

УДК 629.735.33.015.017.28.3.025.035

**В.П. ПУСТОВОЙТОВ***Авиационный научно-технический комплекс им. О.К. Антонова, Украина***МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ ТРЕБУЕМЫХ ХАРАКТЕРИСТИК УПРАВЛЯЕМОСТИ  
ТУРБОВИНТОВЫХ РЕГИОНАЛЬНЫХ САМОЛЕТОВ**

Предложен метод, в котором определение типа и параметров аэродинамической компенсации органов управления турбовинтовых региональных самолетов неразрывно связано с определением типа и параметров хвостового оперения и органов управления этих самолетов. Метод базируется на закономерностях, установленных путем обобщения экспериментальных данных, которые отражают условия линейного изменения коэффициентов шарнирных моментов органов управления по углам атаки и скольжения и углам отклонения органов управления и их сервоповерхностей, а также на новом методе расчета влияния турбовинтовых двигателей на продольные аэродинамические характеристики самолета, позволяющем учесть различное расположение горизонтального оперения относительно струй воздушных винтов.

**турбовинтовой самолет, нормы летной годности, характеристики управляемости, органы управления, углы атаки и скольжения, шарнирные моменты, безбустерная система управления, влияние турбовинтовых двигателей**

**Введение**

Турбовинтовые региональные самолеты имеют безбустерную неавтоматизированную систему штурвального управления, в которой рычаги управления механически связаны с органами управления (Ан-38, Ан-140, Ил-114, АTR-42, Bombardier Dash 8, Dornier-228 и др.). Загрузка рычагов управления у таких самолетов осуществляется шарнирными моментами органов управления. Анализ современных требований к характеристикам управляемости самолетов транспортной категории показывает, что среди этих требований доминируют требования к характеристикам управляемости по усилиям [1, 2].

Одним из первостепенных требований к характеристикам управляемости самолета по усилиям является требование о том, чтобы при выполнении нормируемых маневров, в том числе при выводе самолета на большие углы атаки и скольжения, усилия на рычагах управления не изменяли знак. Известно, что изменение знака усилий вызывается усилением зависимости коэффициента шарнирного момента органа управления от угла атаки или угла скольжения стабилизирующей поверхности после достижения некоторых значений этих углов. Следо-

вательно, для исключения перемены знака усилий на рычагах управления необходимо уже на раннем этапе проектирования самолета добиваться того, чтобы горизонтальное оперение, элеронная часть крыла и вертикальное оперение работали в диапазоне углов атаки и скольжения, внутри которых зависимости коэффициентов шарнирных моментов органов управления от этих углов были бы слабыми и близкими к линейным. В идеале желательно, чтобы наклоны указанных зависимостей были близки к нулю. Основным средством достижения этого, как известно, является роговая аэродинамическая компенсация органов управления [3 – 5].

Если средствами аэродинамической компоновки самолета обеспечена работа стабилизирующих поверхностей в области линейного изменения шарнирных моментов по углу атаки или углу скольжения, а с помощью роговой аэродинамической компенсации это изменение существенно ослаблено или устранено вовсе, то коэффициенты шарнирных моментов органов управления зависят практически только от углов их отклонения. Роговая аэродинамическая компенсация влияет не только на наклон зависимостей коэффициентов шарнирных моментов органов управления от угла атаки или угла скольже-

ния, но и на наклон зависимостей коэффициентов шарнирных моментов органов управления от углов их отклонения, уменьшая этот наклон практически по линейному закону пропорционально относительной площади роговой аэродинамической компенсации [4, 5]. Так как для исключения влияния угла атаки или угла скольжения на шарнирные моменты органов управления требуются умеренные значения относительной площади роговой аэродинамической компенсации, то применение одной лишь роговой аэродинамической компенсации для получения требуемого уровня усилий на рычагах управления турбовинтовых региональных самолетов в большинстве случаев оказывается недостаточным.

Эффективным средством дальнейшего уменьшения коэффициентов шарнирных моментов органов управления является осевая аэродинамическая компенсация. Известно, что с увеличением относительной площади осевой аэродинамической компенсации линейность зависимости коэффициента шарнирного момента органа управления от угла его отклонения сохраняется лишь до тех пор, пока контур носка органа управления не выходит существенно за контур стабилизирующей поверхности [3, 4, 6, 7]. Поэтому при больших значениях относительной площади осевой аэродинамической компенсации и особенно при „полных“ носках органов управления наклон зависимости коэффициента шарнирного момента органа управления от угла его отклонения в области умеренных углов отклонения получается небольшим, а в области больших углов отклонения – значительным. Это обстоятельство существенно затрудняет, а в некоторых случаях делает невозможным одновременное удовлетворение требованиям к максимальным усилиям на рычагах управления (большие углы отклонения органов управления) и требованиям к приемлемым по оценке летчика градиентам усилий на рычагах управления по скорости полета, вертикальной перегрузке, углу скольжения (малые углы отклонения органов управления). Указанное затруднение может быть преодолено, если

ограничиться умеренным значением относительной площади осевой аэродинамической компенсации, при которой зависимость коэффициента шарнирного момента органа управления от угла его отклонения сохраняется линейной или близкой к линейной, а требуемое уменьшение угла наклона этой зависимости получать с помощью кинематической сервокомпенсации. Кинематическая сервокомпенсация [3, 5] предоставляет широкие возможности для линейного уменьшения коэффициента шарнирного момента органа управления по углу его отклонения путем выбора величины коэффициента кинематической связи между углом отклонения органа управления и углом отклонения сервоповерхности и величины относительной площади сервоповерхности.

Применение умеренной роговой и умеренной осевой аэродинамических компенсаций в сочетании с кинематической сервокомпенсацией позволяет получить линейную или близкую к линейной зависимость коэффициента шарнирного момента органа управления от угла его отклонения во всем диапазоне углов отклонения органа управления при отсутствии или пренебрежимо малом влиянии угла атаки или угла скольжения на эту зависимость в определенном диапазоне углов атаки или скольжения. Для того, чтобы с помощью одной полученной зависимости добиться соответствия всему многообразию требований к характеристикам управляемости самолета по усилиям необходимо, чтобы разброс вытекающих из этих требований требуемых значений углов наклона зависимости коэффициента шарнирного момента органа управления от угла его отклонения был небольшим.

Одними из главных требований, определяющих требуемую величину угла наклона зависимости коэффициента шарнирного момента органа управления от угла его отклонения, являются требования к максимальным усилиям на рычагах управления самолетом. Максимальные усилия на рычагах управления возникают, главным образом, в тех случаях, когда требуется сбалансировать самолет отклоне-

ем органов управления на максимальный угол. Эти же случаи, как правило, определяют и требуемые размеры органов управления. Зная нормируемое значение максимального усилия на рычаге управления, максимальный угол отклонения органа управления, требуемые размеры этого органа и величину балансировочной скорости полета, можно определить требуемое значение угла наклона зависимости коэффициента шарнирного момента органа управления от угла его отклонения, вытекающее из условия балансировки самолета. При рассмотрении продольной балансировки особое внимание приходится уделять требованию к величине максимальных усилий, которые прилагаются к рычагу управления одной рукой летчика при балансировке им самолета в процессе изменения угла отклонения закрылков и (или) режима работы двигателей. Нормы разрешают выполнять изменение угла отклонения закрылков ступенчато с триммированием усилий в фиксированных промежуточных положениях рычага управления закрылками, поэтому расчетным случаем остается перебалансировка самолета при изменении режима работы двигателей. Так как максимальные усилия, развиваемые одной рукой летчика, сравнительно невелики, то удовлетворить требованиям проще тогда, когда изменение балансировочного угла отклонения руля высоты, вызванное изменением режима работы двигателей, не является большим.

Важными требованиями, определяющими требуемую величину угла наклона коэффициента шарнирного момента органа управления по углу его отклонения, являются требования к градиентам усилий на рычагах управления по параметрам полета самолета (скорости, перегрузке, углу атаки, углу скольжения и др.). Градиенты усилий на рычагах управления прямо пропорциональны градиентам углов отклонения соответствующих органов управления по рассматриваемым параметрам полета. Последние, в свою очередь, прямо пропорциональны степени соответствующей статической устойчивости самолета. Разброс требуемых значений углов

наклона зависимости коэффициента шарнирного момента органа управления от угла его отклонения будет тем меньше, чем меньше изменяется степень статической устойчивости самолета при изменении угла отклонения закрылков и изменении режима работы двигателей. Уменьшение влияния работы турбовинтовых двигателей на степень продольной статической устойчивости самолета по перегрузке и скорости полета представляет собой сложную задачу. Успех ее решения во многом зависит от правильного расположения горизонтального оперения по высоте относительно струй воздушных винтов [8].

Из изложенного следует, что для получения требуемых характеристик управляемости турбовинтовых региональных самолетов должен использоваться метод, в котором определение типа и параметров аэродинамической компенсации органов управления неразрывно связано с определением типа и параметров хвостового оперения и органов управления самолета. При определении типа хвостового оперения, параметров горизонтального оперения и органов продольного управления должен использоваться метод, который позволяет достаточно корректно определять влияние работы турбовинтовых двигателей на коэффициент подъемной силы, коэффициент момента тангажа и степень продольной статической устойчивости самолета по перегрузке и скорости полета при различных углах отклонения закрылков и различном расположении горизонтального оперения по высоте относительно струй воздушных винтов. Базирующиеся на давно опубликованных оригинальных работах методы [5, 9], которыми приходится пользоваться при проектировании современных турбовинтовых региональных самолетов, не отвечают поставленным требованиям. В связи с этим потребовалась разработка более современного метода, основные результаты которой излагаются в настоящей статье.

## **1. Продольная управляемость**

Выясним условия, выполнение которых обеспечивает работу горизонтального оперения в области

линейного изменения коэффициента шарнирного момента руля высоты по углу атаки горизонтального оперения. Анализ результатов испытаний моделей горизонтальных оперений самолетов Ан-12, Ан-22, Ан-28, Ан-70, Ан-74, Ан-140 и Ан-148 в аэродинамических трубах ЦАГИ и АНТК им. О.К. Антонова позволил установить следующие закономерности. Во-первых, диапазон углов атаки горизонтального оперения, в котором зависимость коэффициента шарнирного момента руля высоты от этого угла линейна или близка к линейной, совпадает с диапазоном углов атаки горизонтального оперения, в котором линейна или близка к линейной зависимость коэффициента подъемной силы горизонтального оперения от этого угла. Во-вторых, указанная выше закономерность проявляется как при неотклоненном руле высоты, так и при различных углах отклонения руля высоты. В-третьих, средства, позволяющие увеличить значение угла атаки горизонтального оперения, до которого сохраняется линейный характер изменения коэффициента подъемной силы горизонтального оперения по углу его атаки (несимметричный или отогнутый носок стабилизатора, фиксированная профилированная щель в носке стабилизатора, выдвижной щелевой предкрылок стабилизатора) в той же мере увеличивают и значение угла атаки, до которого сохраняется линейный характер изменения коэффициента шарнирного момента руля высоты по углу атаки горизонтального оперения. В-четвертых, все указанные выше закономерности слабо зависят от типа и размеров аэродинамической компенсации руля высоты, а также от размеров и углов отклонения сервоповерхности руля высоты.

Таким образом, если известен диапазон линейного изменения коэффициента подъемной силы горизонтального оперения  $C_{y_{zo}}$  по его углу атаки  $\alpha_{zo}$ , то с достаточной степенью точности известен и диапазон линейного изменения коэффициента шарнирного момента руля высоты  $m_{\omega_g}$  по этому углу ата-

ки. Задача проектирования заключается в том, чтобы на всех режимах полета и при всех эволюциях самолета, предусмотренных нормами, угол атаки горизонтального оперения не выходил за пределы указанного диапазона.

Типовой вид зависимостей  $C_{y_{zo}} = f(\alpha_{zo})$  и  $m_{\omega_g} = f(\alpha_{zo})$  показан на рис. 1.

