количество двигателей и характер их размещения на летательном аппарате выбирается из условия обеспечения по каждой из осей управления, требуемых моментов сил тяги, равных по величине и противоположных по направлению. На практике для этих целей, с учетом максимального быстродействия, резервирования и решения ряда других полетных задач, используется от 8 до 20 двигателей.

Двухкомпонентные жидкостные реактивные двигатели малой тяги (ЖРДМТ), использующие в качестве окислителя азотный тетраксид, а в качестве горючего- несимметричный диметилгидразин, относятся к достаточно эффективным системам по суммарному импульсу и уровню тяги. Питание двигателей компонентами топлива осуществляется из собственных топливных баков, что обеспечивает высокую степень автономности их работы.

Стремление снизить «сухую» массу ракетыносителя, при условии использования одинаковых компонентов топлива, как для маршевого двигателя, так и для системы управляющих двигателей, приводит к поиску технического решения, основанного на использовании для работы управляющих двигателей топливных баков маршевого двигателя. При этом открываются дополнительные возможности для повышения суммарного импульса тяги ДМТ за счет значительно более полного использования, так называемых, «гарантийных остатков топлива» в топливных баках маршевого двигателя, используемых, в частности, для «пассивации» последних ступеней ракет-носителей (выработки остатков топлива,

сброса газа из пневмосистем, увода ступени с траектории). При этом должны быть учтены эффекты возможного газовыделения в компонентах топлива, обеспечивающих работу управляющих двигателей [17].

Особенности режимов работы (непрерывный, импульсный с различными сочетаниями включения, длительности импульсов и выключения), а также сложный пространственный характер топливных магистралей, изменяющийся в процессе работы (различное количество включаемых двигателей), предопределяют необходимость наличия математической модели, способной легко адаптироваться к любой конструктивной схеме управляющих двухкомпонентных двигателей и соответствующего стендового оборудования, обеспечивающего верификацию расчетных результатов. На различных этапах проектирования и эксплуатации управляющих двигателей используется различное расчетное и стендовое обеспечение [18]. В работах [14, 16] представлено взаимодействие математических моделей различного уровня и стендового методического обеспечения на основных этапах проектирования и эксплуатации управляющих двигателей, начиная от обоснования технического задания до летной эксплуатации.

Методическое обеспечение, представляющее собой комплекс математических моделей отдельных систем и стендового оборудования, после уточнения по результатам летных испытаний, служит для сопровождения эксплуатации данной системы при расчете запасов топлива на борту и организации оптимального управления.

Характерной особенностью систем ЖРДМТ является запаздывание включения и выключения двигателей по отношению к командным электрическим сигналам. Это обусловлено электрической и механической инерцией топливных клапанов [9, 14, 16]. В связи с этим, при больших интервалах между командными импульсными сигналами, каждое новое включение двигателя происходит в одинаковых условиях по массовому и тепловому состоянию в камере сгорания (КС). С уменьшением этих интервалов появляется связь между импульсами- сначала по тепловому состоянию КС, а затем и по остаточной массе продуктов горения в КС. При этом большое значение имеет степень одновременности срабатывания клапанов окислителя и горючего, определяющая текущее соотношение компонентов топлива, поступающих в КС, от которого, в свою очередь, зависит полнота сгорания компонентов топлива и тяговые характеристики двигателя.

Волновые процессы в трубопроводах с жидкими компонентами имеют характерные времена, сопоставимые со временами функционирования

управляющих двигателей. Учитывая различие в длинах питающих трубопроводов окислителя и горючего, волновые эффекты могут вызвать большие колебания в соотношении компонентов, что может приводить либо к провалу тяги, либо к забросу давления в КС [14].

Расчетные и экспериментальные данные свидетельствуют, что использование газонасыщенных компонентов топлива в диапазоне давлений, при которых возможно выделение газа и образование двухфазной газожидкостной среды искажает фронты ударных волн [19, 20], снижает пики давлений при гидроударах за счет снижения скорости распространения ударной волны и увеличения гидравлического сопротивления.

Однако при независимом течении компонентов топлива по индивидуальным магистралям из-за различия в свойствах растворимости газов и различия в уровнях давлений, обеспечивающих подачу компонентов, возможны случаи, когда в магистрали одного из компонентов топлива образовался газожидкостный двухфазный поток, а в магистрали другого компонента сохраняется чисто жидкостное течение. В итоге, на входе в камеру сгорания могут иметь место фазовые сдвиги пульсаций давлений и расходов каждой из компонент топлива существенно большие, чем в однофазных потоках за счет существенных различий в скоростях звука и несимметрии длин трубопроводов от баков каждого из компонент к конкретному двигателю. Это может привести к резким колебаниям давления в камере сгорания и снижению уровня тяги данного управляющего двигателя. Помимо влияния на алгоритм управления это приводит к снижению удельной тяги двигателя и нерациональному использованию запаса компонентов топлива. Кроме того, за счет миграции (всплывания) газовых пузырьков в трубопроводах, параллельных вектору ускорения аппарата, возможно образование газовых пробок в местах сужения диаметра трубопроводов, например, перед топливными клапанами, что приведет к задержке запуска двигателя или пропуску импульсных включений.

# 3. Математическая модель неустановившихся течений жидкости в сложной разветвленной трубопроводной системе. Уравнения и метод численного решения

Для исследования течений в трубопроводной системе ее конструктивная схема в соответствии с [14 – 16] должна быть подвергнута декомпозиции с выделением составных элементов. В общем случае система трубопроводов может быть представлена в виде набора простых трубопроводов (конструктивных участков), характеризующихся постоянными

геометрическими параметрами (диаметром, толщиной стенки, материалом), и набора сингулярных элементов (емкостей, клапанов, тройников и т.д.), которые могут трактоваться как сосредоточенные или распределенные на некотором участке трубопровода. Подобное разделение составных элементов системы позволяет общую задачу расчета течений разбить на более простые задачи: задачу о течениях на конструктивных участках трубопроводов и задачу о течениях в сингулярных элементах.

Решение этих задач в сечениях стыка составных элементов согласуется при помощи граничных условий, выражающих конкретные физические законы.

Для условий газонасыщенной жидкости полагается, что газовыделение всего растворенного газа в данном расчетном сечении происходит мгновенно. При превышении равновесного уровня давления в жидкости повторное растворение выделившегося газа также происходит мгновенно. Очевидно, что на участках трубопроводов, где произошло выделение газа и образование газожидкостной смеси вместо плотности жидкости должна использоваться плотность газожидкостной смеси, а коэффициенты гидравлических потерь рассчитываются в соответствии с зависимостью (3).

Течения сплошной среды с малыми дозвуковыми скоростями в разветвленной трубопроводной системе рассматриваются в гидравлическом приближении и описываются системой волновых уравнений для каждого из конструктивных участков трубопровода. Жидкость считается баротропной.

Система уравнений для конструктивных участков имеет вид [14-16]

$$\begin{cases} \frac{\partial p_{i}}{\partial t} + c_{i}^{2} \frac{\partial G_{i}}{\partial x} = 0; \\ \frac{\partial G_{i}}{\partial t} + \frac{\partial p_{i}}{\partial x} = \psi_{i} (p_{i}, G_{i}), \end{cases}$$
(4)

где x — координата по длине конструктивного участка трубопровода;

і – номер конструктивного участка;

 $p_i = p_i(x, t)$  – давление;

 $G_i = \rho_i U_i$  – удельный расход;

 $ho_i, U_i$  – плотность и скорость жидкости (газожидкости) в сечении х соответственно;

 $c_i$  – скорость распространения возмущений (скорость звука);

$$\psi_{i} = -\lambda_{i}G_{i}|G_{i}|(2D_{i}\rho_{i})^{-1};$$

 $\lambda_i$  ,  $\ D_i -$ коэффициент гидравлического сопротивления и диаметр трубопровода на i-ом участке.

Интегрирование системы (4) осуществляется

методом характеристик. В случае течения газонасыщенной жидкости с участками выделения газа и образования двухфазного потока, в отличие от [14 – 16] скорость звука, становится зависящей от величины текущего давления в каждом из расчетных сечений трубопровода. Это необходимо учитывать при построении алгоритма численного решения этих уравнений. При этом реализована схема метода характеристик с постоянным шагом по времени и интерполяцией значений функций давления, расхода и плотности в точках пересечения характеристик с координатой х, представленной на рис. 2 для внутренних расчетных узлов конструктивных участков.

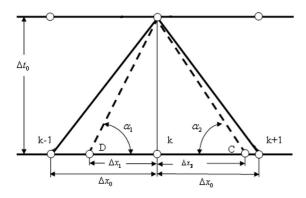


Рис. 1. Схема реализации метода характеристик при переменной скорости звука

В конечном виде расчетные формулы имеют вид

$$G_k^1 = \frac{R_D - R_C}{c_D + c_C}; \ p_k^1 = \frac{R_D c_C + R_C c_D}{c_D + c_C}.$$

где 
$$R_C = p_C - c_C G_C - \psi_C \Delta t_0 c_C$$

$$R_D = p_D + c_D G_D + \psi_D \Delta t_0 c_D;$$

Для чисто жидкостного течения для постоянной скорости звука интерполяция не проводится и расчетные точки C и D совпадают c точками k+1 и k-1 соответственно.

#### 4. Начальные и граничные условия

В начальный момент времени топливные магистрали считаются заполненными компонентами топлива до закрытых клапанов и находятся под давлением, равным давлению в соответствующих баках

Решения, получаемые на конструктивных участках трубопроводов, должны быть согласованы с решениями, найденными в сингулярных узлах. Такое согласование осуществляется на основе использования балансовых соотношений для расходов, скоростей, давлений и соотношений на характери-

стиках, исходящих из ближайших узлов на конструктивных участках, примыкающих к сингулярным узлам.

Граница конструктивного участка в общем случае может представлять собой стык с одним или несколькими трубопроводами, быть входным или выходным сечением трубопроводной системы. Для нахождения функций на этой границе можно составить систему нелинейных алгебраических уравнений, включающую соотношения на характеристиках, приходящих в расчетный узел на границе, уравнения баланса расходов и уравнений, определяющих гидравлические потери на границе. Количество соотношений на характеристиках определяется количеством трубопроводов, примыкающих к границе (при стыке двух трубопроводов - две характеристики, при стыке трех трубопроводов - три характеристики и т.д.). Данная система алгебраических уравнений является замкнутой. В случае отсутствия газовыделения и пренебрежения местными гидравлическими потерями количество уравнений сокращается, система уравнений становится линей-

Если граничная точка трубопровода соответствует тупику, то расчетные уравнения состоят из соотношения на положительной характеристике и условия равенства нулю расхода в тупиковом сечении

Если сингулярной точкой является стык трубопровода с источником давления (баком, насосом, питательным трубопроводом), уравнения для определения давления и расхода состоят из соотношения на отрицательной характеристике, приходящей в граничную точку из соседнего узла на предыдущем временном слое, и заданной функции давления от расхода, учитывающей возможное гидравлическое сопротивление.

Для граничной точки на выходе из трубопроводной системы имеется соотношение на положительной характеристике, приходящей из смежного узла предыдущего временного слоя, и заданная или определяемая в процессе счета функция давления от расхода с учетом гидравлического сопротивления.

При выходе в проточную реакционную емкость (например, в камеру сгорания, давление в которой зависит от количества поступающего топливного компонента через данное сечение трубопровода) давление в этой емкости определяется совместно с решением задачи о течении жидкости в трубопроводной системе.

Поскольку подача компонентов топлива в камеры сгорания регулируется с помощью электроуправляемых клапанов, находящихся непосредственно на головке камеры сгорания управляющего двигателя, математическая модель клапана должна входить как составная часть математической модели всей системы. При срабатывании клапана его детали, закрывающие или открывающие проходное сечение, перемещаются из одного фиксированного положения в другое. Срабатывание может быть однократным или многократным. Рассмотрим работу топливного электроуправляемого клапана. Схематически он представлен на рис. 2.

Процесс полного открытия клапана можно разделить на три этапа.

Первый этап, от момента времени t=0 (замыкание цепи обмотки электромагнита 1) до начала трогания якоря 2, характеризуется нарастанием тока в обмотке электромагнита до такой величины, при которой сила тяги электромагнита станет больше сил сопротивления пружины 3 и перепада давления на клапане 4.

Интервал времени от подачи напряжения на обмотку до трогания якоря называется временем трогания.

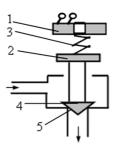


Рис. 2. Схема работы электроуправляемого топливного клапана

Второй этап характеризует движение якоря до упора (полное открытие клапана). Клапан, жестко связанный с якорем, отходит от седла 5, открывая проход для подачи жидкости (компонента топлива) в камеру сгорания. Суммарное время первого и второго этапов является временем срабатывания (открытия) клапана.

Третий этап характеризует выход электрических и магнитных параметров электромагнитного клапана на стационарные значения (положение якоря на упоре).

Процесс закрытия клапана также состоит из трех этапов.

Первый этап, от момента времени t=0 (снятие напряжения с цепи обмотки электромагнита с одновременным шунтированием ее некоторым омическим сопротивлением) до начала отпускания якоря, характеризуется падением тока в обмотке электромагнита до такой величины, при которой суммарная сила тяги электромагнита и перепада давления на клапане станет меньше силы упругости возвратной пружины. Интервал времени от снятия напряжения

с обмотки до начала движения якоря называется временем залипания якоря.

Второй этап характеризует движение якоря до посадки клапана на седло (полное закрытие клапана). Клапан, жестко связанный с якорем, полностью закрывает проход для подачи жидкости (компонента топлива) в камеру сгорания. Суммарное время первого и второго этапов является временем отпускания (закрытия) клапана.

Третий этап характеризуется выходом электрических и магнитных параметров электромагнитного клапана на нулевые значения (клапан находится на седле).

На первых и третьих этапах открытия и закрытия клапана необходимо решение уравнений, описывающих изменение электрических параметров обмотки электромагнита, которые определяют его тяговые усилия

$$U = IR + L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt},$$

где U – электрическое напряжение на обмотке;

 $I,\ R\ ,\ L-$  ток, омическое сопротивление и индуктивность обмотки электромагнита.

На вторых этапах открытия и закрытия клапана к уравнению, описывающему процессы в обмотке электромагнита, добавляются уравнения движения тарели клапана под действием электромагнитных сил  $F_{\rm эл}$  и механических сил  $F_{\rm mex}$  (давления и упругости возвратной пружины)

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = F_{3\pi} - F_{\text{Mex}} .$$

Подробное описание расчетного алгоритма работы электроуправляемого клапана представлено в [16].

Исходными данными для расчета динамики клапана являются: геометрия седла и тарели, определяющая функцию изменения величины проходного сечения; масса якоря и тарели; жесткость пружины; индуктивность обмотки электромагнита; омическое сопротивление обмотки; электрическое напряжение, подаваемое на обмотку.

Величина проходного сечения клапана в процессе открытия-закрытия определяет гидравлическое сопротивление и расход компонентов топлива в камеру сгорания. Давление в камере сгорания работающего двигателя, функционально зависящее от расхода и соотношения поступающих компонентов, является граничным условием на выходе топливных трубопроводов. Двигатели, отсеченные с помощью электроклапанов от системы питания, с математической точки зрения становятся тупиковыми трубопроводами.

Для математического описания процессов, протекающих в камере сгорания, используется среднеобъемная модель [9, 14-16]. При этом принимается допущение, что время от момента впрыска топлива до превращения его в продукты реакции (время запаздывания  $\tau_k$ ) считается постоянным и зависит от геометрических параметров камеры сгорания. Такое допущение позволяет рассматривать камеру сгорания как объем, наполненный газом, в котором в течение времени  $\tau_k$  в виде капель находится впрыснутое топливо. Полагается также, что продукты реакции топлива являются идеальным газом, температура, давление и газовая постоянная которого одинаковы как вдоль камеры, так и по ее радиусу.

Уравнение баланса массы в камере в каждый момент времени

$$\frac{dm_k}{d\tau} = G_{np} - G_k, \qquad (5)$$

где m<sub>k</sub> - масса продуктов реакции;

 $G_{np}$  – массовый приход газа в камеру;

 $G_k$  – массовый расход из камеры.

Расход газа из камеры сгорания определяется

$$G_k = A_n \frac{p_k F_{kp}}{\sqrt{R_k T_k}}, \tag{6}$$

где 
$$A_n = \sqrt{n \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}}$$
;

р<sub>к</sub> – давление в камере сгорания;

 $F_{kp}$  – площадь критического сечения сопла;

 $R_k$ ,  $T_k$  — газовая постоянная и температура продуктов реакции соответственно;

n – показатель политропы.

Работоспособность продуктов реакции  $R_k T_k$  можно считать известной кусочно-постоянной функцией коэффициента  $k = G_o/G_\Gamma$  на временном шаге численного решения системы (4).

Положив  $G_{np}=G_o(\tau-\tau_k)+G_r(\tau-\tau_k)$  , используя соотношение (6) и уравнение состояния продуктов реакции в камере сгорания

$$m_k = \frac{p_k V_k}{R_k T_k}$$

уравнение (5) приводится к виду

$$\frac{dp_k}{d\tau} + \Psi p_k = \frac{R_k T_k}{V_k} \left[ G_o(\tau - \tau_k) + G_r(\tau - \tau_k) \right], (7)$$

где 
$$\Psi = A_n \frac{F_{kp}}{V_{kr}}$$
;

 $V_k$  – объем камеры сгорания;

$$G_o(\tau\!-\!\tau_k), G_r(\tau\!-\!\tau_k)$$
 – приход в камеру сгора-

ния окислителя и горючего соответственно.

С приемлемой для практики точностью время запаздывания  $\tau_k$  для камер сгорания управляющих двигателей составляет порядка десятитысячных долей секунды.

Найденное значение  $p_k$  путем численного интегрирования уравнения (7) на интервале времени, равном шагу по времени в методе характеристик, используется в качестве граничного условия на выходе из трубопроводной системы для задачи о движении компонентов топлива в подводящих магистралях.

# 5. Формализованное описание конфигурации сложных трубопроводных магистралей

Для построения конечно-разностной сетки по координате и времени разветвленная пространственная трубопроводная система преобразуется к плоскому виду и представляется в виде матрицы размерности m × n. В этой матрице на местах элементов, соответствующих расчетным точкам трубопровода, стоят номера этих точек. Нумерация их может быть произвольной, но упорядоченной в пределах каждого из внутренних конструктивных участков.

В зависимости от значений элементов матрицы, находящихся в окрестности расчетной точки, она классифицируется либо как регулярная (находящаяся внутри конструктивного участка), либо как граничная или сингулярная (выход из бака, вход в камеру сгорания двигателя малой тяги, сечение тупикового трубопровода, стык трубопроводов, клапан, жиклер и др.).

На рис. 3 приведен пример простейших разветвленных трубопроводных системы и матриц, описывающей, применительно к магистралям, питание двухкомпонентного управляющего двигателя,

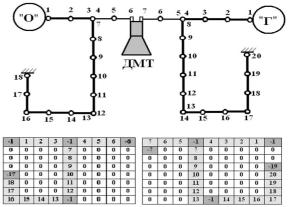


Рис. 3. Пример разветвленных трубопроводных систем (количество расчетных точек для наглядности существенно уменьшено)

наглядно поясняющий способ классификации расчетных точек.

Классификация расчетных точек проводится по величине суммы значений в окрестности рассматриваемой точки. Для особых (сингулярных) точек в их окрестности вводятся некоторые фиктивные точки (отрицательные), выделенные в матрицах темным фоном, которые позволяют отнести расчетную точку к тому или иному классу и проводить расчет по зависимостям, характерным для точек данного класса. Окрестность любой точки состоит из четырех смежных точек.

Любая расчетная точка k классифицируется как регулярная, если ее значение определяется по элементам матрицы в ее окрестности как k=(k-1+0+k+1+0)/2. Например, расчетная точка 2 классифицируется как регулярная, поскольку сумма элементов ее окрестности (3+0+1+0)/2 дает значение 2 (окрестность точки за пределами матрицы принимается равной 0).

Расчетной точке, соответствующей выходу из бака (входу в систему) присваивается номер 1 и она классифицируется как сингулярная, за счет введения фиктивной точки -1, что обеспечивает сумму точек в ее окрестности (0+2+0-1=1).

Расчетной точке 6, соответствующей входу в КС ДМТ по окислителю, за счет фиктивной точки - 6, окрестность (-6+0+5+0) дает значение -1, взятое по модулю, что соответствует двигателю №1 (если бы фиктивная точка имела значение -7 то, это соответствовало бы двигателю №2).

Расчетной точке k=18, соответствует окрестность, состоящая из элементов матрицы (16-16+0+0=0), что классифицируется как конечное сечение тупикового трубопровода.

В сечении, соответствующем стыку двух, трех и четырех трубопроводов или любому сосредоточенному местному сопротивлению, в матрицу вводится фиктивная отрицательная расчетная точка (например -1).

Такой порядок нумерации окрестностей расчетных точек позволяет легко трансформировать систему. Например, чтобы превратить тупик (сечение 18) во вход в двигатель № 3 достаточно фиктивную расчетную точку -17 заменить на -20 и наоборот- вход в двигатель № 1 превратить в тупик, заменив фиктивную точку -6 на точку -5.

Ниже рассмотрена задача о течениях компонентов топлива в жидкостно-реактивной системе управления движением верхней ступени ракетыносителя [14 – 16], схематически изображенной на рис. 4, с моделированием условий гидроударных возмущений на входе; газовыделения, импульсных и непрерывных режимов работы управляющих ракетных двигателей малой тяги (ДМТ) с учетом динами-

ки работы электроуправляемых топливных клапанов

Питание системы может осуществляться из автономных баков или баков маршевого двигателя (как изображено на рис.4).

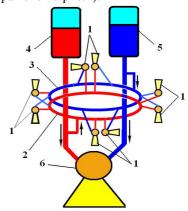


Рис. 4. Схема питания двухкомпонентных управляющих двигателей:

1 — управляющие ДМТ; 2, 3 — коллекторы горючего и окислителя; 4, 5 — баки горючего и окислителя, 6 — маршевый двигатель

# 5. Анализ влияния конструктивных и режимных параметров на функционирование системы ЖРДМТ

Особенности функционирования ЖРДМТ для конкретных систем, выявленные с использованием методического обеспечения, описаны в работах [14 – 16, 19, 20]. В качестве иллюстрации, ниже приведены результаты исследования особенностей функционирования системы питания двухкомпонентных управляющих двигателей, представленной на рис. 4. Расчеты проведены при введении 75 расчетных сечений по каждой из топливных магистралей (рис. 3) и полной схемы с дискретизацией по 400 сечениям с учетом различных факторов, описанных выше.

На рис. 5. приведено изменение давления в камере сгорания для модельной (упрощенной, укороченной) системы, причем часть магистралей с выключенными двигателями моделируются тупиковыми трубопроводами. Рис. 5а иллюстрирует запуск двигателя при постоянном давлении на входах в топливную систему, причем кривая 1 соответствует условиям без образования газожидкостных потоков по обоим компонентам, а кривая 2 – с образованием газожидкостных потоков по обоим компонентам. Приведенные данные показывают более медленный выход двигателя на установившийся режим, связанный со снижением скорости звука в двухфазном потоке.

Результаты расчетов, приведенные на рис. 56 иллюстрируют влияние гидроударных возмущений

на входах в топливные магистрали (провал давления по окислителю 2,5 бара, по горючему 1,3 бара и последующий гидроударный бросок давления по окислителю 20,7 бара, по горючему 11,8 бара) на давление в камере сгорания.

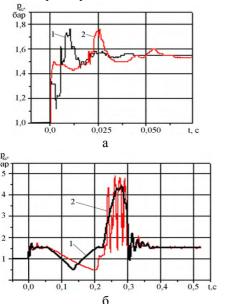


Рис. 5. Влияние газовыделения в топливных компонентах при постоянном давлении и при гидроударных возмущениях на входах в магистрали

В случае отсутствия газовыделения в компонентах топлива (кривая 1), давление в КС практически отслеживает характер возмущений на входах, а в случае газовыделения в горючем и отсутствии газовыделения в окислителе (кривая 2), имеют место пульсации давления в КС, обусловленные существенным различием скоростей движения волновых возмущений.

На рис. 6 представлены результаты расчетов для полной системы без газовыделения при наличии гидроударных входных возмущений для максимального количества работающих двигателей, причем, часть из них работают в непрерывном режиме, а часть в импульсном, без учета динамики топливных клапанов и с учетом конечности времени срабатывания клапана. Для двигателей в непрерывном режиме (рис. 6а) картина изменения давления в КС близка к результатам по упрощенной схеме, некоторые пульсации давления, наложенные на ход кривой давления, обусловлены влиянием работы двигателей в импульсном режиме, а время срабатывания топливных клапанов (порядка 25-30 мс) практически не имеет значения. Для двигателей, работающих в импульсном режиме (рис. 6б) при длительности импульса порядка 40 мс, влияние конечности времени срабатывания клапанов (красная линия) появляется в искажении формы и длительности импульса. Для более коротких командных импульсов клапан открывается неполностью, что приводит к еще более существенным искажениям импульса тяги и уменьшению эффективности двигателя.

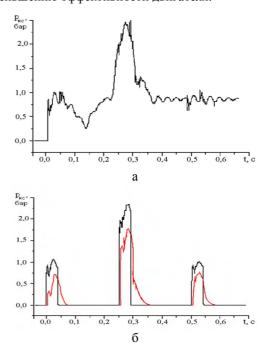


Рис. 6. Влияние гидроударных возмущений на входах в магистрали на импульсные и непрерывные режимы работы двигателей с учетом динамики электроуправляемых клапанов.

#### Заключение

Проанализированы проблемные вопросы, решение которых необходимо при разработке математических моделей неустановившихся течений жидкости в сложных трубопроводных системах, сопровождающихся гидроударными процессами.

Описаны разработанные методы математического моделирования различных режимов работы систем управляющих жидкостно-реактивных двигателей космических аппаратов и верхних ступеней ракет-носителей, конструктивные особенности магистралей питания управляющих двигателей; распределенные и сосредоточенные (местные) гидравлические сопротивления; конструктивные, электромагнитные и гидравлические характеристики топливных клапанов; работоспособность продуктов горения.

Это позволяет проводить отработку управляющих двигателей на стадии проектирования с целью выбора оптимального варианта конструкции.

#### Литература

1. Жуковский, Н.Е. О гидравлическом ударе в водопроводных трубах [Текст] / Н.Е. Жуковский. – М.-Л.: Гостехиздат, 1949. – 103 с.
2. Чарный, И.А. Неустановившееся движение

2. Чарный, И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах [Текст] / И.А. Чар-

ный. – М.: Недра, 1975. – 294 с.

3. Лямаев, Б.Ф. Стационарные и переходные процессы в сложных гидросистемах. Методы расчета на ЭВМ [Текст] / Б.Ф. Лямаев, Г.П. Небольсин, В.А. Нелюбов. – Л.: Машиностроение, 1978. – 192 c.

4. Лямаев, Б.Ф. Применение современных информационных технологий при расчете гидравлического удара в системах водоснабжения [Электронный ресурс] / Б.Ф. Лямаев, Г.Г. Крицкий, Г.Л. Никитин. – Режим доступа:

http://www.politerm.com.ru/articles/waterhammer.htm — 24.11.2005 г.

5. Попов, Д.Н. Нестационарные гидродинамические процессы [Текст] / Д.Н. Попов. — М.: Машиностроение, 1982. — 239 с. 6. Фокс, Д.А. Гидравлический анализ неустано-

6. Фокс, Д.А. Гиоривлический инализ неустановившегося течения в трубопроводах [Текст]: пер. с англ. / Д.А. Фокс. — М.: Энергоиздат, 1981. — 248 с. 7. Каракулин, Е.А. Новые методы и устройства трубопроводных систем [Текст] / Е.А. Каракулин. — Нальчик: Изд-во КБНЦ РАН, 2008. — 227 с. 8. Гликман, Б.Ф. Автоматическое регулироватия.

ние жидкостных ракетных двигателей [Текст] / Б.Ф. Гликман. – М.: Машиностроение, 1989. – 296 с

Б.Ф. Гликман. — М.: Машиностроение, 1989. — 296 с 9. Беляев, Н.М. Реактивные системы управления космических летательных аппаратов [Текст] / Н.М. Беляев, Н.П. Белик, Е.И. Уваров. — М.: Машиностроение, 1979. — 232 с. 10. Венгерский, Э.В. Гидродинамика двухфазных потоков в системах питания энергетических установок [Текст] / Э.В. Венгерский, В.А. Морозов, Г.П. Усов. — М.: Машиностроение, 1982. — 128 с.

установок [Текст] / Э.Б. Венгерский, Б.А. Морозов, Г.Л. Усов. – М.: Машиностроение, 1982. – 128 с. 11. Полухин, Д.А. Отработка пневмогидросистем двигательных установок ракет-носителей и космических аппаратов с ЖРД [Текст] / Д.А. Полухин, В.М. Орещенко, В.А. Морозов. – М.: Машиностроиция 1087 247 с. строение, 1987. – 247 с.

12. Кутателадзе, С.С. Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах [Текст] / С.С. Кутателадзе, В.Е. Накоряков. — Новосибирск: Наука,

1984. – 301 с. 13. Зилке. Трение, зависящее от частоты, при

неустановившемся течении в трубопроводе [Текст] / Зилке // Теоретические основы инженерных расчетов. — 1968. — №1. — С. 120 — 127.

14. Timoshenko, V. I. Methodical support of devel-

opment of increased safe life propulsion systems of a small thrust [Text] / V.I. Timoshenko, M. I. Koshkin, J. V. Knyshenko // 52nd International Astronautical Congress 1-5 Oct., 2001. — Toulouse, France, 2001. — P. 78 - 80.

15. Кнышенко, Ю.В. Математическая модель течений сплошной среды в разветвленных трубопроводных системах [Текст] / Ю.В. Кнышенко // Всеукраїнська наукова конференція (23-25 квітня 2001 р.) "Математичні проблеми механіки": Тези доповідей. — Дніпрод технічної Дніпродзержинськ,

2001. – С. 48. 16. Тимошенко, В.И. Расчетно-экспериментальное обеспечение разработки реактивных двигательных установок малой тяги [Текст] / В.И. Тимошенко, Ю.В. Кнышенко, М.И. Кошкин // Техническая механика. — 2005. — N22. — C. 50 — 64.

17. Математическая модель процесса образования несплошности в потоке жидкости [Текст] / В.Л. Джеппа, А.А. Дубровский, М.П. Сало, М.И.Кошкин // Авиационно-космическая техника и технология. — 2006. — №9(35). — С. 104 — 107. 18. Кокорин, В.В. Комплексная оптимизация

двигательных установок систем управления [Текст] / В.В. Кокорин, Н.Б. Рутовский, Е.В. Соловьев. — М.: Машиностроение, 1983. — 184 с.

19. Тимошенко, В.И. Влияние газонасыщенности жидкости на неустановившиеся процессы течения в трубопроводных системах [Текст] / В.И. Тимошенко, Ю.В. Кнышенко // Техническая механика. – 2010. – № 4. – С. 34 – 43. 20. Тимошенко, В.И. Особенности неустано-

вившихся течений газонасыщенных жидкостей в сложных трубопроводных системах [Текст] В.И. Тимошенко, Ю.В. Кнышенко // Модели и методы аэродинамики: тез. докл. Одиннадцатой международной школы-семинара 5-10 июня 2011 г. — Евпатория, 2011. — С. 167 — 168.

Поступила в редакцию 22.07.2012

Рецензент: д-р техн. наук, вед. научн. сотр. Ю.А. Кваша, Институт технической механики НАН Украины и НКА Украины, Днепропетровск

#### НЕСТАЛІ ТЕЧІЇ РІДИНИ У СКЛАДНИХ РОЗГАЛУЖЕНИХ ТРУБОПРОВІДНИХ СИСТЕМАХ В.І. Тимошенко, Ю.В. Книшенко

Розглянуто проблемні питання, що виникають при розрахунку несталих течій рідини в складних розгалужених трубопровідних системах, пов'язані зі змінністю швидкості поширення збурювань для газонасичених рідин, нестаціонарним гідравлічним опором, розривами суцільності, впливом роботи відсічних клапанів, зміною структури проточної системи. Описано математичну модель системи рідинних реактивних двигунів малої тяги, що забезпечує керування польотом космічного апарата або верхнього ступеня ракети-носія, що включає розрахункові модулі течій компонентів палива в живильних магістралях, динаміки електроке-

рованих паливних клапанів і термогазодинамічних процесів у камерах згоряння. **Ключові слова:** трубопровід, двигун малої тяги, камера згоряння, математична модель, швидкість ударної хвилі, гідравлічний удар.

#### UNSTREADY FLUID FLOWS IN COMPLEX MANIFOLD SYSTEMS

#### V.I. Tymoshenko, Yu.V. Knyshenko

We consider problems arising in the analysis of unsteady fluid flows in complex manifold systems from the variability of perturbation propagation velocity for gas-saturated liquids, unsteady hydraulic resistance, discontinuities, the effect of shutoff valve operation, and a change in the structure of the flow system. A mathematical model of a system of liquid-propellant thrusters is presented. The model provides the control of spacecraft or launch vehicle top stage flight and includes modules for the calculation of propellant component flows in the feed pipelines, the dynamics of electrically operated propellant valves, and thereages dynamics are accessed in in the feed pipelines, the dynamics of electrically operated propellant valves, and thermogas dynamic processes in the combustion chambers

**Keywords:** pipeline, thrusters, combustion chamber, mathematical model, shock wave velocity, hydraulic im-

**Тимошенко Валерий Іванович** – д-р физ.-мат. наук, профессор, член-корр. НАНУ, заведующий отделом, Институт технической механики НАН Украины и НКА Украины, Днепропетровск, Украина, e-mail:

vitymoshenko@nas/gov.ua

Кнышенко Юрий Викторович – канд. техн. наук, старший научный сотрудник, Институт технической механики НАН Украины и НКА Украины, Днепропетровск, Украина, e-mail: knyshenko@ukr.net

УДК 629.735.45; 629.7.026.55; 629.7.035.5

#### В.О. ШЛАПАЦЬКИЙ, Ю.І. МИРГОРОД, В.А. БЕРДОЧНИК

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Україна

#### ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ВЕРТОЛІТНОГО РУЛЬОВОГО ГВИНТА РІЗНИХ ФОРМ

На основі числового метода, який поєднує підходи вихрової лопатевої теорії та теорії елемента лопаті, проведено числове моделювання роботи рульових гвинтів різних форм для транспортного вертольота. Виявлено особливості та встановлено закономірності поведінки аеродинамічних характеристик рульових гвинтів різних форм в звичайних умовах роботи та умовах впливу вітру різного напрямку та швидкості на режимі висіння вертольоту. Встановлено, що при швидкості вітру 10 м/с, за значенням якої накладається обмеження на режим висіння транспортного вертольота, альтернативний рульовий гвинт типу "ножиці", на відміну від трилопатевого рульового гвинта, не втрачає своєї аеродинамічної ефективності.

Ключові слова: числове моделювання, аеродинамічні характеристики, рульовий гвинт, вертоліт

#### Вступ

На сьогоднішній день розвиток вертольотів авіаційного парку України цілком визначається їх модернізацією. Одним з напрямків модернізації обрано встановлення на вертольотах силової установки вітчизняного виробництва типу ТВ3-117ВМА-СБМ1В більшої потужності [1].

Заміна силової установки вертольота має за мету підвищення льотно-технічних характеристик вертольотів, значень статичної та практичної стель літальних апаратів даного типу та значень вантажопідйомності вертольотів. Але внаслідок заміни силової установки є імовірність виникнення проблеми дефіциту аеродинамічної ефективності рульового гвинта (РГ) вертольота на великих висотах або в умовах жаркого клімату, особливо на режимі висіння вертольота, що може призвести до можливості втрати керованості вертольотом [2].

Метою статті є виявлення особливостей та встановлення закономірностей зміни аеродинамічних характеристик вертолітного РГ різних форм в залежності від геометричних та кінематичних параметрів в звичайних умовах роботи та в умовах бічного вітру за допомогою числового моделювання.

#### Аналіз стану питання

Серед способів підвищення аеродинамічної ефективності РГ можна виділити наступні:

- 1) збільшення заповнення рульового гвинта;
- 2) збільшення окружної швидкості кінцевих перерізів лопатей рульового гвинта;
- 3) встановлення гвинта в профільованому кільцевому каналі з поперечною віссю.

Для таких способів підвищення аеродинамічної

ефективності рульового гвинта характерними  $\varepsilon$  наступні недоліки:

- збільшення заповнення рульового гвинта призводить до значного зростання навантажень в системі керування гвинтом [3];
- збільшення окружної швидкості рульового гвинта призводить до суттєвого збільшення шуму, що створюється рульовим гвинтом [4];
- застосування в конструкції вертольота рульового гвинта типу "фенестрон" має характерні недоліки збільшення маси конструкції хвостової балки і кіля, складності конструкції та обслуговування, збільшення необхідної потужності для приводу рульового гвинта такого типу [5].