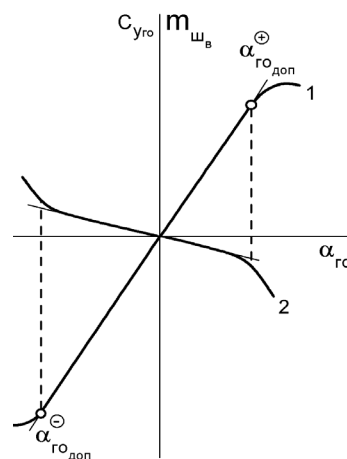


Рис. 1. Типовой вид зависимостей  $C_{y_{zo}} = f(\alpha_{zo})$  и  $m_{\omega_g} = f(\alpha_{zo})$ :  
1 —  $C_{y_{zo}}(\alpha_{zo})$ ; 2 —  $m_{\omega_g}(\alpha_{zo})$

По аналогии с крылом обозначим  $\alpha_{zo}^{\oplus доп}$  максимальное значение положительного угла атаки горизонтального оперения, до которого сохраняется линейное изменение коэффициента подъемной силы горизонтального оперения, а, следовательно, и коэффициента шарнирного момента руля высоты по углу атаки горизонтального оперения. Максимальное значение аналогичного отрицательного угла атаки горизонтального оперения обозначим  $\alpha_{zo}^{\ominus доп}$ . В итоге условие работы горизонтального оперения в области линейного изменения коэффициента шарнирного момента руля высоты по углу атаки горизонтального оперения выразится следующим образом:

$$\alpha_{zo}^{\ominus доп} < \alpha_{zo} < \alpha_{zo}^{\oplus доп}. \quad (1)$$

Как известно, большие положительные значения угла атаки горизонтального оперения турбовинтовых региональных самолетов реализуются при уб-

ранных закрылках на больших положительных углах атаки крыла. Современные нормы требуют, чтобы усилия на рычаге продольного управления оставались отрицательными („тянущими“) как перед сваливанием, так и в самом сваливании самолета [1, 2]. Это означает, что при увеличении угла атаки горизонтального оперения коэффициент шарнирного момента руля высоты не должен изменять знак вплоть до достижения угла атаки сваливания самолета  $\alpha_s$ . Угол атаки горизонтального оперения при угле атаки  $\alpha_s$  определяется формулой

$$\alpha_{zo} = \alpha_s + \varphi_{cm} - \varepsilon_{C_{y_s}} + \Delta\alpha_{zo}(\omega_z, \dot{\alpha}), \quad (2)$$

где  $\varphi_{cm}$  – угол установки стабилизатора;  $\varepsilon_{C_{y_s}}$  – угол скоса потока при коэффициенте подъемной силы крыла, соответствующем углу  $\alpha_s$ ;  $\Delta\alpha_{zo}(\omega_z, \dot{\alpha})$  – приращение угла атаки горизонтального оперения от скорости изменения угла тангажа  $\omega_z$  и скорости изменения угла атаки крыла  $\dot{\alpha}$ .

Значения углов  $\alpha_s$  и  $\varphi_{cm}$  будем полагать известными. Значения углов  $\varepsilon_{C_{y_s}}$  и  $\Delta\alpha_{zo}(\omega_z, \dot{\alpha})$  при безотрывном обтекании крыла ( $\alpha \leq \alpha_{don}$ ) без учета влияния турбовинтовых двигателей ( $B = 0$ ) могут быть определены расчетным путем известными методами. Влияние работы турбовинтовых двигателей на угол скоса потока при  $\alpha \leq \alpha_{don}$  может быть определено по методу [8]. Влияние работы турбовинтовых двигателей на угол  $\Delta\alpha_{zo}(\omega_z, \dot{\alpha})$  при  $\alpha \leq \alpha_{don}$  может быть рассчитано по известным методам, если осредненное значение скорости потока в зоне горизонтального оперения принять по [8]:

$$V_{zo_s} = V_o \sqrt{1 + K_{V_s} \cdot \bar{S}_{zo_s}^{\max} \cdot B}. \quad (3)$$

В формуле (3) коэффициент  $K_{V_s}$  зависит от расстояния между горизонтальным оперением и осью струи воздушного винта. Расчеты, выполненные для  $\alpha < \alpha_{don}$ , показывают, что угол скоса потока при больших положительных углах атаки крыла значи-

тельно превышает угол  $\Delta\alpha_{zo}(\omega_z, \dot{\alpha})$ . Таким образом, углом  $\Delta\alpha_{zo}(\omega_z, \dot{\alpha})$  в первом приближении можно пренебречь.

Корректные методы расчета угла скоса потока при отрывном обтекании крыла ( $\alpha > \alpha_{don}$ ) отсутствуют. Во многом это объясняется тем, что угол скоса потока в зоне горизонтального оперения существенно зависит от того, в каком месте по размаху крыла зарождается отрыв потока и в каком направлении по размаху крыла он развивается при увеличении угла атаки. Поэтому значения угла скоса потока  $\varepsilon_{C_{y_s}}$  приходится определять по результатам испытаний модели проектируемого самолета в аэродинамической трубе. Так как согласно нормам сваливание демонстрируется при убранном газе двигателей, а также при мощности двигателей, необходимой для поддержания горизонтального полета на скорости  $1,5 V_{SR_1}$ , т.е. при малых значениях коэффициента  $B$ , модель самолета на раннем этапе проектирования может испытываться без имитаторов турбовинтовых двигателей.

Известно, что величина угла скоса потока в зоне горизонтального оперения существенно зависит от расстояния между горизонтальным оперением и вихревой системой крыла. Чем меньше это расстояние, тем больше величина угла скоса потока. Поэтому в схеме „высокоплан“, характерной для большинства турбовинтовых региональных самолетов, при расположении горизонтального оперения на фюзеляже условие

$$\alpha_s + \varphi_{cm} - \varepsilon_{C_{y_s}} < \alpha_{zo_{don}}^{\oplus} \quad (4)$$

выполняется без затруднений, при этом на углах  $\alpha \approx \alpha_s$  область заторможенного крылом потока располагается выше горизонтального оперения, что обеспечивает эффективную работу руля высоты при выводе самолета из сваливания.

При удалении горизонтального оперения вверх от вихревой системы крыла величина угла скоса

потока уменьшается. Наименьшие значения угла скоса потока соответствуют расположению горизонтального оперения на вершине кия. При таком расположении горизонтального оперения выполнение условия (4) становится напряженным и может потребовать применения специальных средств, например, активных или пассивных ограничителей угла атаки [11].

Большие отрицательные значения углов атаки горизонтального оперения турбовинтовых самолетов реализуются на отрицательных углах атаки крыла при максимальном угле отклонения закрылков. Нормы требуют, чтобы усилия на рычаге продольного управления оставались положительными („давящими“) при выводе самолета на нулевую перегрузку, в том числе при посадочном угле отклонения закрылков. Это означает, что при увеличении отрицательных значений угла атаки горизонтального оперения коэффициент шарнирного момента руля высоты не должен изменять знак вплоть до достижения угла атаки крыла  $\alpha_{C_{R_y}=0}$ . Это условие выражается неравенством

$$\alpha_{\alpha_{zo\dot{\alpha}}}^{\Theta} < \alpha_{C_{R_y}=0} + \Phi_{cm} - \varepsilon_{C_{R_y}=0} + \Delta\alpha_{zo}(\omega_z, \dot{\alpha}). \quad (5)$$

Значения углов  $\alpha_{C_{R_y}=0}$  и  $\varepsilon_{C_{R_y}=0}$  можно определить, рассчитав зависимости  $C_{R_y} = f(\alpha)$  и  $\varepsilon_s = f(C_{R_y})$  по методу, изложенному в работе [8].

Значение приращения угла атаки  $\Delta\alpha_{zo}(\omega_z, \dot{\alpha})$  на режиме установившегося криволинейного полета с нулевой вертикальной перегрузкой

$$(\Delta n_y = -1, \alpha_{C_{R_y}=0} = \text{const})$$

рассчитывается по формуле

$$\Delta\alpha_{zo_s}(\omega_z) = 57,3^\circ \cdot L_{zo} \frac{\omega_z}{V_{zo_s}}, \quad (6)$$

$$\text{где} \quad \omega_z = -\frac{g}{V_0}. \quad (7)$$

Расчеты показывают, что значения угла скоса потока  $\varepsilon_{C_{R_y}=0}$  мало отличаются от нуля и им в первом приближении можно пренебречь. Тогда с учетом (6) и (7) неравенство (5) может быть записано следующим образом:

$$\alpha_{\alpha_{zo\dot{\alpha}}}^{\Theta} < \alpha_{C_{R_y}=0} + \Phi_{cm} - 57,3^\circ \cdot \frac{g \cdot L_{zo}}{V_0 \cdot V_{zo_s}}. \quad (8)$$

Видно, что правая часть неравенства (8) не зависит от высоты расположения горизонтального оперения относительно вихревой системы крыла, но сильно зависит от угла отклонения закрылков, определяющего значение угла  $\alpha_{C_{R_y}=0}$ . Без применения специальных мероприятий, увеличивающих отрицательное значение угла  $\alpha_{\alpha_{zo\dot{\alpha}}}^{\Theta}$  (отогнутый вверх носок стабилизатора, перевернутая профилированная щель в носке стабилизатора, выдвижной щелевой предстабилизатор и т.п.) условие (8) может наложить ограничение на максимальный угол отклонения закрылков турбовинтовых региональных самолетов. Здесь необходимо отметить, что мероприятия, увеличивающие отрицательное значение угла  $\alpha_{\alpha_{zo\dot{\alpha}}}^{\Theta}$ , затрудняют выполнение условия (4) вследствие уменьшения положительного значения угла  $\alpha_{\alpha_{zo\dot{\alpha}}}^{\oplus}$ .

Ответ на вопрос о том, работает ли горизонтальное оперение в диапазоне углов атаки, соответствующем линейному изменению коэффициента шарнирного момента руля высоты по углу атаки горизонтального оперения, можно получить, построив номограмму, типовой вид которой показан на рис. 2. Потребные значения коэффициента шарнирного момента руля высоты, определяющие тип и параметры его аэродинамической компенсации, зависят, в первую очередь, от площади и хорды руля высоты. Так как у современных турбовинтовых региональных самолетов продольное управление и балансировка осуществляются одним органом управления, то с целью экономии площади горизонтального опе-



скорости потока в зоне горизонтального оперения:

$$\begin{aligned} m_{z_{zo_s}}^{\omega_z} = & -57,3^\circ C_{y_{zo}}^{\alpha_{z.o}} \cdot \bar{S}_{zo} \times \\ & \times \bar{L}_{zo}^2 \cdot \sqrt{1 + K_{V_s} \cdot \bar{S}_{zo_s}^{\max} \cdot B}. \end{aligned} \quad (11)$$

Частная производная  $m_{R_{z_{\delta zo}}}^{\alpha}$  является функцией переменной  $\bar{X}_m$ , а частные производные  $m_{z_{zo_s}}^{\alpha}$ ,  $m_{z_{zo_s}}^{\delta_\delta}$  и  $m_{z_{zo_s}}^{\omega_z}$  являются функциями переменной  $\bar{S}_{zo}$  (при заданном значении относительного плеча горизонтального оперения  $\bar{L}_{zo}$ ). На частную производную  $m_{z_{zo_s}}^{\alpha}$  сильное влияние оказывает расположение горизонтального оперения относительно струй воздушных винтов.

Для снижения дестабилизирующего влияния работающих турбовинтовых двигателей на степень продольной статической устойчивости самолета по перегрузке горизонтальное оперение целесообразно располагать в нижней или центральной части струй воздушных винтов, или выносить его вверх на вершину киля [8].

Поэтому рассматриваемые граничные линии следует рассчитывать для двух схем хвостового оперения – обычной и Т-образной.

Линии, ограничивающие область существования параметра  $\bar{S}_{zo}$  слева, отражают требование к продольной балансировке самолета. Для наиболее напряженного случая продольной балансировки самолета на разбеге с поднятой передней опорой шасси уравнение граничной линии имеет вид

$$m_{R_{z_{\delta zo}}} + m_{z_{zo_s}} + \Delta m_{z_{p.ш}} + \Delta m_{z_{экр}} = 0. \quad (12)$$

где  $\Delta m_{z_{p.ш}}$  – изменение коэффициента момента тангажа самолета от реакций основных опор шасси;  $\Delta m_{z_{экр}}$  – изменение коэффициента момента тангажа самолета от влияния близости экрана.

Коэффициенты  $m_{R_{z_{\delta zo}}}$  и  $\Delta m_{z_{p.ш}}$  являются

функциями переменной  $\bar{X}_m$ , а коэффициенты  $m_{z_{zo_s}}$  и  $\Delta m_{z_{экр}}$  являются функциями переменной  $\bar{S}_{zo}$ . Формулы для коэффициентов  $m_{R_{z_{\delta zo}}}$  и  $m_{z_{zo_s}}$

приведены в работе [8]. Так как линии, ограничивающие область существования параметра  $\bar{S}_{zo}$  справа, рассчитываются для двух схем хвостового оперения, то и линии, ограничивающие эту область слева, рассчитываются для этих двух схем оперения.

Типовой вид граничных линий  $\bar{S}_{zo} = f(\bar{X}_m)$  показан на рис. 3.

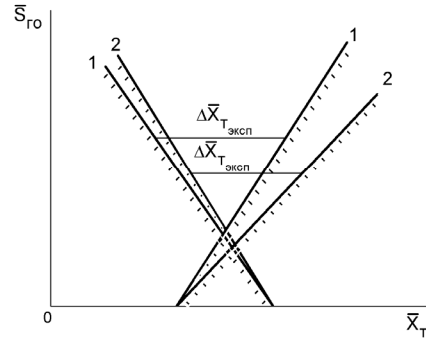


Рис. 3. Типовой вид граничных линий  $\bar{S}_{zo} = f(\bar{X}_m)$ :  
1 – расположение ГО на фюзеляже;  
2 – расположение ГО на вершине киля

Если задана величина требуемого диапазона эксплуатационных центровок  $\Delta \bar{X}_{m_{эксп}}$ , то для каждой рассматриваемой схемы хвостового оперения можно определить требуемое значение площади горизонтального оперения и, следовательно, площади руля высоты и его средней хорды, а также рассчитать величину степени продольной статической устойчивости самолета по перегрузке  $\sigma_n$  и скорости полета  $\sigma_v$  и величину частной производной  $m_{z_{zo_s}}^{\delta_\delta}$ , характеризующей эффективность руля высоты. Имея эти данные, можно определить требуемые значения частной производной коэффициента шарнирного момента руля высоты по углу его отклонения  $m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta}$  из требований к градиентам усилий  $P_\delta$  по вертикальной перегрузке  $n_y$  и скорости полета  $V$  и к величине

не максимальных усилий при балансировке самолета  $P_{\epsilon_{бал}}^{\max}$  и его перебалансировке при изменении режима работы двигателей  $\Delta P_{\epsilon_{бал}}^{\max}$ .

Из требований норм [1, 2] к градиентам  $P_{\epsilon}^{n_y}$  и  $P_{\epsilon}^V$  вытекают требования к минимальным (по абсолютной величине) значениям частной производной  $m_{w_{\epsilon}}^{\delta_{\epsilon}}$ . Полагая, что с помощью роговой аэродинамической компенсации значение частной производной  $m_{w_{\epsilon}}^{\alpha_{zo}}$  сведено к пренебрежимо малой величине, а влияние струй воздушных винтов на коэффициент шарнирного момента руля высоты учтено с помощью коэффициента  $K_s$ , требования к градиентам  $P_{\epsilon}^{n_y}$  и  $P_{\epsilon}^V$  можно записать следующим образом:

$$P_{\epsilon}^{n_y} = K_{w_{\epsilon}} \frac{m_{w_{\epsilon}}^{\delta_{\epsilon}}}{m_{z_{zo}}^{\delta_{\epsilon}}} \cdot S_{\epsilon} \cdot b_{\epsilon} \times \times \frac{G}{S_{кр}} \cdot \sigma_n \leq -10 \text{ кгс}; \quad (13)$$

$$P_{\epsilon}^V = -K_{w_{\epsilon}} \frac{m_{w_{\epsilon}}^{\delta_{\epsilon}}}{m_{z_{zo}}^{\delta_{\epsilon}}} \cdot S_{\epsilon} \cdot b_{\epsilon} \times \times \frac{G}{S_{кр}} \cdot \sigma_v \geq 0,5 \text{ кгс}. \quad (14)$$

Из требования к величине градиента  $P_{\epsilon}^V$  (14) и из требования к величине диапазона восстановления скорости полета при снятии усилий с рычага продольного управления рулем высоты [1, 2] вытекает требование к допустимой силе трения в системе управления рулем высоты:

$$K \cdot V_{бал} \cdot 0,5 \text{ кгс} > P_{\epsilon_{тр}}, \quad (15)$$

где  $V_{бал}$  – исходная балансировочная скорость;  $K$  – нормируемый процент исходной балансировочной скорости на рассматриваемых режимах полета.

Из требований к величинам максимальных усилий  $P_{\epsilon_{бал}}^{\max}$  и  $\Delta P_{\epsilon_{бал}}^{\max}$  вытекают требования к макси-

мальным (по абсолютной величине) значениям частной производной  $m_{w_{\epsilon}}^{\delta_{\epsilon}}$ . При  $m_{w_{\epsilon}}^{\alpha_{zo}} \approx 0$  эти требования имеют вид:

$$P_{\epsilon_{бал}}^{\max} = \left| -K_{w_{\epsilon}} \cdot m_{w_{\epsilon}}^{\delta_{\epsilon}} \cdot \delta_{\epsilon_{\max}} \times \times S_{\epsilon} \cdot b_{\epsilon} \cdot q_0 \cdot K_s \right| \leq 34 \text{ кгс}; \quad (16)$$

$$\Delta P_{\epsilon_{бал}}^{\max} = \left| -K_{w_{\epsilon}} \cdot m_{w_{\epsilon}}^{\delta_{\epsilon}} \cdot \Delta \delta_{\epsilon_{бал}} \times \times S_{\epsilon} \cdot b_{\epsilon} \cdot q_0 \cdot K_s \right| \leq 23 \text{ кгс}. \quad (17)$$

Величина угла  $\Delta \delta_{\epsilon_{бал}}$  рассчитывается по формуле

$$\Delta \delta_{\epsilon_{бал}} = - \frac{\Delta m_{R_{z_{бал}}}}{m_{z_{zo}}^{\delta_{\epsilon}}}, \quad (18)$$

в которой величина изменения коэффициента момента тангажа от изменения режима работы двигателей  $\Delta m_{R_{z_{бал}}}$  определяется так, как показано на рис. 4.

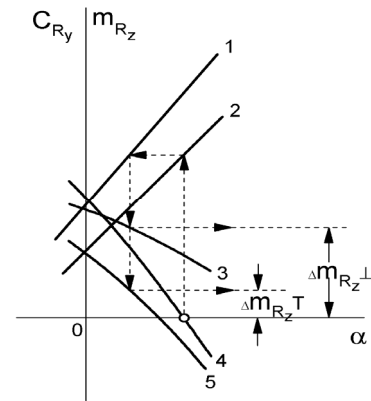


Рис. 4. Схема определения изменения момента тангажа самолета при увеличении режима работы двигателей:

- 1 –  $C_{R_y}(\alpha)$ , взлетный режим;
- 2 –  $C_{R_y}(\alpha)$ , режим малого газа;
- 3 –  $m_{R_z}(\alpha)$ ,  $\perp$ , взлетный режим;
- 4 –  $m_{R_z}(\alpha)$ ,  $\perp$  или Т, режим малого газа;
- 5 –  $m_{R_z}(\alpha)$ , Т, взлетный режим;
- Т – расположение ГО на вершине киля;
- $\perp$  – расположение ГО на фюзеляже

Полученные описанным выше способом минимальные и максимальные значения частной производной

водной  $m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta}$  определяют диапазон существования этой производной. Если такой диапазон существует для каждой из рассмотренных схем хвостового оперения, то предпочтение отдается той схеме, применение которой дает меньший разброс потребных значений частной производной  $m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta}$ .

Находящееся внутри диапазона существования и принятое для реализации на самолете потребное значение частной производной  $m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta}$  достигается выбором типа и параметров аэродинамической компенсации руля высоты. Представляется рациональным следующая процедура такого выбора.

За основу берется так называемая „конструктивная“ осевая аэродинамическая компенсация руля высоты ( $\bar{S}_{o.k_\delta} \approx 0,05$ ). Частные производные  $m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta}$  и  $m_{\omega_\delta}^{\alpha_{zo}}$  при такой величине осевой аэродинамической компенсации имеют большие отрицательные значения [3, 4, 5, 10, 12]. Обозначим их  $m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta I}$  и  $m_{\omega_\delta}^{\alpha_{zo} I}$ . Для приведения величины частной производной  $m_{\omega_\delta}^{\alpha_{zo} I}$  к нулю требуется применение роговой аэродинамической компенсации. Относительную площадь такой компенсации можно определить по известным экспериментальным данным [4, 5]. Такая величина роговой аэродинамической компенсации одновременно снижает и абсолютное значение частной производной  $m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta}$ . Значения частных производных  $m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta}$  и  $m_{\omega_\delta}^{\alpha_{zo}}$  для руля высоты с „конструктивной“ осевой и принятой роговой аэродинамическими компенсациями обозначим  $m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta II}$  и  $m_{\omega_\delta}^{\alpha_{zo} II}$  ( $m_{\omega_\delta}^{\alpha_{zo} II} \approx 0$ ). Если полученное значение частной производной  $m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta II}$  превышает по абсолютной величине потребное значение частной производной

$m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta}$ , то осевая аэродинамическая компенсация увеличивается. Для получения линейной зависимости  $m_{\omega_\delta} = f(\delta_\delta)$  в пределах максимальных углов отклонения руля высоты относительная площадь осевой аэродинамической компенсации выбирается с учетом того, чтобы при максимальном угле отклонения руля высоты его носок не выходил за контур профиля горизонтального оперения (рис. 5). Полученная умеренная осевая аэродинамическая компенсация понижает значение частной производной  $m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta II}$  до значения  $m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta III}$ , незначительно влияя на величину частной производной  $m_{\omega_\delta}^{\alpha_{zo} II}$  ( $m_{\omega_\delta}^{\alpha_{zo} III} \approx m_{\omega_\delta}^{\alpha_{zo} II}$ ) [3, 4, 5, 10, 12].

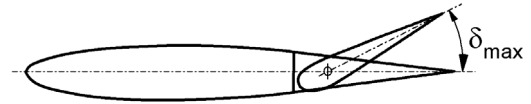


Рис. 5. Определение величины осевой аэродинамической компенсации руля из условия невыхода контура носка руля за контур профиля стабилизирующей поверхности

Если полученное таким образом значение частной производной  $m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta III}$  все же превышает по абсолютной величине потребное значение частной производной  $m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta}$ , то применяется кинематическая сервокомпенсация. Необходимая величина уменьшения производной  $m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta}$  определяется формулой

$$\Delta m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta} = m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta} - m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta III}, \quad (19)$$

где 
$$\Delta m_{\omega_\delta}^{\delta_\delta} = K_{c-k} \cdot m_{\omega_\delta}^{\tau_c}. \quad (20)$$

Здесь  $K_{c-k}$  – коэффициент кинематической связи между углом отклонения сервоповерхности  $\tau_c$  и углом отклонения руля высоты  $\delta_\delta$ ;  $m_{\omega_\delta}^{\tau_c}$  – частная производная коэффициента шарнирного момента

руля высоты по углу отклонения сервоповерхности.

Значения коэффициента  $K_{c-k}$  обычно выбираются в диапазоне от  $-0,3$  до  $-0,7$ . Значение частной производной  $m_{w_g}^{\tau_c}$  в первом приближении можно рассчитывать по известным методам [9, 10]. Опыт показывает, что зависимость  $m_{w_g} = f(\tau_c)$  линейна в широком диапазоне углов отклонения сервоповерхности и эта линейность сохраняется при отклонениях руля высоты до значений  $\delta_{\theta_{\max}}$  и изменении угла атаки горизонтального оперения от значения  $\alpha_{zo_{\text{дон}}}^{\ominus}$  до значения  $\alpha_{zo_{\text{дон}}}^{\oplus}$ .

Так как на раннем этапе проектирования значения частных производных  $m_{w_g}^{\delta_g}$ ,  $m_{w_g}^{\alpha_{zo}}$  и  $m_{w_g}^{\tau_c}$  определяются по статистическим данным или рассчитываются по приближенным формулам, то окончательное решение о величине относительной площади роговой  $\bar{S}_{p.k_g}$  и осевой  $\bar{S}_{o.k_g}$  аэродинамических компенсаций и величине относительной площади сервоповерхности руля высоты  $\bar{S}_{c_g}$  принимается после получения результатов испытаний модели изолированного хвостового оперения самолета в аэродинамической трубе. Эта модель должна обеспечивать варьирование параметров  $\bar{S}_{o.k_g}$ ,  $\bar{S}_{p.k_g}$  и  $\bar{S}_{c_g}$  в окрестностях их ожидаемых расчетных значений.

## 2. Путевая управляемость

Современные нормы требуют, чтобы при прямолинейном установившемся боковом скольжении, превышающем диапазон углов скольжения, присущих эксплуатации самолета, но не меньшем, чем соответствующий половинному отклонению педалей управления рулем направления или усилию управления рулем направления 81,72 кгс, усилия на рычагах управления элеронами и рулем направления должны быть строго пропорциональны углу

скольжения и соответствующими устойчивости, а коэффициент пропорциональности должен находиться в пределах, необходимых для безопасной эксплуатации. При углах скольжения, превышающих указанные выше, вплоть до угла скольжения, соответствующего полному отклонению педалей управления рулем направления или усилию управления рулем направления 81,72 кгс, усилия на педалях руля направления не должны менять знак и для увеличения угла скольжения должно требоваться увеличение усилий на педалях [1, 2]. Указанные требования выполняются, если коэффициент шарнирного момента руля направления линейно изменяется по углу скольжения в диапазоне углов скольжения в области вертикального оперения  $\beta_{\theta}$  вплоть до углов скольжения, соответствующих полному ходу педалей  $X_H$ .