Враховувати взаємовплив окремих елементів несучої системи вертольота дозволяє вихрова теорія. Вихрова теорія дає можливість достатньо коректно розрахувати взаємний індуктивний вплив гвинтів, що входять до складу несучої системи вертольота, визначити як постійні, так і змінні аеродинамічні навантаження на лопать. В 1912 — 1918 роках М.Є. Жуковський заклав основи вихрової теорії гвинта-носія вертольота. У своєму класичному труді "О присоединенных вихрях" Жуковський вперше показав зв'язок між величиною перемінної циркуляції швидкості, взятої по контурах, що охоплюють перерізи лопаті, і змінною за радіусом і часом величиною підіймальної сили.

#### Постановка задачі дослідження

Об'єктом дослідження є процес взаємодії рульового гвинта транспортного вертольота масою до  $13\,000\,\mathrm{kr}$  з оточуючим середовищем.

Розглядаються різні форми рульового гвинта:

- класичний трилопатевий РГ транспортного

вертольота;

— РГ типу "ножиці" Н-форми (тобто конфігурації, коли лідируючою (за напрямком обертання) є лопать нижнього за напрямком тяги модуля) при значенні кута "ножиців"  $\Delta\Theta=30^{\circ}$ .

Для гвинтів виконується умова збереження значення коефіцієнта заповнення гвинта  $\sigma = (k_\pi \cdot F_\pi)/F_{pr} \ (де \ k_\pi - кількість лопатей гвинта, \\ F_\pi - площа лопаті в плані, <math>F_{pr} - площа, що омивається рульовим гвинтом). Його значення обирається <math display="block">\sigma = 0.132 \ .$ 

Лопаті гвинтів мають прямокутну форму в плані, нульове геометричне кручення вздовж радіусу, постійний за радіусом аеродинамічний профіль NACA-23012 [6]. Під час моделювання впливу вітру на роботу рульового гвинта використовується припущення оберненості руху в аеродинаміці. Тобто проводиться моделювання прямолінійного та рівномірного руху центру мас несучої системи транспортного вертольота відносно середовища, що її оточує (рис. 1), зі швидкістю, що дорівнює швидкості вітру.

Рух центру мас вертольота відносно середовища визначається наступними величинами:

- лінійною швидкістю центру мас  $\vec{\mathbf{V}}_0$  та його прискоренням  $\vec{\mathbf{W}}_0$  ;
- кутовою швидкістю центру мас  $\vec{\Omega}_0$  та його прискоренням  $\vec{\dot{\Omega}}_0$  .

Рух лопатей відносно осі обертання гвинтаносія визначається кутовою швидкістю  $\vec{\alpha}_1$ , а лопатей РГ вертольота — кутовою швидкістю  $\vec{\alpha}_{0\bar{a}}$ .

Напрямок вітру обирався таким чином, що під кутом 270 градусів до несучої системи підходить вітер з правого боку за напрямком прямолінійного польоту, під кутом 90 градусів — з лівого боку, 0 градусів відповідає підходу вітру з носової частини вертольота.

#### Реалізація поставленої задачі

Лопаті рульового гвинта та гвинта-носія вертольота розглядаються у вигляді тонких несучих поверхонь, які задаються як функції координат та часу Si (x,y,z,t) = 0, де і — номер лопаті. Кожна точка несучої поверхні представляється у вигляді радіусавектора  $\vec{\mathbf{r}}$ , та подається залежністю

$$\vec{r} = f(\psi_{\pi}, \beta_{\pi}, \xi_{\pi}, \varphi_{\pi}),$$

де  $\psi_\pi-$  кут азимутального положення лопаті,  $\beta_\pi-$  кут змаху лопаті,  $\xi_\pi, \phi_\pi-$  кути хитання та установки лопатей.

Вектор абсолютної швидкості  $\vec{u}(\vec{r}, \tau)$  часток рідини у рухомій системі координат, пов'язаний з

цією поверхнею, уявляє собою геометричну суму незбуреної (чи переносної)  $\vec{W}^*$ , та збуреної швидкості обтікання  $\vec{V}(\vec{r},\tau)$ . Вектор незбуреної швидкості обтікання  $\vec{W}^*$  визначається як взята з протилежним знаком геометрична сума векторів швидкості рухомого початку координат  $\vec{V}_0$ , обертального руху  $\vec{\Omega} \times \vec{r}$  та вектора відносної швидкості переміщення точки у рухомій системі координат.

Вважаючи поле збурених швидкостей  $\vec{v}(\vec{r},\tau) = \vec{u}(\vec{r},\tau) - \vec{W}^*$  потенційним усюди, за виключенням тонких несучих поверхонь Si, якими моделюються аеродинамічні поверхні та поверхонь вихрових шарів  $\sigma$ іј, тобто  $\vec{v}(\vec{r},\tau) = \nabla \phi(\vec{r},\tau)$ , можна записати рівняння нерозривності для потенціалу збурених швидкостей  $\Delta \phi = 0$ , де  $\Delta$  – оператор Гамільтона, яке  $\varepsilon$  виконанням умови збереження маси стосовно нестисливої рідини.

Для знаходження швидкості в будь-якій точці навколо рульового гвинта необхідно знайти потенціал швидкостей, що задовольняє рівнянню Лапласа та наступним граничним умовам:

- на непроникних несучих поверхнях умові непротікання, яка у зв'язаній з Si системі координат полягає в рівності нулю нормальних складових швидкості рідини;
  - на нескінченності умові убувань збурень;
- на п вільних вихрових пеленах  $\sigma_{ij}$ , j=1...n, кінематичній умові сумісності течії (безперервності нормальної компоненти швидкості на  $\sigma_{ij}$ ) і умові відсутності перепаду тиску.

Граничні умови доповнюються початковою умовою про величину циркуляції швидкості, що взята по будь-якому контуру, який охоплює несучі поверхні та вихровий слід. При моделюванні нестаціонарних процесів початковою умовою обирається такий стан системи, коли повністю відсутня взаємодія несучих поверхонь із середовищем, тобто дорівнює нулю переносна швидкість. В такому разі циркуляція швидкості, що взята по контуру, який охоплює розрахункову схему буде дорівнювати нулю. Рівність циркуляції швидкості по контуру, який охоплює розрахункову схему і вихровий слід, її початковому нульовому значенню є виконанням теореми Кельвіна про незмінність за часом циркуляції швидкості –  $\Gamma$ , що взята по будь-якому замкненому контуру у баротропній нев'язкій рідині.

Рішення поставленої задачі знаходиться за допомогою потенціалу подвійного шару. На поверхнях, якими моделюються елементи несучої системи вертольота та вихровий слід розташовується шар диполів швидкістю  $\gamma(\vec{r},\tau)$ ,  $\vec{r} \in S_i$ . Практична реалізація інтегрального рішення для потенціалу збурених швидкостей здійснена для моделювання обтікання РГ на ЕОМ шляхом переходу від безперервних за часом та простором процесів до їх дискретних аналогів [7, 8].

Дискретизація за часом полягає у тому, що граничні умови змінюються стрибкоподібно у розрахункові проміжки часу, для яких розраховуються параметри потоку. Дискретизація у просторі полягає у заміні безперервно розподіленого шару диполів системою чотирикутних площадок, в межах яких швидкість диполів постійна. Площадка з безперервно розподіленим шаром диполів постійної швидкості гідродинамічно еквівалентна замкненій вихровій рамці з постійною, за периметром цієї площадки, циркуляцією. Інтегральне рішення для потенціалу та швидкості у будь-якій точці простору можна представити як суму потенціалів від окремих вихрових рамок несучих поверхонь.

Крайова задача зводиться до розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь, за допомогою яких знаходяться невідомі циркуляції приєднаних вихорів. Після визначення положення і напруженості вихрових рамок, що моделюють аеродинамічні поверхні і вихровий слід, визначається швидкість і потенціал швидкості у будь-якій точці простору. Інформація про швидкість обтікання перерізів лопатей дає змогу визначити місцеві кути атаки перерізів, що дозволяє поєднати в числовому методі підходи квазістаціонарної вихрової теорії гвинта в нелінійній постановці з теорією елемента лопаті, тобто використати аеродинамічні характеристики профілів, що складають несучі поверхні системи. Такий підхід дозволяє в рамках моделі ідеального середовища врахувати вплив сил в'язкості та стисливості середовища на аеродинамічні характеристики та ввести поправку на уточнення величин навантажень на несучих поверхнях, яка не враховується моделлю ідеальної нестисливої рідини.

У свою чергу, це дозволяє визначити аеродинамічну компоненту навантаження на поверхнях, а також тиск в незбуреному потоці, які розраховуються за допомогою інтеграла Коші-Лагранжа. Це, в свою чергу, дає можливість визначити значення аеродинамічних характеристик рульового гвинта вертольота: коефіцієнта тяги та крутильного моменту гвинта.

#### Результати досліджень

В результаті було проведено числове моделювання роботи рульового гвинта вертольота в звичайних умовах та умовах бічного вітру.

На рис. 1 та рис. 2 наведено візуальну картину обтікання РГ вертольота в умовах вітру з лівого боку (рис. 1) та правого боку (рис. 2).

Моделювання впливу вітру відбувалось наступним чином. До певного розрахункового кроку рульовий гвинт знаходився в умовах нормального обтікання. На визначеному розрахунковому кроці (що відповідав куговому положенню першої лопаті гвинта  $\psi = 720$  градусів, тобто завершенню другого повного оберту РГ) (рис. 4...6) починалось моделювання зміни параметрів зовнішнього середовища (шляхом змінення відповідних граничних умов), які є рівноцінними умовам впливу на рульовий гвинт вітру заданого напрямку та швидкості.

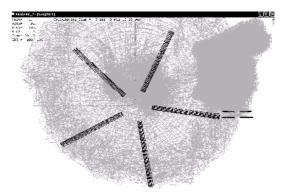


Рис. 1. Візуальна картина роботи РГ вертольота в умовах бічного вітру з лівого боку

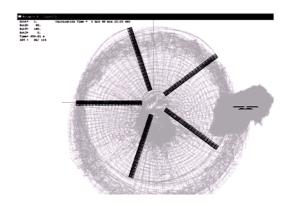


Рис. 2. Візуальна картина роботи РГ вертольота в умовах бічного вітру з правого боку

На нижче наданих залежностях (рис. 3...5) відображаються розраховані дані, що наводяться шляхом порівняння залежностей аеродинамічних характеристик під впливом вітру для X- подібного рульового гвинта (позначені трикутниками), та трилопатевого рульового гвинта транспортного вертольота (позначені кружечками).

Як можна побачити, моделювання впливу вітру з правого боку на роботу РГ викликає стрибкоподібне збільшення сумарного коефіцієнта сили тяги (рис. 3) та крутильного моменту (рис. 4), що обумовлено збільшенням місцевих кутів атаки перерізів лопатей. З подальшим розрахунком на протязі чотирьох обертів гвинта сумарні характеристики

набувають свого нового значення, але вже під впливом вітру.

Так, для трилопатевого РГ, що знаходився під впливом вітру швидкістю 10 м/с, можна побачити зниження сумарного коефіцієнта сили тяги (показано штрих-пунктирною лінією, що позначена цифрою 1) в порівняння з режимом нормального обтікання (показано штрих-пунктирною лінією, що позначена цифрою 2) на 38 %.

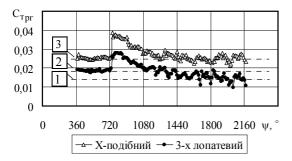


Рис. 3. Закономірність квазістаціонарного процесу зміни сумарного коефіцієнта сили тяги 3-х лопатевого та X- подібного рульового гвинта H- форми після впливу вітру, швидкістю 10 м/с, з правого боку

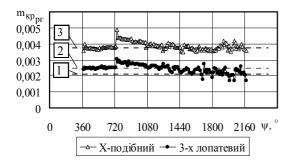


Рис. 4. Закономірність квазістаціонарного процесу зміни сумарного коефіцієнта кругильного моменту 3-х лопатевого та X- подібного РГ після впливу вітру, швидкістю 10 м/с, з правого боку

Виявлено, що для X- подібного РГ при тому ж значенні швидкості вітру падіння сумарного коефіцієнта сили тяги після моделювання впливу вітру на його роботу не спостерігається (показано штрихпунктирною лінією, що позначена цифрою 3 на рис. 3). Така ж картина спостерігається для коефіцієнта крутильного моменту трилопатевого РГ транспортного вертольота, значення якого падає на 23 % (рис. 4). Для X- подібного РГ такого падіння значень коефіцієнтів для швидкості вітру 10 м/с не виявлено.

Аналіз порівняльних залежностей розрахованих сумарних коефіцієнтів сили тяги для трилопатевого та X- подібного РГ під час впливу на їх роботу вітру, швидкістю 10 м/с з лівого боку, дає змогу побачити стрибкоподібне зменшення сумарного кое-

фіцієнта сили тяги та кругильного моменту, що викликано зменшенням місцевих кутів атаки перерізів лопатей РГ.

Відмічається зменшення сумарного коефіцієнта сили тяги навіть для X- подібного РГ в порівнянні з осьовим обтіканням. Для трилопатевого рульового гвинта падіння сумарного коефіцієнта сили тяги відбувається на 15 %, а сумарного коефіцієнта крутильного моменту на 7 %. Для X- подібного рульового гвинта відсоток складає 13 % та 6 % відповідно.

На рис. 5 зображено залежність коефіцієнта корисної дії X- подібного рульового гвинта  $\eta_{0pr}$  від напрямку вітру швидкістю 10 м/с в порівнянні з показником аеродинамічної ефективності трилопатевого рульового гвинта.

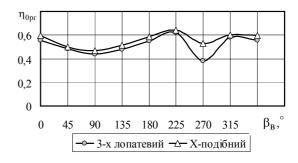


Рис. 5. Отримана діаграма впливу вітру різних напрямків, швидкістю 10 м/с, на зміну коефіцієнта корисної дії 3-х лопатевого та X- подібного РГ

Падіння аеродинамічної ефективності РГ типу "ножиці" на 28% (такий відсоток обирається у порівнянні з трилопатевим гвинтом, який має таке значення падіння ефективності при швидкості вітру 10 м/с, за яким обмежується режим висіння транспортного вертольота за швидкістю вітру) відповідає швидкості вітру 13 м/с.

#### Заключення

- 1. Встановлено закономірності поведінки аеродинамічних характеристик РГ різних форм в залежності від впливу вітру різного напрямку та швидкості, а також визначено значення показника аеродинамічної ефективності РГ різних форм в залежності від зовнішніх умов.
- 2. Встановлено, що при швидкості вітру 10 м/с, за значенням якої накладається обмеження на режим висіння транспортного вертольота, альтернативний рульовий гвинт типу "ножиці" не втрачає своєї аеродинамічної ефективності, на відміну від трилопатевого рульового гвинта.
- 3. На основі проведених досліджень робиться рекомендація щодо можливості розширення діапазону швидкості вітру, за яким накладається обме-

ження на режим висіння транспортного вертольота, за рахунок встановлення РГ типу "ножиці" в якості конструктивного елемента несучої системи модернізованого вертольота.

#### Література

- 1. Дмитрієв, В.А. Аналіз аеродинамічних особливостей роботи несучого гвинта вертольота на великих висотах польоту [Текст] / В.А.Дмитрієв, А.В.Тимошенко, О.І.Потапов // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України: науковий журнал Харківського університету Повітряних Сил. 2011. Вип. 1(5). С.53 55.
- 2. Шлапацький, В.О. Математична модель для досліджень явища втрати ефективності рульового гвинта вертольота [Текст] / В.О. Шлапацький // Системи озброєння і військова техніка: науковий журнал Харківського університету Повітряних Сил. 2010. Вип. 1(21). С.202 208.
- 3. Антропов, В.Ф. Экспериментальное параметрическое исследование моделей несущих винтов разного заполнения на режимах висения, горизонтального полета и снижения [Текст] /

- В.Ф. Антропов, П.И. Радченко // Труды Первого форума Российского вертолетного общества. Том 1. М.МАИ, 1994. 144 с.
- 4. Кожевникова, И.К. Источники шума вертолета с рулевым винтом [Текст] / И.К. Кожевникова, В.Ф. Самохин // Акустический журнал. 1994. т.40. С. 962-968.
- 5. Джонсон, У. Теория вертолета: в 2-х книгах [Текст]: пер. с англ. / У. Джонсон. М.: Мир, 1983. 502 с.
- 6. Круговая обдувка профиля NACA 23012 в аэродинамической трубе Т-103Н ЦАГИ [Текст] / П.И. Радченко. Технические отчеты ЦАГИ. Вып. 161. М., 1959.— 18 с.
- 7. Белоцерковский, С.М. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью [Текст] / С.М. Белоцерковский, М.И. Ништ. М.: Наука, 1978. 352 с.
- 8. Апаринов, В.А. Метод дискретных вихрей с замкнутыми вихревыми рамками [Текст] / В.А. Апаринов, А.В. Дворак // Труды ВВИА им. Н.Е. Жуковского. Вып. 1313. М., 1986. С. 424-432.

Поступила в редакцию: 15.05.2012

**Рецензент**: д-р техн. наук, с.н.с., проф. каф. конструкції та міцності літальних апаратів та двигунів Є.О. Українець, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ВЕРТОЛЕТНОГО РУЛЕВОГО ВИНТА РАЗЛИЧНЫХ ФОРМ

#### В.О. Шлапацкий, Ю.И. Миргород, В.А. Бердочник

На основе численного метода, который объединяет подходы вихревой лопастной теории и теории элемента лопасти, проведено численное моделирование работы рулевых винтов различных форм для транспортного вертолета. Выявлены особенности и установлены закономерности поведения аэродинамических характеристик рулевых винтов разных форм в обычных условиях работы и в условиях влияния ветра различного направления и скорости на режиме висения вертолета. Установлено, что при скорости ветра 10 м/с, по значению которого накладывается ограничение на режим висения транспортного вертолета, альтернативный рулевой винт типа "ножницы", в отличие от трехлопастного рулевого винта, не теряет своей аэродинамической эффективности.

**Ключевые слова:** численное моделирование, аэродинамические характеристики, рулевой винт, вертолет.

# NUMERICAL SIMULATION OF A HELICOPTER DIFFERENT DESIGN TAIL ROTOR OPERATION V.O. Shlapatskyi, Ju.I. Mirgorod, V.A. Berdochnik

Based on a computational method which combines approaches of a vortex blade theory and a blade element theory a numerical simulation of a transport helicopter different design tail rotors is fulfilled. Different design tail rotors aerodynamic characteristics behavior under usual conditions and under different directions and velocities cross wind blowing conditions on a transport helicopter hovering mode particularities are revealled. It is determined that at winds velocities 10 mps, on value which places a limitation on transport helicopter hovering mode, alternative "scissors" type tail rotor unlike three-bladed tail rotor, does not lose its aerodynamic efficiency.

**Key words:** numerical simulation, aerodynamic characteristics, tail rotor, helicopter.

**Шлапацький Вячеслав Олександрович** – викладач кафедри інженерно-авіаційного факультету Харківського університету Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків, Україна, e-mail: shlapatsky@i.ua.

**Миргород Юрій Іванович** — начальник інженерно-авіаційного факультету Харківського університету Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків, Україна.

**Бердочник Вадим Анатолієвич** – начальник кафедри інженерно-авіаційного факультету Харківського університету Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків, Україна.

УДК 532.526

#### В.Т. МОВЧАН, Є.О. ШКВАР, Т.В. КОЗЛОВА

Національний авіаційний університет, Україна

#### АЛГЕБРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ МОДЕЛІ КОЕФІЦІЄНТА ТУРБУЛЕНТНОЇ В'ЯЗКОСТІ ДЛЯ ПРИСТІННИХ ТЕЧІЙ

Наведено напрацьовані універсальні алгебро-диференціальні моделі коефіцієнта турбулентної в'язкості, які здатні враховувати основні фізичні особливості зсувної пристінної течії. У ролі диференціальної моделі на даному етапі досліджень використано двопараметричну k- $\varepsilon$  модель, хоча можливості цього підходу  $\varepsilon$  значно ширшими. Крім того, запропонована гібридна модель, складена з однопараметричної диференціальної k моделі доповненою одержаною напівемпіричною залежністю для  $\varepsilon$  у пристінній області та знову k- $\varepsilon$  моделі — в зовнішній області.

**Ключові слова:** турбулентність, турбулентна в'язкість, алгебраїчні, диференціальні та гібридні моделі турбулентності, зсувна течія, примежовий шар.

# Актуальність, аналіз стану та підходи до вирішення проблеми математичного моделювання турбулентних течій

Течії, з якими доводиться мати справу в авіаційній науці й практиці, є у переважній більшості турбулентними. Оскільки процеси, що мають місце в турбулентних течіях є надскладними, знання механізмів їх протікання – недостатніми, а наявні результати фізичних експериментів – надто неповними. Використання гіпотез в дослідженні турбулентності при проведенні числових експериментів дає змогу з'ясувати глибинну суть явища турбулентності та одержати нові як якісні, так і кількісні знання стосовно нього, а також покращити якість математичного прогнозування динаміки розвитку турбулентної течії.

Найбільш інформативним, а тому і найперспективнішим з існуючих підходів до математичного моделювання турбулентних течій є метод прямого числового моделювання (Direct Numerical Simulation - DNS), у якому не закладається ніяких припущень стосовно характеристик турбулентності та не використовується розкладань характеристик руху на осереднену та пульсаційну складові (за Рейнольдсом), а система рівнянь Нав'є-Стокса розв'язується у нестаціонарній постановці з надто малою дискретизацією як за простором, так і у часі. Багато успішних спроб впевнюють у працездатності й дієвості цього підходу навіть за умови відсутності доведення єдиності розв'язку системи рівнянь Нав'є-Стокса [1-4]. Суттєвим недоліком методу є вкрай висока вимогливість до обчислювальних ресурсів, що обумовлена широким спектром масштабів вихрових структур турбулентності і тією обставиною, що найменші з них, які відповідають за дисипативний механізм турбулентного руху, мусять бути належним чином враховані роздільною здатністю сітки. Саме ця обставина і висуває вкрай жорсткі вимоги до зменшення розмірів комірок сітки по мірі зростання числа Рейнольдса. За оцінками Моіп, Кіт [5] кількість вузлів сітки мусить зростати пропорційно Re<sup>9/4</sup>. Отже розрахунки за методом DNS на сьогодні мають скоріше академічне, ніж прикладне значення.

Ефективним шляхом до розширення можливостей розглянутого вище методу DNS із збереженням його основних властивостей став метод моделювання динаміки великих вихорів (Large Eddy Simulation – LES) [6], який не накладає таких жорстких обмежень на розміри сітки, як DNS. Згідно сучасних оцінок [7], кількість вузлів сітки для реалізації методу LES при моделюванні вільної турбулентності мусить зростати пропорційно Re<sup>9/8</sup>, при моделюванні примежового шару в цілому – пропорційно Re<sup>1,2</sup>, що є суттєво меншим за вимоги методу DNS, але все одно надмірним для розв'язання актуальних сучасних задач прикладного спрямування.

Ще однією сучасною альтернативою технології напівемпіричного моделювання є метод від'єднаних вихорів (Detached Eddy Simulation – DES). Цей метод довів свою обчислювальну економічність і спроможність достовірного відтворення характеристик течій з масштабними рециркуляційними зонами [8]. Він продемонстрував ефективність і перспективність побудови комбінованих модельних представлень і відповідних числових методів.

У роботі Спаларта [9], наведено порівняння обчислювальних ресурсів, необхідних для реалізації розглянутих вище методів моделювання турбулентного обтікання типових конфігурацій літака чи автомобіля разом із прогнозами забезпечення цими ресурсами у майбутньому. З аналізу витікає, що у найближчі 40-50 років переважатимуть методи RANS і DES, які потребують використання напівемпіричних підходів, отже проблема подальшого удосконалення технології напівемпіричного моделювання впродовж цього часу не втратить своєї актуальності.

Міра надійності коректного відтворення параметрів турбулентності  $k - \varepsilon$  моделлю поблизу обтічної поверхні є невисокою через порушення принципу локальної рівноваги, покладеного в її основу, що, одначе, не заважає цій моделі забезпечувати гідні результати вже з віртуальної нижньої межі логарифмічної області (за умови нехтування буферним прошарком). Проблема адекватного запису рівнянь  $k-\varepsilon$  моделі і, перш за усе, рівняння переносу  $\varepsilon$ біля стінки і до сьогодні не знайшла свого вирішення. Вільною від зазначених вище проблем  $k - \epsilon$  моделі щодо відтворення пристінних ефектів  $\varepsilon$  k $-\omega$ модель. Найбільш суттєвою перевагою даного типу модельного опису турбулентності є можливість коректного задання граничних умов на стінці і, відповідно, виконання розрахунків безпосередньо від обтічної поверхні без додаткових зусиль по адаптації моделі в пристінній зоні введенням низькорейнольдсових поправок. Уілкокс, характеризуючи клас  $k-\omega$  моделей, пояснює їх перевагу перед  $k-\varepsilon$ моделями тим, що перші більш адекватно відтворюють властивості пристінної турбулентності [10]. Саме тому  $k - \omega$  моделі краще у порівнянні з  $k - \varepsilon$ моделями прогнозують характеристики передвідривних та відривних турбулентних течій [11]. З іншого боку, Уілкокс називає і найсуттєвіший недолік  $k-\omega$  моделей, який полягає в їх надзвичайній чутливості до параметрів турбулентності на зовнішній межі зсувної течії, які формалізуються відповідними межовими умовами [11, 12], що не є притаманним  $k-\varepsilon$  моделям. Наведена інформація щодо  $k-\omega$  та k-ε напрямків моделювання турбулентності дозволяє підсумувати, що ці моделі, хоч і відносяться до одного класу моделей з двома диференціальними рівняннями переносу, згідно відмінностям структури демонструють протилежні властивості. Так,  $k-\omega$  модель  $\varepsilon$  добре адаптованою поблизу обтічної поверхні, тобто у внутрішній області примежового шару, тоді як коректний розрахунок динаміки великомасштабної турбулентності пов'язаний зі складностями й додатковими зусиллями. Напроти, k-є модель демонструє ефективність і невибагливість при моделюванні властивостей зовнішньої області, зумовлених переважно рухом великомасштабних турбулентних структур, а поблизу обтічної поверхні ця модель втрачає фізичну обгрунтованість, а, отже, і надійність. З метою подолання неуніверсальності  $k-\omega$  та  $k-\varepsilon$  напрямків моделювання турбулентності Ментером [13-15] було здійснено вдалу спробу їх об'єднання на основі локалізації використання кожної з них. Цей підхід отримав назву зонального принципу моделювання. Так,  $k-\omega$  модель в її оригінальному вигляді використовувалася поблизу стінки, тоді як у зовнішній області застосовується  $k-\varepsilon$  модель, переформульована у термінах k та ω. Лапін [13], передбачаючи перспективність гібридного принципу побудови моделей турбулентності, пояснив причини успішності моделі Ментера саме структурними особливостями її будови: "Висока ефективність цієї, по суті гібридної моделі, не у останню чергу пов'язана із використанням у внутрішній (пристінній) області k –  $\omega$  моделі, початково орієнтованої на опис дрібномасштабної турбулентності, а у зовнішній області – k – є моделі турбулентності, спрямованої на відтворення динаміки великомасштабних когерентних структур. Заради справедливості зазначимо услід за Шалаєвим [16], що іще раніше у роботах Мовчана [17, 18] був напрацьований зональний підхід. Одначе, на відміну від Ментера, який при розбудові зонального підходу застосував у різних областях пристінної течії різні диференційні моделі, Мовчан у пристінній області застосував власну алгебраїчну базову модель, а у зовнішній області послідовно спочатку k-1, а за тим  $k-\epsilon$ моделі коефіцієнта турбулентної в'язкості. Пізніше Шквар [19] при моделюванні турбулентних пристінних струменів у зовнішній частині пристінної області, а також у струменевій і слідній областях успішно використав диференціальну  $k-\epsilon$  модель турбулентності, продемонструвавши перевагу і більшу універсальність застосування для цього типу течії диференціальних моделей, оскільки останні значно краще адаптовані до відтворення великомасштабної турбулентності. У результаті проведення масштабного комплексу досліджень можливостей математичного моделювання ряду засобів управління турбулентними примежовими шарами, у тому числі у різноманітних випадках комбінованих впливів, тобто одночасної дії кількох керувальних засобів [20, 21]. Одночасно варто зазначити і наявність традиційних недоліків, притаманних диференціальним моделям. Так, спираючись на власні дослідження щодо застосовності більшості математичних моделей, Гарбарук [22] дійшов висновку, який повністю підтверджує відомий з наукової літератури факт нездатності моделей типу  $k-\epsilon$  із необхідною для практики точністю передбачати процес розвитку примежових шарів при значних несприятливих градієнтах тиску. Так само цей

висновок відноситься й до алгебраїчних моделей рейнольдсових напружень, в основу яких покладено k – є підхід. Завадою для значного розповсюдження гібридних алгебро-диференціальних моделей за думкою ряду авторів є відсутність визначення меж між областями, у яких використовуються різні алгебраїчні моделі, а отже і відсутність граничних умов на межах між областями для турбулентних характеристик [23]. Ці зауваження можна легко зняти, якщо застосовувати для пристінної області алгебраїчну модель Мовчана [24, 25]. Так само, на нашу думку, можна вирішити й проблему алгебраїчних моделей рейнольдсових напружень на основі k-є підходу, створивши гібридну модель: у пристінній області, чи можливо в її частині, використати алгебраїчну модель коефіцієнта турбулентної в'язкості, а у зовнішній області алгебраїчну модель рейнольдсових напружень (АМРН). Запорукою успіху такого підходу є виконане Шкваром [26] узагальнення алгебраїчної моделі [25] з використанням АМРН на просторовий випадок турбулентного обтікання ковзного крила.

# Побудова ієрархії моделей турбулентності

Основою напівемпіричного моделювання турбулентності  $\epsilon$  рівняння Рейнольдса, доповнені гіпотезою Буссінеска, які для нестисливої течії у декартовій системі координат  $x_i$  записуються так:

$$\frac{\partial}{\partial x_{i}} (U_{i}U_{j}) + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left(\frac{p}{\rho} + \frac{2}{3}k\right) = 
= \frac{\partial}{\partial x_{i}} \left[ \left(v + v_{t}\right) \left(\frac{\partial U_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial U_{j}}{\partial x_{i}}\right) \right], \qquad (1) 
\frac{\partial U_{j}}{\partial x_{i}} = 0,$$

де  $U_i$  — осереднені компоненти вектора швидкості,

v – коефіцієнт кінематичної в'язкості,

 $v_t$  – коефіцієнт кінематичної турбулентної в'язкості,

р - осереднений тиск,

ρ – густина.

Оскільки система (1) не замкнена, то її необхідно доповнити підходящими гіпотезами, які дозволять визначити k та  $v_t$ . При цьому моделі, які їх описують, мають бути відносно простими, що  $\varepsilon$  особливо важливим при розрахунках складних просторових течій. Разом із тим вони повинні бути справедливими як для частини течії з повністю розвиненою турбулентністю, де можна знехтувати в'язкістю, так і для іншої частини течії, а саме у в'язкому й буферному прошарках.

Допоміжні моделі турбулентності. Звернемося спочатку до побудови гібридної об'єднаної моделі, яка в пристінній області  $\epsilon$  алгебраїчною, а у зовнішній – диференціальною. Ще у першій половині сімдесятих років минулого століття Мовчаном на основі відомої структури примежового шару була запропонована двошарова алгебраїчна модель, яка поєднувала за допомогою гіперболічного тангенса дві різні моделі для зовнішньої та пристінної областей [24]. Модель у процесі досліджень як у роботах її автора [25], так і його учнів та послідовників розвивалася та доповнювалась додатковими деталями з метою застосування її при розв'язуванні багатьох проблем турбулентних течій [27]. На сьогодні її беззаперечно можна вважати одним з найрозвиненіших серед існуючих напівемпіричних описів турбулентного руху алгебраїчного рівня. Дана модель може бути подана наступним сімейством співвідношень.

#### Базова модель

$$v_t = v_{t \text{ out}} th \frac{v_{t \text{ in}}}{v_{t \text{ out}}}.$$
 (2)

Алгебраїчна модель

$$v_t = \gamma v_{t \text{ out}} th \frac{v_{t \text{ in}}}{v_{t \text{ out}}}.$$

Пристінна область алгебраїчної моделі

$$v_{t \text{ in}} = ID_{m}, \quad l = \kappa y \sqrt{\tau^{+}} v_{*},$$
 (3)

$$\begin{split} D_{m} &= th \bigg( sh^{2} [\kappa_{0} y^{+} (1 + \kappa_{3} | y^{+} - 30 |) \sqrt{\tau^{+}} ] \times \\ &\times th [sh^{2} (\kappa_{2} y^{+} \sqrt{\tau^{+}})] / (\kappa y^{+} \sqrt{\tau^{+}}) \bigg). \end{split} \tag{4} \end{split}$$

Зовнішня область

$$v_{\text{tout}} = \chi U_{\text{H}} \delta^* \tag{5}$$

Тут  $\kappa_0$ ,  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$ ,  $\kappa_3$ ,  $\kappa$ ,  $\chi$  – модельні коефіцієнти,

 $y^+ = y_{0*} / v -$  нормальна до обтічної поверхні координата у , збезрозмірена згідно закону стінки,

 $\upsilon_* = \sqrt{\tau_{\rm W} \ / \, \rho} \ - \ \text{динамічна швидкість}, \ \tau^+ = \tau / \tau_{\rm W} \\ - \ \text{збезрозмірене напруження тертя за його значен$  $ням на поверхні <math>\tau_{\rm W}$ , що визначається залежно від

параметру градієнта тиску  $p^+ = \frac{v}{\rho \upsilon_*^3} \frac{dp}{dx}$  наступним

чином: 
$$au^+ = \begin{cases} 1 + p^+ y^+ & \text{при} \quad p^+ \geq 0, \\ (1 - p^+ y^+)^{-1} & \text{при} \quad p^+ < 0; \end{cases}$$

 $\gamma = \sqrt{1 - y}$  — функція врахування переміжності турбулентної течії,  $\overline{y} = y/\delta$  — нормальна до обтічної поверхні координата y, збезрозмірена за товщиною зсувної течії  $\delta$ ,

U<sub>Н</sub> – швидкість на зовнішній межі примежового

шару,

 $\delta^*$  – інтегральна товщина витіснення.

Лінеаризація аргументу функції  $sh^2[\kappa_0y^+\sqrt{\tau^+}\,(1+\kappa_3|y^+-30|)]\quad \text{надала}\quad можливість отримати спрощений варіант демпферної функції}$ 

$$D_{m} = th \frac{sh^{2}(\kappa_{1}y^{+}\sqrt{\tau^{+}}) th[sh^{2}(\kappa_{2}y^{+}\sqrt{\tau^{+}})]}{\kappa y^{+}\sqrt{\tau^{+}}}, \quad (6)$$

що дозволило знайти аналітичні розподіли швидкості для в'язкого й перехідного прошарків. При розбудові гібридних моделей [19-21] у пристінній області використовуємо формули (3) та (6), а у зовнішній області – диференціальну  $k-\epsilon$  модель

$$v_{\text{tout}} = C_1 \frac{k^2}{\epsilon}, \tag{7}$$

де С<sub>1</sub> - модельний коефіцієнт.

При оцінці можливостей двопараметричних диференціальних моделей необхідно пам'ятати, що указані моделі, як правило, спочатку напрацьовувались для вільних течій, а потім почали переноситись на пристінні течії без необхідного урахування процесів переносу та структури течії у пристінній області. Використання пристінних функцій чи емпіричних залежностей, що враховують вплив локального числа Рейнольдса, не базується на урахуванні реальних змін структури турбулентних потоків. Так, наприклад, використання пристінних функцій, що засновані на класичному логарифмічному законі, має підставу для застосування тільки при незначних перепадах тиску. Тим більше, вказаний прийом не можна вважати прийнятним у передвідривній області, оскільки логарифмічний закон у ній не виконується. Тому пошуки математичних моделей з можливостями отримання розрахунків течій при значних несприятливих градієнтах тиску з можливим відривом стали стимулом до напрацювання гібридних моделей. Необхідні умови для розбудови задекларованої моделі на межі, яка розділяє застосування різних моделей, можна отримати з наближених розв'язків, якщо вони відомі. Мовчаном були знайдені наближені аналітичні розв'язки для кінетичної енергії турбулентності к та швидкості її дисипації є у в'язкому та перехідному прошарках. Оскільки справедливість логарифмічного закону рівносильна виразів  $v_t \frac{\partial U}{\partial v} = v_*$ , достовірності

достовірності наступних виразів  $v_t = v_*$ ,  $v_t = \kappa y v_*$ , а породження турбулентності

 $-\overline{\mathbf{u}'\mathbf{v}'} = \mathbf{v}_t \; \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{y}} \;\;\;$  урівноважує швидкість її дисипації

$$\epsilon = -\overline{u'v'}\frac{\partial U}{\partial y} \;,\;\; \text{to} \;\;\; \epsilon = \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 \;\;\; \text{afo} \;\;\; \epsilon = \upsilon_*^2 \, \frac{\partial U}{\partial y} \;. \;\; \text{3a-}$$

стосувавши отримане й формулу (7), знаходимо  $k^2 = \nu_t \; \frac{\upsilon_*^2}{C_1} \; \frac{\partial U}{\partial y}. \quad 3 \quad \text{наведеного} \quad y \quad \text{логарифмічному}$  прошарку для безградієнтної течії маємо  $\epsilon = \upsilon_*^3 \, / \, (\kappa y), \quad k = \upsilon_*^2 \, / \, \sqrt{C_1} \; .$ 

Рівняння переносу кінетичної енергії, запропоноване Чженом [23], яке  $\epsilon$  справедливим як у шарі розвинутої турбулентності, так і у в'язкому й буферному прошарках, записується так:

$$\frac{\partial}{\partial x_{j}} \left( kU_{j} - v_{\Sigma} \frac{\partial k}{\partial x_{i}} \right) = G - \varepsilon - \frac{2kv}{y^{2}}, \quad (8)$$

де 
$$G = \nu_t S_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_i}$$
,  $S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}$ ,  $\nu_{\Sigma} = \nu + \nu_t$ .