Условие работы вертикального оперения в области линейного изменения коэффициента шарнирного момента руля направления  $m_{w_H}$  по углу скольжения  $\beta_{\theta}$  по аналогии с горизонтальным оперением запишем в следующем виде:

$$\beta_{\theta_{\text{дон}}}^{\ominus} < \beta_{\theta} < \beta_{\theta_{\text{дон}}}^{\oplus}. \quad (21)$$

Здесь  $\beta_{\theta_{\text{дон}}}$  – минимальное значение угла скольжения в области вертикального оперения, до которого сохраняется линейное изменение коэффициента боковой силы вертикального оперения  $C_{z_{\theta}}$  по углу скольжения  $\beta_{\theta}$ .

Максимальные значения угла скольжения в области вертикального оперения достигаются на режиме прямолинейного координированного скольжения с максимальным расходом педалей  $X_{H_{\max}}$ . В случае механической связи между перемещением педали и углом отклонения руля направления максимальному перемещению педалей  $X_{H_{\max}}$  соответствует максимальное значение угла отклонения  $\delta_{H_{\max}}$ . Нормы рассматривают вывод самолета на максимальные углы скольжения рулем направления

при симметричной тяге двигателей. Как известно, струи воздушных винтов одинакового вращения создают в дополнение к боковому скосу  $\sigma$ , создаваемому вихревой системой комбинации „крыло + фюзеляж“, дополнительное изменение бокового скоса потока, который обозначим  $\Delta\sigma_s$ . Для частичной компенсации угла  $\Delta\sigma_s$  во многих случаях используют небольшой угол установки киля  $\varphi_k$  ( $\varphi_k = 2...3^\circ$ ). Следует учитывать также то обстоятельство, что поперечные силы, действующие в плоскостях вращения воздушных винтов, расположенных перед крылом, увеличивают степень путевой статической неустойчивости самолета без вертикального оперения.

Учитывая вышеизложенное и пренебрегая моментом рыскания, который создают органы поперечного управления, уравнение путевой балансировки самолета на режиме прямолинейного установившегося скольжения с углом  $\beta_{\text{вдоп}}$  при максимальном угле отклонения руля направления  $\delta_{H\text{max}}$  запишем следующим образом:

$$m_{Ry\beta_{\text{вдоп}}}^\beta (\beta_{\text{вдоп}} + \sigma) + K_{\beta_{\text{вдоп}}} C_{z_{\beta_{\text{вдоп}}}}^{\beta_{\text{вдоп}}} \bar{S}_{\text{вдоп}} \times \bar{L}_{\text{вдоп}} \left( \beta_{\text{вдоп}} + \Delta\sigma_s + \varphi_k + \sqrt{\bar{S}_H} \delta_{H\text{max}} \right) = 0. \quad (22)$$

Это уравнение представляет собой уравнение граничной линии, отражающей связь между относительной площадью вертикального оперения  $\bar{S}_{\text{вдоп}}$  и относительной площадью руля направления  $\bar{S}_H$  и ограничивающей область существования этих конструктивных параметров справа.

Уравнение граничной линии, ограничивающей область существования параметров  $\bar{S}_{\text{вдоп}}$  и  $\bar{S}_H$  слева, выражает условие путевой балансировки самолета в полете с несимметричной тягой. Расчетным случаем для турбовинтовых региональных самолетов обычно является путевая балансировка самолета на скорости отрыва на взлете. Так как в этом случае величина угла  $\beta_{\text{вдоп}}$  мала, а расход руля направления мак-

симален, то уравнение граничной линии с учетом принятых выше исходных положений может быть записано следующим образом:

$$\frac{P \cdot Z_m}{q \cdot S_{\text{кр}} \cdot \ell_{\text{кр}}} + K_{\beta_{\text{вдоп}}} C_{z_{\beta_{\text{вдоп}}}}^{\beta_{\text{вдоп}}} \bar{S}_{\text{вдоп}} \times \bar{L}_{\text{вдоп}} \left( \Delta\sigma_s + \varphi_k + \sqrt{\bar{S}_H} \delta_{H\text{max}} \right) = 0. \quad (23)$$

Здесь  $P$  – тяга двигателя;  $Z_m$  – расстояние от оси тяги двигателя до центра тяжести самолета вдоль оси  $Z$ .

Типовой вид граничных линий, описываемых уравнениями (22) и (23), показан на рис. 6. С помощью этих граничных линий определяются значения параметров  $\bar{S}_{\text{вдоп}}$  и  $\bar{S}_H$ , а, следовательно, площадь руля направления  $S_H$  и его средняя хорда  $b_H$ .

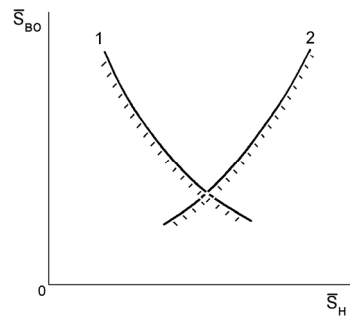


Рис. 6. Типовой вид граничных линий  $\bar{S}_{\text{вдоп}} = f(\bar{S}_H)$ : 1 – полет со скольжением при симметричной тяге двигателей; 2 – полет без скольжения при несимметричной тяге двигателей

Требования к максимальному (по абсолютной величине) значению производной коэффициента шарнирного момента руля направления по углу его отклонения  $m_{u_H}^{\delta_H}$  вытекает из требования норм к величине кратковременных максимальных усилий на педалях управления рулем направления  $P_{H\text{max}}$  [1, 2]. Если  $m_{u_H}^{\beta_{\text{вдоп}}} \approx 0$ , то это требование имеет вид

$$P_{H\text{max}} = \left| -K_{u_H} \cdot m_{u_H}^{\delta_H} \cdot \delta_{H\text{max}} \times S_H \cdot b_H \cdot q_0 \right| \leq 81,72 \text{ кгс}, \quad (24)$$

$$\text{где } K_{u_H} = \frac{1}{57,3^\circ} \cdot \frac{\delta_{H\text{max}}}{X_{H\text{max}}}. \quad (25)$$

Полученное из (24) максимальное значение частной производной  $m_{u_n}^{\delta_n}$  представляется рациональным принимать в качестве искомого потребного значения этой производной  $m_{u_n}^{\delta_n}$ , так как в этом случае облегчается выполнение требования норм, которое заключается в том, что самолет должен обладать тенденцией к выходу из скольжения при освобождении педалей управления рулем направления, при этом желательно, чтобы величина диапазона углов отклонения руля направления от нейтральной, внутри которого самолет не обладает указанной тенденцией, была возможно меньшей. Величина этого диапазона  $\Delta\delta_n$  определяется уравнением

$$m_{u_n}^{\delta_n} \cdot \Delta\delta_n \cdot K_{u_n} \cdot S_n \cdot b_n \cdot q_0 = 2P_{nmp}, \quad (26)$$

где  $P_{nmp}$  – усилие трения в системе управления рулем направления.

Процедура определения относительных величин площадей роговой и осевой аэродинамических компенсаций и параметров кинематической сервокомпенсации руля направления, необходимых для получения требуемых значений частной производной  $m_{u_n}^{\delta_n}$ , не отличается от описанной выше процедуры для руля высоты. Опыт практического применения этой процедуры показал, что вследствие большой величины произведения  $K_{u_n} \cdot S_n \cdot b_n \cdot q_0$  потребные значения частной производной  $m_{u_n}^{\delta_n}$  в большинстве случаев оказываются неприемлемо малыми для стабильного получения этих значений с помощью кинематической сервокомпенсации в процессе производства и эксплуатации самолета. В таких случаях проблема решается применением схемы пружинного сервокомпенсатора [3, 5, 12].

В схеме пружинного сервокомпенсатора система управления имеет две степени свободы. Если усилия от собственного шарнирного момента сервоповерх-

ности пренебрежимо малы, а с помощью роговой аэродинамической компенсации значение частной производной  $m_{u_n}^{\beta_{во}}$  сведено к нулю, то уравнения равновесия системы управления рулем направления в схеме пружинного сервокомпенсатора имеют вид:

$$m_{u_n}^{\delta_n} \delta_n + m_{u_n}^{\tau_c} \cdot \tau_c + \frac{P_{np}(\tau_c)}{K_{u_n} S_n b_n q_0} = 0; \quad (27)$$

$$P_n = P_{np}(\tau_c), \quad (28)$$

где  $P_{np}(\tau_c)$  – приведенное к педалям усилие обжатия пружинной тяги, имеющей, как правило, значительную начальную затяжку.

Из уравнения (27) может быть найдено потребное значение частной производной  $m_{u_n}^{\tau_c}$ , необходимое для определения размеров сервоповерхности руля направления:

$$m_{u_n}^{\tau_c} = - \frac{m_{u_n}^{\delta_n} \delta_{nmax} + \frac{P_{np}(\tau_{cmax})}{K_{u_n} S_n b_n q_0}}{\tau_{cmax}}. \quad (29)$$

$$\text{Здесь } K_{u_n} = \frac{1}{57,3^\circ} \cdot \frac{\delta_{nmax}}{X_{nmax}(\delta_n)}, \quad (30)$$

где  $X_{nmax}(\delta_n)$  – максимальное перемещение педали, необходимое для отклонения руля направления на угол  $\delta_{nmax}$  при нейтральном положении сервоповерхности ( $\tau_c = 0$ ). Обычно

$$X_{nmax}(\delta_n) = 0,8 \dots 0,7 X_{nmax}.$$

В схеме пружинного сервокомпенсатора руль направления может быть отклонен на максимальный угол на любой скорости полета в пределах установленных для самолета ограничений. Это создает проблему больших нагрузок на вертикальное оперение. Проблема может быть решена путем введения автоматической системы ограничения максимального угла отклонения сервоповерхности  $\tau_{cmax}$  по сигналу скорости полета или сигналу угла отклонения закрылков.

### 3. Поперечная управляемость

Современные нормы требуют, чтобы до момента наступления сваливания самолета была обеспечена возможность создавать и устранять крен и рыскание прямым действием рычагами управления [1, 2]. Летчик оценивает действие по устранению крена как прямое, если в процессе этого действия коэффициент шарнирного момента элеронов, а, следовательно, и усилие на рычаге управления элеронами, не изменяет знак вплоть до достижения угла атаки сваливания  $\alpha_s$ . Это условие будет выполняться в том случае, когда срыв потока на крыле начинается вне элеронной части крыла, и при этом в момент начала срыва потока на крыле ( $\alpha = \alpha_{дон}$ ) элеронная часть крыла имеет некоторый запас  $\Delta\alpha_z(\bar{z}_z)$  сверх допустимого угла атаки крыла  $\alpha_{дон}$ . Так как рекомендуется, чтобы величина запаса по углу атаки крыла между  $\alpha_s$  и  $\alpha_{дон}$  была не менее  $2...3^\circ$  [1], то в первом приближении примем такую же величину запаса и для угла  $\Delta\alpha_z(\bar{z}_z)$ , измеренного в сечении крыла, соответствующем середине размаха элерона.

У прямого крыла конечного размаха угол атаки сечений крыла  $\alpha_{сеч}(\bar{z})$  изменяется по размаху крыла. Методы расчета циркуляции, коэффициентов подъемной силы и углов атаки в сечениях по размаху крыла давно известны [13, 14]. Характер этих зависимостей определяется, в основном, сужением крыла. Для сужений крыла порядка  $2...3$ , обычно встречающихся на турбовинтовых региональных самолетах, типовая зависимость  $\alpha_{сеч}(\bar{z})$  при отсутствии вращения по крену ( $\omega_x = 0$ ) иллюстрируется графиком 5, показанным на рис. 7.

На угле атаки крыла  $\alpha_{дон}$  углы атаки сечений крыла не должны превышать допустимых углов атаки профилей крыла, установленных в этих сечениях. Для случая  $\omega_x = 0$  это условие иллюстрируется графиками 5 и 2 рис. 7.