Тому резонно припустити, що вираз для  $k^2$   $\epsilon$  застосовним і у перехідному й в'язкому прошарках, та, використавши ще формулу Ренні для розподілу швидкості  $U^+ = th(\kappa_1 y^+)/\kappa_1$  і формулу для коефіцієнта турбулентної в'язкості із алгебраїчної моделі  $v_t = v \ sh^2(\kappa_1 y^+) \ th[sh^2(\kappa_2 y^+)]$ , отримуємо

$$\varepsilon = \varepsilon_2 = \frac{\upsilon_*^4 - \text{th}^2(\kappa_1 y^+)}{\upsilon - \text{ch}^2(\kappa_1 y^+)} \text{th}[\text{sh}^2(\kappa_2 y^+)],$$

$$k = \frac{\upsilon_*^2}{\sqrt{C_1}} \operatorname{th}(\kappa_1 y^+) \sqrt{\operatorname{th}[\operatorname{sh}^2(\kappa_2 y^+)]}.$$

Запропонувано задавати дисипативний член як суму двох доданків так, щоб перший з них надавав основний внесок поблизу стінки, а другий удалині:

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 = \alpha_1 \frac{kv}{L^2} + \alpha_2 \frac{k^{3/2}}{L},$$

де L — лінійний масштаб турбулентності,  $\alpha_1,\alpha_2$  — сталі,  $\epsilon_1=\alpha_1kv/y^2$  — поправка для урівноваження молекулярної дифузії,  $\epsilon_2=\alpha_2k^{3/2}$  / L — ізотропна дисипація.

Для градієнтних пристінних течій наведені формули подаються наступним чином:  $k = \upsilon_*^2 \tau^+ / \sqrt{C_1}$  ,

$$\epsilon = (\upsilon_* \sqrt{\tau^+} \,)^3 \; / \, (ky) \; - y$$
 логарифмічному прошарку;

$$k = \frac{v_*^2 \tau^+}{\sqrt{C_1}} th(\kappa_1 y^+ \sqrt{\tau^+}) th^{1/2} [sh^2 (\kappa_2 y^+ \sqrt{\tau^+})],$$

$$\epsilon = \frac{(\upsilon_*^2 \ \tau^+)^2 - th^2 (\kappa_1 y^+ \sqrt{\tau^+})}{\upsilon - ch^2 (\kappa_1 y^+ \sqrt{\tau^+})} th[sh^2 (\kappa_2 y^+ \sqrt{\tau^+})] + \epsilon_1$$

у в'язкому і буферному прошарках.

Деяке коригування та уточнення отриманих вище формул для розподілів кінетичної енергії тур-булентності, швидкості її дисипації та рейнольдсового напруження дозволило отримати наступне. У

в'язкому і буферному прошарках:

$$\begin{split} \overline{k} &= \frac{k}{\upsilon_*^2 \tau^+} = \frac{1}{C_0} \operatorname{th}(\kappa_1 y^+ \sqrt{\tau^+}) \sqrt{\operatorname{th}[\operatorname{sh}^2(\kappa_2 y^+ \sqrt{\tau^+})]} \,, \, (9) \\ C_0 &= 0, 16[1 + \operatorname{th}(0, 13 y^+ \sqrt{\tau^+})], \ k^+ = \frac{y \sqrt{k}}{v} \,, \\ \overline{\epsilon} &= \frac{\epsilon v}{\upsilon_*^4 \tau^{+2}} = \frac{\operatorname{sh}^2 k_{11} \sqrt{k^+}}{\operatorname{ch}^4 k_{11} \sqrt{k^+}} \operatorname{th}[\operatorname{sh}^2(\kappa_{22} \sqrt{k^+})] + D_\epsilon \,, \, (10) \end{split}$$

$$D_{\varepsilon} = 0.0316 \frac{\overline{k}D_0}{k^+}, D_0 = 1 - th \left[ \frac{\sqrt{k^+} (\sqrt{k^+} - 4.3)}{2} \right], (11)$$

а у логарифмічному прошарку:

$$\overline{k} \cong 1/C_0, \quad \overline{\tau} \cong 1, \quad \overline{\epsilon} = 1/(\kappa_{01}k^+), \quad (12)$$

де  $\kappa_{11}$ ,  $\kappa_{21}$  – модельні коефіцієнти.

На рис. 1-3 показано порівняння розрахунків за наведеними вище формулами з експериментами ряду авторів для пристінної області. Як слідує з наведених результатів, порівняння підтвердили достовірність отриманих наближень для кінетичної енергії турбулентності k, швидкості її дисипації  $\epsilon$  та напруження тертя  $\bar{\tau}$  у пристінній області.

Отримані дискретні наближення для основних характеристик у в'язкому, буферному та логарифмічному прошарках дозволили запропонувати наступну однопараметричну диференціальну модель для к у пристінній області [28], доповнену алгебраїчною моделлю для є

$$\begin{split} \overline{\nu}_{t\,\text{in}} &= \kappa_{\,01} k^+ \nu D_m \,, \\ D_m &= th \frac{sh^2 \left(\kappa_{11} \sqrt{k^+}\right) th [sh^2 \left(\kappa_{21} \sqrt{k^+}\right)]}{\kappa_{01} k^+} \,, \\ \overline{\epsilon} &= max \left(\hat{\epsilon}_1, \hat{\epsilon}_2\right), \quad \hat{\epsilon}_2 = \left(\kappa_{01} k^+\right)^{-1}, \\ \hat{\epsilon}_1 &= \frac{th^2 \left(\kappa_{11} \sqrt{k^+}\right)}{ch^2 \left(\kappa_{11} \sqrt{k^+}\right)} th [sh^2 \left(\kappa_{22} \sqrt{k^+}\right)] + D_\epsilon \,, \\ D_\epsilon &= 0,0316 \frac{\overline{k} D_0}{k^+} \,, D_0 = 1 - th \left[0,5 \sqrt{k^+} \left(\sqrt{k^+} - 4,3\right)\right], \\ \text{де } \kappa_{01} \,, \kappa_{22} \, - \text{модельні кофіцієнти.} \end{split}$$

Співставлення результатів розрахунків за запропонованою моделлю турбулентної в'язкості (13) з розрахунками за іншими алгебраїчними модельними представленнями та експериментальними даними ряду авторів для пристінної області, представлені на рис. 4, свідчать про несуперечливість запропонованої залежності  $\overline{v}_t(y^+)$  як по відношенню до розрахунків за відомими алгебраїчними формулами, так і до класичних експериментальних даних.

У зовнішній області використовується диференціальна  $k-\epsilon$  модель (7) при  $C_1=0.09$ , у якій  $\epsilon$ 

знаходиться із рівняння переносу для розвинутої турбулентності

$$\frac{\partial}{\partial x_{j}} \left( \varepsilon U_{j} - v_{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_{j}} \right) = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} G - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^{2}}{k},$$

де 
$$v_{\epsilon} = v + \frac{v_t}{\sigma_{\epsilon}}$$
,  $\sigma_{\epsilon} = 1.3$ ,  $C_{\epsilon 1} = 1.44$ ,  $C_{\epsilon 2} = 1.92$ .

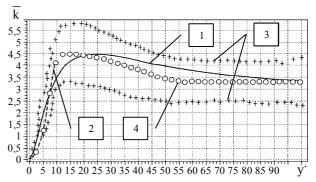
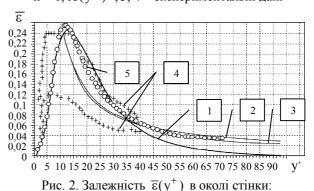


Рис. 1. Залежність  $\overline{k}(y^+)$  в околі стінки: 1 — розрахунок за (9); 2 — апроксимація  $\overline{k} = 0.05(y^+)^2$ ; 3, 4 — експериментальні дані



1 – розрахунок за (10); 2 – апроксимація  $\overline{\epsilon} = 1/(\kappa_{01} k^+)$ ; 3 – апроксимація  $\overline{\epsilon} = 1/(\kappa y^+)$ ; 4, 5 – експериментальні дані

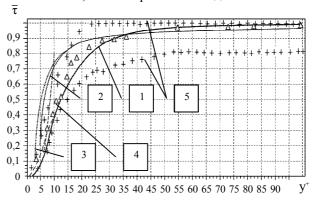


Рис. 3. Залежність  $\overline{\tau}(y^+)$  в околі стінки: 1 – розрахунок за (11); 2 – апроксимація  $\overline{\tau}=1-1/(k_0y^+)$ ; 3 – апроксимація  $\overline{\tau}=1-1/(\kappa_{01}k^+)$ ; 4, 5 – експериментальні дані

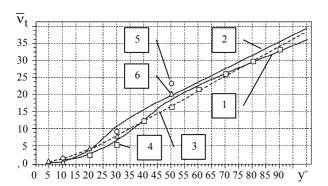


Рис. 4. Залежність  $\overline{v}_t(y^+)$  в околі стінки: 1 — розрахунок за (13); 2 — розрахунок за алгебраїчною моделлю Мовчана (3, 6); 3 — розрахунок за формулою Ван-Дріста; 4, 5, 6 — експериментальні дані

Отже, тепер для проведення розрахунків застосовуємо базову загальну модель (2) та систему (1).

Розроблена модель тестувалася розрахунками турбулентного пристінного струменя, цікавого як модельний тестовий випадок, що характеризується немонотонністю профілів швидкості та інших визначальних характеристик. На рис. 5-7 наведені результати співставлення розрахунків та експериментальних даних по розподілах осереднених швидкості  $U(y)/U_H$ , поздовжньої складової пульсаційної

швидкості  $\sqrt{u'^2}$  /  $U_H$  та турбулентного напруження тертя -u'v'(y) /  $U_H^2$  в турбулентному пристінному струмені, що формується на поперечно профільованій поверхні [19]. Оребрення було здійснене квадратними борозенками розмірами 1х1 мм. Кола зображають відповідні експериментальні дані для гладкої поверхні. Рис. 8 демонструє результати розрахунків локального коефіцієнту тертя  $C_f = 2\tau_w / (\rho U_H^2)$  вздовж напрямку розвитку пристінного струменя для гладкої, поздовжньо та поперечно профільованих поверхонь. Рис. 9, 10 ілюструють результати розрахунків профілів  $U(y)/U_H$  та  $\sqrt{u'^2}/U_H$  в примежовому шарі на циліндричному тілі обертання за тандемом пристроїв руйнування великих вихорів (ПРВВ), дослідженого експериментально [29].

Як слідує з наведених зіставлень, усі наявні визначальні характеристики як пристінного струменя, так і примежового шару за ПРВВ, отримані експериментальним шляхом, були відтворені числовими розрахунками на основі гібридної моделі турбулентної в'язкості з належною точністю.

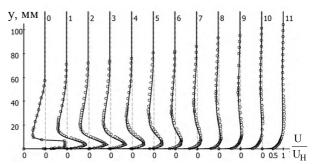


Рис. 5. Профілі поздовжньої осередненої швидкості  $U(y)/U_H$  в пристінному струмені на профільованій у поперечному напрямку поверхні (повітря,  $U_H=22~\mathrm{M/c}$ ). Відстані від зрізу сопла до перерізів, у яких проводилися вимірювання та розрахунки профілів, вздовж поздовжньої координати  $\Delta x$ , мм: 0 - 0, 1 -50, 2 - 68.0, 3 - 92.5, 4 - 126, 5 - 171, 6 - 233, 7 - 316, 8 - 430, 9 - 585, 10 - 796, 11 - 1082. Лінії — розрахунки, кола — експеримент [19]

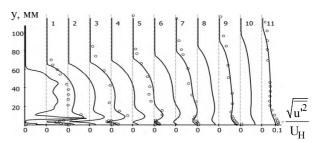


Рис. 6. Профілі пульсаційної швидкості

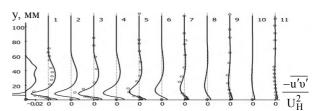


Рис. 7. Профілі турбулентного напруження тертя

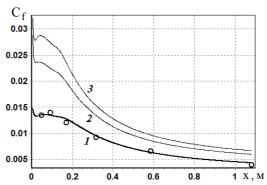


Рис. 8. Розподіли обчисленого локального коефіцієнту тертя  $C_f(x)$  в пристінному струмені: 1 – гладка поверхня; 2 – поперечно оребрена поверхня; 3 – поздовжньо оребрена поверхня; кола – експериментальні дані для гладкої поверхні [19]

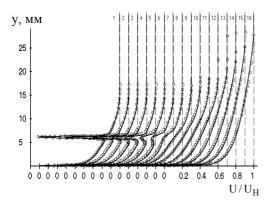


Рис. 9. Профілі поздовжньої осередненої швидкості  $U(y)/U_{H}$  в примежовому шарі на циліндричному тілі діаметром 100 мм за ПРВВ у вигляді утворених з тонких пластин кілець (повітря,  $U_H = 25 \text{ м/c}$ ). Відстані від зрізу сопла до перерізів, у яких проводилися вимірювання та розрахунки профілів, вздовж поздовжньої координати  $\Delta x$ , мм: 0,000738 (1); 0,00288 (2); 0,00565 (3); 0,00935 (4); 0,0121 (5); 0,0214 (6); 0,0307 (7); 0,0584 (8); 0,151 (9); 0,244 (10); 0,336 (11); 0,429 (12); 0,614 (13); 0,8 (14); 0,984 (15); 1,17 (16). Лінії – розрахунки, кола – експериментальні дані [29]

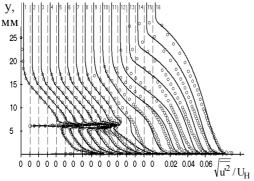


Рис. 10. Профілі пульсаційної швидкості

#### Заключення

Запропоновано підхід до вирішення проблеми побудови гібридної алгебро-диференціальної двопараметричної моделі, яка відтворює перевагу в пристінній області алгебраїчної моделі, а в зовнішній області – двопараметричної диференціальної k-є моделі коефіцієнта турбулентної в'язкості.

При вирішенні поставленої проблеми була розв'язана задача одержання аналітичних залежностей напівемпіричного характеру для кінетичної енергії к й її дисипації є, чи не вперше, для пристінної області, починаючи від обтічної поверхні.

Виконане тестування шляхом зіставлення отриманих аналітичних залежностей для кінетичної енергії турбулентності к, швидкості її дисипації є, коефіцієнта турбулентної в'язкості  $v_t$  й турбулентного напруження т з іншими відомими апроксимаимкіц експериментальними результатами (рис. 1-4) довело наявність як якісної, так і кількісної відповідності між ними.

Окрім цього вказаний підхід надав можливість створити ще одну гібридну модель, що об'єднує однопараметричну диференціальну модель для кінетичної енергії к, доповнену аналітичною напівемпіричною моделлю для  $\epsilon$  у пристінній області, з  $k - \epsilon$ моделлю в зовнішній області.

#### Література

1. Douglas, C. Chu. A direct numerical simulation

1. Douglas, C. Chu. A direct numerical simulation of laminar and turbulent flow over riblet-mounted surfaces [Text]/ C. Chu Douglas, George Em. Karniadakis // Journal of Fluid Mechanics. — 1993. — № 250. — P. 1–42.

2. El-Samni, O.A. Drag reduction of turbulent flow over thin rectangular riblets [Text]/ O.A. El-Samni, H.H. Chun, H.S. Yoon // International Journal of Engineering Science. — February-August 2007. — Volume 45, Issues 2–8. — P. 436–454.

3. Goldstein D. Direct numerical simulation of

3. Goldstein, D. Direct numerical simulation of turbulent flow over a modelled riblet covered surface [Text]/D. Goldstein, R. Handler, L. Sirovich// Journal of Fluid Mechanics. – 1995. – Vol. 302. – P. 333–376.

4. Choi, Haecheon. Direct numerical simulation of turbulent flow over riblets [Text]/ Haecheon Choi, Parviz Moin, John Kim // Journal of Fluid Mechanics. – 1993. – № 255. – P. 503–539.

5. Moin, P. Tackling Turbulence with

1993. — № 253. — Р. 303—359.
5. Moin, P. Tackling Turbulence with Supercomputers [Text]/ Р. Moin, J. Kim // Scientific American. — 1997. — № 276. — Р. 62—68.
6. Солодов, В.Г. Моделирование турбулентных течений. Расчет больших вихрей [Текст]/ В.Г. Солодов. — Х.: ХНАДУ. — 2011. — 211 с.
7. Wilcox, D.C. A two-equation turbulence model for wall-hounded and free-shear flows [Text]/

/. Wilcox, D.C. A two-equation turbulence model for wall-bounded and free-shear flows [Text]/D.C. Wilcox // AIAA Paper. — 1993, AIAA-93-2905.

8. Spalart, P.R. Strategies for turbulence modeling and simulations [Text]/P.R. Spalart // 4-th International Symposium on Engineering Turbulence Modeling and Measurements. FRANTOUT&CCAS, Porticcio Ajaccio, (Corsica, France, May 24-26, 1999).

9. Chapmann, D. Computational aerodynamics, development and outlook [Text]/D. Chapmann // AIAA J.—1979.—V. 17.—P. 1293—1313.

10. Метод моделирования отсоединенных вихрей для расчета отрывных турбулентних течений:

хрей для расчета отрывных турбулентних течений: хреи оля расчета отрывных туроулентних течении: предпосылки, основная идея и примеры применения [Текст]/ М.Х. Стрелец, А.К. Травин, М.Л. Шур, Ф.Р. Спаларт // Научно- технические ведомости. — 2004. — № 2. — С. 1—27.

11. Wilcox, D.C. Comparison of two-equation turbulence model for boundary layers with pressure gradient [Text]/D.C. Wilcox // AIAA Journal. — 1993. — V. 31, №8. — P. 1414—1421.

12. Wilcox, D.C. A two-equation turbulence model for wall-bounded and free-shear flows [Text]/

12. Wilcox, D.C. A two-equation turbulence model for wall-bounded and free-shear flows [Text]/D.C. Wilcox // AIAA Paper. – 1993, AIAA-93-2905.

13. Menter, F.R. Zonal two equation k-ω turbulence models for aerodynamic flows [Text]/F.R. Menter // AIAA Paper. – 1993, AIAA-93-2906.

14. Menter, F.R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications [Text]/F.R. Menter // AIAA Journal. – August 1994. – Vol. 32, №8. – P. 1598–1605.

15. Menter F.R. Ten Years of Industrial

15. Menter, F.R. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model [Text]/F.R. Menter, M. Kuntz, R. Langtry // Turbulence, Heat and Mass Transfer; 4, ed: K. Hanjalic, Y. Nagano, M. Tummers. — Begell House, Inc. — 2003. —

Р. 023—032. 16. Шалаев, В.И. Применение аналитических методов в современной аэромеханике. Часть 1. Теория пограничного слоя [Текст]/ В. И. Шалаев. —

ория пограничного слоя [Текст]/В.И.Шалаев.— М.: МФТИ, 2010.—300 с. 17. Мовчан, В.Т. К построению непрерывной

алгебраической модели коэффициента турбулент-ной вязкости [Текст]/ В.Т. Мовчан // Бионика. — 1986. — Вып. 20. — С. 58—60. 18. Мовчан, В.Т. О коэффициенте турбулент-

ной вязкости в двухпараметрической  $k-\varepsilon$  модели [Текст]/ В.Т. Мовчан // Бионика. — 1985. — Вып. 19. — С. 80—82.

19. Шквар, С.О. Фізичне та математичне моделювання напівобмежених турбулентних струменевих течій на оребрених поверхнях [Текст]/ Є.О. Шквар, Т.В. Козлова, А.О. Бондарець // Промислова гідравліка і пневматика. —  $2011. - N_2 1(31)$ .

20. Шквар, Є.О. Технології управління турбуле-20. Шквар, €.О. Технологи управлиння туроуле-нтним обтіканням поверхонь транспортних засобів — ефективний резерв заощадження пального та зменшення забруднення атмосфери [Електронний ресурс] / Є.О. Шквар, Т.В. Козлова, А.О. Бондарець // Енергетика і автоматика. — 2010. — №4 (б). — Режим доступу: http://www.nbuv.gov.ua/e-journals /eia/2010 4/index.htm. — 30.06.2012 р. 21. Шквар, Є.О. Математичне моделювання турбулентних пристішнух тецій модифіковання

турбулентних пристінних течій, модифікованих пристенних пристеннах течи, моощикованах пристроями руйнування великих вихорів [Текст]/ С.О. Шквар // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних сил. — Харків: ХУПС. — 2010. — Вип. 1 (23). — С. 170—177.

22. Гарбарук, А.В. Современные полуэмпириче-

ские модели турбулентности для пристенных тетуроулентности для пристенных течений: тестирование и сравнительный анализ [Текст]: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.05 // Гарбарук Андрей Викторович; СПбГТУ. — СПб., 1999. — 14 с.

23. Кузьминов, А.В. Метод расчета турбулентных течений несжимаемой жидкости на основе двухслойной k-є модели [Текст]/ А.В. Кузьминов, В.Н. Лапин, С.Г. Черный // Вычислительные технологии. — 2001. — Т. 6, № 5. — С. 73–86. 24. Мовчан, В.Т. Приближенный метод вычис-

ления профилей напряжения трения и скоростей в турбулентном потоке с положительным градиен-том давления [Текст]// Тезисы доклада Ш Всесоюзтом оавления [1екст]/ 1езисы ооклаоа III Всесоюзной НТК по прикладной аэродинамике. — К., 1973. — С. 115. // Гидромеханика. — К., 1975. — Вып. 26. — С. 25-28. — 25. Мовчан, В.Т. Приближенно-аналитическое исследование турбулентного пограничного слоя [Текст]/ В.Т. Мовчан // ПМТФ. — 1982. — № 3. — С. 102—111. — 26. Мхитарян, А.М. Математическое и численное моделирование турбулентного пограничного пограничн

20. Мхитарян, А.М. Математическое и чис-ленное моделирование турбулентного пограничного слоя на скользящем крыле [Текст]/ А.М. Мхита-рян, В.Т. Мовчан, Е.А. Шквар // Прикладная аэроди-намика: сб. науч. трудов. — К.: КИИГА. — 1993. — С. 3—16. 27. Алгебраические модели турбулентной вяз-

кости и теплопроводности в расчетах пристенных турбулентных течений [Текст]/ М. Лунис, В.И. Мамчук, В.Т. Мовчан, Л.А. Романюк, Е.А. Шквар // Прикладна гідромеханіка. — К.: ІГМ. — 2001. — Т. 3 (75), №1. — С. 37—45.

28. Мовчан, В.Т. Різнорівневі математичні в'язкості

моделі коефіцієнта турбулентної в'язкості [Текст]/ В.Т. Мовчан, Є.О. Шквар // Прикладна гідромеханіка. — 2010. — Т. 12, №1. — С. 55—67. 29. Горшков, В.Г. Влияние устройств разруше-

ния крупных вихрей на характеристики турбулентного пограничного слоя на теле вращения [Текст]/ В.Г. Горшков, В.И. Корнилов. – Новосибирск: ИТПМ, 2003. – Препринт № 4. – 42 с.

Надійшла до редакції 30.06.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., гл.н.с. каф. аерогідродинаміки Ю.О. Крашаниця, Національний аерокосмічний університет ім. М.Є.Жуковського «ХАІ», Харків.

# АЛГЕБРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ КОЭФФІЩІЕНТА ТУРБУЛЕНТНОЙ ВЯЗКОСТИ ДЛЯ ПРИСТЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ

#### В.Т. Мовчан, Е.А. Шквар, Т.В. Козлова

Приведены разработанные достаточно простые и универсальные алгебро-дифференциальные модели коэффициента турбулентной вязкости, которые способны учитывать основные физические особенности сдвиговых пристенных течений. Предложенный подход предусматривает использование алгебраической модели турбулентной вязкости в пристеночной области и дифференциальной модели во внешней области с их соответствующим сращиванием. В качестве дифференциальной модели на данном этапе исследований использована двухпараметрическая  $k-\epsilon$  модель, хотя возможности этого подхода значительно шире. Кроме того, предложена гибридная модель, составленная из однопараметрической дифференциальной k модели, дополненной полученной полуэмпирической зависимостью для є в пристеночной области и опять же k - є модели - во внешней области. Проведенное тестирование подтвердило действенность предложенного направления разработки полуэмпирического моделирования турбулентности, а также его преимущества и перспективность по отношению к возможностям чисто алгебраического и дифференциального подходов.

Ключевые слова: турбулентность, турбулентная вязкость, алгебраические, дифференциальные и гибридные модели турбулентности, сдвиговое течение, пограничный слой.

### ALGEBRAICALLY-DIFFERENTIAL MODELS OF TURBULENT VISCOSITY COEFFICIENT FOR SHEAR FLOWS

#### V.T. Movchan, Ye.O. Shkvar, T.V. Kozlova

The simple enough and universal algebraically-differential models of turbulent viscosity coefficient, which are able to take into account the principal physical features of near-wall shear flows, are proposed. The proposed approach involves the use of an algebraic model of turbulent viscosity in the near-wall region together with the differential model in an external region with their corresponding jointing. As a differential model the two-equation  $k-\epsilon$  one is used at this stage of the research, although the possibilities of this approach are much wider. In addition, the hybrid model is proposed that consists of a one-equation differential k model together with developed semi-empirical dependence for  $\varepsilon$  in the near-wall region and the mentioned above  $k-\varepsilon$  model – in the outer region. Testing confirmed the effectiveness of the proposed direction of semi-empirical turbulence model development as well as its advantages and perspectives regarding the possibilities of purely algebraic and differential approaches. **Key words:** turbulence, turbulent viscosity, algebraic, differential and hybrid models of turbulence, shear flow,

boundary layer.

Мовчан Володимир Тимофійович – д-р фіз.-мат. наук, проф., п.н.с. каф. авіаційних двигунів, Націо-

новчан володимир тимофиович — д-р фіз.-мат. наук, проф., п.н.с. каф. авіаційних двигунів, національний авіаційний університет, Київ, Україна, е-mail: mov-vt@ukr.net.

Шквар Євгеній Олексійович — д-р техн. наук, доц., проф. каф. вищої та обчислювальної математики, Національний авіаційний університет, Київ, Україна, е-mail: eush@ukr.net.

Козлова Тетяна Володимирівна — канд. техн. наук, доцент кафедри землевпорядних технологій, Національний авіаційний університет, Київ, Україна, е-mail: t\_kozlova@ukr.net.

УДК 532.516

#### И.Т. СЕЛЕЗОВ

#### Институт гидромеханики НАН Украины, Киев, Украина

#### О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ УПРУГОЙ ПЛАСТИНЫ С ПОТОКОМ СЖИМАЕМОГО ГАЗА

Приведена постановка задачи динамической устойчивости упругой пластины, защемленной в плоском экране и обтекаемой сверху сжимаемой газообразной средой с постоянной скоростью. При обтекаемой критической скорости такая система может быть динамически неустойчивой. Аналитическое решение задачи построено применением интегрального преобразования Лапласа и переходом к оригиналу посредством формулы обращения Римана — Меллина и леммы Жордана. В результате из рассмотрения задачи на собственные значения определена и построена граница динамической устойчивости

**Ключевые слова:** сжимаемый газ, упругая пластина, динамическая устойчивость, преобразование Лапласа

Прежде всего, отметим фундаментальный вклад выдающегося ученого математика-механика Н.Е. Жуковского в развитие теории движения жидких и газообразных сред.

Центральное место в моделировании панельного флаттера занимает определение оператора аэродинамического взаимодействия с колеблющейся границей, что представляет собой нетривиальную задачу. Поэтому достигнутый прогресс в области панельного флаттера связан с применением поршневой теории, аппроксимирующей этот оператор простым соотношением при больших числах Маха. Достижения в этой области отражены в обзорах [1-3] и обстоятельно изложены в монографии [4]. Получила также развитие теория первого приближения [5].

Состояние вопроса в области панельного флаттера и аэрогидроупругости отражено в работах [1 - 6]. Известные, получившие наибольшее распространение, упрощенные теории имеют ограниченные пределы применимости. Например, поршневая теория применима при больших М, а квазистационарная теория — при малых Sh. Точное решение задачи панельного флаттера было получено в рамках поршневой теории и на основе квазистационарного приближения.

Решения задач панельного флаттера в точной постановке для бесконечной пластины представлены в работах [6, 7].

Здесь рассматривается в точной постановке в рамках теории малых возмущений задача аэроупругости для протяженной в боковом направлении пластины, защемленной по двум кромкам поперек потока  $\mathbf{x}=0$  и  $\mathbf{x}=1$  и обтекаемой с одной стороны

потоком сжимаемого газа в области  $\Omega^{\mathrm{f}}$  .

Задача рассматривается в исходной невозмущенной системе прямоугольных декартовых координат (x,y,z).

Область, занимаемая пластиной,  $\Omega^p = \left\{ \left( x,y,z \right) \colon 0 \le x \le l, \ y=0, \ -\infty < z < \infty \right\}.$  Область течения жидкости над пластиной  $\Omega^f = \left\{ \left( x,y,z \right) \colon \left( -\infty < x < 0, \ 0 \le x \le l, \ 0 < x < \infty \right), \\ 0 \le y < \infty, \ -\infty < z < \infty \right\}.$  В этом случае, несмотря на то, что через защемленные края упругие возмущения не передаются, аэроупругие взаимодействия имеются во всей области, занимаемой пластиной  $\Omega^p$ .

Предполагается, что в невозмущенном состоянии по обе стороны панели давление равно  $\rho_0$  и что отсчет областей производится от срединной поверхности пластины, т.е. влияние ее толщины не учитывается. Движение газа описывается уравнениями Эйлера в предположении адиабатичности течения, а движение пластины - уравнениями классической теории изгибных колебаний пластин Кирхгофа. На поверхности пластины удовлетворяются условия непроницаемости, на бесконечности - условия затухания возмущений.

После линеаризации исходных уравнений и граничных условий и выделения гармонической части  $e^{i\Omega t}$  в решении получим систему уравнений в безразмерном виде относительно функций  $\rho = \rho(x,y)\,, \qquad v_x = v_x \, \big(x,y\big)\,, \qquad v_y = v_y \, \big(x,y\big)\,, \ w = w \, \big(x\big)$  в области y > 0

$$\begin{split} &i\Omega \cdot \text{Sh} \cdot \rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \,, \\ &i\Omega \cdot \text{Sh} \cdot v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{1}{M^2} \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \,, \\ &i\Omega \cdot \text{Sh} \cdot v_y + \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{1}{M^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} = 0 \,, \end{split} \tag{1}$$

в области у = 0

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \Omega^2 w + \lambda \rho(x,0) = 0,$$

с граничными условиями

$$v_{y}(x,0) = i\Omega Sh \cdot w + \frac{\partial w}{\partial x},$$

$$\rho(x,\infty) = v_{x}(x,\infty) = v_{y}(x,\infty) = 0,$$

$$w(0) = w(1) = \frac{\partial w(0)}{\partial x} = \frac{\partial w(1)}{\partial x} = 0,$$
(2)

где  $v_x$  и  $v_y$  - компоненты вектора возмущенной скорости;

ρ -возмущенная плотность;

w - прогиб пластины;

h и l - толщина пластины и расстояние между опорами;

 $\rho_p$ , Е и  $\nu$  - плотность, модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала пластины;

 $ho_0, v_0$  и  $a_0$  - плотность, скорость потока и скорость звука в невозмущенном состоянии;

 $\Omega$  - комплексная частота;

 $i = \sqrt{1}$  - мнимая единица;

 $M = v_0 / a_0$  - число Маха;

$$\mathrm{Sh} = \mathrm{h} \left( \mathrm{v}_0 \mathrm{l} \right)^{-1} \sqrt{\mathrm{E} / \left[ 12 \rho_\mathrm{p} \left( \mathrm{l} - \mathrm{v}^2 \right) \right]}$$
 - число Струха-

ля;

$$\lambda = \rho_0 a_0^2 l^3 / D$$
;  $D = Eh^3 / \left[ 12 \left( 1 - v^2 \right) \right]$  - цилинд-

рическая жесткость.

Обезразмеривание произведено по следующим характерным величинам: плотность потока - по  $\rho_0$ , скорость - по  $\nu_0$ , поперечный прогиб и координа-

ты - по 1, время – по 
$$T = l^2 h^{-1} \sqrt{12 \rho_p \left(1 - v^2\right) / E}$$
.

После несложных преобразований из (1) и (2) получаем следующую краевую задачу для функции  $\rho(x,y)$  в области y>0

$$\begin{split} \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} - B^2 \, \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} - 2 i \, Sh \, \Omega M^2 \, \frac{\partial \rho}{\partial x} + \left( Sh \Omega M \right)^2 \rho &= 0 \; , \\ \frac{\partial \rho}{\partial y} \big( x, 0 \big) &= - M^2 \bigg( i Sh \Omega + \frac{\partial}{\partial x} \bigg)^2 \; w \; , \end{split} \tag{3}$$

$$\rho(x,\infty) = 0$$
,  $B^2 = M^2 - 1$ .

При y < 0  $\rho(x,0) = 0$ , что позволяет применить преобразование Лапласа. Полагая,  $R(x,p) = \int_0^\infty e^{-py} \rho(x,y) dy$  приведем первое уравне-

$$\frac{\partial^{2} R}{\partial x^{2}} + 2iSh\Omega \frac{M^{2}}{B^{2}} \frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\left(Sh\Omega M\right)^{2} + p^{2}}{B^{2}} R =$$

$$= \frac{1}{B^{2}} \left[ p \cdot \rho(x, 0) - M^{2} \left(iSh\Omega + \frac{\partial}{\partial x}\right)^{2} w(x) \right]. \tag{4}$$

Общее решение уравнения (4) записывается в виде

$$R = C_1 e^{s_1 x} + C_2 e^{s_2 x} + R^*, (5)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  - произвольные константы;

 $\mathbf{s}_1$  и  $\mathbf{s}_2$  - корни характеристического уравнения

$$s^2 + 2iSh\Omega \frac{M^2}{R^2} s - \frac{(Sh\Omega M)^2 + p^2}{R^2} = 0$$
, (6)

а  $R^*$  - некоторое частное решение уравнения (4). Так как мы ищем решение, затухающее на бесконечности, значит показатель степени роста функции  $\rho(x,y)$  при  $y\to\infty$  должен быть не положительным  $(Res_1 \le Res_2)$ , поэтому изображение R(x,p)должно быть аналитической функцией в области. Первый и второй член в формуле (5) не удовлетворяют этому условию  $(s_1$  и  $s_2$  являются двухзначной функцией от  $\rho$  и одна из точек ветвления располагается в правой полуплоскости комплексного переменного p), поэтому мы вправе положить  $C_1 = C_2 = 0$ . Таким образом, нам необходимо теперь решить следующую систему уравнений

$$\begin{split} &\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \Omega^2 w + \left[ \frac{\lambda}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} R^*(x,p) e^{py} dp \right]_{y=0} = 0 , \\ &\frac{\partial^2 R^*}{\partial x^2} + 2i Sh \Omega \frac{M^2}{B^2} \frac{\partial R^*}{\partial x} - \frac{\left(Sh \Omega M\right)^2 + p^2}{B^2} R^* = \quad (7) \\ &= \left[ \frac{p}{2\pi i B^2} \int_{-i\infty}^{i\infty} R^*(x,p) e^{py} dp \right]_{y=0} - \frac{M^2}{B^2} \left(i Sh \Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 w. \end{split}$$

Далее будем искать решение для поперечного прогиба в виде

$$w(X) = W_1 e^{\alpha_1 x} + W_2 e^{\alpha_2 x} + W_3 e^{\alpha_3 x} + W_4 e^{\alpha_4 x},$$
  
  $x \in (-\infty, \infty)$  (8)

где  $W_j$ , (j=1,2,3,4) - произвольные константы, определяемые, как обычно, из граничных условий. Показатели  $\alpha_j$ , j=1-4, определяющие форму колебания пластины, находятся из уравнения (7) сле-

дующим образом: исключая интеграл из уравнений (7), получим

$$\begin{split} &\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \Omega^2 w + \left[ \frac{\lambda}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} R^* \left( x, p \right) e^{py} dp \right]_{y=0} = 0 \;, \\ &\frac{\partial^2 R^*}{\partial x^2} + 2i Sh \Omega \frac{M^2}{B^2} \frac{\partial R^*}{\partial x} - \frac{\left( Sh \Omega M \right)^2 + p^2}{B^2} R^* = \; (9) \end{split}$$

$$= -\frac{p}{\lambda B^2} \Biggl( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \Omega^2 w \Biggr) - \frac{M^2}{B^2} \Biggl( i Sh \Omega + \frac{\partial}{\partial x} \Biggr)^2 \ w \ .$$

Следовательно, решение  $R^*(x,p)$  можем взять в аналогичном (8) виде

$$R^* = \sum_{i=1}^4 R_j^* e^{\alpha_j x}, \qquad (10)$$

где  $R_{j}^{*}$  легко определяются из уравнения (9)

$$\begin{split} R_{j}^{*} &= -W_{j} \left\{ p \left( \alpha_{j}^{4} - \Omega^{2} \right) + \lambda M^{2} \left( i Sh\Omega + \alpha_{j} \right)^{2} \right\} \times \\ &\times \left\{ B^{2} \alpha_{j}^{2} + 2 Sh\Omega M^{2} \alpha_{j} - \left[ \left( Sh\Omega M \right)^{2} + p^{2} \right] \right\}^{-1}. \end{split} \tag{11}$$

Далее используя формулу обращения Римана - Меллина [7], лемму Жордана и теорему о вычетах, получим выражение для  $\rho(x,y)$  после подстановки, которого в четвертое уравнение (1), учитывая (8) и приравнивая коэффициенты при одинаковых функциях  $e^{\alpha}$ , x, выводим окончательное условие для определения четырех показателей

$$\alpha_{j}^{4} - \Omega^{2} + \lambda M^{2} \frac{\left(iSh\Omega + \alpha_{j}\right)^{2}}{\sqrt{M^{2}\left(\alpha_{j} + iS\Omega\right)^{2} - \alpha_{j}^{2}}} = 0. \quad (12)$$

Полагая число Струхаля малым, и разложив третий член уравнения (12) в ряд Тейлора, отбросив члены второго порядка малости и выше, получим квазистационарное приближение первого порядка для бесконечной пластины, аналогичное аппроксимации для пластины конечной протяженности.