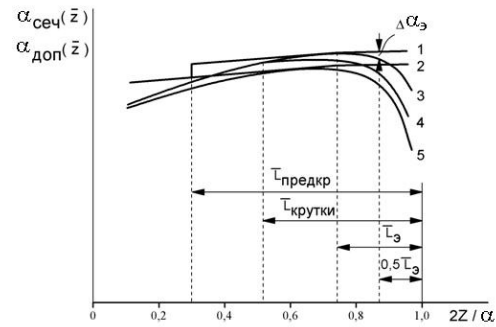


Рис. 7. Типовой вид зависимостей текущих и допустимых углов атаки сечений крыла  $2Z/L$  от относительного размаха крыла:

- 1 —  $\alpha_{дон}(\bar{z})$ , крыло с предкрылком;
- 2 —  $\alpha_{дон}(\bar{z})$ , крыло без предкрылка;
- 3 —  $\alpha_{сеч}(\bar{z})$  крыло без геометрической крутки,  $\omega_x \neq 0$ ;
- 4 —  $\alpha_{сеч}(\bar{z})$  крыло с геометрической круткой,  $\omega_x \neq 0$ ;
- 5 —  $\alpha_{сеч}(\bar{z})$  крыло без геометрической крутки,  $\omega_x = 0$ ;

При наличии вращения по крену у полукрыла, идущего вниз, углы атаки сечений крыла увеличиваются. На основании имеющегося опыта можно принять, что при создании и устранении крена в процессе приближения к сваливанию расход элеронов не должен превышать одной трети максимального расхода. Тогда увеличение угла атаки в сечениях опускающегося полукрыла в первом приближении можно рассчитать по формуле

$$\alpha_{сеч}(\omega_x) = 57,3^\circ \frac{Z}{V_\infty} \cdot \frac{m_x^{\delta_z}}{m_x^{\omega_x}} \cdot 0,3\delta_{z_{\max}} \quad (31)$$

Типовая зависимость  $\alpha_{сеч}(\bar{z})$  для случая  $\omega_x \neq 0$  иллюстрируется графиком 3, показанным на рис. 7. Видно, что наличие вращения вызывает отрыв потока на консольной части размаха крыла. Переместить начало отрыва потока к корню крыла и приблизить значения углов  $\alpha_{сеч}(\bar{z})$  к значениям углов  $\alpha_{дон}(\bar{z})$  можно введением геометрической крутки консольной части крыла (график 4 на рис. 7). Для окончательного решения проблемы могут понадобиться средства, увеличивающие допустимый угол атаки сечений крыла: отогнутый вниз носок крыла, фиксированная профилированная щель в носке крыла,

щелевой выдвижной предкрылок и др. [5, 15]. Увеличение допустимых углов атаки до требуемых значений с помощью выдвижного щелевого предкрылка на консольной части размаха крыла иллюстрируется графиком 1 на рис. 7. На этом же рисунке показан запас до допустимого угла атаки на середине элеронной части размаха крыла  $\Delta\alpha_z$ . Этот запас обеспечивает линейное изменение коэффициента шарнирного момента элерона по углу атаки элеронной части крыла и, следовательно, отсутствие перемены знака усилий на рычаге управления элеронами при создании и устранении крена в процессе приближения самолета к сваливанию.

Характеристики поперечной управляемости турбовинтовых региональных самолетов должны соответствовать требованиям норм как в полете с симметричной тягой двигателей, так и в случае отказа одного из двигателей.

Так как в случае отказа двигателя к управляющему действию элеронов, отклоняемых летчиком, может быть добавлено действие интерцептора, отклоняемого на соответствующем полукрыле автоматической системой по сигналу отказа двигателя, то размеры элеронов можно определить, исходя из требований к характеристикам поперечной управляемости при симметричной тяге двигателей. Определяющим среди таких требований является требование обеспечить вывод самолета из установившегося разворота с креном  $30^\circ$  и ввод в разворот противоположного направления с креном  $30^\circ$  при повороте штурвала не более чем на  $90^\circ$  за время не более 7 с на различных режимах полета, в том числе и на режиме захода на посадку [1, 2]. Значение частной производной  $m_x^{\delta_\epsilon}$ , обеспечивающее выполнение этого требования, в первом приближении можно определить из уравнения установившегося вращения самолета по крену

$$m_x^{\bar{\omega}_x} \bar{\omega}_{x_{норм}} \frac{\ell_{кр}}{2V_{3,n}} + m_{x_{нотр}}^{\delta_\epsilon} \delta_{\epsilon_{max}} = 0. \quad (32)$$

$$\text{Здесь } \bar{\omega}_{x_{норм}} = \frac{\Delta \gamma_{норм}^\circ}{57,3^\circ t_{норм}} \cdot K_{неуст}, \quad (33)$$

где  $\Delta \gamma_{норм}^\circ = 60^\circ$ ;  $t_{норм} = 6$  с;  $K_{неуст} \approx 1,2$  ( $K_{неуст}$  – коэффициент, учитывающий замедляющее влияние поперечного момента инерции самолета).

Запас поперечного управления при боковом скольжении (вплоть до углов скольжения, которые могут потребоваться в обычных эксплуатационных условиях) должен допускать ограниченное маневрирование и парирование порывов ветра [1, 2]. Примем, что это требование выполняется, если на режиме прямолинейного установившегося скольжения самолета с симметричной тягой максимальный угол отклонения элеронов достигается одновременно с достижением максимального угла отклонения руля направления. Тогда максимально допустимую величину степени поперечной статической устойчивости самолета  $m_{x_{max}}^\beta$  можно определить из уравнения

$$m_{x_{max}}^\beta \beta_{max} + m_{x_{нотр}}^{\delta_\epsilon} \delta_{\epsilon_{max}} + m_x^{\delta_\eta} \delta_{\eta_{max}} = 0. \quad (34)$$

Степень поперечной статической устойчивости самолета обеспечивается выбором угла поперечного V крыла.

Вследствие невысокой надежности расчетных способов определения величины частной производной  $m_x^\beta$  для комбинации „крыло + фюзеляж“ при различном расположении крыла на фюзеляже (в схемах „высокоплан“ и „низкоплан“) этот выбор приходится выполнять по результатам испытаний модели проектируемого самолета в аэродинамических трубах при различных углах поперечного V крыла. Выбранное значение угла поперечного V крыла, обеспечивающее максимально допустимую степень поперечной статической устойчивости самолета, целесообразно принять в качестве основного значения для дальнейших расчетов, т.к. в этом случае облегчается выполнение требования норм к поперечной статической устойчивости самолета,

определяемой как тенденции поднять опущенный конец крыла при освобождении рычага поперечного управления в условиях скольжения [1, 2].

Имея значение частной производной  $m_{x_{нотр}}^{\delta_{\vartheta}}$  можно с помощью известных методов определить геометрические параметры элерона  $S_{\vartheta}$  и  $b_{\vartheta}$ , необходимые для определения потребного значения частной производной коэффициента шарнирного момента элерона по углу его отклонения  $m_{m_{\vartheta}}^{\delta_{\vartheta}}$ . Требование к максимальному (по абсолютной величине) значению производной  $m_{m_{\vartheta}}^{\delta_{\vartheta}}$  вытекает из требований к величине максимальных кратковременных усилий на рычаге управления элеронами [1, 2]. Если с помощью роговой аэродинамической компенсации значение частной производной  $m_{m_{\vartheta}}^{\alpha_{\vartheta}}$  сведено к нулю, то при одинаковых значениях максимальных углов отклонения элерона вверх и вниз это требование записывается следующим образом:

$$P_{\vartheta_{\max}} = \left| -K_{m_{\vartheta}} \cdot m_{m_{\vartheta}}^{\delta_{\vartheta}} \cdot \delta_{\vartheta_{\max}} \times \right. \quad (35)$$

$$\left. \times 2S_{\vartheta} \cdot b_{\vartheta} \cdot q_0 \right| \leq 23 \text{ кгс},$$

где 
$$K_{m_{\vartheta}} = \frac{1}{57,3^\circ} \cdot \frac{\delta_{\vartheta_{\max}}}{X_{\vartheta_{\max}}}. \quad (36)$$

В формуле (36) максимальное значение линейного перемещения штурвала  $X_{\vartheta_{\max}}$  соответствует отклонению штурвала с выбранным радиусом на угол не более  $90^\circ$ .

Как и в случае руля направления, полученное максимальное значение частной производной  $m_{m_{\vartheta}}^{\delta_{\vartheta}}$  целесообразно принять в качестве искомого потребного значения этой производной, т.к. в этом случае уменьшается диапазон углов отклонения элеронов, внутри которого вследствие сил трения отсутствует тенденция поднять опущенный конец крыла на режиме скольжения при освобождении рычага управления элеронами.

Дальнейшая процедура определения величин от-

носительных площадей роговой и осевой аэродинамических компенсаций элеронов и параметров кинематической сервокомпенсации элеронов не отличается от изложенной ранее для руля высоты.

Используя полученные данные, следует проверить, выполняется ли при выбранном значении поперечного V крыла требование норм к боковой динамической устойчивости самолета, которое заключается в том, что связанные боковые колебания (типа „голландский шаг“) должны надежно демпфироваться при освобожденных рычагах управления и должны парироваться обычными действиями основными рычагами управления без необходимости применения исключительного мастерства пилота [1, 2]. Надежного демпфирования боковых колебаний самолета при освобожденных рычагах управления можно достичь включением имеющейся на самолете системы автоматического управления полетом или ее подсистемы (например, задействовать функцию только демпфера рыскания). Оценка сложности парирования боковых колебаний летчиком может быть дана только в процессе экспериментов на исследовательско-пилотажном стенде (ИПС). В случае получения неудовлетворительной оценки требуется изменение угла поперечного V крыла в сторону понижения степени поперечной статической устойчивости самолета. При этом несколько расширится диапазон углов отклонения элеронов, внутри которого самолет не будет обладать тенденцией к выходу из скольжения при освобождении рычага управления элеронами, что также должно быть оценено летчиком на ИПС.

Соответствие характеристик поперечной управляемости и поведения самолета требованиям норм для случая отказа двигателя обеспечивается, при необходимости, выбором размеров интерцептора и алгоритма автоматического управления им по сигналу отказа двигателя.

## Выводы

1. В изложенном методе определение типа и па-

раметров аэродинамической компенсации органов управления турбовинтового регионального самолета неразрывно связано с определением типа и параметров его хвостового оперения и органов управления.

2. Определение типа и параметров аэродинамической компенсации органов управления самолета базируется на закономерностях, установленных путем обобщения экспериментальных данных и отражающих условия линейного изменения коэффициентов шарнирных моментов органов управления по углу атаки и углу скольжения и углам отклонения органов управления и их сервоповерхностей.

3. При определении типа и параметров хвостового оперения и органов управления самолета наряду с использованием закономерностей, относящихся к шарнирным моментам органов управления, используется метод, позволяющий достаточно корректно определять влияние работающих турбовинтовых двигателей на продольные аэродинамические характеристики самолета и степень его продольной статической устойчивости, в том числе при различном расположении горизонтального оперения относительно струй воздушных винтов.

4. Метод предназначен для использования на раннем этапе проектирования турбовинтовых региональных самолетов.

## Литература

1. Нормы летной годности самолетов транспортной категории. Ч. 25. Авиационных правил Межгосударственного авиационного комитета (АП-25).
2. Нормы летной годности Европейского союза для больших самолетов (CS-25).
3. Микеладзе В.Г. Аэродинамическая компенсация. Сервокомпенсация // Авиация: Энциклопедия / Гл. ред. Г.П. Свищев. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1994. – С. 76-77, 512.
4. Hoerner S.F., Borst H.V. Fluid-Dynamic Lift. – Brick Town, NJ, 1975. – 344 p.
5. Торенбик Э. Проектирование дозвуковых самолетов. – М.: Машиностроение, 1983. – 648 с.
6. Аэродинамика и летно-технические характеристики самолетов авиации общего назначения / В.Г. Микеладзе, Ю.С. Михайлов, Л.П. Федоров и др. // ЦАГИ – основные этапы научной деятельности / Под ред. Г.С. Бюшгенса, 1993-2003. – М.: Физматгиз, 2003. – С. 116-124.
7. Микеладзе В.Г. Аэродинамика органов управления // Аэродинамика и динамика полета магистральных самолетов / Под ред. Г.С. Бюшгенса. – Издательский отдел ЦАГИ – Авиаиздательство КНР. – Москва-Пекин, 1995. – С. 236-265.
8. Пустовойтов В.П. Теоретическое исследование влияния взаимного расположения горизонтального оперения и струй воздушных винтов на продольную статическую устойчивость турбовинтового регионального самолета-высокоплана // Аэродинамика: проблемы и перспективы. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т „ХАИ“, 2006. – Вып. 2. – С. 142-160.
9. Остославский И.В., Калачев Г.С. Продольная устойчивость и управляемость самолета. – М.: Оборонгиз, 1951. – 367 с.
10. Петров К.П. Аэродинамика элементов летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1985. – 272 с.
11. Святодух В.К., Шелюхин Ю.Ф. Проблемы безопасности полета самолетов гражданской авиации // Современные проблемы динамики и управления летательных аппаратов: Труды ЦАГИ. – М.: ЦАГИ, 2001. – Вып. 2649. – С. 17-24.
12. Эткин Б. Динамика полета: устойчивость и управляемость / Под ред. В.Г. Микеладзе. – М.: Машиностроение, 1964. – 494 с.
13. Аэродинамика крыла: Руководство для конструкторов. Т. 1 // БНТ ЦАГИ. – 1943. – 113 с.
14. Soule H.A., Anderson R.F. Design charts relating to the stalling of tapered wings // NACA Report 703. – 1940.
15. Авиация общего назначения: Рекомендации для конструкторов / Под ред. В.Г. Микеладзе. – Изд-во АО „Аэрокон“, 1996. – 362 с.

*Поступила в редакцию 13.09.2007*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Е.П. Ударцев, Национальный авиационный университет, Киев.

УДК 621.923

А.А. ГОРБАЧЕВ

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЛЩИНЫ СТРУЖКИ ПРИ ГЛУБИННОМ ШЛИФОВАНИИ С ПОМОЩЬЮ ПЛАНЕТАРНО-ШЛИФОВАЛЬНОЙ ГОЛОВКИ**

Определена функциональная связь толщины стружки от глубины резания и других параметров шлифования при помощи планетарной шлифовальной головки, обеспечивающих благоприятные условия стружкообразования за счет возможности проявления адсорбционного эффекта Ребиндера.

**технологические параметры, глубинное шлифование, адсорбционный слой, припуск, глубина, абразивные зерна, планетарно-шлифовальная головка, смазочно-охлаждающие технологические среды**

**Введение**

Исследованию процесса возникновения шлифовочного брака (микротрещины, прижоги, разупрочнение поверхностного слоя и т.п.) при изготовлении деталей авиационно-космической техники посвящены многие работы. Однако до настоящего времени эта проблема не имеет фундаментальной базы. Это обусловлено тем, что физические процессы, протекающие в зоне контакта абразивного инструмента с обрабатываемым материалом, очень сложны, многообразны и трудно поддаются прямому изучению. Поэтому очень важно установление взаимосвязи технологических, кинематических и конструктивных параметров процесса шлифования деталей авиационно-космической техники (например, замка лопатки турбины елочного типа), обеспечивающих благоприятные условия стружкообразования.

**Формулировка проблемы.** Целью данной статьи является определение зависимости толщины стружки, снимаемой абразивным зерном ПШГ, от глубины резания.

На основе анализа [1, 2] кинетики механохимических процессов, протекающих в контактной зоне при шлифовании, были разработаны [3] критерии оценки “необходимых” и “достаточных” условий для наиболее полного протекания адсорбционного

взаимодействия поверхностно-активных веществ СОТС с ювенильными участками обрабатываемой поверхности в контактной зоне (эффект Ребиндера).

Таковыми критериями являются:

1. Критерий необходимости: количество  $\Omega_K$  молекул среды, подводимой (или поступающей) в контактную зону к (вскрываемым режущими абразивными зернами) ювенильным участкам поверхности, не должно быть меньше количества  $\Omega_{ad}$  молекул, необходимых для образования адсорбционного слоя. Аналитически этот критерий выражается соотношением:

$$\frac{\Omega_K}{\Omega_{ad}} \geq \rho, \quad (1)$$

где  $\rho \in (10...100)$  – константа, величина, которой зависит от физико-химических свойств СОТС и обрабатываемого материала, а также от температурных условий контактной зоны.

2. Критерий достаточности: промежуток времени  $\Delta t_p$  между двумя последовательными актами съема стружки с одного и того же участка обрабатываемой поверхности должен быть не меньше, чем латентный период  $\Delta t_x$  времени развития эффекта Ребиндера, который в первом приближении можно считать равным времени образования хемосорбционного слоя, т.е.

$$\frac{\Delta\tau_p}{\Delta\tau_x} = S_r \geq 1. \quad (2)$$

Выполнение критериальных условий (1) и (2) в общем случае может быть обеспечено тремя путями: увеличением  $\Delta\tau_p$  (кинематический способ), уменьшением  $\Delta\tau_x$  (физико-химические методы) и увеличением  $\Delta\tau_p$  при одновременном уменьшении  $\Delta\tau_x$  (комбинированные методы).

С практической точки зрения наиболее интересным представляется кинематический метод обеспе-

чения критериальных условий (1) и (2), ибо с одной стороны его применение возможно на серийном станочном оборудовании, а с другой – он может стать основой для разработки более прогрессивного, принципиально нового оборудования.

Одним из параметров реализации кинематического метода обеспечения критериальных условий может стать метод шлифования плоских поверхностей с помощью планетарной шлифовальной головки (ПШГ), принципиальная схема которой представлена на рис. 1.

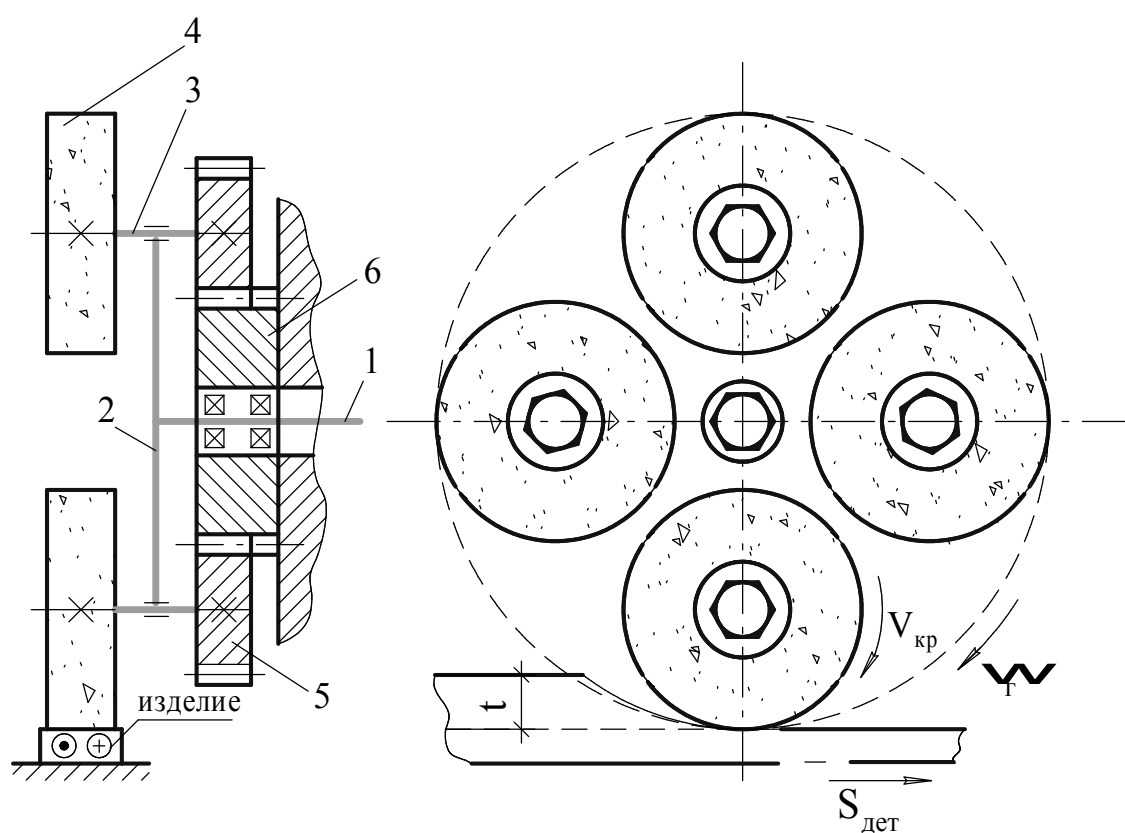


Рис. 1. Принципиальная схема шлифования плоских поверхностей с помощью ПШГ

ПШГ состоит из шпинделя 1, на котором жестко закреплено водило 2, несущее на валах 3 абразивные круги 4 и сателлиты 5 с возможностью обкатки солнечного колеса 6. При вращении шпинделя 1 с водилом 2 сателлиты 5, обкатывая солнечное колесо 6, сообщают абразивным кругам 4 вращательное движение, состоящее из вращения вокруг оси шпинделя 1 и собственной.

### Решение проблемы

Скорости вращения ПШГ и абразивных кругов, а также продольную подачу детали считаем постоянными величинами. Воспользуемся расчетной схемой, представленной на рис. 2.

Через произвольный промежуток времени  $\tau$  обрабатываемая деталь переместится в направлении

шлифовальной головки на расстояние  $\Delta = FG$ , а шлифовальная головка в свою очередь повернется на угол  $\varphi$ .

Так как угловая скорость абразивных кругов гораздо выше угловой скорости шлифовальной головки и линейной скорости перемещения обра-

батываемой детали, то можно считать, что в течение промежутка времени между двумя последовательными актами съема стружки абразивными зернами, стоящими друг за другом в «затылок», шлифовальная головка и обрабатываемая деталь будут неподвижны.

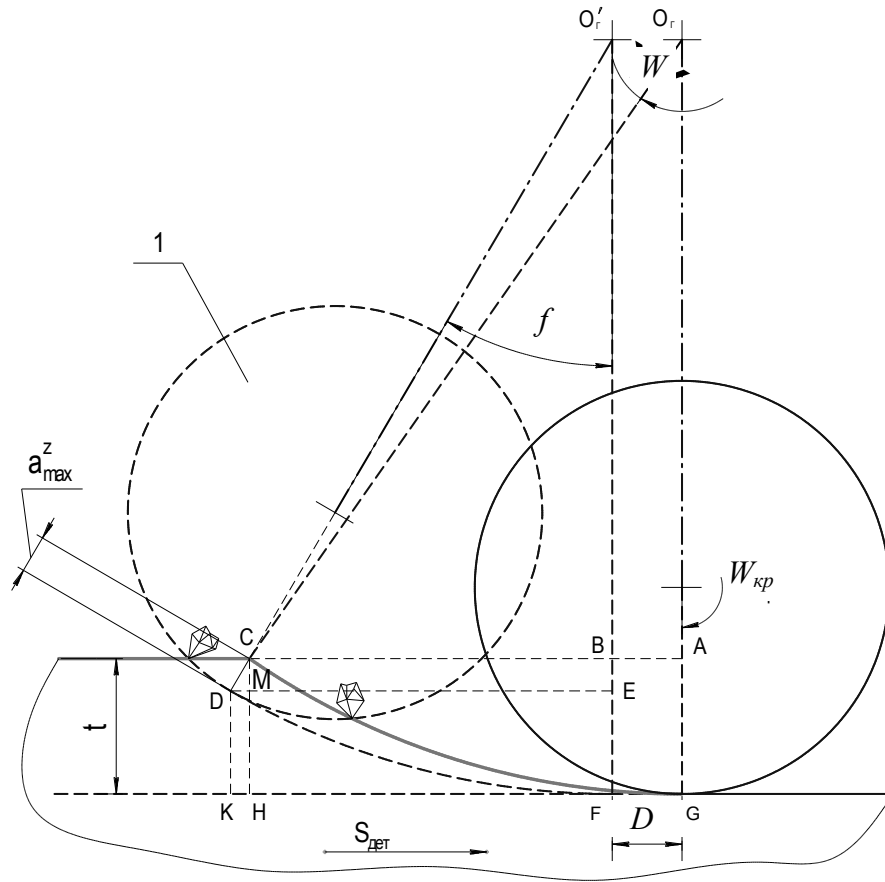


Рис. 2. Расчетная схема для определения зависимости  $a_z^{\max}$  от  $t$

Находящийся в данном положении абразивный круг 1, вращаясь с угловой скоростью  $\omega_{кр}$ , снимет слой металла, максимальная толщина которого выразится отрезком  $CD$ . При этом глубина резания  $t$  будет равна отрезку  $CH$ . Следовательно, нам необходимо определить зависимость  $CD$  от  $CH$ .

Очевидно, что можно  $CD$  выразить как

$$CD = DO_2' - CO_2', \quad (3)$$

где  $DO_2'$  – радиус шлифовальной головки  $R_z$ , а величину  $CO_2'$  можно выразить из  $\triangle CO_2'B$ :

$$CO_2' = \frac{BC}{\sin \varphi}, \quad (4)$$

где  $BC = AC - AB$ ;

$AB = FG = \Delta = S_{дет} \cdot \tau$  – расстояние за которое переместится обрабатываемая деталь за промежуток времени  $\tau$ .

$$AC = \sqrt{(CO_2')^2 - (O_2'G - AG)^2} -$$

катет  $\triangle CO_2'A$ ;

$$\varphi = \frac{2\pi \cdot n_z \cdot \tau}{60} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = n_z \cdot \tau \cdot 6^\circ \quad (5)$$

где  $\varphi$  – угол на который повернется шлифовальная головка за промежуток времени  $\tau$ .