Уравнение (12) переходит при этом в следующее

$$\alpha_{j}^{4} - \Omega + \frac{\lambda M^{2}}{\sqrt{M^{2} - 1}} \zeta \left( \alpha_{j} + i Sh \Omega \frac{M^{2} - 2}{M^{2} - 1} \right) = 0, (13)$$

где

$$\zeta = \begin{cases} +\text{I}\,, & \text{если} \quad \text{Re}\,\alpha_j > 0; \\ -\text{I}\,, & \text{если} \quad \text{Re}\,\alpha_j < 0. \end{cases}$$

Положив, кроме того,  $M\gg 1$ , получим приближения "поршневой" теории для бесконечной пластины. Уравнение (12) при этом переходит в следующее

$$\alpha_{i}^{4} - \Omega + \lambda M \zeta (\alpha_{i} + iSh\Omega) = 0.$$
 (14)

Теперь, подставляя решение (8) в третье граничное условие (2), получим однородную систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных  $W_j$ ,  $j=1\div 4$ . Для существования нетривиального решения необходимо, чтобы определитель системы был равен нулю. Это единственное условие для определения собственных частот (вообще говоря, комплексных) колебания пластины в потоке газа.

Плоская форма равновесия пластины будет устойчивой, если все корни этого уравнения будут лежать в верхней полуплоскости комплексного переменного  $\Omega$ .

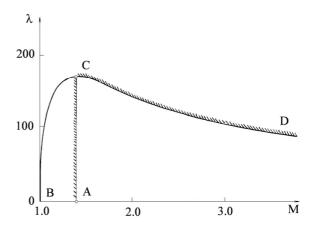


Рис. 1. Граница динамической устойчивости  $\mathbf{Sh} = 10^{-3}$ 

На рисунке 1 приведены результаты расчетов границы динамической устойчивости при числе Струхаля  $Sh=10^{-3}$ . Наблюдаются две характерные границы устойчивости: АС соответствует переходу всех собственных значений на нижнюю полуплоскость  $\Omega$  (слабый флаттер [2]), CD соответствует случаю взаимодействия смежных форм колебаний.

Расширение области динамической устойчивости может быть достигнуто при учете электропроводности течения на основе уравнений магнитной гидродинамики [8]

Автор выражает благодарность В.Г. Матвееву за участие в работе и проведение расчетов.

#### Литература

- 1. Григолюк, Э.И. Флаттер панелей и оболочек [Текст] / Э.И. Григолюк, Р.Е., Лампер, Л.Г Шандаров // Сб. Механика. М.: Ин-т научной информации. 1965. С. 34-90.
- 2. Dowell, E.H. Panel flutter: a review of the aeroelastic stability of plates and shells [Text] / E.H. Dowell // AIAA. 1970. 8, N 3. P. 385-399.
- 3. Новичков, Ю.Н. Флаттер пластин и оболочек [Текст] / Ю.Н Новичков // Механика деформи-

руемого твердого тела. Итоги науки и техники. – М.: ВИНИТИ. – 1978. – № 11. – С. 67-122.

- 4. Болотин, В.В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. [Текст] / В.В. Болотин. М.: ГИФМЛ, 1961. 340 с.
- 5. Dugundji, J. Theoretical considerations of panel flutter at high supersonic Mach numbers. [Text] / J. Dugundji // AIAA. 1966. 4, N 7. P. 1257-1266.
  - 6. Miles, Y.W. On the aerodynamic stability of thin
- panels [Text] / Y.W. Miles // J. Aeronautical Sciences. 1956. 23, N 8. P. 771-780.
- 7. Свешников, А.Г. Теория функций комплексной переменной. [Текст] / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов. М.: Наука, 1974. 320 c.
- 8. Selezov, I.T. On some transformations and approximations of magnetohydrodynamic equations [Text] / I.T. Selezov // Int. J. Fluid Mechanics Research. 2010. 37, N 4. P. 382-389.

Поступила в редакцию 5.06.2012

**Рецензент:** главн. научн. сотр., д-р техн. наук, профессор кафедры аэрогидродинамики Ю.А. Крашаница, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

#### ПРО ВЗАЄМОДІЮ ПРУЖНОЇ ПЛАСТИНИ З ПОТОКОМ ГАЗУ, ЩО СТИСКАЄТЬСЯ

#### І.Т. Селезов

Наведено постановку задачі динамичної стійкості пружної пластини, яка затиснута в плоскому екрані і обтічна зверху газоподібним середовищем, що стискається, зі сталою швидкістю. При обтічній критичній швидкості така система може бути динамічно нестійкою. Аналітичний розв'язок задачі побудовано за застосуванням інтегрального перетворення Лапласа та переходом до оригіналу за допомогою формули перетворення Рімана — Мелліна и лемми Жордана. Внаслідок, з розгляду задачі на власні значення визначено та побудовано межу динамічної стійкості.

Ключові слова: стисливий газ, пружна пластина, динамічна стійкість, перетворення Лапласа

#### ON INTERACTION OF ELASTIC PLATE WITH COMPRESSIBLE GASE STREAM

#### I.T. Selezov

The statement of a problem of dynamic stability of the elastic plate clamped in the flat screen and flowed round from above by the compressible gaseous medium with a constant velocity is presented. At a streamline critical velocity such a system can be dynamically unstable. The analytical solution of a problem is constructed by application of the Laplace integral transformation and passage to an original by means of an inversion formula of the Riemann – Mellin inversion formula and the Jordan lemma . As a result, on the basis of the eigenvalue problem the boundary of a dynamic stability is determined and shown.

Key words: compressible gas, elastic plate, dynamic stability, Laplace transforms

**Селезов Игорь Тимофеевич** – д-р физ.-мат наук, проф., зав. отделом гидродинамики волновых процессов, Институт гидромеханики НАН Украины, Киев, Украина, e-mail: selezov@uninet.kiev.ua.

УДК 629.735.33.015.017.28.3.025.035

#### В.П. ПУСТОВОЙТОВ

Государственное предприятие "АНТОНОВ", Украина

#### УСТОЙЧИВОСТЬ ДЛИННОПЕРИОДИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ ТУРБОВИНТОВОГО РЕГИОНАЛЬНОГО САМОЛЕТА ПРИ ВЫДЕРЖИВАНИИ ЛЕТЧИКОМ ЗАДАННОГО УГЛА НАКЛОНА ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА

Излагается вывод формулы, выражающей условие устойчивости длиннопериодического движения турбовинтового регионального самолета при выдерживании летчиком заданного угла наклона тра-ектории полета. Теоретическим и расчетным исследованием с помощью полученной формулы подтвержден известный из опыта вывод о том, что устойчивость длиннопериодического движения турбовинтового самолета уменьшается с увеличением угла атаки и коэффициента нагрузки на ометаемую воздушным винтом площадь. В области малых значений коэффициента нагрузки на ометаемую воздушным винтом площадь при выдерживании летчиком рекомендованных летным руководством скоростей захода на посадку турбовинтовые самолеты близки к нейтральности в длиннопериодическом движении.

**Ключевые слова:** устойчивость, длиннопериодическое движение, скорость, угол наклона траектории, подъемная сила, сила сопротивления, угол атаки, угол отклонения закрылков, коэффициент нагрузки на ометаемую воздушным винтом площадь.

#### Введение

Наиболее напряженным режимом полета, на котором летчику турбовинтового самолета приходится выдерживать заданный угол наклона траектории, является режим полета по посадочной глиссаде. Из опыта известно, что пилотирование турбовинтового самолета на этом режиме полета усложняется, если полет происходит на больших углах атаки и при высоких режимах работы двигателей. Уже на раннем этапе проектирования турбовинтового самолета требуется знать, будет ли устойчивым длиннопериодическое движение при выдерживании летчиком заданного угла наклона траектории полета. Формула, выражающая условие устойчивости такого движения, для турбовинтового самолета в литературе отсутствует.

Цель настоящей работы – вывести формулу, выражающую условие устойчивости длиннопериодического движения турбовинтового регионального самолета при выдерживании летчиком заданного угла наклона траектории полета и с помощью этой формулы исследовать влияние коэффициента нагрузки на ометаемую воздушным винтом площадь угла атаки и угла отклонения закрылков на устойчивость этого движения.

#### 1. Условие устойчивости длиннопериодического движения турбовинтового регионального самолета при выдерживании летчиком заданного угла наклона траектории полета

Так как формулы, описывающие связи между силами, действующими на турбовинтовой региональный самолет в продольной плоскости, и коэффициентом нагрузки на ометаемую воздушным винтом площадь В, углом атаки  $\alpha$  и углом отклонения закрылков  $\delta_3$  являются сложными [1, 2], для достижения поставленной цели введем ряд упрощающих положений.

Будем рассматривать режим горизонтального полета (  $\theta_{\rm o}=0$ ;  $n_{\rm y}=1$  ). Как известно [3], условие устойчивости продольного длиннопериодического движения самолета в горизонтальном полете выражается неравенством

$$\frac{d}{dV}(P-Q)_{r.n} < 0, \qquad (1)$$

где Q – сила аэродинамического сопротивления турбовинтового самолета с учетом обдувки его крыла струями воздушных винтов.

Так как у турбовинтовых двигателей изменение тяги P по скорости не является сильным, то условие

(1) в первом приближении можно выразить следующим неравенством:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\mathbf{V}}(-\mathbf{Q})_{\mathrm{r},\mathrm{n}} < 0. \tag{2}$$

Примем, что, действуя рулем высоты, летчик устраняет возмущения по перегрузке и углу наклона траектории, т.е. примем  $\Delta n_y = 0$  и  $\Delta \theta = 0$ . Тогда в предположении, что результирующая подъемная сила  $R_y$  равна аэродинамической подъемной силе Y, неравенство (2) может быть записано следующим образом:

$$.\frac{d}{dV}(-Q)_{r,\pi} = Q^{V} - Q^{\alpha} \frac{Y^{V}}{Y^{\alpha}} < 0..$$
 (3)

Здесь  $Q^V$  и  $Q^\alpha$  - частные производные силы аэродинамического сопротивления самолета соответственно по скорости полета и углу атаки,  $Y^V$  и  $Y^\alpha$  - частные производные аэродинамической подъемной силы самолета соответственно по скорости полета и углу атаки

Раскроем выражения для частных производных  $Q^V$ ,  $Q^\alpha$ ,  $Y^V$  и  $Y^\alpha$ . Аэродинамическими силами, действующими на горизонтальное оперение, в сравнении с аэродинамическими силами, действующими на самолет без горизонтального оперения, будем пренебрегать. Тогда силу аэродинамического сопротивления и аэродинамическую подъемную силу турбовинтового самолета приближенно можно описать формулами

$$Q \approx C_{x_{6 \text{ res}}} \frac{\rho V^2}{2} S_{\kappa p};$$
 (4)

$$Y \approx C_{y_{6re_s}} \frac{\rho V^2}{2} S_{\kappa p} . \tag{5}$$

Из (4) и (5) вытекают следующие формулы для частных производных  $Q^V$  ,  $Q^\alpha$  ,  $Y^V$  и  $Y^\alpha$  :

$$Q^{V} = C_{x_{6ro_{s}}}^{V} \frac{\rho V^{2}}{2} S_{kp} + C_{x_{6ro_{s}}} \rho V S_{kp};$$
 (6)

$$Q^{\alpha} = C_{x_{6ro_s}}^{\alpha} \rho \frac{V^2}{2} S_{\kappa p} ; \qquad (7)$$

$$Y^{V} = C_{y_{\delta_{re}}}^{V} \rho \frac{V^{2}}{2} S_{\kappa p} + C_{y_{\delta_{re}}} \rho V S_{\kappa p} ; \qquad (8)$$

$$Y^{\alpha} = C_{y_{6ro_s}}^{\alpha} \rho \frac{V^2}{2} S_{xp} . \qquad (9)$$

Подставив (6)...(9) в (3), получим

$$\frac{d}{dV}(-Q)_{_{\Gamma,\Pi}} = C_{_{X_{6ro_s}}}^{\ V} \rho \frac{V^2}{2} \, S_{_{KP}} + C_{_{X_{6ro_s}}} \rho V S_{_{KP}} -$$

$$-\frac{C_{x_{6 ro_{s}}}^{\alpha}}{C_{y_{6 ro_{s}}}^{\alpha}} \left( C_{y_{6 ro_{s}}}^{V} \rho \frac{V^{2}}{2} S_{\kappa p} + C_{y_{6 ro_{s}}} \rho V S_{\kappa p} \right) < 0. \quad (10)$$

Так как [2]

$$C_{x_{6ro_{s}}} = C_{x_{6ro_{s}}C_{y_{6ro_{s}}}=0} + \frac{\partial C_{x_{6ro}}}{\partial C_{y_{6ro}}^{2}} \cdot C_{y_{6ro_{s}}}^{2}, \qquad (11)$$

то

$$C_{x_{6ro_{s}}}^{V} = C_{x_{6ro_{s}}c_{y_{6ro_{s}}=0}}^{V} + \frac{\partial C_{x_{6ro}}}{\partial C_{y_{6ro}}^{2}} 2C_{y_{6ro_{s}}} C_{y_{6ro_{s}}}^{V};$$
(12)

$$C_{x_{6ro_{s}}}^{\alpha} = \frac{\partial C_{x_{6ro_{s}}}}{\partial C_{y_{6ro_{s}}}^{2}} \cdot 2C_{y_{6ro_{s}}} \cdot C_{y_{6ro_{s}}}^{\alpha}.$$
 (13)

Подстановка (11)...(13) в (10) после преобразований дает

$$\begin{split} &\frac{d}{dV}(-Q)_{r,\pi} = C^{V}_{x_{6ro_{s}}C_{y_{6ro_{s}}}} \rho \frac{V^{2}}{2} S_{\kappa p} + \\ &+ C_{x_{6ro_{s}}C_{y_{6ro_{s}}}} \rho V S_{\kappa p} - \frac{\partial C_{x_{6ro}}}{\partial C^{2}_{v_{c,s}}} \cdot C^{2}_{y_{6ro_{s}}} \rho V S_{\kappa p} < 0. \end{split} \tag{14}$$

Так как

$$C_{x_{6ro_{s}}_{C_{y_{6ro_{s}}}=0}}^{V} = C_{x_{6ro_{s}}_{C_{y_{6ro_{s}}}=0}}^{B} \cdot B^{V},$$
 (15)

a

$$B^{V} = -\frac{2}{V}B, \qquad (16)$$

то

$$C_{x_{6ro_{s}}_{C_{y_{6ro_{s}}}=0}}^{V} = -\frac{2}{V} C_{x_{6ro_{s}}_{C_{y_{6ro_{s}}}=0}}^{B} \cdot B.$$
 (17)

Гогла

$$\frac{d}{dV}(-Q)_{r,n} = \rho V S_{kp} \left( C_{x_{\delta ro_{s}} C_{y_{\delta ro_{s}}} = 0} - C_{x_{\delta ro_{s}} C_{y_{\delta ro_{s}}} = 0}^{B} \cdot B - \frac{\partial C_{x_{\delta ro}}}{\partial C_{y_{\delta ro}}^{2}} \cdot C_{y_{\delta ro_{s}}}^{2} \right) < 0.$$
(18)

В [2] показано, что при малых значениях коэф- фициента В коэффициент С  $_{x_{\ 6\ ro_{S}}}_{C_{y_{\ 6\ ro_{S}}}}=0}$  описыва-

ется следующей линейной формулой

$$C_{x_{6ro_{s}}c_{y_{6ro_{s}}}=0} = C_{x_{6ro_{c_{y_{6ro}}}=0}} + \\ + \left[ C_{x_{xp_{c_{y_{xp}}}=0}} \left( \delta_{3} = 0 \right) + {}_{\Delta}C_{x_{6ro_{c_{y_{6ro}}}=0}} \left( \delta_{3} \right) \right] \overline{S}_{\kappa p_{s}} \cdot B.$$
Тогда

$$\begin{split} &C_{x_{6ro_{s}}C_{y_{6ro_{s}}}^{B}=0}^{B}=\left[C_{x_{sp_{C_{y_{sp}}}=0}}\left(\delta_{3}=0\right)+\right.\\ &\left.+_{\Delta}C_{x_{6ro_{C_{y_{6ro}}}=0}}\left(\delta_{3}\right)\right]\bar{S}_{sp_{s}}. \end{split} \tag{20}$$

Подставив (19) и (20) в (18), получим

$$\begin{split} &\frac{d}{dV} \left( -Q \right)_{r.\pi} = \rho \ V \ S_{\kappa p} \left( C_{x_{6ro}}_{c_{y_{6ro}=0}} - \right. \\ &\left. - \frac{\partial C_{x_{6ro}}}{\partial C_{y_{6ro}}^2} \cdot C_{y_{6ro_s}}^2 \right) < 0. \end{split} \tag{21}$$

Оценка летчика, решающего задачу выдерживания заданного угла наклона траектории полета с помощью руля высоты (обычная манера пилотирования), коррелируется с критерием  $\frac{d\theta}{dV}$ , который при постоянной тяге двигателей представляет собой отношение полной производной  $\frac{d}{dV}(-Q)_{\Gamma,\Pi}$  к весу самолета G. Тогда условие устойчивости длиннопериодического движения турбовинтового самолета при выдерживании летчиком заданного угла наклона траектории полета может быть выражено следующей формулой:

$$\begin{split} &\frac{d\theta}{dV} = -\frac{\rho V S_{\kappa p}}{G} \left( C_{x_{6ro}} C_{y_{6ro}=0} - \frac{\partial C_{x_{6ro}}}{\partial C_{y_{6ro}}^2} \cdot C_{y_{6ro_s}}^2 \right) < 0. \end{split} \tag{22}$$

# 2. Влияние коэффициента нагрузки на ометаемую воздушным винтом площадь, угла атаки и угла отклонения закрылков на устойчивость длиннопериодического движения турбовинтового регионального самолета

Исследуем с помощью формулы (22) влияние коэффициента В, угла атаки  $\alpha$  и угла отклонения закрылков  $\delta_3$  на устойчивость длиннопериодического движения турбовинтового регионального самолета.

Из формулы (22) следует, что устойчивость длиннопериодического движения турбовинтового самолета будет уменьшаться с ростом коэффициента  $C_{y_{6ro_s}}$ , возводимого в квадрат. Так как коэффициент  $C_{y_{6ro_s}}$  увеличивается с ростом коэффициента B, то с ростом коэффициента B устойчивость длинноперио-

дического движения самолета уменьшается. Интенсивность этого уменьшения зависит от интенсивности увеличения квадрата коэффициента  $C_{y_{6ro_s}}$  при увеличении коэффициента В. Как показано в [1], в области малых значений коэффициента В коэффициент  $C_{y_{6ro_s}}$  описывается линейной формулой

$$\begin{split} &C_{y_{6ro_{s}}} = C_{y_{6ro_{\delta_{3}=0}}}(\alpha) + {_{\Delta}C_{y_{6ro}}}(\delta_{_{3}}) + \\ &+ 0,44B \bigg[ C_{y_{6ro_{\delta_{3}=0}}}(\alpha) \bar{S}_{\kappa p_{s}} + {_{\Delta}C_{y_{6ro}}}(\delta_{_{3}}) \frac{\bar{S}_{\kappa p_{_{s}}}}{\bar{S}_{\kappa p_{_{s}}}^{-\frac{1}{\varphi}}} \bigg]. \end{split} \tag{23}$$

Тогда квадрат коэффициента  $\,C_{y_{\tilde{0}\,{\rm ro}_S}}\,\,$  выразится формулой

$$\begin{split} &C_{y_{6}r_{0}_{s}}^{2} = \left[C_{y_{6}r_{0}\delta_{3}=0}(\alpha) + {}_{\Delta}C_{y_{6}r_{0}}(\delta_{3})\right]^{2} + \\ &+ 0,88B \left[C_{y_{6}r_{0}\delta_{3}=0}(\alpha) + {}_{\Delta}C_{y_{6}r_{0}}(\delta_{3})\right] \times \\ &\times \left[C_{y_{6}r_{0}\delta_{3}=0}(\alpha)\overline{S}_{\kappa p_{s}} + {}_{\Delta}C_{y_{6}r_{0}}(\delta_{3})\frac{\overline{S}_{\kappa p_{s}}}{\overline{S}_{\kappa p_{3}}}\right] + \\ &+ (0,44B)^{2} \left[C_{y_{6}r_{0}\delta_{3}=0}(\alpha)\overline{S}_{\kappa p_{s}} + {}_{\Delta}C_{y_{6}r_{0}}(\delta_{3})\frac{\overline{S}_{\kappa p_{s}}}{\overline{S}_{\kappa p_{3}}}\right]^{2}. \end{split} \tag{24}$$

В области малых значений коэффициента В  $(B \le 1)$  величина  $(0,44B)^2$  мала по сравнению с величиной 0,88B, поэтому устойчивость длиннопериодического движения турбовинтового регионального самолета при выдерживании летчиком заданного угла наклона траектории полета будет уменьшаться практически линейно с ростом коэффициента В. (Следует отметить, что в области больших значений коэффициента В зависимость коэффициента  $C_{y_{6ro_s}}$  от коэффициента В описывается нелинейной формулой [4]. Следовательно, характер изменения критерия  $\frac{d\theta}{dV}$  по коэффициенту В в области больших значений коэффициента В требует отдельного исследования).

Так как величина коэффициента  $C_{y_6\,ro_8}$  растет с увеличением угла атаки, то устойчивость длинно-периодического движения турбовинтового самолета с ростом угла атаки уменьшается. Устойчивость длиннопериодического движения турбовинтового самолета при увеличении угла отклонения закрылков уменьшается слабо, так как влияние роста коэффициента  $C_{y_6\,ro_8}$  при увеличении угла отклонения закрылков ослабляется одновременным ростом коэффициента  $C_{x_6\,ro_{C_{v_e...}=0}}$ .

Исследуем зависимость критерия  $\frac{d\theta}{dV}$  от коэф-

фициента В, угла атаки а и угла отклонения закрылков  $\delta_3$  расчетным путем. Задавшись весом самолета G, посадочным углом отклонения закрылков  $\delta_{3}$  и углом атаки  $\alpha$ , определим скорость полета самолета при нулевой тяге двигателей (В = 0). Угол наклона траектории полета при этом, очевидно, будет отрицательным. Увеличим тягу двигателей, полагая, что рассчитанная скорость полета сохраняется постоянной вследствие изменения угла наклона траектории. При некотором увеличении тяги двигателей знак угла наклона траектории изменится с отрицательного на положительный. Т.к. изменение угла наклона траектории происходит в окрестности нулевого значения этого угла, то в первом приближении для расчета можно воспользоваться формулой (22). Таким способом можно рассчитать зависимость критерия  $\frac{d\theta}{dV}$  от коэффициента В для заданного уг-

ла атаки  $\alpha$ . Таким же способом рассчитываются аналогичные зависимости для ряда других значений угла атаки. При этом целесообразно задаваться тремя характерными значениями угла атаки: а) углом атаки  $\alpha_{V_{\rm col}}$ , соответствующим полету на скорости

захода на посадку, рекомендованной в летном руководстве самолета; б) углом атаки  $\alpha_{V_{max}}$  , соответ-

ствующим полету на максимальной скорости, разрешенной для полета с отклоненными закрылками; в) углом атаки  $\alpha_{\text{сигн}}$ , при котором происходит срабатывание сигнализации о выходе на максимально допустимые углы атаки. Тогда линии  $\frac{d\theta}{dV} = f(B)$ , рассчитанные для углов  $\alpha_{V_{max_\delta}}$  и  $\alpha_{\text{сигн}}$ , будут свя-

атаки самолета. Расчетный диапазон изменения коэффициента B соответствует диапазону изменения тяги двигателей от режима малого газа до взлетного. Тогда линии, соединяющие точки на зависимостях  $\frac{d\theta}{dV} = f(B) \,, \,$  соответствующие нулевой тяге и взлет-

заны с границами области эксплуатационных углов

ной тяге двигателей, будут связаны с границами области изменения тяги двигателей.

На рис. 1 и 2 показаны результаты расчета критерия  $\frac{d\theta}{dV}$  для четырехмоторного турбовинтового транспортного самолета, а на рис. 3 и 4 — для двухмоторного турбовинтового самолета. Расчетные ре-

зультаты согласуются с выводами, полученными путем качественного анализа формулы (22).

Видно, что угол отклонения закрылков оказывает слабое влияние на устойчивость длиннопериодического движения рассмотренных самолетов. С ростом коэффициента В устойчивость длиннопериодического движения рассмотренных самолетов уменьшается практически по линейному закону. Угол атаки оказывает большое влияние на устойчи-

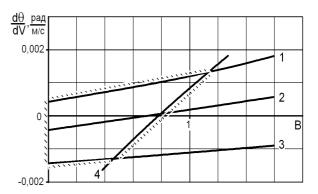


Рис. 1. Четырехмоторный турбовинтовой самолет:  $G/S=520~{\rm kr/m}^2$ . Зависимость критерия  $\frac{{
m d} \theta}{{
m d} V}$  от коэф-

фициента В для различных углов атаки  $\alpha$  при  $\delta_{3_{\Pi 0 C}} = 25^{\circ}$ :

$$1 - \alpha_{\text{cuth}} = 12^{\circ}; 2 - \alpha_{V_{3\Pi}} = 6.5^{\circ};$$

$$3 - \alpha_{V_{\text{max }\delta}} = 1.5^{\circ}; 4 - B_{\text{взл. режим}}$$

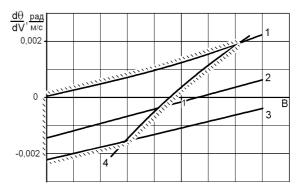


Рис. 2. Четырехмоторный турбовинтовой самолет:  $G/S=520~{\rm kг/m}^2$ . Зависимость критерия  $\frac{{
m d} \theta}{{
m d} V}$  от коэф-

фициента В для различных углов атаки  $\alpha$  при  $\delta_{3_{\Pi O C}} = 45^{\circ}$ :

$$1 - \alpha_{\text{Cuth}} = 10^{\circ}; 2 - \alpha_{V_{3\Pi}} = 3.5^{\circ};$$

$$3 - \alpha_{V_{\text{max}_{\delta}}} = 1^{\circ}; 4 - B_{\text{взл. режим}}$$

вость длиннопериодического движения самолетов: длиннопериодическое движение устойчиво в диапазоне малых углов атаки (от  $\alpha_{V_{max}\delta}$  до  $\alpha_{V_{3\Pi}}$ ) и неустойчиво в области больших углов атаки (от  $\alpha_{V_{3\Pi}}$  до  $\alpha_{Cuгн}$ ). При выдерживании летчиком заданных летным руководством самолета значений скоростей захода на посадку, оба самолета близки к границе устойчивости  $\frac{d\theta}{dV}=0$ . При этом, как показали летные испытания и дальнейшая эксплуатация рас-

ные испытания и дальнейшая эксплуатация рассмотренных самолетов, такие характеристики длиннопериодического движения не вызывают отрицательную оценку летчиков. Отметим, что в случае выдерживания рекомендованной скорости захода на посадку не вызывает негативную оценку даже слабо  $\begin{pmatrix} d\theta & 0.01 \end{pmatrix}$ 

неустойчивое 
$$\left(\frac{d\theta}{dV}\cong 0,\!01\right)$$
 длиннопериодическое

движение турбовинтового самолета (рис. 3). Для установления допустимой степени неустойчивости длиннопериодического движения турбовинтового самолета требуются специальные исследования на пилотажных стендах с участием летчиков.

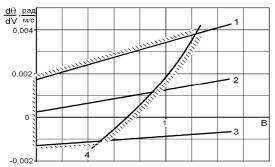


Рис. 3. Двухмоторный турбовинтовой самолет:  $G/S=270~{\rm kr/m^2}$ . Зависимость критерия  $\frac{d\theta}{dV}$  от коэффициента В для различных углов атаки  $\alpha$  при  $\delta_{3_{\rm noc}}=15^{\circ}$ :

$$1 - \alpha_{_{\text{CMFH}}} = 14^{\circ}; 2 - \alpha_{_{\text{V}_{_{3\Pi}}}} = 8^{\circ};$$
  
 $3 - \alpha_{_{\text{V}_{_{max \, S}}}} = 2,3^{\circ}; 4 - B_{_{B3\Pi, \, \text{Pe} ext{MMM}}}$ 

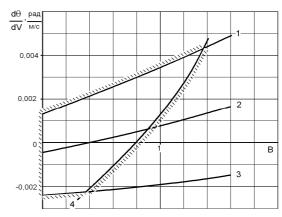


Рис. 4.Двухмоторный турбовинтовой самолет:  $G/S=270~{\rm kr/m^2}$ . Зависимость критерия  $\frac{{
m d}\theta}{{
m d}V}$  от коэффициента В для различных углов атаки  $\alpha$ 

при 
$$δ_{3_{\text{пос}}} = 38^{\circ}$$
:
$$1 - α_{\text{сигн}} = 13^{\circ}; 2 - α_{\text{V}_{3\Pi}} = 5^{\circ};$$

$$3 - \alpha_{V_{\text{max}}_{\delta}} = -1,5^{\circ}; 4 - B_{\text{взл. режим}}$$
 Выволы

- 1. Получена формула, выражающая условие устойчивости длиннопериодического движения турбовинтового регионального самолета при выдерживании летчиком заданного угла наклона траектории полета.
- 2. Устойчивость длиннопериодического движения турбовинтового самолета уменьшается с увеличением угла атаки и коэффициента нагрузки на ометаемую воздушным винтом площадь.
- 3. Выполненные с помощью полученной формулы исследования влияния коэффициента В, угла атаки  $\alpha$  и угла отклонения закрылков  $\delta_3$  на критерий устойчивости длиннопериодического движения самолета  $\frac{d\theta}{dV}$  показали, что в области малых значений коэффициента В при выдерживании летчиком углов атаки, соответствующих рекомендованным летными руководствами скоростям захода на посадку, четырехмоторный и двухмоторный турбовинтовые самолеты, как при умеренных ( $\delta_3 = 15...25^\circ$ ) так и при больших ( $\delta_3 = 38...45^\circ$ ) посадочных углах отклонения закрылков, близки к нейтральности в продольном длиннопериодическом движении, при этом их пилотажные характеристики не вызывают отрицательную оценку летчиков. В области больших значений коэффициента В, характерных для турбовинтовых самолетов короткого взлета и посадки,

требуются дальнейшие исследования.

4. Для установления допустимой степени неустойчивости длиннопериодического движения турбовинтовых самолетов как обычного, так и короткого взлета и посадки, требуются исследования на пилотажных стендах с участием летчиков.

# Литература

- 1. Пустовойтов, В.П. Теоретическое исследование влияния взаимного расположения горизонтального оперения и струй воздушных винтов на продольную статическую устойчивость турбовинтового регионального самолета- высокоплана [Текст] / В.П. Пустовойтов // Аэродинамика: проблемы и перспективы: сб. науч. тр. Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", 2006. вып. 2. С. 142-160.
- 2. Пустовойтов, В.П. Влияние турбовинтовых двигателей на силу сопротивления самолета и статическую силовую устойчивость самолета по

- скорости полета [Текст] / В.П. Пустовойтов // Авиационно-космическая техника и технология.  $2008. N \supseteq 3(50). C. 30-36.$
- 3. Аэромеханика самолета: Динамика полета [Текст]: Учебник для авиационных вузов / А.Ф. Бочкарев, В.В. Андреевский, В.М. Белоконов и др.; под. ред. А.Ф. Бочкарева и В.В. Андреевского. 2-е изд. перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1985. 360 с.
- 4. Пустовойтов, В.П. Приближенный метод расчета влияния турбовинтовых двигателей на момент тангажа и подъемную силу самолетавысокоплана при больших значениях коэффициента нагрузки на ометаемую воздушным винтом площадь [Текст] / В.П. Пустовойтов // Авиационнокосмическая техника и технология. 2007. № 6(42). С. 5-13.

Поступила в редакцию: 10.06.2012

**Рецензент**: д-р техн. наук, проф., главный научный сотрудник кафедры 101 Ю.А. Крашаница, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков, Украина.

# СТІЙКІСТЬ ДОВГОПЕРІОДИЧНОГО РУХУ ТУРБОГВИНТОВОГО ЛІТАКА ПРИ ВИТРИМУВАННІ ЗАДАНОГО КУТА НАХИЛУ ТРАЄКТОРІЇ ПОЛЬОТУ

#### В.П. Пустовойтов

Подається виведення формули, що відображає умову стійкості довгоперіодичного руху турбогвинтового літака при витримуванні заданого кута нахилу траєкторії польоту. Теоретичним та розрахунковим дослідженням, виконаним за допомогою одержаної формули, підтверджено відомий з досвіду висновок про те, що стійкість довгоперіодичного руху турбогвинтового літака зменшується із збільшенням кута атаки і коефіцієнта навантаження на площу, що омітається повітряним гвинтом.

**Ключові слова**: стійкість, довгоперіодичний рух, швидкість, кут нахилу траєкторії, підіймальна сила, сила опору, кут атаки, кут відхилення закрилків, коефіцієнт навантаження на площу, що омітається повітряним гвинтом.

# LONG-PERIOD MOTION STABILITY OF REGIONAL TURBOPROP AIRCRAFT WITH PILOT MAINTAINING THE SELECTED FLIGHT PATH ANGLE

### V.P. Pustovoytov

The paper describes the development of formula expressing the condition of long-period motion stability of a regional turboprop aircraft when the pilot maintains the selected flight path angle. Theoretical and computational study using the developed formula confirms the conclusion, made based on experience, which stability of a turboprop aircraft long-period motion decreases with the growth of the angle of attack and the propeller disc loading coefficient. In the range of low values of the propeller disc loading coefficient when the pilot maintains the approach speeds recommended by the Flight Manual, turboprop airplanes are close to neutral stability in the long-period motion.

**Key words**: stability, long-period motion, speed, flight path angle, lift, drag force, angle of attack, flap deflection angle, propeller disc loading coefficient

**Пустовойтов Валентин Петрович** – д-р техн. наук, ведущий конструктор, Государственное предприятие "АНТОНОВ", Киев, Украина, e-mail: kudryavtsev@antonov.com

УДК 629.76.015

# Α. Γ. CAXHO

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

# КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Представлены результаты качественного анализа системы дифференциальных уравнений произвольного движения летательного аппарата в широком диапазоне изменения параметров подобия, а также траекторных характеристик и внешних воздействий на базе наглядного графического изображения правых частей дифференциальных уравнений в виде так называемых характеристических поверхностей. Такой подход существенно упрощает решение некоторых практических задач без ухудшения качества исследований и делает более наглядными результаты, что облегчает изучение динамических характеристик полёта летательного аппарата. Приведены исследования динамических возможностей летательного аппарата для изменения его скорости по величине и направлению

**Ключевые слова:** летательный аппарат, уравнения движения, качественный анализ, фазовый портрет движения, траектория, скорость, угол атаки, угол наклона траектории к горизонту.

#### Введение

Для анализа движения летательных аппаратов (ЛА) и других тел применяется много методов. Чаще всего для этого используется численное интегрирование уравнений движения. Современные математические методы и вычислительная техника позволяют выполнить с достаточной точностью и за необходимое время численный расчёт любой траектории ЛА. При этом можно получить необходимую информацию, но для принятия обобщающих выводов обычно приходится выполнить очень большой объём вычислений. При ряде допущений удаётся получить решение уравнений движения и в аналитической форме.