Таким образом:

$$CD = DO'_z - \frac{\sqrt{(CO_z)^2 - (O_zG - AG)^2} - AB}{\sin \varphi} \quad (6)$$

или

$$a_z^{\max} = R_z - \frac{\sqrt{R_z^2 - (R_z - t)^2} - S_{\text{дем}} \cdot \tau}{\sin(n_z \cdot \tau \cdot 6^\circ)}. \quad (7)$$

Зависимость (7) не является однозначной зависимостью  $a_z^{\max}$  от  $t$ , так как в ней присутствует еще одна переменная величина – промежуток времени  $\tau$ . Избавимся от нее, найдя, как глубина резания  $t$  зависит от времени  $\tau$ .

Для этого выразим отрезок  $CD$  с одной стороны из  $\triangle CDM$ , в котором  $CD$  является гипотенузой (рис. 2), а другой стороны как разность отрезков  $O'_zD$  и  $O'_zC$ , и затем приравняем эти выражения, исключив из них  $CD$ .

Из  $\triangle CDM$ 

$$CD = \frac{CM}{\cos \varphi}. \quad (8)$$

Чтобы найти  $CM$ , обратимся к рис. 2:  $CM = CH - MH$  или  $CM = BF - EF$ , так как  $CH = CF$ ,  $MH = EF$ . Отрезок  $EF$  является глубиной резания  $t$ . Отрезок  $EF$  найдем из следующего соотношения:

$$EF = O'_zF - O'_zE, \quad (9)$$

где отрезок  $O'_zE$  можно найти из  $\triangle DO'_zE$ :

$$O'_zE = O'_zD \cdot \cos \varphi. \quad (10)$$

Отрезки  $O'_zF$  и  $O'_zD$  являются радиусами шлифовальной головки  $R_z$ .

Таким образом:

$$CM = t - (R_z - R_z \cdot \cos \varphi). \quad (11)$$

Подставляем полученное уравнение (11) в уравнение (8):

$$CD = \frac{t - (R_z - R_z \cdot \cos \varphi)}{\cos \varphi}. \quad (12)$$

Теперь выразим  $CD$  другим способом – как разность отрезков  $O'_zD$  и  $O'_zC$ . Отрезок  $O'_zD$  – радиус шлифовальной головки, отрезок  $O'_zC$  можно найти из  $\triangle CO'_zO_z$  по теореме косинусов:

$$(O'_zC)^2 = (O_zC)^2 + (O'_zO_z)^2 - 2 \cdot (O_zC) \cdot (O'_zO_z) \cdot \cos \angle O'_zO_zC, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \cos \angle O'_zO_zC &= \cos \angle O_zCA = \\ &= \frac{AC}{O_zC} = \frac{\sqrt{(O_zC)^2 - (O_zG - AG)^2}}{O_zC}. \end{aligned}$$

Тогда

$$O'_zC = \left( R_z^2 + (S_{\text{дем}} \cdot \tau)^2 - \frac{1}{-2 \cdot S_{\text{дем}} \cdot \tau \cdot \sqrt{R_z^2 - (R_z - t)^2}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

или

$$O'_zC = \left( (O_zC)^2 + (O'_zO_z)^2 - 2 \cdot (O'_zO_z) \cdot \sqrt{(O_zC)^2 - (O_zG - AG)^2} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Следовательно, отрезок  $CD$  будет равен:

$$CD = R_z - \left( R_z^2 + (S_{\text{дем}} \cdot \tau)^2 - \frac{1}{-2 \cdot S_{\text{дем}} \cdot \tau \cdot \sqrt{R_z^2 - (R_z - t)^2}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (15)$$

Приравняем полученные выражения (12) и (15), чтобы получить уравнение с двумя переменными: глубина резания  $t$  и промежуток времени  $\tau$

$$\begin{aligned} \frac{t - (R_z - R_z \cdot \cos \varphi)}{\cos \varphi} &= \\ &= R_z - \left( (S_{\text{дем}} \cdot \tau)^2 + R_z^2 - \frac{1}{-2 \cdot S_{\text{дем}} \cdot \tau \cdot \sqrt{R_z^2 - (R_z - t)^2}} \right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Упростим выражение (16) и запишем его в виде квадратного уравнения с переменной  $(R_z - t)$ :

$$\begin{aligned} \left( \frac{R_z - t}{\cos \varphi} \right)^2 &= (S_{\text{дем}} \cdot \tau)^2 + R_z^2 - \\ &- 2 \cdot S_{\text{дем}} \cdot \tau \cdot \sqrt{R_z^2 - (R_z - t)^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

Введем замену:

$$\frac{1}{\cos^2 \varphi} = a;$$

$$(S_{\text{дем}} \cdot \tau)^2 + R_z^2 = b;$$

$$-2 \cdot S_{\text{дем}} \cdot \tau = c;$$

$$(R_z - t)^2 = x.$$

Тогда наше уравнение (17) запишется в виде:

$$a^2 \cdot x^2 + (c^2 - 2 \cdot a \cdot b) \cdot x + (b^2 - c^2 \cdot R_z^2) = 0. \quad (18)$$

Найдем корни квадратного уравнения (18) и выразим из них зависимость глубины резания  $t$  от времени  $\tau$ :

$$x_{1,2} = \frac{(2 \cdot a \cdot b - c^2)}{2 \cdot a^2} \pm \frac{\sqrt{(c^2 - 2 \cdot a \cdot b)^2 - 4 \cdot a^2 \cdot (b^2 - c^2 \cdot R_z^2)}}{2 \cdot a^2}, \quad (19)$$

$$t_{1,2} = R_z - \sqrt{x_{1,2}}. \quad (20)$$

Подставляем корни (19) уравнения (18) в формулу (20), после несложных преобразований получим зависимость для определения глубины резания:

$$t_{1,2} = R_z - \left( \frac{2 \cdot a \cdot b - c^2}{2 \cdot a^2} \pm \frac{\sqrt{c^4 - 2 \cdot a \cdot b \cdot c^2 + 4 \cdot a^2 \cdot c^2 \cdot R_z^2}}{2 \cdot a^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (21)$$

Однако чтобы получить зависимость  $a_z^{\max}$  от  $t$  из выражения (7), необходима явная зависимость времени  $\tau$  от глубины резания  $t$ . Получить такую зависимость из выражения (21) слишком сложно, поэтому зависимость максимальной толщины стружки, снимаемой одним абразивным зерном, от глубины резания запишется в виде системы (22) из двух уравнений:  $a_z^{\max}(\tau)$  и  $\tau(t)$ .

$$\left. \begin{aligned} a_z^{\max} &= R_z - \frac{\sqrt{R_z^2 - (e)^2} - S_{\text{дем}} \cdot \tau}{\sin(n_z \cdot \tau \cdot 6^\circ)}; \\ t_{1,2} &= R_z - e; \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$\text{где } e = \left( \frac{2 \cdot a \cdot b - c^2}{2 \cdot a^2} \pm \frac{\sqrt{c^4 - 2 \cdot a \cdot b \cdot c^2 + 4 \cdot a^2 \cdot c^2 \cdot R_z^2}}{2 \cdot a^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Очевидно, что применение зависимости (22) не вполне удобно на практике из-за своей громоздко-

сти. Необходимо упростить полученную зависимость, не снижая при этом точности результата. Для этого воспользуемся системой уравнений (22), чтобы построить графическое отображение зависимости  $a_z^{\max}$  от  $t$  (рис. 3) для конкретных режимов обработки.

Аппроксимировав полученные графики, мы сможем получить более простую зависимость (рис. 4).

Результаты вычислений представлены на графиках (рис. 3).

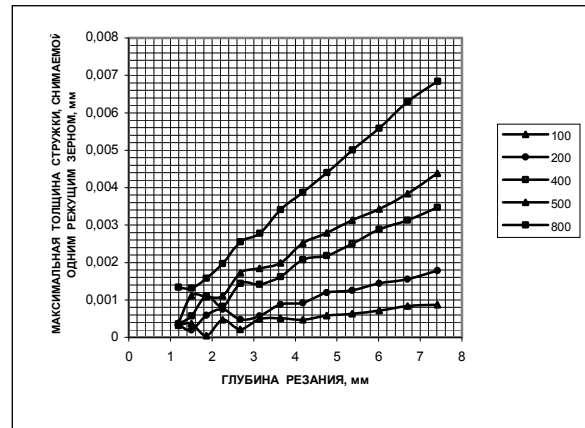


Рис. 3. Зависимость  $a_z^{\max}$  от  $t$

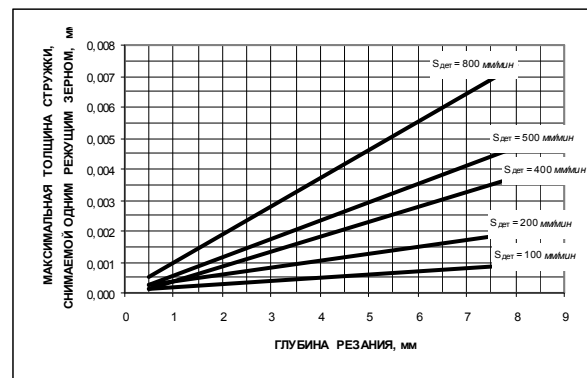


Рис. 4. Линейная зависимость  $a_z^{\max}$  от  $t$

В качестве исходных данных для расчета принимаем: диаметр планетарной головки  $D_z = 435$  мм и частоту вращения планетарной шлифовальной головки  $n_z = 1250$  об/мин.

Расчеты ведем для промежутка времени  $\tau = 0,0008 \dots 0,002$  с, что соответствует глубинам реза-

ния  $t = 1..8$  мм.

Продольную подачу детали  $S_{дет}$  задаем в пределах 100...800 мм/мин.

При аппроксимации с погрешностью 2...7% построенных по расчетам графиков получаем прямые линии (рис. 4), которые в общем виде можно описать формулой  $y(x) = k_1 \cdot x + k_2$ .

Таким образом, система уравнений (22), описывающая зависимость  $a_z^{max}$  от  $t$ , на практике может быть упрощена до линейного уравнения:

$$a_z^{max} = k_1 \cdot x + k_2. \quad (23)$$

Коэффициенты уравнения (23) зависят от режимов резания и с достаточной степенью точности могут быть вычислены по формулам:

$$k_1 = \frac{(a_z^{max})_2 - (a_z^{max})_1}{t_2 - t_1}, \quad (24)$$

$$k_2 = (a_z^{max})_1 - t_1 \cdot k_1. \quad (25)$$

где параметры  $(a_z^{max})_2$ ,  $(a_z^{max})_1$ ,  $t_2$  и  $t_1$  определяются из зависимости (22) для моментов времени  $\tau_2=0,002$  с и  $\tau_1=0,0016$  с.

Для применения зависимости (23) на практике необходимо составить таблицы или номограммы для нахождения коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$  в зависимости от различных режимов резания и геометрических размеров абразивного инструмента.

Анализ зависимости (23) и ее графического отображения на рис. 4 показывает, что при относительно невысоких скоростях перемещения обрабатываемой детали ( $S_{дет} < 200$  мм/мин) величина  $a_z^{max}$  практически не зависит от глубины резания  $t$  и лежит в пределах до 0,00178 мм.

Однако, при дальнейшем увеличении продольной подачи угол наклона аппроксимированной

прямой, характеризующей зависимость  $a_z^{max}$  от  $t$ , резко возрастает, но остается линейной.

## Заключение

Выражения (23) – (25) устанавливают взаимосвязь глубины резания от режимов обработки при помощи планетарной шлифовальной головки, которые обеспечивают благоприятные условия стружкообразования.

## Литература

1. Ребиндер П.А. Поверхностные явления в дисперсных системах // Избранные труды по физико-химической механике. – М.: Наука, 1979. – 381 с.
2. Ребиндер П.А., Калиновская Н.А. Понижения прочности поверхностного слоя твердых тел при адсорбции поверхностно-активных веществ // Техническая физика. – 1932. – № 2. – С. 726-755.
3. Сурду Н.В., Долматов А.И., Горбачев А.Ф., Горбачев А.А. Повышение эффективности шлифования путем совершенствования кинематики процесса // Вопросы проектирования и производства конструирования летательных аппаратов. Сб. научн. трудов ХАИ, 2000. – Вып. 22(5). – С. 118-125.
4. Горбачев А.А. Определение кинематических параметров планетарного глубинного шлифования плоских поверхностей // Авиационно-космическая техника и технология. – 2005. – № 2 (18). – С. 19-22.