Особое место среди этих методов занимает качественный анализ уравнений движения. Необходимую информацию при этом можно получить, не решая уравнений движения, а только анализируя их правые части. Это можно применить как к отдельному уравнению, так и ко всей системе уравнений.

Очень наглядным является графическое изображение правых частей дифференциальных уравнений в виде так называемых характеристических поверхностей. Геометрическая интерпретация этих поверхностей выглядит очень наглядной, если количество исследуемых переменных не более трёх.

Идею качественного анализа дифференциальных уравнений с применением геометрического подхода разработал Анри Пуанкаре (1854-1912). Он считал, что перед численным решением дифференциальных уравнений, необходимо выполнить качественное (геометрическое) изучение функций (кри-

вых), определяемых этими уравнениями. Это значительно расширяет сведения о процессах, описываемых исследуемыми уравнениями, и позволяет значительно сократить объём последующих вычислений. Он изучил характеристики этих кривых на плоскости, классифицировал их особые точки, а также рассмотрел некоторые свойства этих кривых в n- мерном пространстве.

В качестве первого примера выполнен анализ простейшего движения математического маятника. Остальные задачи были решены, рассматривая так называемое продольное движение ЛА (рис. 1). Сис-

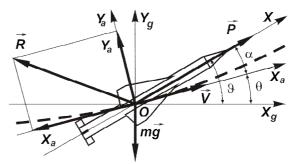


Рис. 1. Силы, действующие на ЛА в вертикальной плоскости

тема уравнений движения ЛА в неизменной вертикальной плоскости имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{V} = g((P\cos\alpha - X_a)/(mg) - \sin\theta); \\ \dot{\theta} = g((P\sin\alpha + Y_a)/(mg) - \cos\theta)/V; \\ I_z \dot{\omega}_z = M_z; \\ \dot{\theta} = \omega_z = \dot{\theta} + \dot{\alpha}. \end{cases}$$
(1)

Здесь а - угол атаки;

 $\theta$  — угол наклона траектории (угол наклона вектора скорости) к местному горизонту;

 $\vartheta$  – угол тангажа:  $\vartheta = \theta + \alpha$ ;

Х<sub>а</sub> - сила лобового сопротивления;

Y<sub>а</sub> – аэродинамическая подъёмная сила;

mg - вес ЛА;

Р – тяга (направлена вдоль продольной оси ЛА).

В приведенных уравнениях точка над символом обозначает дифференцирование по времени.

# 1. Анализ движения математического маятника

В качестве примера рассмотрим хорошо известное движение математического маятника. Это движение интересно тем, что для его анализа можно показать применение различных методов.

Простейший маятник (рис. 2) состоит из не-

большого груза массой т, подвешенного на абсолютно жёстком стержне длиной 1. Груз под действием силы тяжести mg движется по дуге окружности. Угол ф отсчитывается от нижнего расположения груза против часострелки. Скорость движения груза по окружности равна Іф, а тангенциальная составляющая ускорения - Іф. Сопротивлением среды и трени-

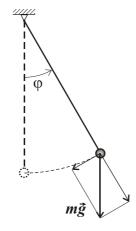


Рис. 2. К анализу движения маятника

ем в точке подвески пренебрегаем. Проекцию второго закона Ньютона для груза на касательную к окружности можно записать в виде  $ml\ddot{\phi} = -mg\sin\phi$ , или окончательно

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \sin \varphi = 0 , \qquad (2)$$

где  $\omega_0^2 = g/1$ .

Это уравнение описывает все возможные движения маятника. Для выделения какого-то конкретного движения необходимо добавить дополнительные условия. Например, задать положение груза и величину его скорости в какой-то момент времени.

Общее аналитическое решение этого уравнения выражается через эллиптические функции Якоби. Для анализа движения маятника можно также использовать численные методы интегрирования этого уравнения. Для этого удобно его представить в виде системы из двух дифференциальных уравнений первого порядка. Необходимую информацию можно получить, выполнив колоссальное количество вы-

числений для различных начальных условий. Этот материал необходимо обработать и проанализировать. Конечно, выполнив предварительный анализ этой задачи, можно значительно уменьшить объём предполагаемых вычислений.

Одним из самых распространённых методов приближённого решения таких задач заключается в линеаризации уравнений. Если ограничиться малыми колебаниями маятника, когда угол  $\phi$  настолько мал, что можно положить  $\sin \phi \approx \phi$ , то уравнение (2) приобретает вид  $\ddot{\phi} + \omega_0^2 \, \phi = 0$ . Это линейное уравнение описывает т. н. гармонические колебания; его решение:  $\phi = \phi_{max} \sin \left( \omega_0 t + a \right)$ . Значения  $\phi_{max}$  — угла максимального отклонения маятника и а определяются из начальных условий. Например, если принять, что при t=0  $\phi=\phi_0$  и  $\dot{\phi}=\dot{\phi}_0$ , то

$$\begin{split} \phi_{max} &= \sqrt{\phi_0^2 + \left(\dot{\phi}_0/\omega_0\right)^2} \ , \qquad \text{ sin } a = \phi_0/\phi_{max} \end{split} \quad \text{ where } \alpha = \dot{\phi}_0/\left(\omega_0\phi_{max}\right) \ . \end{split}$$

Используя метод малых возмущений, полученный результат можно значительно угочнить. Решение этой задачи, распространяемое на сколь угодно большой интервал времени, получил таким методом известный математик и механик М.В. Остроградский.

Полную картину движения маятника можно получить, анализируя его фазовые траектории. Для этого удобнее использовать уравнение, выведенное на основе закона сохранения энергии:

$$\left(\dot{\varphi}/\omega_0\right)^2 + \left(2\sin(\varphi/2)\right)^2 = \overline{E} \ . \tag{3}$$

Слагаемые этого уравнен, характеризующие кинетическую, потенциальную и полную энергию, отнесены к кинетической энергии точки массой m , равномерно вращающейся по окружности с угловой скоростью  $\omega_0$  , т. е. они отнесены к m  $(\omega_0\,1)^2/2$  .

Легко убедиться, что уравнение (3) после дифференцирования по времени переходит в уравнение (2). Поэтому это выражение называют так же промежуточным интегралом уравнения (2).

Проанализируем движение маятника, не решая это дифференциальное уравнение. Для этого при различных фиксированных значениях относительной энергии  $\overline{E}$  вычислим значения  $\dot{\phi}/\omega_0 = \pm \sqrt{\overline{E} - \left(2\sin\left(\phi/2\right)\right)^2}$ . Полученные результаты представим графически на плоскости (рис. 3) в виде кривых  $\dot{\phi}/\omega_0 = f\left(\phi\right)$  при постоянных значениях энергии, т. е. при  $\overline{E} = \text{const}$ . Эти кривые называются фазовыми траекториями.

Этот геометрический образ – пространство, заполненное фазовыми траекториями, которые соот-

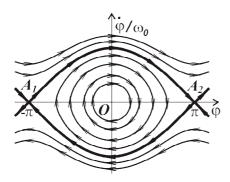


Рис. 3. Фазовый портрет движения маятника

ветствуют всем возможным вариантам движения, называется фазовой диаграммой, или фазовым портретом движения. В общем, через каждую точку фазового пространства проходит только одна фазовая траектория. Пересечения фазовых траекторий являются особыми точками, обычно требующими более подробного анализа.

Каждая фазовая траектория соответствует какому-то значению энергии маятника. Если энергия маятника равна нулю, чему соответствует точка О, то он будет покоиться (точка устойчивого равновесия). Если относительная энергия меньше четырёх ( $\overline{E} < 4$ ), то маятник будет колебаться между значениями  $-\phi_{max}$  и  $+\phi_{max}$ . Такое движение является периодическим и ему соответствуют замкнутые овальные кривые. При стремлении амплитуды к нулю оно приближается к гармоническому движению, и овал переходит в окружность.

При достаточно большой энергии, т. е. при  $\overline{E}>4$ , маятник совершает вращательные движения. В нижней точке траектории достигается максимальное значение скорости  $\left(\dot{\phi}/\omega_0\right)_{max}=\sqrt{\overline{E}}$ , а в её верхней части — минимальное  $\left(\dot{\phi}/\omega_0\right)_{min}=\sqrt{\overline{E}-4}$ . Фазовая траектория, разделяющая колебательные и вращательные движения, называется сепаратрисой. В данном случае ей соответствует значение относительной энергии  $\overline{E}=4$ , а на диаграмме она проходит через точки  $A_1$  и  $A_2$ . Они являются точками неустойчивого равновесия (шарик «замирает» в верхней точке). Анализ движения в их окрестности обычно требует дополнительного исследования.

Фазовая диаграмма является очень наглядной и имеет глубокий физический смысл. Для понимания движения маятника вовсе не нужно знать его положение и скорость в каждый момент времени. Гораздо важнее представлять общий характер этого движения, который и даётся фазовой диаграммой. Любое конкретное движение восстанавливается по диаграмме.

Необходимо отметить, что качественный анализ дифференциальных уравнений хорошо разработан для уравнений не более второго порядка. Поэтому для уравнений более высокого порядка он используется значительно реже. Частично это связано с практической невозможностью графического изображения пространств, порядок которых больше трёх. Поэтому происходит некоторая потеря в наглядности результатов.

Чтобы понять трудности, возрастающие хотя бы при увеличении количества переменных, рассмотрим движение того же маятника с учётом сопротивления среды. В этом случае появляются новые параметры, влияющие на фазовый портрет движения: масса груза, его форма и, возможно, размеры, закон сопротивления, время движения и т. п. Всё это коренным образом изменит фазовый портрет движения.

При наличии сопротивления энергия маятника с течением времени будет уменьшаться. Когда его энергия упадёт до нуля, маятник остановится. Поэтому с полной уверенностью можно сказать, что все фазовые траектории «разорвутся» и на конечном участке превратятся в спирали, «накручивающиеся» на точки О (рис. 4), т. е. они останутся устойчивыми фокусами. От конкретных условий движения маятника будет зависеть вид этих спиралей, как быстро это движение будет затухать и т. п.

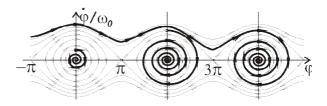


Рис. 4. Фазовый портрет маятника, движущегося в сопротивляющейся среде

# 2. Анализ возможностей летательного аппарата для изменения скорости по величине

Применим качественный анализ первого уравнения системы (1) для какого-либо конкретного ЛА, находящегося в исследуемой точке фазового пространства. На рис. 5 для нескольких значений углов наклона траектории к горизонту изображена зависимость от угла атаки параметра  $\dot{V}$ , характеризующего возможности ЛА по изменению скорости по величине.

В качестве границы здесь приведено максимально допустимое значение угла атаки.

Так кан

$$\dot{V}=g\big(\big(P\cos\alpha-X_a\big)/\big(mg\big)-\sin\theta\big)=g\big(n_{xa}-\sin\theta\big)\,,$$
 где  $n_{xa}=\big(P\cos\alpha-X_a\big)/\big(mg\big)$  — тангенциальная перегрузка, то при  $\theta=0$   $\dot{V}=g\,n_{xa}$  . При других значе-

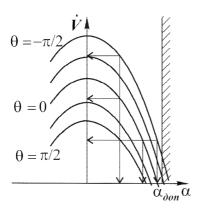


Рис. 5. Зависимость параметра V от угла атаки

ниях угла  $\theta$  график зависимости  $\dot{V}(\alpha)$  будет эквидистантно перемещаться вверх или вниз на величину  $g\sin\theta$ .

Равномерному движению, т. е. V = const, соответствует участок на оси абсцисс, т. е. при  $\dot{V} = 0$ .

Следует отметить, что любому значению параметра  $\dot{V}$  соответствуют два угла атаки: один является положительным, другой — отрицательным. Здесь, как и при любой многозначности решения, для выбора конкретного варианта необходимы дополнительные условия. В дальнейшем для упрощения анализа будем рассматривать только положительные значения углов атаки.

Каждый ЛА при выбранном угле наклона траектории к горизонту характеризуется вполне определённым значением параметра V. Максимальное значение параметра V обеспечивается при минимальном сопротивлении ЛА. Для ЛА, симметричного относительно плоскости OXZ, максимальное значение параметра  $\dot{V}$  обеспечивается при  $\alpha = 0$ , а его минимальное значение обычно ограничено значением максимально допустимого угла атаки (  $\alpha_{\text{доп}}$  ). Если потребное значение параметра  $\dot{V}$  оказывается в этом диапазоне, то заданный режим реализуется, а если нет, то этот ЛА не в состоянии выполнить поставленную задачу. В этом случае он может продолжать движение, но располагаемое значение параметра V будет соответствовать условию на границе и уже не будет равно потребному.

При одном и том же угле атаки обеспечивается вполне определённый диапазон изменения параметра  $\dot{V}$ . Максимальное его значение  $\dot{V}_{max}=g\left(n_{xa}+1\right)$ , так как максимальный разгон осуществляется при вертикальном снижении ЛА ( $\theta=-\pi/2$ ). А минимальное его значение  $\dot{V}_{min}=g\left(n_{xa}-1\right)$  получают при вертикальном на-

боре высоты (  $\theta = \pi/2$  ). Разность между этими значениями

$$\dot{V}_{\text{max}} - \dot{V}_{\text{min}} = 2g \tag{4}$$

не зависит от свойств ЛА или среды.

Приведенный результат является общим, т. е. он верный для любого движущегося тела и при любых условиях.

Рассмотрим влияние на параметр  $\dot{\mathbf{V}}$  угла наклона траектории к горизонту. Уменьшение параметра  $\dot{\mathbf{V}}$ , связанное с увеличением этого угла от  $\theta=-\pi/2$  до  $\theta=\pi/2$ , вызвано влиянием составляющей силы веса  $\mathop{\mathrm{mg\,sin}}\theta$ . При наборе высоты ЛА  $(\sin\theta>0)$  составляющая тяги двигателя  $\mathrm{P\,cos}\,\alpha$  преодолевает не только силу лобового сопротивления  $\mathrm{X_a}$ , но и эту составляющую силы веса. При снижении ЛА, т. е. при  $\sin\theta<0$ , эта составляющая силы веса изменяет знак и является уже тягой, что и приводит к увеличению параметра  $\dot{\mathbf{V}}$ . Максимальный разгон ЛА обеспечивается при вертикальном спуске, т.е. при  $\theta=-\pi/2$ , и при угле атаки, равном нулю, так как при этом сопротивление рассматриваемых ЛА минимально.

При отсутствии тяги, т. е. при P=0, тангенциальная перегрузка всегда отрицательна:  $n_{xa}=-X_a/(mg)$ . Однако и в этом случае можно обеспечить разгон ЛА ( $\dot{V}>0$ ), если выполнить условие  $X_a<-mg\sin\theta$ , т. е. необходимо, чтобы составляющая силы веса  $mg\sin\theta$  превышала сопротивление ЛА.

При разных углах наклона траектории к горизонту одно и то же значение параметра V обеспечивается при различных углах атаки. Здесь основное влияние оказывает составляющая силы веса  $mg \sin \theta$ . При наборе высоты  $\sin \theta > 0$  она играет роль сопротивления. Следовательно, для сохранения заданной величины параметра V на эту же величину следует уменьшить сопротивление ЛА. Этого можно достичь, уменьшив по модулю угол атаки. При спуске ЛА  $\sin \theta < 0$  и составляющая силы веса  $mg \sin \theta$  играет уже роль тяги. Поэтому для сохранения заданного значения V это увеличение тяги необходимо компенсировать таким же увеличением сопротивления, для чего увеличивают угол атаки (по модулю). Поэтому для выдерживания заданного значения параметра V при уменьшении по модулю угла θ необходимо увеличивать угол атаки. Если при вертикальном спуске и наборе высоты ЛА способен обеспечить одинаковые значения параметра V при различных углах атаки, то разница между значениями тангенциальной перегрузки будет равна 2, так как  $n_{xa \text{ вверх}} - n_{xa \text{ вниз}} = \sin \theta_{\text{вверх}} - \sin \theta_{\text{вниз}} = 2$ , при прочих равных условиях.

Зная закон изменения скорости по времени, можно определить соответствующий ему закон изменения угла атаки. Можно решить и обратную задачу: задав закон изменения угла атаки, получить соответствующее ему изменение скорости.

# 3. Анализ возможностей летательного аппарата для изменения скорости по направлению

Для этого выполним качественный анализ второго уравнения системы (1) для какого-либо конкретного ЛА, находящегося в исследуемой точке фазового пространства.

На рис. 6 для нескольких значений углов на-

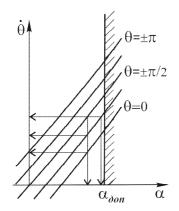


Рис. 6. Зависимость параметра  $\dot{\theta}$  от угла атаки

клона траектории к горизонту изображена зависимость от угла атаки параметра  $\dot{\theta}$ , характеризующего возможности ЛА по изменению скорости по направлению.

Здесь так же показана граница, соответствующая максимально допустимому углу атаки.

Так как  $\dot{\theta} = g \left( (P \sin \alpha + Y_a) / (mg) - \cos \theta \right) / V =$ ,  $= g \left( n_{ya} - \cos \theta \right) / V$ ,  $n_{ya} = (P \sin \alpha + Y_a) / (mg)$  — нормальная скоростная перегрузка, то при вертикальном спуске или подъёме  $\theta = \pm \pi/2$  и поэтому  $\dot{\theta} = g \, n_{ya} / V$ . При других значениях угла  $\theta$  график  $\dot{\theta}(\alpha)$  эквидистантно перемещается вверх или вниз на величину  $g \cos \theta / V$ . Вследствие чётности функции косинуса величина параметра  $\dot{\theta}$  не зависит от знака угла  $\theta$ .

При решения этой задачи обычно вводят ещё одну границу (здесь она не показана), связанную с максимально допустимым значением нормальной перегрузки.

Анализ приведенных данных показывает, что для получения значительных положительных величин параметра  $\dot{\theta}$  необходимы большие положи-

тельные углы атаки, а для создания значительных отрицательных величин параметра  $\dot{\theta}$  требуются большие отрицательные значения угла атаки. Однако следует учитывать, что вследствие влияния составляющей силы веса  $\operatorname{mg} \cos \theta$  посередине имеется область, где знак параметра  $\dot{\theta}$  не совпадает со знаком угла атаки.

Область возможных значений параметра  $\dot{\theta}$  имеет форму полосы. Две вертикальные границы этой области соответствуют допустимым значениям углов атаки (правая — положительным значениям, а левая — отрицательным). Нижняя граница этой области соответствует манёврам, начинающимся с горизонтального участка траектории, т. е. при  $\theta=0$ , и на ней  $\dot{\theta}=g\left(n_{ya}-1\right)\!/V$ . Верхняя граница также соответствует манёврам, которые начинаются с горизонтального участка траектории, но уже для перевёрнутого положения ЛА, т. е. при  $\theta=\pi$ . Здесь  $\dot{\theta}=g\left(n_{ya}+1\right)\!/V$ .

Если потребные значения  $\hat{\theta}$  находятся в этом диапазоне, то заданный манёвр выполним. Если они выходят из него, то ЛА вынужден перейти на режим движения с допустимыми для него значениями угла атаки или нормальной скоростной перегрузки.

Верхняя граница этой области соответствует максимальному значению параметра  $\dot{\theta}$ , а нижняя — минимальному. Их разность значений при любом угле атаки равна одной и той же величине:

$$\dot{\theta}_{max} - \dot{\theta}_{min} = g(n_{va} + 1)/V - g(n_{va} - 1)/V = 2g/V.$$

Удобнее эту формулу представить следующим образом:

$$V(\dot{\theta}_{max} - \dot{\theta}_{min}) = (V\dot{\theta})_{max} - (V\dot{\theta})_{min} = 2g$$
. (5)

Значения параметра  $\dot{\theta}$  на границе области, как и в любой другой её точке, зависят от свойств ЛА, угла атаки, среды, в которой происходит движение ЛА, и т. п. Несмотря на это, разность параметров  $V\dot{\theta}$ , определённая при одном и том же угле атаки на верхней и нижней границах этой области, равна 2g и не связана со свойствами ЛА.

Проанализируем влияние угла наклона траектории к горизонту на параметр  $\dot{\theta}$ , зафиксировав все другие переменные. Этот анализ удобнее было бы выполнить, сравнив характеристики ЛА в соответствующих положениях. Для этого рассмотрим движение ЛА по криволинейной траектории с постоянной скоростью и постоянным углом атаки без учёта условий, обеспечивающих этот манёвр.

Изменение направления вектора скорости, т. е.

параметра  $\dot{\theta}=g\Big(n_{ya}-\cos\theta\Big)/V$ , определяется силами, направленными по нормали к траектории, т. е.  $N=P\sin\alpha+Y_a-mg\cos\theta$ . При изменении только угла  $\theta$  будет изменяться лишь третье слагаемое, которое является проекцией силы веса ЛА на нормаль к траектории.

Рассмотрим движение ЛА с положительным углом атаки, который должен быть настолько большим, чтобы обеспечить непрерывный рост угла наклона траектории к горизонту (рис. 7). На началь-

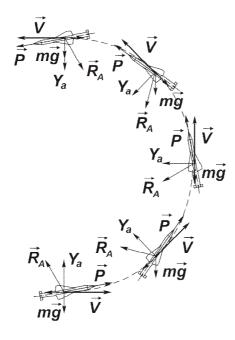


Рис. .7. Траектория ЛА при положительном угле атаки

ном горизонтальном участке траектории, т. е. при  $\theta=0$ , составляющая силы веса ЛА равна mg, направлена вниз и будет препятствовать увеличению угла  $\theta$ . Здесь  $\dot{\theta}=g\left(n_{ya}-1\right)/V$ . Однако при дальнейшем увеличении угла  $\theta$  величина проекции силы веса будет уменьшаться и на вертикальном участке, т.е. при  $\theta=\pi/2$ , она станет равной нулю, а  $\dot{\theta}=gn_{ya}/V$ . При дальнейшем увеличении угла  $\theta$  знак проекции силы веса ЛА  $mg\cos\theta$  изменится, и она будет способствовать увеличению угла  $\theta$  (по модулю). Своего максимального значения эта проекция достигнет при  $\theta=\pi$ , что и будет соответствовать максимальной величине параметра  $\dot{\theta}$  при данном угле атаки, т. е. значению  $\dot{\theta}=g\left(n_{va}+1\right)/V$ .

При дальнейшем возрастании угла  $\theta$  эта составляющая силы веса также будет способствовать увеличению угла атаки. Однако её влияние будет непрерывно уменьшаться и при пересечении верти-

кали, т.е. при  $\theta = 3\pi/2$ , эта проекция силы веса станет равной нулю. При последующем увеличении угла  $\theta$  она опять начнёт препятствовать увеличению угла атаки. Максимального значения эта проекция силы веса достигнет при выходе на горизонтальный участок траектории, т.е. при  $\theta = 2\pi$  ( $\theta = 0$ ).

Для аналогичного манёвра, но направленного вниз, т. е. при отрицательном угле атаки, можно отметить следующее. Если на каком-то участке траектории составляющая силы веса  $\operatorname{mg} \cos \theta$  при положительном угле атаки препятствует росту угла  $\theta$ , то при отрицательном угле атаки она будет уже способствовать его росту, и наоборот.

Исходя из этого анализа, можно сделать следующий вывод. В первой и четвёртых областях, т. е. при  $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ , проекция силы веса mg cos  $\theta$  препятствует увеличению угла  $\theta$ , но способствует его уменьшению. Во второй и третьей областях, т. е. при  $\pi/2 < \theta < 3\pi/2$ , картина обратная: эта составляющая силы веса способствует увеличению угла  $\theta$ , но препятствует его уменьшению.

В зависимости от угла наклона траектории к горизонту одно и то же значение параметра  $\dot{\theta}$  можно обеспечить при различных углах атаки. Здесь опять сказывается влияние составляющей веса ЛА  $mg\cos\theta$ , которая при  $\theta=0$  имеет наибольшую величину, препятствующую увеличению угла  $\theta$ . При росте угла  $\theta$  это слагаемое уменьшается и при  $\theta/2$ становится равным нулю. При дальнейшем увеличении угла  $\theta$  эта составляющая становится отрицательной и начинает способствовать дальнейшему его росту. Поэтому для обеспечения заданного значения параметра  $\dot{\theta}$  с увеличением угла  $\theta$  от нуля до π потребный угол атаки должен соответствующим образом уменьшаться (для компенсации увеличивающегося влияния проекции  $mg\cos\theta$ ). Из  $\dot{\theta} = g(n_{ya}(\alpha_1) - \cos\theta_1)/V = g(n_{ya}(\alpha_2) - \cos\theta_2)/V$ следует, что  $n_{va}(\alpha_2) = n_{va}(\alpha_1) - \cos\theta_1 + \cos\theta_2$ . Между прочим, разность этих двух значений нормальных скоростных перегрузок на границах области, т. е. при  $\theta_1 = \pi$  и  $\theta_2 = 0$ , равна 2.

Из-за того, что косинус является чётной функцией, результат вычислений  $\dot{\theta}$  не зависит от знака угла  $\theta$ . Это является справедливым и для прямолинейных полётов, т.е. при  $\dot{\theta}=0$ . Этому режиму соответствует отрезок на оси абсцисс. Отсюда видно, что наибольший угол атаки необходим для реализации прямолинейного горизонтального полёта. В наклонном прямолинейном полёте значение потребного угла атаки будет меньше. Причём величина этого

угла не зависит от того, совершает ЛА набор высоты или снижается. Это связано с тем, что в наклонном прямолинейном полёте подъёмная сила должна компенсировать только составляющую силы веса, т.е.  $mg\cos\theta$ . Максимальное значение этой составляющей достигается в горизонтальном полёте.

Следует отметить, что при отключении тяги ( P=0 ) потребное значение перегрузки можно обеспечить, увеличив угол атаки. Это выполнимо, если его величина при этом не выйдет за пределы допустимых значений.

При решении задачи в такой постановке оказалось, что для обеспечения заданного значения  $\dot{V}$  необходим один угол атаки, а для  $\dot{\theta}$  — совсем другой (их совпадение возможно только в редчайшем случае). Поэтому оба условия при такой постановке задачи выполнить уже не удаётся. Необходимо выбрать параметр, который считается важнейшим для конкретной траектории, и реализовывать только это условие. Для рассматриваемых ЛА чаще всего более важным считается выдерживание закона изменения  $\dot{\theta}$ . Для выполнения обоих условий необходим ещё один управляющий фактор.

# Заключение

Рассмотренные примеры позволяют подчеркнуть эффективность применения качественного анализа дифференциальных уравнений при решении многих задач динамики ЛА.

При анализе продольного движения ЛА довольно часто (особенно для манёвренных самолётов) используется построение характеристических поверхностей угловых ускорений  $\dot{\omega}_z$  (рис. 8) в зависимости от угла атаки  $\alpha$  и скорости его изменения  $\dot{\alpha}$ , а также от отклонения  $\delta$  управляющих поверхностей:  $\dot{\omega}_z = f\left(\alpha, \dot{\alpha}, \delta\right)$ . При этом используются последние три уравнения системы (1). Подстановкой заданных значений  $\alpha$ ,  $\delta$  и  $\dot{\alpha}$  во второе уравнение определяется  $\dot{\theta}$ . Из четвёртого уравнения находится угловая скорость ЛА  $\omega_z$ , а из третьего уравнения —  $\dot{\omega}_z$ .

При построении поверхностей угловых ускорений удобно в качестве параметра выбрать скорость изменения угла атаки, т. е.  $\dot{\alpha}$ . В этом случае взаимосвязь между углом атаки  $\alpha$  и углом отклонения управляющей поверхности  $\delta$  будет очень наглядной. Например, при пересечении поверхности  $\dot{\alpha}=0$  с горизонтальной плоскостью  $\dot{\omega}_z=0$  получается линия, определяющая отклонение  $\delta$  рулевой поверхности в зависимости от угла атаки  $\alpha$  в установерхности в зависимости от угла атаки  $\alpha$ 

вившемся полёте. Это так называемая балансировочная кривая  $\delta = f(\alpha)$  при  $\omega_z = \text{const}$ . Такой подход делает анализ более наглядным и облегчает исследование задач динамики ЛА.

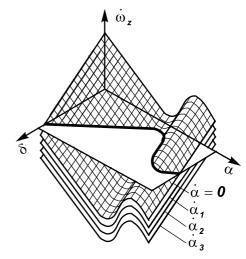


Рис. 8. Характеристические поверхности угловых ускорений [1]

Иногда для анализа более удобным может оказаться другой набор переменных.

Качественный анализ уравнений движения с использованием фазовых диаграмм является современным, но систематически его применять в динамике летательных аппаратов начали сравнительно недавно. Использование этой методики для анализа некоторых движений и решения задач динамики ЛА изложено в работе [2]. Конечно, речь пока не идёт об исследовании уравнений динамики ЛА в наиболее общей постановке. Пока делаются попытки решения более скромных задач - исследовать качественные особенности движения ЛА только относительно ц. м. в предположении, что за это время основные параметры движения ц. м. ЛА не успевают измениться. Используя эти и ряд других допущений, авторам этой работы удалось решить целый комплекс важнейших задач. Например, на рис. 9 показаны фазовые траектории нелинейных уравнений, описывающих боковое движение ЛА при нулевом демпфировании [2]. Следует отметить, что эти траектории имеют много общего с рассмотренными ранее фазовыми траекториями математического маятника.

Анализ уравнений движения ЛА с использованием методов качественной теории дифференциальных уравнений обычно разделяют на несколько этапов. Сначала исходная система уравнений значительно упрощается. Затем для этой системы уравнений находят все возможные состояния равновесия, т. е. координаты особых точек и уравнения сепаратрис. После этого исследуется движение в окрестности каждой особой точки. При этом стараются найти области устойчивости и

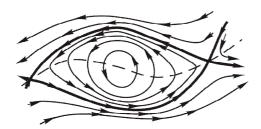


Рис. 9. Фазовые траектории бокового движения ЛА при нулевом демпфировании [2]

неустойчивости, а также области периодических и апериодических движений.

Для этого исследуемые дифференциальные уравнения линеаризуются в окрестности каждой особой точки. Информация о поведении решения дифференциальных уравнений в окрестности особых точек значительно облегчает анализ движения и вдали от них. Поэтому после анализа особых точек исследование продолжается вдали от них. Этот анализ уже приходится выполнять численно.

Интерес к методам, позволяющим получить качественную картину движения (процесса) хотя бы приближённо, всё время возрастает. Они существенно упрощают решение многих задач, позволяют предсказать качественный характер результатов и сокращают количество машинного времени, необходимого для численного анализа движения ЛА.

# Литература

- 1. Снешко, Ю.И. Исследование в полёте устойчивости и управляемости самолёта [Текст] / Ю.И. Снешко. М.: Машиностроение, 1971. 328 с.
- 2. Бюшгенс, Г.С. Динамика самолёта. Пространственное движение [Текст] / Г.С. Бюшгенс, Р.В. Студнев. М.: Машиностроение, 1983. 320 с.
- 3. Сахно, А.Г. Влияние веса летательного аппарата на его манёвренные свойства. / А.Г. Сахно // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. научн. тр. Нац. аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». Вып. 2(41).— Харьков, 2005. С. 59-65.
- 4. Сахно, А.Г. Введение в динамику летательных аппаратов (движение в вертикальной плоскости) [Текст]: учеб. пособие: в 2 ч. / А.Г. Сахно. X.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2006. Y.1. 186 с.
- 5. Сахно, А.Г. Введение в динамику летательных аппаратов (движение в вертикальной плоскости) [Текст]: учеб. пособие: в 2 ч. / А.Г. Сахно. -X.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2012. -4.2. -76 с.

Поступила в редакцию 31.07.2012

**Рецензент**: д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры ракетных двигателей и энергетических установок летательных аппаратов А.В. Амброжевич, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

# ЯКІСНИЙ АНАЛІЗ РІВНЯНЬ РУХУ ЛІТАТЕЛЬНОГО АПАРАТУ

#### А.Г. Сахно

Представлені результати якісного аналізу диференціальних рівнянь руху літального апарату. Такий підхід істотно спрощує вирішення деяких задач і робить його більш наочним, що полегшує дослідження динаміки польоту. Наведено дослідження можливостей літального апарата для зміни його швидкості за величиною і за напрямком.

**Ключові слова:** літальний апарат, рівняння руху, якісний аналіз, фазовий портрет руху, траєкторія, швидкість, кут атаки, кут нахилу траєкторії до горизонту

# QUALITATIVE ANALYSIS EQUATIONS OF MOTION OF AIRCRAFT

#### A.G. Sakhno

The results of the qualitative analysis of differential equations of motion of the first flying machine. This approach greatly simplifies the solution of some problems and makes it more obvious, which facilitates the study of the dynamics of flight. Research opportunities presented flying apparatus that to change its velocity magnitude and direction.

**Key words:** aircraft equations of motion, qualitative analysis, the phase portrait of the movement trajectory, velocity, angle of attack, angle of trajectory to the horizon.

**Сахно Аркадий Григорьевич** – доцент кафедры аэрогидродинамики и акустики Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского, «ХАИ», Харьков, Украина

УДК 533.6:621.165

# С.В. ЕРШОВ

# Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины

# РАЗВИТИЕ КОМПЛЕКСА ПРОГРАММ ДЛЯ РАСЧЕТА ТРЕХМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОГО ГАЗА

Рассмотрена концепция построения нового CFD решателя для системы уравнений Навье-Стокса осредненных по Рейнольдсу применительно к трехмерным течениям вязкого сжимаемого газа в турбомашинах. Обоснован выбор моделей турбулентного течения, моделей турбулентности и численных методов решения уравнений газовой динамики. Показана важность применения ограничений реализуемости и адекватных граничных условий для моделирования течений с высокими положительными градиентами давления. Кратко представлен вид пользовательского интерфейса нового комплекса программ. Приведены результаты тестовых и прикладных расчетов течений вязкого газа.

**Ключевые слова:** течение вязкого сжимаемого газа, решетки турбомашин, уравнения Навье-Стокса, пакет прикладных программ.

#### Введение

В настоящее время для расчетов пространственных течений вязкого газа в турбомашинах используются различные CFD решатели уравнений газовой динамики, наиболее известными из которых являются ANSYS CFX, Fluent, Fine Turbo Numeca и др. В конце прошлого века в ИПМаш НАН Украины под руководством автора данной статьи был разработан один из первых в СНГ решателей осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса – программный комплекс FlowER [1]. С его помощью во многих случаях удается моделировать трехмерное течение в турбинах и компрессорах, и совершенствовать их конструкции. Однако возможности применения этого решателя ограничены рядом недостатков. Остановимся на некоторых из них.

С помощью решателя FlowER сложно, а иногда невозможно, проводить расчеты течений с большими положительными градиентами давления, например, в нагруженных компрессорных решетках, в переходных диффузорах газовых турбин, в турбинных ступенях на частичных режимах.

Разностная аппроксимация, реализованная в решателе FlowER, хотя формально и имеет второй порядок, но только для равномерных сеток, и весьма чувствительна к изломам разностной сетки. При этом сходимость решений слишком медленная.

Программный код FlowER написан более 15 лет назад, громоздкий, трудночитаемый и плохо поддающийся модификации. Диалоговый интерфейс не работает в операционных средах Windows Vista/7, а также на 64-разрядных компьютерах.

Таким образом, можно сделать вывод о необходимости разработки нового CFD решателя, лишенного перечисленных выше недостатков. Основные принципы, заложенные в основу такой разработки, представлены в настоящей статье.

#### 1. Модели течения

Для численного моделирования потока вязкого газа в проточных частях турбомашин могут быть применены различные математические модели течения. Для осредненного турбулентного потока, как правило, используется модель RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) — осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса. Нестационарное поведение крупномасштабной турбулентности моделируется с помощью модели LES (Large-Eddy Simulation). Для прямого численного моделирования турбулентности используется модель DNS, в основу которой положена система уравнений Навье-Стокса. Существуют гибридные RANS/LES модели течения, позволяющие рассчитать наиболее крупные вихри, соизмеримые по масштабу с обтекаемыми телами.

Согласно современным оценкам полноценные расчеты течений в решетках турбин и компрессоров при высоких числах Рейнольдса по моделям DNS и LES вряд ли будут возможны в ближайшие десятилетия, поэтому модель RANS еще долго будет оставаться основной моделью для прикладных исследований течений в турбомашинах [2]. При этом гибридные RANS/LES модели течения могут привлекаться для единичных исследовательских расчетов.

Так как разрабатываемый CFD решатель предназначается как для прикладных расчетов, так и для изучения свойств течений в решетках турбомашин, то в нем должны быть заложены следующие основных модели течения: RANS и RANS/LES.

# 2. Модели турбулентности

Существует три основных класса моделей турбулентности для уравнений RANS: алгебраические и дифференциальные модели турбулентной вязкости, и модели переноса рейнольдсовых напряжений. Последние, несмотря на большой потенциал, редко используются при решении сложных внутренних задач, так как недостаточно хорошо описывают пристеночные течения. Алгебраические модели турбулентной вязкости, по-видимому, достигли предела своих возможностей и позволяют получать удовлетворительные результаты только для простых течений. В то же время дифференциальные модели турбулентной вязкости продолжают развиваться, во многом за счет привлечения новых данных о турбулентности, полученных в DNS и LES моделировании, что делает их выбор предпочтительным.

Для течений в лопаточных аппаратах турбомашин хорошо себя зарекомендовали дифференциальные модели турбулентной вязкости Спаларта-Аллмараса [3] и к-ю SST [4], поэтому их целесообразно использовать в новом CFD решателе. Учет ламинарно-турбулентного перехода [5] позволит повысить точность определения потерь в ступенях турбомашин и улучшить моделирование теплообмена на охлаждаемых лопатках. Чтобы модель турбулентности не генерировала физически нереализуемые турбулентные напряжения, необходимо использовать ограничения реализуемости [6].

Гибридные модели RANS/LES могут быть построены на основе обычных дифференциальных моделей турбулентности, таким образом, чтобы в зависимости от масштабов сетки и турбулентности в локальной области течения моделировать только неразрешаемые сеткой вихри и выполнять расчет разрешаемых вихрей напрямую.

### 3. Граничные условия

Постановка граничных условий на проницаемых и твердых границах расчетной области для уравнений RANS к настоящему времени достаточно хорошо проработана, поэтому нет смысла на ней подробно останавливаться. Численная реализация граничных условий, включающая дополнительные соотношения, которые связывают параметры на границе с параметрами в расчетной области, строится на основе системы линейных уравнений, записанных для приращений параметров на границе [7].

Постановка граничных условий на проницаемых границах, основанная на соотношениях на характеристиках, может приводить к появлению в рассчитываемом потоке ложных возвратных течений. Для течений с большими положительными градиентами давления этого может быть достаточно, чтобы расчет оказался невозможным. Для устранения такого недостатка в настоящей работе в тех точках границы, где диффузионные эффекты преобладают над конвективными, и может возникнуть обратное течение, предлагается не использовать характеристические соотношения, которые в этом случае не выполняются. Задание расходной компоненты скорости в качестве граничного условия на выходной границе вместо статического давления, расхода или инварианта Римана повышает устойчивость решений. Неравномерность осевой скорости по радиальной координате может быть учтена навязыванием профиля скорости в приторцевых пограничных слоях [8], а в ядре потока – применением условия радиального равновесия для осевой скорости.

# 4. Численные методы и алгоритмы

Для расчета течений по RANS и гибридным RANS/LES моделям обычно достаточно методов второго или третьего порядка аппроксимации. Методы более высокого порядка могут быть полезными для расчета турбулентных вихрей с помощью моделей LES и DNS. В разрабатываемом решателе в качестве основных численных методов закладываются ENO-схема второго порядка аппроксимации [9] и TVD-схема третьего порядка [10]. Для уточнения расчетов на изломах сетки необходимо использовать поправки, учитывающие различия направлений, вдоль которых выполняется реконструкция и экстраполяция.

В первоначальных версиях решателя FlowER аппроксимация диффузионных членов осуществлялась с помощью производных ENO-реконструкции, что порождало неустойчивость профиля скорости в пограничном слое. Для устранения этого недостатка в последующих версиях нормальные напряжения на гранях ячеек приближались двухточечными разностями, что в свою очередь приводило к потере аппроксимации на неравномерных сетках. В новом решателе предлагается использовать для диффузионных членов центрально-разностную аппроксимацию второго порядка.

Неявная схема Бима-Уорминга, реализованная в решателе FlowER, основана на устаревших идеях линеаризации и факторизации разностных аналогов исходных дифференциальных уравнений. При больших шагах по времени такой подход снижает точность решения или даже не обеспечивает его устойчивость. В настоящей работе предлагается использовать неявную итерационную схему, построенную с помощью метода Ньютона.

За счет погрешностей вычислений положительно определенные величины (например, давление и

кинетическая энергия турбулентности) в расчете могут стать отрицательными. Избежать этого можно, преобразовав приращения положительно определенных величин в приращения их логарифмов [11] или используя нелинейную коррекцию приращений, обеспечивающую сходные результаты [12].

# 5. Программная реализация

Одно из основных требований к новому CFD решателю (получившему рабочее название F) — это его преемственность программному комплексу FlowER. Препроцессор и постпроцессор CFD решателя F написаны на языке Fortran-90 для операционных сред семейства Windows. Графические возможности реализованы с использованием программного интерфейса к стандартным средствам ОС Windows. Тестирование разработанного кода выполнено под операционными системами семейства Windows (XP, Vista, 7, Server 2003), а также для эмулятора Wine операционной системы Linux Ubuntu.

В СFD решателе F реализованы следующие новые возможности: работа с распределенной базой данных; многократный одновременный запуск программы на одном компьютере; экспорт результатов расчетов в форматы внешних постпроцессоров (Paraview, Tecplot и др.); упрощенный доступ ко всем данным проекта; работа с сетками свыше 10 миллионов ячеек в межлопаточном канале и др. Кроме того, по сравнению с пре- и постпроцессорами решателя FlowER в новом программном продукте

- выполнена реализация сгущений сетки к твердым поверхностям, требующая меньшее количество ячеек:
- добавлена возможность оценки качества сетки:
- улучшено начальное приближение для расчета;
- исправлены ошибки при построении графиков параметров течения и визуализации изолиний;
- расширен список визуализируемых параметров;
- добавлены возможности осреднения параметров в окружном и радиальном направлениях;
- внесены исправления и уточнения, улучшающие и упрощающие работу с программой.

Общий вид пользовательского интерфейса CFD решателя F показан на рис. 1-2.

# 6. Тестовые расчеты

Задача взаимодействия скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем является классическим примером течения с большими положительными градиентами давления. При падении косого скачка на обтекаемую газом поверхность с турбулентным пограничным слоем вблизи точки падения образуется отрывная зона. Точка отрыва расположена по отношению к точке падения выше по потоку, а точка присоединения – ниже. Отраженный скачок возникает вблизи точки отрыва. За отраженным скачком отрывная область генерирует волны разрежения, а еще ниже по потоку - волны сжатия. Такая картина течения хорошо качественно и удовлетворительно количественно прогнозируется методом расчета осредненных турбулентных течений вязкого сжимаемого газа с использованием модели турбулентности k-ю SST Ментера, ограничений реализуемости и уточненных граничных условий на выходе расчетной области. При расчете с помощью стандартного решателя FlowER, в котором не используются ограничения реализуемости, получается физически неправильная ламинарноподобная картина течения с двумя отраженными скачками уплотнения и осцилляциями давления в отрывной области (рис. 3). Следует также отметить, что получить решение по старому CFD решателю сложно или даже невозможно, если в процессе установления по времени в непосредственной окрестности выходной границы расчетной области в пограничном слое наблюдается рост давления в направлении течения

# 7. Расчет течения в многоступенчатом компрессоре

Для проточных частей компрессоров авиационных двигателей и стационарных турбоустановок характерны течения с большими положительными градиентами давления. Поэтому расчет течения вязкого газа в многоступенчатых компрессорах часто вызывает трудности. С помощью решателя FlowER такие расчеты обычно выполняют, используя в качестве начального приближения установившееся решение в точке, лежащей на характеристике компрессора правее от текущей. К сожалению, даже в этом случае не всегда удается рассчитать характеристику компрессора, так как возникающие в процессе установления отрывы имеют тенденцию к неограниченному росту, что, в конце концов, может привести к аварийному останову программы.

Включение в модель ограничений реализуемости и модификация граничных условий на границе выхода позволили выполнять расчеты для любого режима компрессора при достаточно произвольном начальном приближении. На рис. 4 приведена характеристика компрессора, полученная таким способом. Правая (рабочая) ветвь характеристики располагается между точками а (режим запирания) и с



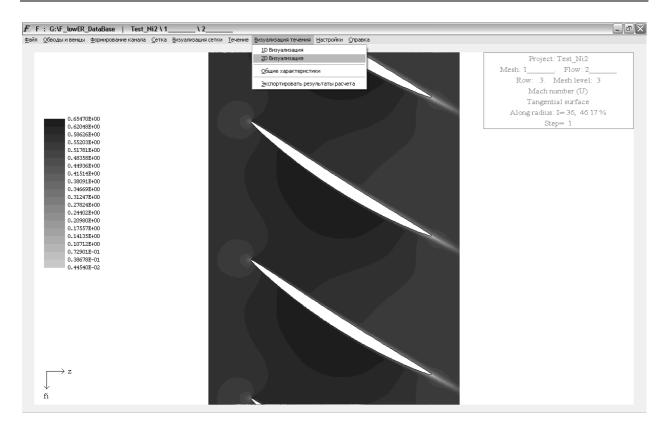


Рис. 1. Изолинии чисел Маха в решетке компрессора (постпроцессор решателя F)

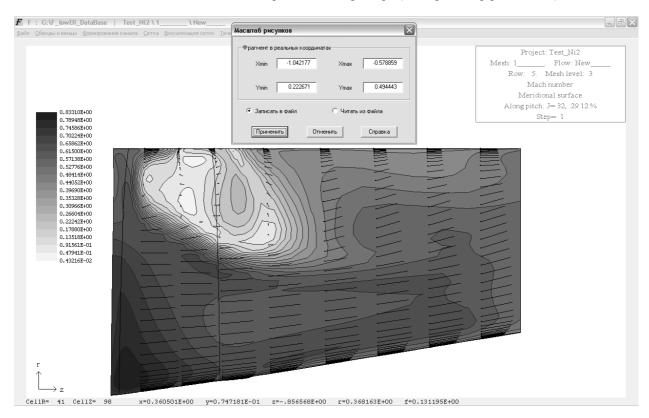


Рис. 2. Числа Маха и векторы скорости в меридиональном сечении спрямляющего аппарата компрессора (постпроцессор решателя F)

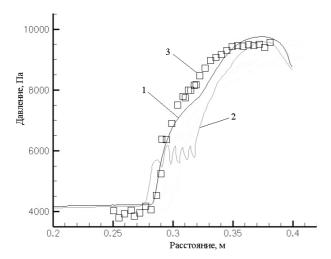


Рис. 3. Распределение давления в области взаимодействия: 1 – расчет данной работы; 2 – расчет по стандартной версии решателя FlowER; 3 – экспериментальные данные [13]

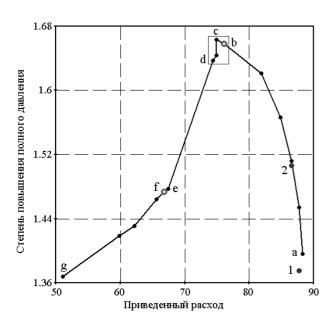


Рис. 4. Характеристика компрессора

(граница устойчивости). Левая (срывная) ветвь характеристики ограничена точками е и д. Переход с рабочей ветви на срывную происходит между точками с и е. Для режимов, соответствующих началу переходного участка характеристики (между точками **b** и **d**) численное решение оказалось нестационарным. Необходимо отметить, что при использовании стандартной версии решателя FlowER удалось получить решение только вблизи запирания для режимов, соответствующих точкам 1 и 2.

Описанным выше образом удалось моделировать течение в компрессоре как на расчетных, так и существенно срывных режимах. На рис. 4 приведены векторы скорости в меридиональном сечении последнего спрямляющего аппарата компрессора на режиме f. Наблюдаемый на периферии отрыв занимает в окружном направлении до 60% канала, однако его размеры и положение стабильны и решение устанавливается. Для этого режима линии тока в отрывной области приведены на рис. 5, а, а поверхностные линии тока на стенках лопатки и периферийного обвода даны на рис. 5, б. Здесь используются следующие обозначения: В - поверхность лопатки; Т -периферийная ограничивающая поверхность; H – втулочная поверхность; s1 и n – седловая и узловая точки, относящиеся к угловому вихрю; f1, f2 и f3 – фокусы, в которых зарождаются вихри; s2 и s3 – седловые точки, из которых выходят линии отсоединения, отделяющие рассматриваемую отрывную область от основного потока.

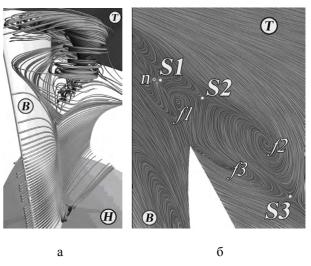


Рис. 5. Отрывное течение в периферийной угловой области последнего спрямляющего аппарата на режиме f:

а – линии тока; б – предельные линии тока

# Заключение

Предложена концепция нового CFD решателя, предназначенного для расчетов течений вязкого газа в проточных частях турбомашин. Отмечена важность использования уточненных моделей турбулентности и адекватных физике течения граничных условий. Приведены мгновенные снимки экрана оболочки нового решателя и результаты тестовых и прикладных расчетов течений, в том числе с большими положительными градиентами давления.

# Литература

1. Єршов, С.В. Комплекс програм розрахунку тривимірних течій газу в багатовінцевих турбомашинах "FlowER" [Текст] / С.В. Єршов, А.В. Русанов: Свідоцтво про державну реєстрацію прав автора на

- твір, ПА № 77. Державне агентство України з авторських та суміжних прав, 19.02.1996.
- 2. Hirsch, Ch. Reynolds-Averaged Navier-Stokes modelling for industrial applications and some challenging issues [Text]/ Ch. Hirsch, B. Tartinville // Int. J. Computational Fluid Dynamics. 2009. V.23, № 4. P. 295-303.
- 3. Spalart, P.R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows [Text]/ P.R. Spalart, S.R. Allmaras // Recherche Aerospatiale. 1994. № 1. P. 5-21.
- 4. Menter, F.R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications [Text] // AIAA J. 1994. V. 32, No 8. P. 1598 1605.
- 5. Ершов, С.В. Низко-рейнольдсовая модель турбулентности с ограничителем производства кинетической энергии [Текст]/ С.В. Ершов, А.И. Деревянко // Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование. Вестник национального технического университета «ХПИ». 2010.  $N \ge 2$ . С. 81-85.
- 6. Lumley, J.L. Computational Modeling of Turbulent Flows [Text]/J.L. Lumley // Adv. Appl. Mech. 1978. V. 18. P. 123-176.
- 7. Ершов, С.В. Численная реализация граничных условий на проницаемых границах для уравнений газовой динамики [Текст] / С.В. Ершов // Проблемы машиностроения. 2011. Т. 14, № 4. С. 25-37.
  - 8. Ершов, С.В. Численное моделирование трех-

- мерных отрывных течений вязкого сжимаемого газа в многоступенчатых компрессорах [Текст]/ С.В. Ершов, Д.А. Козырец / Компрессорное и энергетическое машиностроение. 2012. Т. 9,  $N \ge 1$ . С. 15-24.
- 9. Ершов, С.В. Квазимонотонная схема повышенной точности для интегрирования уравнений Эйлера и Навье—Стокса [Текст] / С.В. Ершов // Мат. моделирование. 1994. Т. 6, № 11. С. 63—75.
- 10. Zijlema, M. On the construction of a third-order accurate TVD scheme using Leonard's normalized variable diagram with application to turbulent flows in general domains [Text]/ M. Zijlema // Delft University of Technology: Technical Report DUT-TWI-94-104. 1994. 25 p.
- 11. Lund, E. Shape Optimization of Fluid–Structure Interaction Problems Using Two-Equation Turbulence Models [Text]/ E. Lund, H. Møller, L.A. Jakobsen // AIAA Paper. 2002. № 2002–1478. 11 p.
- 12. Тилляева, Н.И. Обобщение модифицированной схемы С.К. Годунова на произвольные нерегулярные сетки [Текст]/ Н.И. Тилляева // Уч. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та. 1986. Т. 17, № 2. С. 18–26.
- 13. Polivanov, P. Experimental Study of Unsteady Effects in Shock Wave / Turbulent Boundary Layer Interaction [Text]/ P. Polivanov, A. Sidorenko, A. Maslov // AIAA Paper. 2009. № 2009-409. 7 p.

Поступила в редакцию 22.05.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.И. Гнесин, Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков.

# РОЗВИТОК КОМПЛЕКСУ ПРОГРАМ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ТРИВИМІРНИХ ТЕЧІЙ В'ЯЗКОГО ГАЗУ

#### С.В. Ершов

Розглянута концепція побудови нового CFD розв'язувача для системи рівнянь Навьє-Стокса осереднених за Рейнольдсом стосовно до тривимірних течій в'язкого стисливого газу в турбомашинах. Обгрунтовано вибір моделей турбулентної течії, моделей турбулентності та числових методів розв'язку рівнянь газової динаміки. Показана важливість застосування обмежень реалізовності та адекватних граничних умов для моделювання течій з додатними градієнтами тиску. Стисло представлено вигляд користувального інтерфейсу нового комплексу програм. Приведені результати тестових розрахунків течій в'язкого газу.

**Ключові слова:** течія в'язкого стисливого газу, решітки турбомашин, рівняння Навьє-Стокса, модель турбулентності, пакет прикладних програм.

#### DEVELOPMENT OF APPLICATION PACKAGE FOR 3D FLOW COMPUTATIONS

#### S.V. Yershov

The conception of the new CFD solver for the 3D turbomachinery viscous compressible flow simulation using the RANS equations is considered. Choice of turbulent flow model, turbulence models and numerical methods is grounded. Realisability constraints and special boundary conditions are shown to be important for adverse pressure gradient flows. User interface of new application package is shown briefly. The numerical results for some test cases are presented.

**Key words:** viscous compressible flow, turbomachinery cascades, Navier-Stokes equations, turbulence modeling, application package.

**Ершов Сергей Владимирович** – д-р техн. наук, профессор, главный научный сотрудник Института проблем машиностроения им. А.Н.Подгорного Национальной академии наук Украины, Харьков, Украина, e-mail: yershov@ipmach.kharkov.ua, sergiy.v.yershov@gmail.com.

УДК 532.517.4+533.6.011.5

# А.А. ЖЕЛТОВОДОВ

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН им. С.А. Христиановича, Россия

# ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАЗВИТИЯ И ВОЗМОЖНОСТИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СВЕРХЗВУКОВЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Проводится обобщение результатов систематических экспериментальных и расчетных исследований закономерностей развития отрывных течений, возникающих в окрестности различных элементов сверхзвуковых летательных аппаратов в условиях двумерных и пространственных взаимодействий скачков уплотнения с турбулентным пограничным слоем. Демонстрируются возможности современных численных методов расчета для предсказания свойств таких течений. Обсуждаются вероятные причины некоторых отличий между расчетами и экспериментом, а также направления перспективных исследований с целью проверки адекватности численного моделирования.

**Ключевые слова:** отрывные течения, турбулентный пограничный слой, скачки уплотнения, численное моделирование.

#### Введение

Исследование закономерностей развития турбулентных отрывных течений в окрестности различных элементов сверхзвуковых летательных аппаратов относится к числу актуальных задач современной аэродинамики. Такие течения могут возникать в условиях двумерных и пространственных взаимодействий скачков уплотнения с пограничным слоем на поверхностях аппарата (рис. 1). В большинстве случаев отрыв приводит к различным негативным последствиям: снижению эффективности органов управления, росту энергетических потерь в каналах воздухозаборников и двигателей, возникновению пиковых статических, динамических и тепловых нагрузок возникновению гистерезисных явлений. Исключительное многообразие форм турбулентного отрыва и сопровождающих его физических процессов существенно осложняет как экспериментальные, так и теоретические исследования. Отсутствие строгой теоретической основы для моделирования турбулентности является серьезным фактором, сдерживающим развитие надежных методов расчета. Уточнение условий возникновения и характерных стадий развития турбулентного отрыва при сверхзвуковом обтекании двумерных и пространственных конфигураций, анализ влияния пространственных и нестационарных эффектов, а также углубленная проверка адекватности методов численного моделирования относятся к числу приоритетных направлений современных исследований [1-3]. Наряду с поиском рациональных моделей турбулентности для численного решения прикладных задач в рамках осредненных по Рейнольдсу (или Фавру) уравнений Навье — Стокса (RANS) все большее значение приобретают методы численного моделирования крупномасштабной турбулентности (LES) и полного прямого численного моделирования (DNS). Развитие последних двух подходов в сочетании с физическим экспериментом рассматривается в качестве основы для достижения полной адекватного численного моделирования турбулентного отрыва, объяснения обнаруженных ограниченных возможностей RANS и развития альтернативных гибридных расчетных методов (RANS/LES), обладающих приемлемой для практики экономичностью и степенью адекватности.

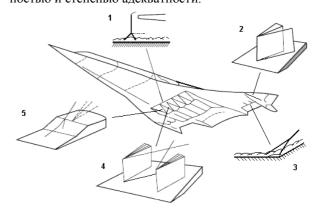


Рис. 1. Канонические конфигурации: 1 — прямой скачок; 2 — вертикальный киль; 3 — угол сжатия; 4 — два киля; 5 — наклонная ступенька

В данной работе на основе обобщения некото-

рых выполненных автором систематических исследований анализируются закономерности развития турбулентных отрывных течений в условиях сверхзвуковых скоростей потока и демонстрируются возможности предсказания их свойств с помощью различных современных методов расчета.

# 1. Развитие отрыва в окрестности прямого скачка

Анализ этапов формирования отрыва при двумерном взаимодействии прямого скачка с турбулентным пограничным слоем на плоской поверхности (рис. 1, случай 1) представляет самостоятельный интерес, а также оказывается важным для понимания закономерностей развития отрыва в других геометрических ситуациях. Согласно экспериментам [4], при ограниченных интенсивностях прямого скачка, соответствующих числах Маха  $M_{\infty} \le 1,25-1,3$ , реализуются течения без отрыва пограничного слоя (рис. 2, а). В таких условиях предельные линии тока, полученные с помощью нанесенных на поверхность капель смеси краски и минерального масла, проникают через скачок вниз по течению.

При увеличении числа Маха до некоторого характерного значения  $M_{\infty}=M_{\rm ef}$  на поверхности появляются точки бифуркации (седловые точки отрыва C, см. рис. 2, б), расположенные по ширине поверхности перед фронтом "невязкого" скачка, а основание скачка трансформируется в систему нестацио-

нарных волн сжатия. Такие условия соответствуют появлению заметных ("эффективных") локальных отрывных зон перемежающегося отрыва в пристенной части пограничного слоя. Относительное время существования прерывистого возвратного течения в таких зонах характеризуется коэффициентом перемежаемости  $\gamma$ , и при ограниченных его значениях ( $0 < \gamma \le 0,5$ ) предельные линии тока проникают вниз по течению через область взаимодействия вследствие значительной инерционности используемого для визуализации вязкого масла [5, 6].

С увеличением числа Маха до некоторого характерного значения  $M_{\infty}=M_S$  при  $\gamma\approx0,55$  возвратное течение начинает существовать более 50% времени и формируется установившийся (развитый) отрыв. В таких условиях визуализирующая смесь аккумулируется перед линией стекания (отрыва) S, а волны сжатия объединяются в отчетливый отрывной скачок (рис. 2, в). Течение в окрестности линии отрыва сохраняет перемежающийся характер, вследствие чего положение основания отрывного скачка продолжает заметно изменяется во времени и в пространстве.

Как показано в [4–6], с формированием установившегося возвратного течения давление на поверхности в зоне взаимодействия впервые достигает характерного значения в области "плато" (полка давления в отрывной зоне), предсказываемого для развитых отрывных зон классической теорией свободного взаимодействия (ТСВ) [7]. Это условие по-

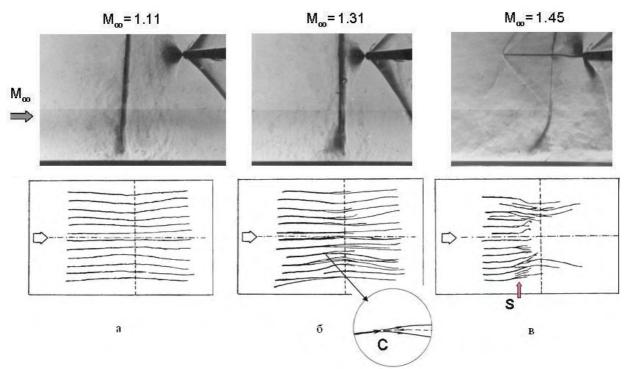


Рис. 2. Теплеровские фотографии течения (вверху) и соответствующие предельные линии тока на поверхности (внизу) в окрестности прямого скачка уплотнения [4]: а – безотрывное течение; б – эффективный перемежающийся отрыв; в – установившийся крупномасштабный отрыв

зволило использовать ТСВ для определения ожидаемого изменения величины M<sub>S</sub> с ростом числа Рейнольдса (рис. 3, сплошная линия 2) при  $Re_{\theta} \le 10^4$ (или  $\text{Re}_{\delta} \leq 10^5$ ), где  $\theta$  и  $\delta$  – толщина потери импульса и толщина невозмущенного пограничного слоя соответственно непосредственно перед зоной взаимодействия. При  $Re_{\theta} \ge 10^4$  (или  $Re_{\theta} \ge 10^5$ ) эта зависимость (обозначение 3) получена в [6] с использованием обобщенных в [8] экспериментальных данных для давления в области "плато". Показанные зачерненными символами экспериментальные данные разных авторов (обозначения 6-21), обобщенные в [6] и соответствующие зафиксированному развитому отрыву в окрестности прямых скачков над трансзвуковыми профилями, а также в различных каналах при  $M_S \ge M_{\infty}$ , хорошо подчиняются предсказанной тенденции. Здесь  $M_{\infty}$  – местное число Маха во внешнем потоке непосредственно перед прямым скачком.

Согласно [4–6] начальная стадия зарождения перемежающегося отрыва, предшествующая отмеченным выше отчетливым его признакам, характеризуется наблюдаемым внезапным уменьшением градиента давления на поверхности в зоне взаимодействия при некоторых критических значениях числа Маха  $M_i < M_{ef}$ . Это происходит в момент, когда интенсивность внешнего прямого скачка в невязком потоке достигает значения относительного давления в области "плато", предсказываемого TCB. Соответствующая эти условиям зависимость для  $M_i$  (рис. 3, обозначение 1) может рассматриваться в качестве нижней границы, определяющей этап за-

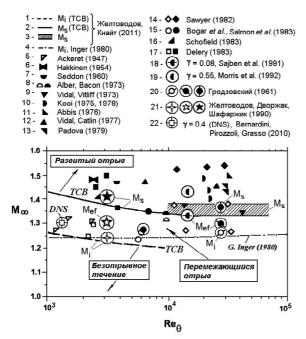


Рис. 3. Границы существования различных режимов течения в окрестности прямого скачка [6]

рождения турбулентного отрыва при Re<sub>θ</sub> ≤ 10<sup>4</sup> (или  $Re_{\delta} \le 10^{5}$ ). Эта граница близка к известной теоретической зависимости [9] (обозначение 4), которая распространяется на более высокие числа Рейнольдса. Показанные светлыми (открытыми) маркерами экспериментальные точки в выявленной области перемежающегося отрыва  $M_i \le M_\infty \le M_S$  (см. рис. 3, обозначения 5, 14, 15, 17, 20, 21) соответствуют условиям, при которых не зафиксировано отчетливых признаков отрыва, что вполне объяснимо ограниченными возможностями использовавшихся методов диагностики. Вместе с тем обведенный темный символ в рассматриваемой области (обозначение 15) соответствует зафиксированному в эксперименте отрыву, а обведенные дополнительные экспериментальные точки (обозначения 18, 20, 21) характеризуют стадии зарождения нестационарного перемежающегося отрыва (при М<sub>і</sub>) и появления заметных ("эффективных") локальных отрывных зон (при  $M_{ef}$ ), которые предшествуют возникающему при  $M_{S}$ развитому отрыву.

Прямое численное моделирование (DNS) [10] подтвердило существование перемежающегося отрыва в рассматриваемой области при  $M_{\infty} = 1,3$ ,  $Re_{\theta} \approx 1200$  (см. рис. 3, обозначение 22). Рассчитанная мгновенная газодинамическая структура течения в некоторый фиксированный момент времени показана на рис. 4. Развивающиеся в пограничном слое пространственные вихревые структуры взаимодействуют с формирующимися в основании скачка волнами сжатия, инициируя распространяющиеся вдоль их фронтов возмущения в виде "складок". Полученные поля мгновенного поверхностного трения в этих условиях обнаружили существование

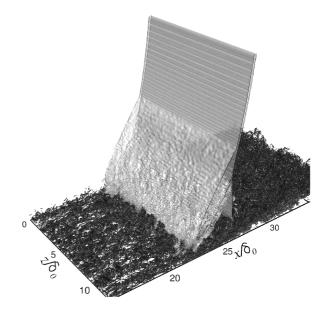


Рис. 4. Мгновенная волновая и вихревая структура течения в условиях перемежающегося отрыва [10]

отдельных локализованных зон перемежающегося отрыва, которые наблюдаются в экспериментах. При этом коэффициент перемежаемости в расчетах  $0 < \gamma \le 0,4$ , а осредненный коэффициент поверхностного трения  $C_f$  не достигал нулевого значения, как это происходит с наступлением развитого отрыва.

# 2. Отрыв в угле сжатия

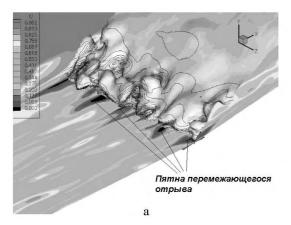
При сверхзвуковом обтекании отклоненной и достаточно протяженной вдоль размаха поверхности сжатия (рис. 1, случаи 3 и 5) реализуется двумерное взаимодействие косого скачка уплотнения с пограничным слоем. Границы характерных режимов развития турбулентного отрыва в таких условиях показаны на рис. 5. При достижении критического значения угла отклонения потока  $\alpha = \alpha_i$  возникают условия для зарождения отрыва в окрестности вершины угла сжатия, а при более высоких характерных значениях  $\alpha_{\rm ef}$  и  $\alpha_{\rm S}$  впервые проявляются признаки "эффективного" перемежающегося отрыва

1- ●, 2- - Spaid, Frishett (1972) 3-■,4-<del>■,</del> 5- **■**: Appels, Richards (1975) 6 - ▼, 7 - ▼: Settles, Bogdonoff, Vas (1976) 8 - ▶ : Желтоводов, Шилейн, Яковлев (1983) 9 - ▲: Kuntz, Amatussi, Addy (1987) 10-⊕,11- **①**,12-**⊕**: Thomas, Putnam, Chu (1994) 13-♦: Ardonceau, Lee, Alziary de Roquefort, Goethals (1999) 14 - 322 : Korkegi (1975) 15 - === : Elfstrom (1972) 16 - 💠 : Гольдфельд, Долгов (1972, 1973) α, Максимальный отрыв deg. 40 Крупномасштабный (IV)  $\alpha_d$ отрые 30 20 Ш Установившийся малый отрыв (γ > 0.5)  $\alpha_{s\,max}$  $\alpha_s$ 10 Перемежающийся отрыв (7< 0,5) Ωef Безотрывное  $\alpha_i$ ① течение 0  $M_{\infty}$ 

Рис. 5. Режимы развития турбулентного отрыва в углах сжатия [6]

 $(0 < \gamma \le 0.5)$  и установившегося малого отрыва  $(\gamma > 0.5)$  соответственно, как и в случае с прямым скачком. Указанные критические значения  $\alpha_i$ ,  $\alpha_{ef}$  и α<sub>S</sub> определялись как предельные углы отклонения потока ( $\alpha = \alpha_{max}$ ) для косых скачков при реализующихся внутри пограничного слоя местных критических числах Маха M<sub>i</sub>, M<sub>ef</sub> и M<sub>S</sub>, которые характерны для рассмотренного выше случая взаимодействия с прямым скачком. Как известно, такие условия соответствуют началу отсоединения и трансформации косых скачков в прямой. Ширина показанных полос для отмеченных критических углов характеризует точность определения в экспериментах соответствующих критических чисел Маха для прямого скачка. Правильность такого подхода, предложенного для определения критических углов сжатия [3, 5, 6], подтверждается достаточно хорошим соответствием предсказанных их значений зафиксированным в экспериментах с помощью различных методов диагностики характерных величин  $\alpha_i \le \alpha \le \alpha_S$  на отмеченных ранних стадиях формирования малой отрывной зоны в пристенной части пограничного слоя (рис. 5, обозначения 1, 3, 6, 8, 9-13, 16). Как показано в [6], с наступлением установившегося отрыва  $(\gamma > 0.5)$  при  $\alpha = \alpha_S$  интенсивность косого скачка уплотнения начинает достигать значения относительного давления  $p_S/p_\infty$ , реализующегося на линиях отрыва, экспериментальные данные для которого обобщены в [8] в диапазоне чисел Maxa  $M_{\infty} = 2 - 6$ . Расположенная несколько выше граница  $\alpha_{S max}$ , соответствует интенсивности "невязкого" скачка в угле сжатия, равной относительному давлению в области "плато"  $p_p/p_{\infty}$  в развитых отрывных зонах при  $Re_{\delta} \ge 10^5$  [8], которое характеризует интенсивность отрывного скачка. Как видно, зафиксированные в экспериментах максимальные значения  $\alpha = \alpha_S$ в области II (обозначения 3, 9, 12, 13) находятся в пределах этой верхней границы.

Полученная в расчетах на основе LES [11] мгновенная картина течения при  $M_{\infty} = 2.9$  и небольшом угле отклонения потока α = 8° характеризует особенности перемежающегося отрыва в некоторый момент времени (рис. 6, а). Формирующиеся в пограничном слое вытянутые нестационарные вихревые структуры приводят к возникновению периодических областей с пониженной и повышенной местной скоростью, которые показаны в горизонтальном сечении поля мгновенной продольной составляющей вектора скорости в ламинарном подслое над пластиной на высоте  $y^{+} = 10$ . При взаимодействии таких областей с пониженной скоростью со скачком периодически возникают расположенные по размаху локальные пятна перемежающегося отрыва, и фронт скачка сильно возмущается. Таким



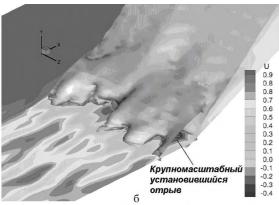


Рис. 6. Численное моделирование (LES) течения в угле сжатия при  $M_{\infty}=2.9$ ,  $Re_{\delta}=2\cdot 10^4$ :  $a-\alpha=8^{\circ}[11], \ \ \delta-\alpha=25^{\circ}\ [12]$ 

образом, течение в условиях рассматриваемой двумерной конфигурации в действительности является пространственным и нестационарным. При увеличении угла α и интенсивности скачка на некотором этапе отдельные пятна перемежающегося отрыва объединяются, и образуется область установившегося возвратного течения (рис. 6, б).

Зарождение и развитие малой отрывной зоны в ламинарном подслое и в пределах некоторой пристенной части турбулентного пограничного слоя на этапах перемежающегося отрыва (рис. 5, режим II) и установившегося отрыва (режим III) с ростом угла а при фиксированном числе Маха М<sub>∞</sub> характеризуется постепенным увеличением протяженности отрывной зоны. При дальнейшем увеличении интенсивности скачка в диапазоне  $\alpha_S^* \le \alpha < \alpha_d$  (см. рис. 5, режим IV) область отрыва начинает распространяться во внешнюю часть пограничного слоя с возрастающим темпом и возникает крупномасштабный отрыв. Протяженность отрыва в этих условиях для адиабатических течений зависит от интенсивности косого скачка, чисел Маха  $M_{\infty}$  и Рейнольдса  $Re_{\delta}$ . При этом характерным масштабом длины является толщина пограничного слоя δ непосредственно перед отрывной зоной (см. [2, 6]). Ограниченная штриховыми линиями 15 зависимость для нижней границы рассматриваемого режима  $\alpha = \alpha_S^*$  при  $Re_\delta = 10^5 - 10^7$ (см. рис. 5), построенная на основе расчетов [13], удовлетворительно соответствует экспериментальным данным (2, 4, 5, 7, 14), полученным при различных числах Маха и  $Re_{\delta} > 10^{5}$ . В рамках предложенной в этой работе упрощенной расчетной модели возникновение крупномасштабного отрыва предполагается в условиях максимально возможного отклонения (  $\alpha_S^* = \alpha_{max}$  ) характерной линии тока с местным числом Maxa  $M^* > 1$ , разделяющей пристенную и внешнюю части пограничного слоя, т. е. на стадии начала трансформации в этих условиях местного косого скачка в прямой. Верхняя граница режима IV соответствует углам отклонения поверхности сжатия од, при которых происходит отсоединение скачка в условиях невязкого обтекания наклонных и прямых ступенек конечной высоты.

Полученная в расчетах на основе LES [12] мгновенная картина течения в условиях режима IV при  $M_{\infty}=2,9$  для угла сжатия  $\alpha=25^{\circ}$  (рис. 6, б) демонстрирует формирование крупномасштабной отрывной зоны с установившимся возвратным течением и возникающей над ней  $\lambda$ -конфигурацией скачков. При этом развивающиеся в пограничном слое когерентные вихревые структуры, показанные в горизонтальном сечении над пластиной в логарифмической области при  $y^+=15$ , сильно возмущают фронт отрывного скачка, положение которого непрерывно изменяется вблизи поверхности вследствие сохраняющегося перемежающегося характера течения непосредственно в окрестности линии отрыва.

В условиях отсоединенного "невязкого" скачка перед наклонными и прямыми ступеньками при  $\alpha \geq \alpha_d$  (рис. 5, режим V) реализуется течение с максимальным отрывом, протяженность которого при  $Re_\delta \geq 10^5$  практически не зависит от числа Маха и определяется высотой ступеньки h для достаточно высоких препятствий с отношением  $h/\delta \geq (1,2-1,5)$  [6].

Возможности численного моделирования течения с крупномасштабным турбулентным отрывом в двумерном приближении на основе RANS и различных моделей турбулентности [14, 15] иллюстрирует рис. 7. Основные детали зафиксированной в эксперименте в условиях адиабатической поверхности осредненной по времени газодинамической структуры течения: 1 – пограничный слой, 2 – отрывной скачок, 3 – оторвавшийся слой смешения, 4 – возвратное течение, 5 – скачок присоединения, 6 – веер волн разрежения (см. рис. 7, а) удовлетворительно воспроизводятся в расчете (рис. 7, б), как и распределения относительного давления р/ $p_{\infty}$  (рис. 7, в) и коэффициента трения  $C_f/C_{f0}$  (рис. 7, г) на поверхности. Значения  $p_{\infty}$  и  $C_{f0}$  соответствуют невозмущен-

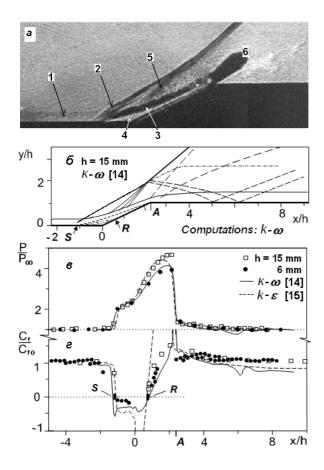


Рис. 7. Сравнение расчетов (RANS) с экспериментами для течения в окрестности наклонной ступеньки при  $\alpha=25^\circ$ ,  $M_\infty=2.9~\text{Re}_\delta=1.48\cdot10^5~\text{[14, 15]}$ : а — теплеровская фотография при h=15~мм,~6—рассчитанная газодинамическая структура, в — распределения давления,  $\Gamma$  — распределения трения

ному течению перед областью взаимодействия. При этом лучшее соответствие экспериментам демонстрируют расчеты с k – ω-моделью турбулентности по сравнению с k − ε-моделью, хотя обе модели не исключают постепенно проявляющуюся тенденцию к некоторому занижению поверхностного трения в течении за вершиной ступеньки А. Вместе с тем ни одна из этих моделей не обеспечивает правильного предсказания распределения относительного коэффициента интенсивности теплообмена на поверхности  $C_h/C_{h0}$  при температурном факторе  $T_w/T_{aw} = 1,05$ (рис. 8), где T<sub>аw</sub> - температура адиабатической стенки. Некоторое улучшение соответствия эксперименту в области отрыва достигнуто в [16] ограничением турбулентной вязкости  $\mu_t \sim k/\omega$  при использовании k – ω-модели посредством увеличения характерного значения скорости диссипации ω, подбор которой был обоснован сравнениями выполненных параметрических расчетов с полученными систематическими экспериментальными данными. Однако такая модификация модели не обеспечила удовлетвори-

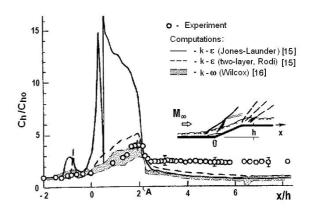


Рис. 8. Распределение коэффициента интенсивности теплообмена при  $\alpha=25^\circ,\,M_\infty=4,0,\,Re_\delta=1,16\cdot10^5,\,T_w/T_{aw}=1,05,\,h=6$  мм [15, 16]

тельного предсказания теплообмена на поверхности за вершиной ступеньки А.

С целью учета и объяснения влияния нестационарных и пространственных эффектов, свойственных турбулентному отрыву, проведено численное моделирование рассмотренного выше течения на основе LES и выполнены тщательные сравнения с экспериментом [17, 18]. Полученная в расчетах мгновенная газодинамическая структура течения, представленная на рис. 9, а осредненным по ширине расчетной области полем градиента плотности, соответствует описанной выше для осредненного по времени течения (см рис. 7, а, б). Вместе с тем, как показали расчеты, вследствие его нестационарности положение и форма отрывного скачка 2 и скачка присоединения 5 заметно изменяются со временем, а над оторвавшимся слоем смешения 3 вниз по течению перемещаются слабые скачки уплотнения 7. Такие сносимые потоком слабые скачки возникают при сверхзвуковом обтекании искривленной внешней границы сдвигового слоя вследствие формирующихся в нем при отрыве крупномасштабных когерентных вихревых структур. Эти скачки поддерживают повышенный уровень турбулентных пульсаций за отрывным скачком, что подтверждается расчетами и данными термоанемометрических измерений среднеквадратичных значений пульсаций массового расхода <(ри)'> во внешнем течении вдоль показанной на рис. 9, а линии тока SL, по сравнению с их значением <(pu)'><sub>max, E1</sub> в исходном сечении Е<sub>1</sub> в невозмущенном течении (см. рис. 9 б, обозначения 1 и 3). Повышенный уровень турбулентности во внешнем потоке и внешней области пограничного слоя сохраняется на значительном расстоянии за вершиной ступеньки А после взаимодействия присоединившегося пограничного слоя с волнами разрежения. При этом в пограничном слое максимальные турбулентные пульсации подавляются волнами разрежения заметно сильнее (рис. 9, б, обозначения 2, 4). Рассчитанные осредненные по

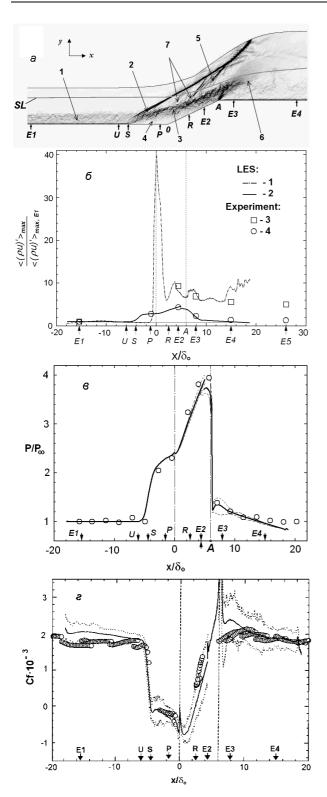


Рис. 9. Сравнение расчетов (LES) с экспериментами при  $\alpha = 25^{\circ}$ , h = 6 мм,  $M_{\infty} = 2.9$ ,  $Re_{\delta} = 6.36 \cdot 10^{4}$ ,  $T_w/T_{aw} = 1$  (режим IV) [17, 18]

времени и по ширине давление и трение на поверхности (сплошные линии на рис. 9 в, г), как и рассмотренные турбулентные пульсации, хорошо соответствуют экспериментальным данным. Очевидно, что обусловленная нестационарными эффектами повышенная "внешняя" турбулентность является одной из причин ранее отмеченной повышенной интенсивности теплообмена, сохраняющейся на верхней поверхности ступеньки. Естественно, что такие эффекты не могут быть предсказаны расчетами в рамках RANS.

Проникновению к поверхности течения из внешней области пограничного слоя с повышенным уровнем турбулентных пульсаций и соответственно росту интенсивности теплообмена способствуют наблюдаемые в экспериментах продольные вихри Гёртлера, расположенные периодически по ширине модели. Такие вихри ограничены повторяющимися продольными линиями стекания 1 и растекания 2 (рис. 10), распространяющимися на поверхности вниз по течению от линии присоединения (растекания) R, а также в отрывную зону в направлении к линии отрыва S. Особенно четко эти признаки видны в окрестности линии R, где процесс конвективного перемешивания, вероятно, наиболее интенсивен. Расчеты на основе LES позволяют предсказывать такие пространственные эффекты. Полученное поле осредненного по времени коэффициента поверхностного трения (рис. 11, а) и соответствующие распределения C<sub>f</sub> по ширине в различных сечениях (рис. 11, б) (которые также показаны на рис. 9) демонстрируют характерные его периодические изменения. Максимумы  $C_{\rm f}$  в отрывной зоне и за линией присоединения соответствуют продольным линиям растекания, а минимумы - продольным линиям стекания. Штриховые линии на рис. 9, в, г указывают верхнюю нижнюю границы полученных в расчетах периодических изменений давления и трения по ширине течения. Аналогичные периоди-

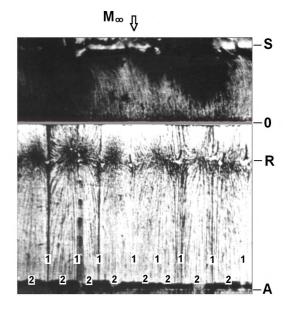


Рис. 10. Фотография визуализации предельных линий тока на поверхности наклонной ступеньки при  $\alpha = 25^{\circ}$ ,  $M_{\infty} = 2.9$  [17]

Рис. 11. Расчеты (LES) поверхностного трения в окрестности наклонной ступеньки при  $\alpha=25^\circ$ ,  $M_\infty=2.9$  [17, 18]: а — поле  $C_f$ , б —распределения  $C_f$  по ширине в различных сечениях

z/δ<sub>o</sub> б

ческие изменения интенсивности теплообмена зафиксированы в экспериментах, и их амплитуды обозначены на верхней поверхности за вершиной ступеньки А вертикальными отрезками (см. рис. 8).

Учитывая продемонстрированный высокий уровень соответствия расчетов эксперименту в условиях адиабатической поверхности, важной является дальнейшая проверка возможности использования LES для адекватного предсказания интенсивности теплообмена в окрестности турбулентных отрывных зон с учетом отмеченных нестационарных и пространственных эффектов.

# 3. Пространственный отрыв в окрестности пересекающихся скачков уплотнения

Большой практический интерес представляют исследования турбулентных отрывных течений в условиях пространственных взаимодействий скачков уплотнения, распространяющихся от одного или двух вертикальных килей, с пограничным слоем на плоской поверхности (рис. 1, случаи 2 и 4). Исключительно сложная и разнообразная топология таких течений, проявляющаяся на стадиях зарождения и развития отрыва в сочетании с сопутствующими нестационарными эффектами, еще в большей степе-

ни затрудняет адекватное предсказание их свойств [1–3, 5, 19]. Экспериментальная картина предельных линий тока на поверхности между двумя симметричными килями с одинаковыми углами отклонения внутренних граней ( $\alpha_1 = \alpha_2 = 15^\circ$ ) в условиях взаимодействия пересекающихся "скользящих" вдоль нее скачков при  $M_\infty = 4$  [20] (рис. 12, а) демонстрирует формирование центральной отрывной зоны в канале между килями. Такая зона окружает центральную узловую точку  $N^1$  и ограничена сверху

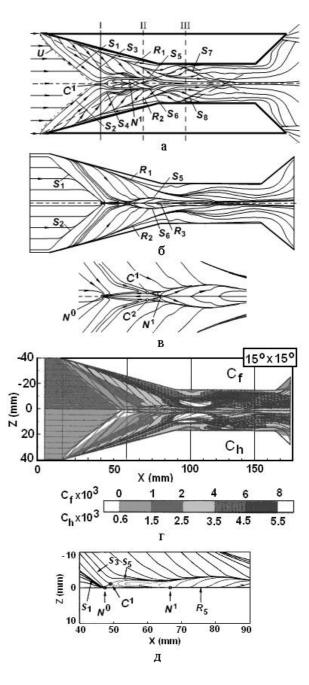


Рис. 12. Топология предельных линий тока на поверхности между двумя симметричных вертикальными килями ( $\alpha_1=\alpha_2=15^\circ$ ) при  $M_\infty=4$ ,  $Re_\delta=3.1\cdot 10^5$ ,  $T_w/T_{aw}=1.05$ : a- эксперимент; б,  $b-k-\epsilon$  [20]; r,  $d-k-\omega$  [21]

седловой точкой С1, расположенной за формирующимся "горлом" между линиями отрыва S<sub>1</sub> и S<sub>2</sub>. Поверхностное трение в этих сингулярных точках достигает нулевого значения в отличие от  $C_f > 0$  на линиях стекания  $S_1 - S_8$  и растекания  $R_1$ ,  $R_2$ . Такие линии стекания и растекания формируются в условиях регулярного ("ординарного") отрыва и последующего присоединения потока в окрестности скользящих скачков или вследствие возникающих вторичных "безотрывных" течений в пристенной области пограничного слоя при небольших неблагоприятных градиентах давления [19].

Расчеты на основе RANS [20, 21] с использованием соответственно  $k - \varepsilon$ - модели (рис. 12, б, в) и k ω-модели турбулентности (рис. 12, в, г) воспроизводят некоторые особенности рассматриваемого течения. Вместе с тем полученные масштабы центральной отрывной зоны заметно меньше, чем в эксперименте, распространяющиеся от килей линии отрыва S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub> сливаются в центральной узловой точке N<sup>0</sup> без образования характерного "горла" между ними (см. увеличенные фрагменты на рис. 12, в, д), а по бокам отрывной зоны формируются дополнительные симметричные седловые точки  $C^1$ ,  $C^2$ , отсутствуют признаки линий вторичного отрыва S<sub>3</sub>, S<sub>4</sub>. При этом наблюдаются также отличия между экспериментом и расчетами в распределениях давления и интенсивности теплообмена на поверхности вдоль оси симметрии между килями (рис. 13, а, б). Отмеченные отличия могут быть обусловлены как завышением кинетической энергии турбулентности к в пограничном слое за скачками (и соответственно повышенной турбулентной вязкостью µ<sub>t</sub>) в расчетах с указанными моделями турбулентности, так и не-

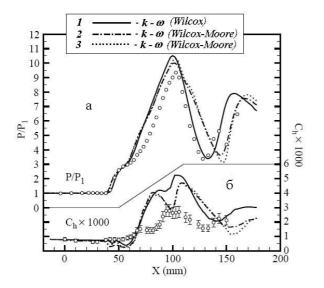


Рис. 13. Распределения давления и коэффициента интенсивности теплообмена вдоль оси симметрии между килями [21]

стационарными эффектами, которые не учитывались в рамках RANS. С целью снижения величины μ<sub>t</sub>, наряду со стандартной k – ω-моделью (рис. 13, а, б, обозначение 1), была использована ее модифицированная версия (2) с ограничением величины турбулентной вязкости в рамках принципа реализуемости [21]. Однако полученное решение (2) не привело к серьезному улучшению соответствия с экспериментом по сравнению с (1) при одинаковых расчетных сетках. Дополнительное сгущение сетки (3) практически не повлияло на решение.

Продемонстрированные результаты обосновывают необходимость дальнейших расчетов на основе LES с целью проверки влияния нестационарных эффектов в рассматриваемых условиях.

# 4. Пространственный отрыв в условиях обтекания тел вращения, расположенных вблизи поверхности

Влияние пространственного отрыва проявляется и в условиях сверхзвукового полета тел вращения вблизи поверхности (рис. 14, а). Согласно экспериментам, выполненным при  $M_{\infty}$  = 4 [22, 23], реализующаяся газодинамическая структура течений с

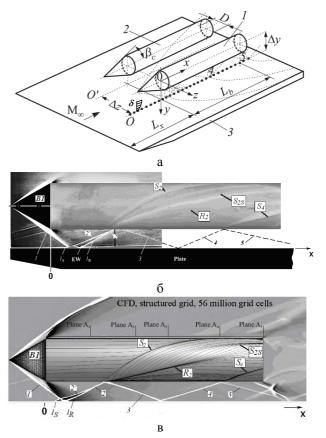


Рис. 14. Обтекание тел при  $M_{\infty} = 4$ ,  $\Delta z/D = 3.0$ : а – экспериментальная модель; б – фотография течения и предельных линий тока на внешней поверхности тела 1 [22, 23], в – расчет (RANS) [24, 25]

отрывом пограничного слоя на телах 1 и 2 с коническими головными частями с углом полураствора  $\beta_c=30^\circ$  и расположенной под ними поверхности 3 существенно зависит от расстояния  $\Delta z/D$  между телами при исследованном фиксированном их удалении от поверхности  $\Delta y/D=0,96$ . Соответствующее диаметру тел D=50 мм число Рейнольдса  $Re_D=3,3\cdot10^5$ , относительная начальная толщина пограничного слоя на пластине в окрестности падающих головных скачков  $\delta/\Delta y=0,035$ , а соответствующее ей число  $Re_\delta=(0,7-1,23)\cdot10^3$ .

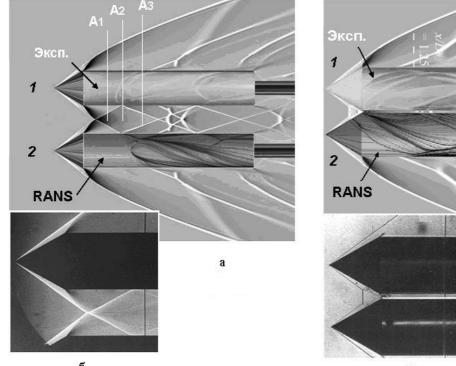
Согласно эксперименту при  $\Delta z/D = 3,0$  распространяющиеся от вершин тел конические головные скачки 1 (рис. 14, б) вызывают отрыв пограничного слоя на пластине и, постепенно ослабевая, многократно отражаются от нее и нижних поверхностей тел. Формирующиеся на внешней боковой поверхности первого тела линии отрыва  $S_2$  и  $S_4$  возникают в процессе дифракции вокруг него отраженных от пластины скачков 2 и 4. Между основными линиями отрыва  $S_2$  и присоединения  $S_2$  формируется вторичный отрыв  $S_2$ . Расчеты на основе RANS и модели турбулентности Спаларта — Аллмараса [24, 25] достаточно хорошо воспроизводят описанную газодинамическую структуру течения и картину предельных линий тока на теле (рис. 14, в).

Изменение расстояния между телами сильно влияет на их обтекание (рис. 15). При  $\Delta z/D = 1,8$  рассчитанное поле градиентов плотности (рис. 15, а)

и полученная в эксперименте теплеровская фотография (б) демонстрируют регулярное взаимодействие конических головных скачков, которые дважды отражаются от внутренних поверхностей тел. Наблюдаемые в расчете дополнительные скачки, отраженные от пластины, дифрагируют вокруг тел, вызывая отрыв пограничного слоя на их поверхностях и существенно усложняя общую картину обтекания. Экспериментальная картина предельных линий тока, показанная на обращенной к пластине нижней поверхности тела 1, достаточно хорошо соответствует полученной в расчете и показанной симметричной ей картине на поверхности тела 2.

При уменьшении расстояния между телами возрастает количество отраженных и пересекающихся между телами скачков, которые постепенно приближаются к их головным частям вместе с реализующимися на боковых поверхностях отрывными зонами [23–25]. При  $\Delta z/D=1,06$  отчетливо наблюдается маховское взаимодействие головных скачков (рис. 14, в, г). Возникающий между телами прямой скачок способствует распространению отрыва на их головные части и соответственно росту сопротивления. Расчеты демонстрируют хорошее соответствие эксперименту и в таких условиях.

Полученные в расчетах поля градиентов плотности в поперечных сечениях  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$  (рис. 1, 6), обозначенных на рис. 15, а, иллюстрируют формирующуюся вокруг тел сложную структуру пересе-



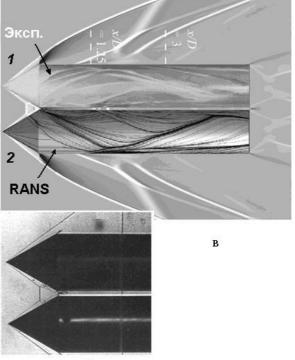


Рис. 15. Влияние расстояния между телами на газодинамическую структуру течения между ними и предельные линии тока (вид со стороны пластины): a,  $6 - \Delta z/D = 3.0$ ; b, c -  $\Delta z/D = 1.06$ 

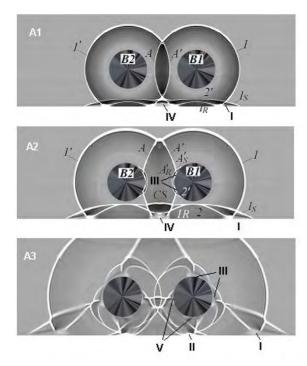


Рис. 16. Газодинамическая структура течения в характерных сечениях  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$  при  $\Delta z/D = 1.8$ 

кающихся скачков уплотнения и обусловленные ими отрывные зоны на поверхностях тел и расположенной под ними пластине. Например, распространяющиеся к пластине скачки инициируют отрывные зоны I, II, IV на ее поверхности, а проникающие к телам - стимулируют возникновение отрывных зон III, V на их поверхностях. При пересечении отрывных скачков с исходными образуются характерные λ-конфигурации, а также появляются дополнительные скачки в зонах присоединения. Такие эффекты вязко-невязкого взаимодействия заметно изменяют газодинамическую структуру течений по сравнению с рассчитываемой в рамках уравнений Эйлера [23, 26] и влияют на предсказание аэродинамических характеристик тел в рассматриваемых условиях (см. [24, 25]).

Влияние расстояния между телами на их аэродинамические характеристики (коэффициенты сопротивления Сх, отталкивающей от пластины подъемной силы С<sub>v</sub>) и расталкивающей тела боковой силы С<sub>z</sub>) для рассматриваемых условий иллюстрирует рис. 17. Уменьшение расстояния до  $\Delta$  z/D  $\leq$  1,4 практически не влияет на величину Сх, но приводит к постепенному росту  $C_v$  и  $C_z$ . Резкий рост всех сил при  $\Delta z/D > 1.4$  обусловлен формированием прямого скачка между телами перед их головными частями. Расчеты на основе RANS в пределах точности соответствуют экспериментальным значениям для С, и  $C_z$ . Завышение на 5 – 6 % полученных значений  $C_z$ объясняется тем, что на телах не учитывался ламинарно-турбулентный переход и пограничный слой

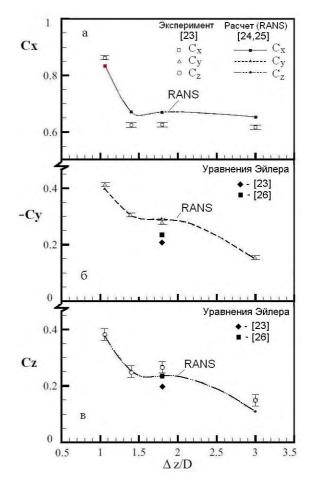


Рис. 17. Влияние расстояния между телами на аэродинамические характеристики при  $M_{\infty} = 4 [24, 25]$ 

рассчитывался как турбулентный, начиная от их вершин. Как видно, численные расчеты [23, 26] на основе уравнений Эйлера при  $\Delta z/D = 1.8$  проявляют тенденцию к занижению значений С<sub>v</sub> и С<sub>z</sub>.

Проведенный анализ демонстрирует многообразие режимов и свойств отрывных течений, возникающих в условиях двумерного и пространственного взаимодействия скачков уплотнения с турбулентным пограничным слоем, а также характеризует состояние современных методов расчета отрывных течений, возникающих в таких условиях. Несмотря на широкое применение расчетов в рамках RANS с использованием различных моделей турбулентности для решения прикладных задач в условиях повышенных чисел Рейнольдса, очевидны ограниченные возможности таких подходов. В особенности это относится к предсказанию интенсивности теплообмена. С целью обеспечения адекватности численного моделирования турбулентного отрыва, прогнозирования и учета нестационарных и тонких пространственных эффектов необходимы детальная проверка адекватности расчетов на основе LES и DNS и развитие альтернативных более экономичных гибридных RANS/LES подходов для решения задач современной аэродинамики.

#### Заключение

Проведенный анализ демонстрирует многообразие режимов и свойств отрывных течений, возникающих в условиях двумерного и пространственного взаимодействия скачков уплотнения с турбулентным пограничным слоем, а также характеризует состояние современных методов их расчета. Несмотря на широкое применение расчетов в рамках RANS с использованием различных моделей турбулентности для решения прикладных задач в условиях повышенных чисел Рейнольдса, очевидны ограниченные возможности таких подходов. В особенности это относится к предсказанию интенсивности теплообмена. С целью выявления причин наблюдаемых отличий, обеспечения адекватности численного моделирования турбулентного отрыва, прогнозирования и учета нестационарных и тонких пространственных эффектов необходимы детальная проверка адекватности расчетов на основе LES и DNS и развитие альтернативных более экономичных гибридных RANS/LES подходов для решения прикладных задач современной аэродинамики.

# Литература

- 1. Dolling, D. Fifty years of shock-wave/boundary-layer interaction research: What next? [Text] / D. Dolling // AIAA J. 2001. Vol. 39. № 8. P. 1517–1531.
- 2. Advances in CFD prediction of shock wave turbulent boundary layer interactions [Text] / D. Knight, H. Yan, A. Panaras, A. Zheltovodov // Progress in Aerospace Sciences. Oxford: Pergamon Press. 2003. Vol. 39. P. 121–184.
- 3. Zheltovodov, A.A. Some advances in research of shock wave turbulent boundary layer interactions [Text] / A.A. Zheltovodov // AIAA Paper 2006-0496, 2006.
- 4. Желтоводов, А.А. Особенности взаимодействия скачков уплотнения с турбулентным пограничным слоем в условиях транс- и сверхзвуковых скоростей [Текст] / А.А. Желтоводов, Р. Дворжак, П. Шафаржик // Изв. СО АН СССР, серия техн. наук. 1990. Вып. 6. С. 31—34.
- 5. Zheltovodov, A.A. Shock waves / turbulent boundary-layer interactions fundamental studies and applications [Text] / A.A. Zheltovodov // AIAA Paper 1996-1977, 1966.
- 6. Knight, D.D. Chapter 4. Ideal-gas shock wave turbulent boundary-layer interactions (STBLIs) in supersonic flows and their modeling: Two-dimensional interactions [Text] / D.D. Knight, A.A. Zheltovodov // Shock Wave Boundary-Layer Interactions / Eds. H. Babinsky, J. Harvey. Cambridge Aerospace Series. –

- New York et al.: Cambridge University Press, 2011. P. 137–201. [ISBN 980-0-521-84852-7].
- 7. Chapman, D. Investigation of separated flows in supersonic and subsonic streams with emphasis on the effect of transition [Text] / D. Chapman, D. Kuehn, H. Larson: NACA Rep. − 1958. − № 1356.
- 8. Zukoski, E.E. Turbulent boundary-layer separation in front of a forward-facing step [Text] / E.E. Zukoski // AIAA J. 1967. Vol. 5, № 10. P. 1746–1753.
- 9. Inger, G.R. Some features of a shock/turbulent boundary-layer interaction theory in transonic fields [Text] / G.R. Inger // AGARD-CP-291, 1980.
- 10. Bernardini, M. Analysis of unsteadiness in transonic shock/boundary layer interactions [Electronic resource] / M. Bernardini, S. Pirozzoli, F. Grasso // V European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD 2010, Lisbon, Portugal, 14–17 June 2010/Eds. J.C.F. Pereira and A. Sequeira. P. 1–15. URL: http://web.univ-ubs.fr/limatb/EG2M/Disc\_Seminaire/ECCOMAS-CFD2010/papers/01565.pdf
- 11. Urbin, G. Compressible large eddy simulation using unstructured grid: supersonic boundary layer in compression corner [Text] / G. Urbin, D. Knight, A.A. Zheltovodov // AIAA Paper 99-0427, 1999.
- 12. Urbin, G., Large eddy simulation of a supersonic compression corner. Part 1 [Text] / G. Urbin, D. Knight, A.A. Zheltovodov // AIAA Paper 2000-0398, 2000.
- 13. Elfstrom, G.M. Turbulent hypersonic flow at a wage-compression corner [Text] / G.M. Elfstrom // J. Fluid Mech. 1972. Vol. 53, Pt. 1. P. 113–127.
- 14. Экспериментальное и численное моделирование сверхзвуковых турбулентных отрывных течений в окрестности двумерных препятствий [Текст] / А.В. Борисов, А.А. Желтоводов, А.И. Максимов, Н.Н. Федорова, С.И. Шпак // Изв. РАН, МЖГ. 1999.  $N_2$  2. С. 26—37.
- 15. The possibilities of numerical simulation of shock waves/boundary layer interaction in supersonic and hypersonic flows [Text] / A.A. Zheltovodov, A.V. Borisov, D.D. Knight, C.C. Horstman, G.S. Settles // Int. Conf. on the Methods of Aerophys. Research: Proc. Pt. 1. Novosibirsk, 1992. P. 164–170.
- 16. Bedarev, I.A. Supersonic turbulent separated flows numerical model verification [Text] / I.A. Bedarev, A.A. Zheltovodov, N.N. Fedorova // Int. Conf. Conf. on the Methods of Aerophys. Research: Proc. Pt. 1. Novosibirsk, 1998. P. 30–35.
- 17. Loginov, M.S. Large-eddy simulation of shock-wave/turbulent-boundary-layer interaction [Text] / M.S. Loginov, N.A. Adams, A.A. Zheltovodov // J. Fluid Mech. 2006. Vol. 565. P. 135–169.
- 18. Loginov, M.S. Shock-wave system analysis for compression-decompression ramp flow [Text] / M.S. Loginov, N.A. Adams, A.A. Zheltovodov // Fifth Int. Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomenon / München, Garching, Germany, 27–29 August 2007 / Eds. R. Friedrich, N.A. Adams, J.K. Eaton, J.A.C. Humprey, N. Kasagi, M.A. Leschziner. P. 87–92.

- 20. Экспериментальное и расчетное исследования симметричного взаимодействия пересекающихся скачков уплотнения с турбулентным пограничным слоем [Текст] / А.А. Желтоводов, А.И. Максимов, Д.В. Гаитонде, М.Р. Висбал, Д.С. Шенг // Теплофизика и аэромеханика. 2000.  $T.7, \mathcal{N} \ 2.$  C. 159-176.
- 21. Insights in turbulence modeling for crossing-shock-wave/boundary-layer interactions [Text] / F. Thivet, D.D. Knight, A.A. Zheltovodov, A.I. Maksimov // AIAA J. -2001. -Vol. 39,  $N_2$  6. -P. 985–995.
- 22. Дерунов, Е.К. Развитие пространственного турбулентного отрыва в окрестности падающих пересекающихся скачков уплотнения [Текст] / Е.К. Дерунов, А.А. Желтоводов, А.И. Максимов // Теплофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15, № 1. С. 31–57.

- 23. Анализ сверхзвукового обтекания двух тел вращения вблизи поверхности [Текст] / Е.К. Дерунов, В.Ф. Волков, А.А. Желтоводов, А.И. Максимов // Теплофизика и аэромеханика. 2009. Т. 16, № 1. С. 13—36.
- 24. Grosvenor, A.D. Verification of shock-wave/turbulent-boundary-layer-interaction calculations in conditions of aerodynamic interference of two bodies of revolution with a flat surface [Electronic resource] / A.D. Grosvenor, A.A. Zheltovodov, E.K. Derunov // Int. Conf. on the Methods of Aerophysical Research: Proc. Sect. 3. Novosibirsk, 2010. 1 CD ROM. 14 p. [ISBN 978-5-98901-085-1].
- 25. Grosvenor, A.D. Numerical prediction of three-dimensional shock-induces turbulent flow separation surrounding bodies of revolution adjacent to a flat surface [Text] / A.D. Grosvenor, A.A. Zheltovodov, E.K. Derunov // Progress in Flight Physics, EUCASS Book Series, Vol. 3. Advances in Aerospace Sciences. Moscow: Torus Press, 2011. P. 119–140. [ISBN 978-2-7598-0674-4].
- 26. Коноваленко, В.В. Аэродинамическое взаимодействие нескольких тел при сверхзвуковых скоростях [Текст] / В.В. Коноваленко, А.Н. Кравцов // Уч. записки ЦАГИ. 2008. Т. XXXIX, № 1—2. С. 31—38.

Поступила в редакцию 22.07.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., главный научный сотрудник Ю.А. Крашаница, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков, Украина.

# ЗАКОНОМІРНОСТІ РОЗВИТКУ ТА МОЖЛИВОСТІ ЧИСЛОВОГО МОДЕЛЮВАННЯ НАДЗВУКОВОГО ТУРБУЛЕНТНОСТІ ВІДРИВНОЇ ТЕЧІЇ

#### О.А. Желтоводов

Проводиться узагальнення результатів систематичних експериментальних і розрахункових досліджень закономірностей розвитку відривних течій, що виникають в околиці різних елементів надзвукових літальних апаратів в умовах двовимірних і просторових взаємодій стрибків ущільненняня з турбулентним пограничним шаром. Демонструються можливості сучасних числових методів розрахунку для передбачення властивостей таких течій. Обговорюються ймовірні причини деяких відмінностей між розрахунками і експериментом, а також напрями перспективних досліджень з метою додаткового аналізу адекватності числового моделювання.

**Ключові слова:** відривні потоки, турбулентний пограничний шар, ударні хвилі, чисельне моделювання.

# DEVELOPMENT MECHANISMS AND NUMERICAL MODELLING POSSIBILITIES OF SUPERSONIC TURBULENT SEPARATED FLOWS

### A.A. Zheltovodov

A generalization of systematic results of experimental and computational research which characterize the turbulent separated flows development mechanisms arising in the vicinity of supersonic vehicles various structural elements in conditions of two- and three-dimensional shock wave/turbulent boundary layer interactions is performed. The possibilities of modern numerical calculations for predicting the properties of such flows are demonstrated. Possible reasons of some differences between the calculations and experimental data are discussed as well as directions of the perspective research for additional analysis of the numerical modelling adequacy.

**Key words:** separated flows, turbulent boundary layer, shock waves, numerical modelling.

**Желтоводов Александр Андреевич** – канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, Федеральное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук СО РАН, Новосибирск, Россия.

УДК 536.21: 536.48

# Г.Г. ЖУНЬ

# Национальный технический университет "ХПИ", Харьков, Украина

# РАЗРАБОТКА УСОВЕРШЕНСТВОВАННОЙ ТЕПЛОЗАЩИТНОЙ КОНСТРУКЦИИ КРИОСОСУДА

В работе приведены результаты исследования тепловых характеристик криососудов, в которых при длительном хранении жидкого азота происходит ухудшение (на  $\sim$ 40 %) тепловых параметров. Установлено, что причиной этого является увеличение в теплозащитной экранно-вакуумной теплоизоляции (ЭВТИ) лучистой составляющей теплопереноса от повышения в 15-20 раз их степени черноты в результате образовавшихся на холодных участках слоев криоконденсата из продуктов газоотделения. Разработана новая конструкция пакета ЭВТИ для криососудов с наружными перфорированными слоями, что позволило устранить образование криоосадков в ЭВТИ и увеличить ресурс работы с жидким азотом в  $\sim$ 1,4 раза.

**Ключевые слова:** экранно-вакуумная теплоизоляция, криососуд, теплозащита, теплопроводность, перфорация, продукты газоотделения, степень черноты.

#### Введение

Потребности ракетно-космического комплекса, энергетики, криомедицины, животноводства и других отраслей в огромных количествах жидкого гелия, водорода и азота потребовали разработки и организации производства различных криоемкостей, криососудов и криостатов для их транспортирования, хранения и применения с минимальными потерями. Однако, использование в данном криогенном оборудовании наиболее эффективной криогенной теплозащиты из слоев экранно-вакуумной теплоизоляции (ЭВТИ) оказалось неудачным (как в нашей стране, так и за рубежом), так как достигаемая для них эффективная теплопроводность ( $\lambda_{\rm эф}$ ) была в 11-13 раз большей за их калориметрические значения. Причины этого для специалистов были непонятными

Нами сделано предположение, что одним из факторов ухудшения тепловых характеристик теплоизоляции на различных криоустройствах могут быть слои криоконденсата, образующиеся из откачиваемых продуктов газоотделения материалов теплозащиты в процессе их многолетней эксплуатации. Слои криоконденсата могут повышать степень черноты слоев ЭВТИ и, тем самым, увеличивать лучистую составляющую ( $\lambda_n$ ) эффективной теплопроводности  $\lambda_{\text{эф}}$  теплоизоляции.

**Целью работы** является исследование особенностей процесса вакуумирования продуктов газоотделения в теплозащитном пакете ЭВТИ криососуда во время его эксплуатации с жидким азотом. В случае подтверждения факта образования в теплозащитном пакете ЭВТИ слоев криоконденсата и их ухудшающего воздействия на тепловые характеристики, следовало разработать его новую конструкцию для криососуда, исключающую возникновение криоконденсата.

### Результаты исследования

Исследования проводились на экспериментальном стенде [1] с опытными криососудами, в теплозащите которых по среднеинтегральной их толщине (равной ~0,08 м) были смонтированы датчики температуры (термопары). Для исследуемых криососудов определялись суммарные теплопритоки, а также составляющие эффективной теплопроводности λ<sub>эф</sub>. Все криососуды изготавливались по одинаковой технологии с достижением в их теплозащитных пакетах ЭВТИ (из слоев ПЭТФ-ДА+ЭВТИ-7) оптимального вакуума  $P_0 \le 10^{-3}$  Па, исключающего в них молекулярную проводимость  $(\lambda_{M})$ . Кроме того, контактно- кондуктивная теплопроводность  $(\lambda_{\kappa,\kappa})$  в них была также одинаковой. Из этого следовало, что эффективная теплопроводность  $\lambda_{ab}(T)$  для пакетов ЭВТИ на исследуемых криососудах обуславливается только лучистой  $\lambda_n(T)$  и контактно- кондуктивной  $\lambda_{\kappa,\kappa}(T)$  составляющими, согласно соотношения:

$$\lambda_{\rm ads}(T) = \lambda_{\rm II}(T) + \lambda_{\rm KK}(T). \tag{1}$$

Эффективную теплопроводность для пакета ЭВТИ опытного криососуда №1 определяли по разработанной методике [2], согласно которой измеренный температурный профиль по его среднеинтегральной толщине  $T(x/\delta)$  1 (представленный на рис. 1) разбивали на элементарные участки  $\Delta\delta$  [3]. Тогда

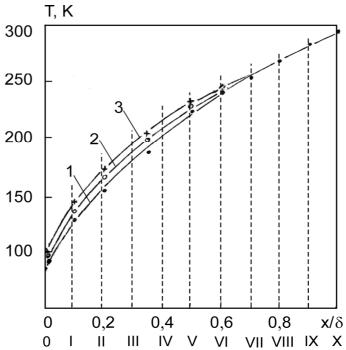


Рис. 1. Распределение температуры (Т) по среднеинтегральной приведенной толщине (x/δ) пакетов ЭВТИ из слоев ПЭТФ-ДА+ЭВТИ-7 на опытных криососудах при граничных температурах 78-297 К: 1, 2, 3 – криососуды №1, №2 и №3, соответственно; 1-Х– условная разбивка температурных профилей Т(х/δ) 1, 2, 3 штриховыми линиями на элементарные участки толщиной  $\Delta\delta$ .

эффективный коэффициент теплопроводности  $\lambda_{3\varphi}(T)$ для любого і-го участка определяется из уравнения Фурье:

$$\lambda_{ab}(T) = q \cdot \Delta \delta / \Delta T. \tag{2}$$

В рассматриваемых сечениях ЭВТИ со среднеинтегральной толщиной удельный тепловой поток q также равен его среднему значению для криососуда. При использовании уравнения (2) учитывалось также увеличение поперечного теплового потока от теплой стенки к холодной (до двух раз), обусловленное частичным его отводом вдоль слоев ЭВТИ к горловине и через нее к парам криоагента. Погрешность определения коэффициента  $\lambda_{\!\scriptscriptstyle 3\varphi}$  составляла 9-13 %. Температурные зависимости  $\lambda_{9\phi}(T)$  для пакета ЭВТИ опытного криососуда №1 после установления теплового равновесия (через 10 суток), а также через 0,5 и одного года хранения в нем жидкого азота представлены на рис. 2 зависимостями  $\lambda_{3\phi}(T)$  1, 3 и 5, соответственно.

Лучистая проводимость для теплозащитных пакетов ЭВТИ криососудов определялась из их температурных профилей  $T(x/\delta)$  1, 2 и 3 (рис. 1) по уравнению [4]:

$$\lambda_{\pi}(T) = 4 \cdot \frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon} \cdot \frac{\delta}{N} \cdot \sigma \cdot T_{CP}^{3}, \qquad (3)$$

где є - степень черноты экранов при средней температуре (Т<sub>ср</sub>) для элементарных участков  $\Delta\delta$  теплоизоляций принималась из зависимости  $\varepsilon(T)$  1 [5] (представленной на рис. 3); N – число слоев в пакете ЭВТИ; о – постоянная Стефана-Больцмана. Рассчитанные таким способом зависимости  $\lambda_{\pi}(T)$  2, 4 и 6 представлены на рис. 2.

Контактно- кондуктивная теплопроводность  $\lambda_{\kappa,\kappa}(T)$  для ЭВТИ опытных криососудов была (как отмечалось выше) одинаковой и рассчитывалась по соотношению (1). Ее зависимость  $\lambda_{\kappa\kappa}(T)$  7 представлена на рис. 2.

Опытный криососуд №1 после заполнения жидким азотом и установления теплового равновесия (через 10 суток) характеризовался суммарными теплопритоками Q<sub>c</sub> = 0,279 Вт и ресурсом работы (R) (при разовом заполнении жидким азотом), равным 232 суткам (см. таблицу).

Через 0,5 года хранения жидкого азота в данном криососуде его тепловые характеристики ухудшились, так как суммарные теплопритоки в нем увеличились до 0,33 Вт (на ~18 %). Анализ измеренного для данной теплоизоляции температурного профиля  $T(x/\delta)$  2 (рис. 1) показал, что за это время произошло повышение температуры (на 8-11 К) на ее участках ниже 240-250 К. Увеличилась также эффективная теплопроводность пакетов ЭВТИ (зависимость  $\lambda_{2\varphi}(T)$  3 на рис. 2). При этом давление в изоляционной полости криососуда оказалось неизменным (равным оптимальному значению Ро), что свидетельствует об отсутствии переноса тепла по молекулярной составляющей.

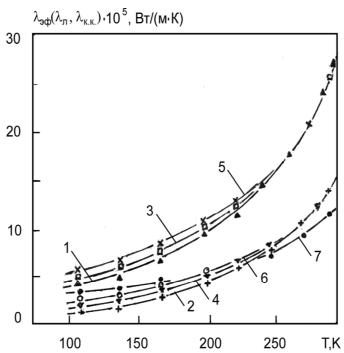


Рис. 2. Изменение с температурой (Т) эффективной теплопроводности ( $\lambda_{3\varphi}$ ) и ее составляющих ( $\lambda_{\pi}$  и  $\lambda_{\kappa,\kappa}$ ) для пакета ЭВТИ криососуда №1: 1, 3, 5 — зависимости  $\lambda_{3\varphi}(T)$  после хранения в криососуде жидкого азота в течение 10 суток, 0,5 и одного года, соответственно; 2, 4, 6 — зависимости  $\lambda_{\pi}(T)$  после аналогичных сроков хранения жидкого криоагента; 7 — зависимость  $\lambda_{\kappa,\kappa}(T)$ , являющаяся одинаковой для всех теплоизоляций.

Таблица Тепловые характеристики криососудов X-34Б (емкостью 35 л) с теплозащитой из слоев ПЭТФ-ДА+ЭВТИ-7 после хранения в них жидкого азота в течение (т) 10 суток (1), 0,5 года (2) и одного года (3)

№	Характеристика слоев на	1 (т=10 суток)		2 (т=0,5 года)		3 (т=1год)	
крио- сосуда	криососуде	Q <sub>c</sub> , Вт	R, суток	Q <sub>c</sub> , Bt	R, суток	Q <sub>c</sub> , Вт	R, суток
1	Не перфорированные	0,279	232	0,330	196	0,388	161
2	Перфорированные на 20 %	0,287	239	0,319	215	0,356	193
3	Перфорированные на 28 %	0,290	241	0,307	227	0,328	214
4	Перфорированные на 35 %	0,298	244	0,297	240	0,295	242

Поскольку в течение 0,5 года исследований криососуд №1 с жидким азотом не подвергался каким-либо динамическим, вибрационным или другим воздействиям, то за это время контактно-кондуктивная составляющая теплопереноса  $\lambda_{\kappa,\kappa}(T)$  7 осталась неизменной.

Из проведенного анализа следовало, что ухудшение тепловых характеристик криососуда №1 могло произойти за счет увеличения лучистой составляющей теплопроводности  $\lambda_{\pi}(T)$  в его теплозащите. В связи с этим, используя найденные зависимости  $\lambda_{\Rightarrow \varphi}(T)$  3 и  $\lambda_{\kappa,\kappa}(T)$  7 по уравнению (1) была определена новая увеличенная лучистая проводимость  $\lambda_{\pi}(T)$  4, а также происшедший ее прирост  $\Delta \lambda_{\pi}(T)$ , который мог осуществиться вследствие повышения степени черноты  $\varepsilon(T)$  экранов в пакете ЭВТИ. Последняя характеристика  $\lambda_{\pi}(T)$  позволила оценить по уравне-

нию (3) увеличение в 7-9 раз степени черноты слоев теплоизоляции в криососуде (зависимость  $\varepsilon(T)$  2 на рис. 3).

Через год хранения в криососуде №1 жидкого азота суммарный теплоперенос в нем вырос уже до 0,388 Вт (на ~39 %). Использование измеренного для данной теплоизоляции температурного профиля  $T(x/\delta)$  3 (рис. 3) позволило по описанной выше методике определить возрастание для нее теплопроводности  $\lambda_{3\varphi}(T)$  5, а также лучистой составляющей  $\lambda_{\pi}(T)$  6 в результате увеличения в 15-20 раз ее степени черноты.

Сделано предположение, что ухудшение тепловых характеристик крисосуда №1 при длительной его работе с жидким азотом произошло от увеличения степени черноты их экранов ЭВТИ в результате

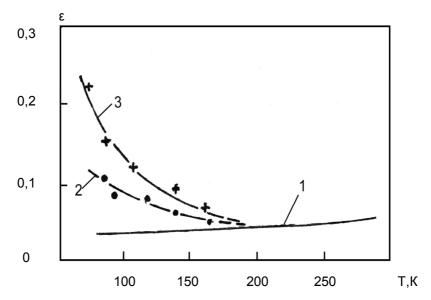


Рис. 3. Температурная зависимость степени черноты слоев в ЭВТИ (ε): 1 – калориметрические данные; 2, 3 – после хранения жидкого азота в криососуде в течение 0,5 года и одного года, соответственно.

образования в них слоев криоконденсата на холодных участках из откачиваемых вакуумным адсорбционным насосом продуктов газоотделения.

В связи с этим необходимо было разработать новую конструкцию теплозащитного пакета ЭВТИ для криососуда, в котором продукты газоотделения не откачивались бы через его холодные слои.

Проведенные нами исследования газопроницаемости отдельных участков теплозащитного пакета ЭВТИ на криососуде позволило установить, что вдоль его горловины (с пористой структурой из примыкающих к ней торцов ЭВТИ и подмоточного жгута из стекловуали ЭВТИ-7) существует своеобразный канал (вакуумопровод), который характеризуется наибольшей газопроницаемостью (до 65-70 %) от суммарной характеристики для всего пакета ЭВТИ [6]. Возникла идея использовать данный пористый канал возле горловины для откачки через него вакуумным адсорбционным насосом продуктов газоотделения из наружных теплых слоев пакета ЭВТИ, увеличив их газопроницаемость перфорацией. Для этого следовало определить оптимальное количество слоев теплоизоляции в криососуде, которое необходимо было перфорировать. Результаты данных исследований представлены в таблице.

Их анализ показывает, что в случае перфорации в криососуде №2 до 20 % наружных слоев ЭВТИ суммарный теплоперенос Q<sub>с</sub> увеличивается на ~3 % от повышения лучистой теплопроводности через отверстия перфорации. Через 0,5 года хранения в данном криососуде жидкого азота теплопритоки Q<sub>с</sub> увеличились до 0,319 Вт (на 11 %), а спустя год – до 0,356 Вт (на 24 %). Полученные результаты показали, что ухудшение тепловых характеристик стало меньшим (на 20 %) в сравнении с криососудом №1.

Для криососуда №3 (с перфорацией его теплозащитных слоев на 28 %) через год хранения жидкого азота суммарный теплоприток увеличился только на 13 %. Постепенно увеличивая степень перфорации теплоизоляции нами установлено, что оптимальным является перфорация до 35 % их теплых слоев (криососуд №4). При этом лучистый теплоперенос через отверстия перфорации увеличивается на ~5 %. Через год хранения в сосуде №4 жидкого азота его тепловые характеристики остались (в пределах погрешности) неизменными (таблица). В результате ресурс работы криососуда увеличился до 242 суток, в ~1,4 раза в сравнении с криососудом №1 с теплозащитным пакетом ЭВТИ без перфорированных слоев.

# Заключение

Проведенные исследования изготовленных криососудов позволили установить, что при длительном хранении жидкого азота их тепловые характеристики значительно ухудшаются. Анализ составляющих эффективной теплопроводности для теплозащитных слоев ЭВТИ данных криососудов показал, что причиной этого является увеличение лучистой проводимости от повышения в десятки раз их степени черноты. Установлено, что причиной этого является образование слоев криоконденсата из откачиваемых продуктов газоотделения на участках теплоизоляции с температурой ниже ~200 К.

Для устранения данного ухудшающего фактора предложена новая конструкция теплозащитного пакета ЭВТИ для криососудов с перфорированными (до 35 %) слоями возле их теплой стенки. Данная конструкция позволила изменить направление движения потока выделяющихся продуктов газоотделения: сначала к теплой стенке криососуда, а затем через пористый канал высокой проводимости вдоль горловины к вакуумному адсорбционному насосу, смонтированному на холодной стенке внутреннего резервуара. В результате устраняется образование в теплозащитных ЭВТИ слоев криоконденсата, что способствует, только в течение одного года, увеличить в ~1,4 раза ресурс работы криососуда с жидким азотом.

# Литература

- 1.Жунь, Г.Г. Исследование теплофизических параметров криобиологических сосудов "Харьков-34-Б" [Текст] / Г.Г. Жунь, А.Г. Подольский, В.И. Шалаев // Криогенные системы: Разработка и использование. К.: Наук. думка. 1984. С. 35-42.
- 2.Жунь, Г.Г. О влиянии условий вакуумирования теплоизоляции на ресурс работы криососуда [Текст] / Г.Г. Жунь, А.Г. Подольский, В.А. Мирош-

- ниченко // Межвузовский сборн. научн. трудов. Исследование теплофизических свойств рабочих тел и процессов криогенной техники и кондиционирования воздуха. Л.: ЛТИ им. Ленсовета. 1987. С. 39-45.
- 3. Эффективность "безэкранного" метода использования холода паров в криососудах с широкой горловиной [Текст] / Г.Г. Жунь, В.Ф. Гетманец, Р.С. Михальченко [и др.] //Инж.-физ. журн. 1988. Т. 54, №4. С. 600-607.
- 4.Воробьева, Г.И. Процессы тепломассопереноса в экранно-вакуумной теплоизоляции [Текст] / Г.И. Воробьева, В.Ф. Гетманец, Р.С. Михальченко //(Препринт ФТИНТ АН УССР, №48-86). Харьков, 1986. 39 с.
- 5. Першин, Н.П. Исследование теплофизических характеристик и тепломассопереноса в криогенных слоисто-вакуумных изоляциях [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Н.П. Першин; Харьков. 1979. 20 c.
- 6.Жунь, Г.Г. Исследование пропускной способности экранно-вакуумных изоляций [Текст] / Г.Г. Жунь // Придніпровський науковий вісник. Сер.: Машинобудування. 1988. №154 (121). С. 20-28.

Поступила в редакцию: 05.04.2012

**Рецензент:** д-р физ.-мат. наук, проф., ведущий научный сотрудник В.И. Шнырков, Физико-технический институт низких температур НАНУ, Харьков, Украина.

# РОЗРОБКА УДОСКОНАЛЕНОЇ ТЕПЛОЗАХИСНОЇ КОНСТРУКЦІЇ КРІОСОСУДУ $\Gamma.\Gamma.~Жунь$

В роботі наведені результати дослідження теплових характеристик кріососудів, в яких при тривалому зберіганні рідкого азоту відбувається погіршення (на ~40 %) теплових параметрів. Встановлено, що причиною цього являється збільшення в їх теплозахисній екрано-вакуумній теплоізоляції (ЕВТІ) променевої складової теплопереносу від підвищення в 15-20 разів їх ступеню чорноти за рахунок утворення на холодних ділянках шарів кріоконденсату з відкачуваємих продуктів газовідділення. Розроблена нова конструкція пакету ЕВТІ для кріососудів з зовнішніми перфорованими шарами, що дозволило усунути утворення кріоконденсату в ЕВТІ та збільшити ресурс роботи з рідким азотом в ~1,4 рази.

**Ключові слова:** екрано-вакуумна теплоізоляція; кріососуд; теплозахист; теплопровідність, перфорація; продукти газовідділення; ступінь чорноти.

# DEVELOPMENT OF THE ADVANCED HEAT-SHIELDING DESIGN OF KRIOSOSUD G.G. Zhun'

The paper reports results of a study of thermal characteristics of cryovessels, in which degradation (by  $\sim$ 40%) of the thermal parameters occur during long-term storage of liquid nitrogen. The cause for this was found to be an increase of the radiation component of heat transfer in the heat shielding superinsulation. The rise of the radiation heat transfer is due to increase, by 15-20 times, of emissivity factor because of formation of condensate in cold layer areas from the gassing products being pumped out. A new design of the superinsulation packet for cryovessels has been developed with perforated outer layers that prevented formation of the cryocondensate in the superinsulation and prolonged the time of operation with liquid nitrogen as a factor of  $\sim$ 1,4.

**Key words:** thermal insulation, cryovessel, heat shielding, thermal conductivity, perforation, gassing products, emissivity factor.

**Жунь Георгий Григорьевич** – д-р техн. наук, доцент, проф. кафедры технической криофизики, Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", Харьков, Украина, e-mail: zhun2010@rambler.ru

# А.Э. КАШАНОВ, А.В. ДЕГТЯРЕВ, Э.Г. ГЛАДКИЙ, Е.Ю. БАРАНОВ

Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное» им. М.К. Янгеля», Украина

# ОЦЕНКА ТЕХНИЧЕСКИХ РИСКОВ ПРИ ПУСКЕ РАКЕТЫ- НОСИТЕЛЯ «ДНЕПР»

На примере программы «Днепр-Iridium» проведена оценка всех возможных технических рисков проекта «Днепр» с целью сопровождения рисков и управления ими, включая оценку состояния и понижение уровня риска в целях обеспечения безопасности эксплуатации ракетного комплекса и безусловного выполнения проекта в целом. Показано, что технические риски, связанные с базовой РН «Днепр», системами наземного комплекса и технологией подготовки РН отсутствуют. Выполнено планирование реагирования на выявленные технические риски, включающее разработку действий, способствующих снижению угроз для достижения целей проекта.

**Ключевые слова:** ракетный комплекс, управление проектами, эффективность, технические решения, жизненный цикл, технические риски, полетная безопасность.

# Введение

Технические риски для ракет – носителей (РН) по программе «Днепр» – это события, связанные с разработкой (доработкой) конструкции систем и агрегатов космической головной части (КГЧ), РН, систем наземного комплекса (НК), которые возникают в процессе проведения анализов и испытаний, при разработке плана наземных операций и могут привести к невыполнению технических требований проекта, задержке его выполнения, ухудшению технических характеристик изделия.

# Постановка задачи

В общем случае риск представляет произведение двух составляющих:

# Риск = Последствия риска × Вероятность риска.

Каждый из выявленных технических рисков анализируется с точки зрения двух составляющих [1]. Количественная оценка рисков по категориям последствий и вероятности возникновения проводится с использованием данных табл. 1 и 2.

Общий уровень последствий риска определяется максимальным уровнем последствий по указанным категориям.

### Основная часть

Исследование технических рисков на примере проекта «Днепр-Iridium» проведено для следующих

#### направлений:

- риски, связанные с базовой РН;
- риски, связанные с разработкой КГЧ;
- риски, связанные с баллистическим обеспечением пуска;
- риски в части готовности сооружений и технологического оборудования (ТО) НК к проведению миссии

Технические риски, связанные с базовой РН «Днепр» и процессом ее наземной эксплуатации минимизированы за счет того, что РН «Днепр» создана на базе штатной ракеты РС-20. Для РН «Днепр» используется штатная технология подготовки к пуску и штатное технологическое оборудование с минимальными доработками. При подготовке к пуску и при пуске будет использоваться ТО технического комплекса (ТК) РН и стартового комплекса (СК), доработанное и прошедшее техническое освидетельствование перед проведением каждого пуска по соответствующей документации.

Методика доработки и перепроверки отработана в рамках предыдущих запусков космических аппаратов по программе «Днепр». Эксплуатация РН «Днепр» на космодроме осуществляется по эксплуатационной документации (ЭД), разработанной на базе ЭД комплекса РС-20. Единственной существенной проблемой, связанной с базовой РН «Днепр», является продление сроков ее эксплуатации после нахождения на боевом дежурстве и длительного хранения.

Таким образом, все основные технические риски проекта «Днепр-Iridium» сопряжены с процессом интеграции КА Iridium в состав РН и их выведения.

Таблица 1

# Категории последствий рисков

Качественное определение кате- гории	Номер категории	Качество проекта (технические последствия)	Влияние на план-график разработки проекта
Очень тяжелые последствия	5	Невозможность выполнения проекта. Потеря критически важных функций изделия	Невозможность соблюдения сроков завершения ключевых этапов проек- та. Задержка проекта более, чем на 6 месяцев относительно базового план- графика
Тяжелые последствия	4	Значительное ухудшение характеристик изделия (в том числе невозможность соблюдения требований по массе, габаритам и (или) рабочим характеристикам)	Задержки графика выполнения проекта от 4 до 6 месяцев относительно плановых сроков
Последствия средней тяжести	3	Некоторое ухудшение основных технических характеристик изделия. Невыполнение некоторых предпочтительных задач	Задержка сроков разработки проекта от 2 до 4 месяцев относительно плановых сроков
Незначительные последствия	2	Несущественное снижение техниче- ских характеристик, неполное дости- жение некоторых желаемых техниче- ских параметров	Незначительная задержка ≤ 1 месяца относительно плановых сроков разработки проекта
Крайне незначительные последствия	1	Едва заметное понижение качества, которое не влияет на характеристики изделия	Незначительные изменения сроков разработки проекта в рамках существующего план-графика разработки

# Таблица 2

# Категории вероятности риска

Качественное определение категории вероятности	Номер категории	Описание	Эквивалент вероятности
Очень высокая	5	Риск почти неизбежен и не контролируется с помощью существующих процессов, процедур и планов	> 75%
Высокая	4	Риск очень вероятен и не полностью контро- лируется с помощью существующих процес- сов, процедур и планов	от 50 до 75%
Средняя	3	Риск возможен, но частично контролируется с помощью существующих процессов, процедур и планов	от 25 до 50%
Низкая	2	Риск маловероятен и в значительной степени контролируется с помощью существующих процессов, процедур и планов	от 10 до 25%
Пренебрежимо малая	1	Риск крайне маловероятен и обычно контро- лируется с помощью существующих процес- сов, процедур и планов	< 10%

Результат структурного анализа технических рисков для каждого из указанных выше направлений приведен на рис. 1.

Комплексный анализ принятых технических решений, а также опыт эксплуатации РН «Днепр» позволяют полностью исключить из рассмотрения следующие технические риски:

1. Обеспечение работоспособности пневмогидросистемы питания (ПГСП) второй ступени. Рулевой двигатель (РД) второй ступени РН «Днепр» после выключения маршевого работает 60 с и все подсистемы ПГСП сохраняют работоспособность, что подтверждается расчетами [2], а также тремя пусками с временем работы РД второй ступени от 15с до 100с.

Обеспечение работы системы измерений. Для модернизируемых приборов будут проведены следующие виды испытаний: автономные - для каждого прибора, стыковочные и совместные - на комплексном стенде НПП «Хартрон-Аркос» и в ГП

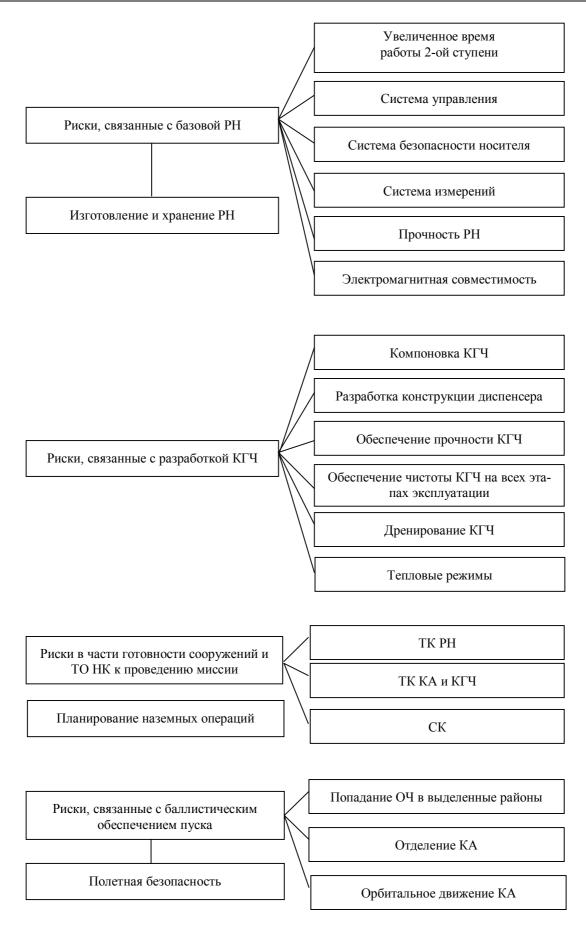


Рис. 1. Структура технических рисков проекта «Днепр-Iridium»

«КБ «Южное», комплексные испытания - на КИС ГП «ПО ЮМЗ».

- 3. Обеспечение чистоты КГЧ. По результатам термодинамических и газодинамических расчетов и анализа состава продуктов сгорания в струе для реализуемого расчетного диапазона температур и давлений не выявлено источников загрязнения поверхности КА конденсированными частицами [3,4]. Механического осаждения компонентов на поверхности КА не ожидается. Прогнозируемое общее загрязнение газообразными продуктами за счет адсорбции газообразных компонентов не превосходит 0,5 мг/м².
- 4. Процесс изменения давления в зоне КА под обтекателем. Расчеты показали, что для выбранной схемы дренирования зоны КА скорость спада давления в зоне КА не превысит 0,065 кгс/(см²·с) при ограничении 0,085 кгс/(см²·с). Эти результаты согласуются с данными трех пусков РН «Днепр» с аналогичной схемой дренирования.
- 5. Обеспечение прочности РН в полете. Полученные в результате проведенных расчетов на прочность и устойчивость узлов и отсеков РН «Днепр» коэффициенты запаса прочности больше единицы подтверждаются результатами испытаний. Влияние длительного хранения РН «Днепр» на прочность подтверждена экспериментально для отсеков после различных сроков нахождения их в штатной эксплуатации.
- 6. Обеспечение прочности КГЧ. Полученные в результате проведенных расчетов на прочность и устойчивость элементов КГЧ РН «Днепр» коэффициенты запаса прочности больше единицы. Предусмотрены комплексные статические испытания КГЧ на определяющие расчетные случаи [5], кроме того для подтверждения расчетных значений динамических характеристик КГЧ предусмотрены динамические испытания.
- 7. **Обеспечение полетной надежности.** Проводимые доработки базовой ракеты PC-20 не снизят достигнутого уровня полетной надежности PH

«Днепр» равного 0,9762.

- 8. Обеспечение полетной безопасности. Для выведения КА Iridium предполагается использовать новую трассу запуска, которая проходит по малозаселенным территориям России, США, Канады. Безопасность на этапе выведения КА обеспечивается за счет:
  - высокой надежности базовой РН;
- падения отделяемой первой и второй ступеней, а также створок головного обтекателя в специально выделенные районы;
- использованием на борту РН специальной системы безопасности, которая прошла полный цикл наземной отработки и успешно эксплуатируется с 2006 года.

Высокую опасность для наземных объектов в случае возникновения аварийных ситуаций на борту РН представляет этап полета первой ступени. Риски падения на территорию населенных пунктов по трассе полета не превышают величины  $3,5\cdot10^{-5}$ , а в основном ниже уровня величины  $10^{-6}$ .

9. Баллистическое обеспечения. Падение отделяющихся частей РН в выделенные районы с заданными размерами полуосей эллипса рассеивания обеспечивается с вероятностью 0,993. Статистические данные по точкам падения отделяющейся части первой ступени подтверждают, что рассеивание точек падения значительно меньше расчетного.

Анализ отсутствия столкновений объектов отделившихся от РН проводится путем расчета относительных расстояний между ближайшими парами объектов, при орбитальном движении, с учетом факторов реализующих предельные минимальные расстояния. Результаты расчетов показывают гарантированную невозможность соударений [6].

Основные, системно выявленные, технические риски проекта «Днепр-Iridium», по которым выполнено планирование реагирования, включающее разработку действий, способствующих снижению их угроз, для достижения целей проекта приведены в табл. 3.

Таблица 3

# Основные технические риски

<b>№</b> π/π	Описание риска и воз- можных последствий	Причина возникновения риска	Вероят- ность риска	Катего-рия риска	Действия по снижению риска
1	2	3	4	5	6
	Отсутствие данных о работоспособности и техни-				Проведение исследований элементов
	ческом состоянии узлов,	собности и технического	( )	( )	ракеты, ускоренных климатических испытаний, ресурсных испытаний
	агрегатов и систем РН в связи с продлением сро-	состояния узлов, агрегатов и систем ракеты.			элементов, прочностные испытания отсеков, испытаний аппаратуры, гид-
	ков ее эксплуатации.	_			роприводов, агрегатов автоматики и
					других изделий, огневых испытаний двигателей, пиротехнических средств

Окончание табл. 3

1	2	3	4	5	6
2	Обеспечение схода плат-	Применение нового техни-	Средняя	Средняя	Проектирование и разработка должна
	формы по направляющим. Частичный сход или от- сутствие схода может привести к невыполнению задачи пуска.	-	(3)	(3)	проводиться с учетом опыта использования подобных решений, применяющихся ранее. Требуется проведение полной наземной отработки данного решения.
3		Применение нового техни-	Спелная	Средняя	Проектирование приводов отклонения
	собности системы приво- дов. Несрабатывание ме- ханизма раскрытия при- водов или срабатывание, но не в пределах заданных параметров, может при- вести к невыполнению задачи пуска	ческого решения.	(3)	(3)	диспенсеров должно проводиться с максимальным использованием серийно выпускаемых элементов. Требуется проведение автономной и комплексной наземной экспериментальной отработки вновь разрабатываемых элементов в составе КГЧ
	управления (СУ) КГЧ со вновь вводимой системой приводов разворота диспенсеров.	Аппаратура СУ КГЧ не имеет в циклограмме работ команд с характеристиками, необходимыми для системы разворота диспенсеров.	Низкая (2)	(3)	Разработка нового прибора с проведением в полном объеме автономных лабораторных отработочных, совместных отработочных и комплексных испытаний. Надежность и методика отработки дорабатываемой СУ подтверждена 17 пусками в рамках программы «Днепр».
5	сти с группировкой КА «Iridium». Возможно засо-	математическое обеспечение для реализации алгоритма увода в СУ РН созда-	Низкая (2)	Средняя (3)	Отработка разработанного программ- но-алгоритмического обеспечения СУ и полетного задания методом «элек- тронного» пуска на исследовательском стенде, проверка реализуемости полета на комплексном стенде.
6	излучений передатчиков РН помехоустойчивости	электромагнитной совместимости КА/ PH со стороны	Низкая (2)	Низкая (2)	1. Уточнение и согласование с Заказчиком требований к помехоустойчивости КА. 2. Проверка разработчиком помехоустойчивости КА в диапазонах рабочих частот передатчиков РН. 3. Возможна доработка КГЧ для снижения влияния излучений передатчиков РН до допустимого уровня.
	значений тепловых пото- ков на КА вследствие воздействия струи двига- телей РС. Возможно по- вреждение КА	выведения КА	(3)	Средняя (3)	В состав КГЧ включены специальные защитные экраны, которые минимизируют воздействие струи на космические аппараты. Необходимо проведение дополнительного теплового анализа с возможной доработкой КГЧ
8	базы новым технологическим оборудованием (TO), разработанным для обес-	Несвоевременное получение исходных данных по ТО или их недостоверность. Возможна доработка КД на КГЧ в ходе отработки и неувязки интерфейсов КА и КГЧ с ТО	(2)	Низкая (2)	Снижение рисков достигается:  – получением ИД в полном объеме;  – выполнением сроков разработки, изготовления и поставки ТО;  – взаимным согласованием интерфейсов;  – проведением макетирования в ходе НЭО;  – проведением примерочных испытаний с использованием макетов КА и штатных КГЧ и РН.

# Заключение

В результате комплексного системного анализа на примере программы «Днепр-Iridium» проведена оценка всех возможных технических рисков проекта «Днепр» с целью сопровождения рисков и управле-

ния ими, включая оценку состояния и понижение уровня риска.

# В данной статье:

– показано, что технические риски, связанные с базовой РН «Днепр», системами наземного комплекса и технологией подготовки РН отсутствуют;

- выявлены основные типичные для программы «Днепр» технические риски, которые могут повлиять на выполнение проекта в целом;
- проведен качественный анализ потенциального влияния идентифицированных технических рисков на общие цели проекта, в том числе ранжирование рисков по степени их приоритета;
- выполнено планирование реагирования на выявленные технические риски, включающее разработку действий, способствующих снижению угроз для достижения целей проекта.

Совокупность запланированных расчетных и экспериментальных действий по снижению технических рисков позволяет сделать заключение об эффективном управлении этими рисками в целях обеспечения безопасности эксплуатации ракетного комплекса и безусловного выполнения проекта в целом.

# Литература

1. Смид, Хенк Х.Ф. Качественное управление рисками в космической деятельности. Ч.1 Достоверный метод анализа рисков [Текст]/Хенк Х.Ф. Смид // Космическая техника. Ракетное вооружение: науч.-

- техн. сб. 2012. Вып.1. Днепропетровск: ГП «КБ «Южное». С. 277 289.
- 2. Определение границы работоспособности ПГСП второй ступени при увеличенном времени работы РД [Текст]: Технический отчет. Днепр 21.16234.123 ОТ / Шевцов Е.И., Волошин М.Л. и др. Днепропетровск: ГКБ «Южное», 2009.- 168 с.
- 3. Программа Днепр. Анализ чистоты поверхности КА Iridium: Технический отчет. DRI YZH ANL 008 00 / ГКБ «Южное»; Бунчук Ю.П., Скрипалева Е.В. Днепропетровск, 2012.- 15 с.
- 4. Программа Днепр. План контроля чистоты поверхности КА Iridium [Текст]: Технический отчет. DRI YZH PLN 008 00 / Бунчук Ю.П., Скрипалева Е.В. Днепропетровск: ГКБ «Южное», 2012. 15 с.
- 5. Программа Днепр. План комплексных испытаний КГЧ с КА Iridium [Текст]: Технический отчет. DRI YZH PLN 006 00 / Баранов Е.Ю., Кашанов А.Э., Далецкий С.В. и др. Днепропетровск: ГКБ «Южное», 2012. 25 с.
- 6. Программа Днепр. Анализ предотвращения столкновений при отделении КА Iridium [Текст]: Технический отчет. DRI YZH ANL 007 00 / Ижко В.А., Резник И.М., Емельянова И.А. Днепропетровск: ГКБ «Южное», 2012. 25 с.

Поступила в редакцию 25.06.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, главный научный сотрудник В.С. Шеховцов, Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное» им. М.К. Янгеля», Днепропетровск

# ОЦІНКА ТЕХНІЧНИХ РИЗИКІВ ПІД ЧАС ПУСКУ РАКЕТИ-НОСІЯ «ДНІПРО»

# О.Е. Кашанов, О.В. Дегтярьов, Е.Г. Гладкий, Е.Ю. Баранов

На прикладі програми «Дніпро-Ігіdіum» проведено оцінку усіх можливих технічних ризиків проекту «Дніпро» з метою супроводження ризиків та управління ними, включаючи оцінку стану і зниження рівня ризику з метою забезпечення безпеки єксплуатації ракетного комплексу і безумовного виконання проекту в цілому. Показано, що технічні ризики, пов'язані з базовою РН «Дніпро», системами наземного комплексу та технологією підготовки РН, відсутні. Виконано планування реагування на виявлені технічні ризики, які включають дії, що сприяють зниженню загроз для досягнення цілей проекту.

**Ключові слова:** ракетний комплекс, управління проектами, эфективність, технічні рішення, життєвий цикл, технічні ризики, польотна безпека

# THE ASSESSMENT OF TECHNICAL RISKS DURING DNEPR LV LAUNCH

### O.E. Kashanov, O.V. Degtyarev, E.G. Gladkiy, E.Y. Baranov

By the example of Dnepr-Iridium program the assessment of all possible technical risks of Dnepr project is performed for the purpose of risks management and tracking including assessment of risk state and risk level lowering in order to provide SLS operation security and unconditional execution of the project in whole. It is shown that the technical risk related to base Dnepr LV, ground complex systems and LV preparation technology are absent. The planning of response to detected technical risks including actions development promoting abatement of threats for project goals achievement is performed.

**Key words:** Space Launch System, projects management, effectivity, engineering decisions, life cycle, technical risks, flight safety.

**Кашанов Александр Эрикович** – канд. техн. наук, начальник проектного отдела, Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное», Днепропетровск, Украина, e-mail: info@yuzhnoye.com.

**Дегтярев Александр Викторович** – канд. эконом. наук, Генеральный конструктор – Генеральный директор, Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное», Днепропетровск, Украина, e-mail: info@vuzhnove.com.

**Гладкий Эдуард Григорьевич** – канд. техн. наук, начальник сектора проектного отдела, Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное», Днепропетровск, Украина, e-mail: info@yuzhnoye.com.

**Баранов Евгений Юрьевич** – начальник проектного комплекса, Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное», Днепропетровск, Украина, e-mail: info@yuzhnoye.com.