Поступила в редакцию 27.08.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. А.Я. Мовшович, Харьковский НИИ технологий машиностроения, Харьков.

УДК 681.5.09

**С.Н. ФИРСОВ, И.В. БЫЧКОВА, А.Н. ТАРАН***Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Украина***ДИАГНОСТИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ  
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ В ДИНАМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ**

Рассмотрен подход к разработке новых типов диагностических моделей RML-моделей, позволяющих диагностировать техническое состояние САУ ЛА при наличии не измеряемых внешних возмущений в динамическом режиме. Разработанная диагностическая RML-модель для системы позволяет достоверно определять техническое состояние САУ ЛА находящегося в вынужденном движении. Полученная модель расширяет возможности сигнально-параметрического подхода и позволяет на более ранних этапах определять отклонения параметров функциональных элементов.

**отказоустойчивая система, диагностические модели, робастные диагностические модели, летательный аппарат, наблюдатели состояния, переменные состояния**

**Введение**

В последнее время, наряду с тестовыми методами определения технического состояния систем автоматического управления (САУ) летательными аппаратами (ЛА), более широкое применение получают функциональные методы – техническое состояние САУ ЛА определяется в процессе непосредственного функционирования системы без использования специальных режимов работы или тестов, что приводит к появлению ошибок первого и второго рода, т.е. фиксируется отказ в САУ ЛА при ее работоспособном состоянии, и отсутствие отказа при его наличии в системе [1].

Подобные ситуации встречаются в процессе функционального диагностирования систем управления динамическими объектами, к которым относятся ЛА, функциональные системы которых подвержены появлению отказов и влиянию внешней среды [2]. Для решения задачи диагностирования технического состояния САУ ЛА применяется сигнально-параметрический подход [3]. Суть этого подхода заключается в том, что задача определения технического состояния разбивается на четыре взаимосвязанные подзадачи: обнаружение отказа, поиск места отказа, установление класса отказа и

определение вида отказа. Для каждой задачи диагностирования строятся диагностические модели (ДМ), представляющие собой особый класс математических моделей, которые связывают прямые и косвенные признаки отказов. Полученные ДМ объединяются в иерархию ДМ, причем на нижнем уровне иерархии находятся ДМ определения видов отказа, а на верхнем – ДМ обнаружения отказа.

Сигнально-параметрический подход достаточно апробирован на различных объектах при их свободном движении (случаи параметрического возмущения) [4 – 5]. Также рассмотрены случаи применения подхода при вынужденном движении САУ ЛА, для случая когда возмущение представимо в виде некоторой аналитической зависимости и при наличии возможности применения расширенного наблюдателя состояния [6 – 7]. Однако на данный момент времени недостаточно полно рассматривалась возможность применения сигнально-параметрического подхода для систем, подверженных внешним не контролируемым возмущениям.

**Постановка задачи.** Так как в большинстве случаев диагностическое обеспечение реализуется на микропроцессорной технике, то будем рассматривать дискретную систему управления, которая представлена следующей математической моделью:

$$\begin{cases} x(k+1) = A(\alpha)x(k) + B(\alpha)u(k) + f(k); \\ y(k) = C(\alpha)x(k); \\ x(0) = x_0, k \geq 0, |u(k)| \leq u_{\max}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x(k) \in R^n$  – вектор состояния системы;  $u(k) \in R^m$ ,  $y(k) \in R^l$  – вектор управления и вектор измерения (выхода);  $A(\alpha)$ ,  $B(\alpha)$ ,  $C(\alpha)$  – матрицы состояния, управления и выхода соответственно;  $f(k)$  – внешнее возмущение;  $\alpha$  – параметр отказа.

Рассматриваемая система (1) подвержена воздействию внешних возмущений  $f(k)$ . Считается, что при работе системы доступны измерению процессы  $u(k)$  и  $y(k)$ , а  $x(k)$  и  $f(k)$  – недоступны. Рассматривается задача получения ДМ обнаружения отказа в системе (1).

Выбор типа ДМ зависит от вида решаемой задачи и ограничений, накладываемых на временные, количественные и качественные характеристики процесса диагностирования. Для рассматриваемой системы (1) предпочтительнее использовать ДМ с произвольной динамикой – ML-модель [8]. Особенность использования ML-модели заключается в том, что для воспроизведения номинального функционирования системы (1) используется наблюдатель состояния – наблюдатель Люенбергера:

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + L(y(k) - \hat{y}(k)); \\ \hat{y}(k) = C\hat{x}(k), \quad x(0) = x_0; \\ k \geq k, |u(k)| \leq u_{\max}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\hat{x}(k) \in R^n$  – вектор состояния наблюдателя, служащий оценкой состояния системы;  $\hat{y}(k) \in R^l$  – вектор выхода;  $L(k)$  –  $n \times l$  матрица коэффициентов обратной связи по невязке между выходами системы и наблюдателя.

Для исследования работы ML-модели рассмотрим ошибку оценивания  $\varepsilon(k) = (x(k) - \hat{x}(k))$ , которая является косвенным признаком возникновения отказа в системе (если выполняется условие  $\varepsilon(t) \leq \delta_0$ , то в системе нет отказа, в противном слу-

чае в системе имеет место отказ, где  $\delta_0$  – признак возникновения отказа) для случая измерения параметров без шумов:

$$\begin{aligned} \varepsilon(k) &= (A(\alpha) - LC(\alpha))x(k) - (A - LC)\hat{x}(k) + \\ &\quad + (B(\alpha) - B)u(k) + f(k); \\ \varepsilon(0) &= \varepsilon_0 = x_0 - \hat{x}_0, k \geq 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Как видно из уравнения (3), источниками отклонения  $\varepsilon(t)$  являются начальное рассогласование  $\varepsilon_0 = x_0 - \hat{x}_0$ , параметрическое возмущение (изменение параметров матриц  $A(\alpha)$ ,  $B(\alpha)$ ,  $C(\alpha)$ ), внешнее возмущение.

Таким образом, классические ДМ не в состоянии дать достоверную информацию о техническом состоянии объекта диагностирования. Поэтому необходимо разработать ДМ чувствительные к изменению параметров системы и робастные к внешним неконтролируемым возмущениям.

### Диагностические модели, не чувствительные к внешним возмущениям

На рис. 1 представлена структурно-функциональная схема реализации ML-модели для задачи обнаружения отказа в исследуемой системе. Предположим, что справедлива следующая гипотеза: за время диагностирования системы в ней не возникают отказы. Для устранения влияния системы диагностирования на динамические свойства САУ ЛА формируем ограничения на время диагностирования:

$$t_{nn} \leq t_0 + t_g, \quad (4)$$

где  $t_{nn}$  – время переходного процесса объекта диагностирования;  $t_0$  – время, затрачиваемое на диагностирование САУ ЛА;  $t_g$  – время, затрачиваемое на восстановление объекта диагностирования.

Для случая кратных отказов в условие (4) необходимо ввести параметр кратности отказов:

$$t_{nn} \leq (t_0 + t_g) / n, \quad (5)$$

где  $n$  – кратность отказов.

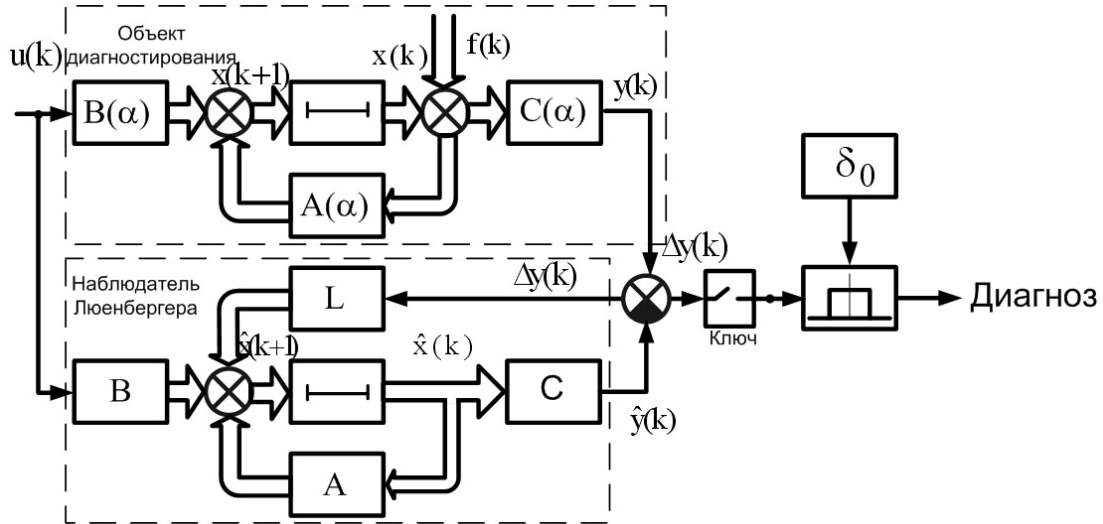


Рис. 1. Структурно-функциональная схема обнаружения отказа с использованием ML-модели

Анализ уравнения (3) показал, что отклонение выхода объекта диагностирования от номинального поведения (выхода наблюдателя Льюенбергера) возникает как из-за изменения параметров САУ ЛА, так и из-за наличия внешних не контролируемых возмущений.

Рассмотрим уравнение (3) в  $(k+1)$ -й момент времени:

$$\begin{aligned} \varepsilon(k+1) = & (A(\alpha) - LC(\alpha))x(k+1) - \\ & -(A - LC)\hat{x}(k+1) + \\ & +(B(\alpha) - B)u(k+1) + f(k+1). \end{aligned} \quad (6)$$

Так как на время диагностирования наложены ограничения (4) – (5), то справедливо тождество:

$$\begin{aligned} f(k) \approx f(k+1) \approx f(k+2) \approx \dots \approx f(k+N), \\ \forall T_0(k+N) \in [0, t_d]. \end{aligned} \quad (7)$$

Вычтем из уравнения (6) уравнение (3), учитывая гипотезу (7):

$$\begin{aligned} E(k+1) = \varepsilon(k+1) - \varepsilon(k) = & (A(\alpha) - LC(\alpha)) \times \\ & \times (x(k+1) - x(k)) + (A - LC)(\hat{x}(k) - \hat{x}(k+1)) + \\ & +(B(\alpha) - B)(U(k+1) - U(k)); \\ E(0) = E_0. \end{aligned} \quad (8)$$

Предположим, что в системе (3) возникают отказы, для которых справедливо неравенство:

$$\Delta\lambda_i \gg \Delta\lambda_i^2. \quad (9)$$

Если условие (9) выполняется, то в системе управления (3) возник малый отказ, если нет –

большой. При возникновении малых отказов, что имеет место в реальных системах для множества видов отказов, связанных с дрейфами, износом, старением, матрицы уравнений возмущенного движения (8) можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} A(\lambda) &= A + A_i \Delta\lambda_i; \\ B(\lambda) &= B + B_i \Delta\lambda_i; \\ C(\lambda) &= C + C_i \Delta\lambda_i, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $A_i = \frac{\partial A}{\partial \lambda_i}$ ,  $B_i = \frac{\partial B}{\partial \lambda_i}$ ,  $C_i = \frac{\partial C}{\partial \lambda_i}$  – производные матриц состояния, управления и выхода по  $i$ -му классу отказа;  $\Delta\lambda_i$  – величина изменения  $i$ -го класса отказа;  $A, B, C$  – номинальные значения матриц (при условии отсутствия отказов в системе) состояния, управления и выхода.

Подстановкой матриц (10) в систему (8) получено:

$$\begin{aligned} E(k+1) = & (A - LC)(\Delta x(k) - \Delta \hat{x}(k)) + \\ & +(A_i - LC_i)\Delta x(k)\Delta\alpha + B_i\Delta U(k)\Delta\alpha, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\Delta x(k) = x(k+1) - x(k)$ ;

$$\Delta \hat{x}(k) = \hat{x}(k+1) - \hat{x}(k); \Delta U(k) = U(k+1) - U(k).$$

Система уравнений (11) представляет собой новый класс диагностических моделей, состояние которой определяется только параметрами системы (1) и задающими воздействиями.

Таким образом, получен новый класс ДМ ро-

бастных к внешним неконтролируемым возмущениям – RML-модели.

Полученная RML-модель позволяет диагностировать техническое состояние САУ ЛА, находящейся

под влиянием внешних неконтролируемых возмущений.

Эквивалентная структурно-функциональная схема RML-модели представлена на рис. 2.

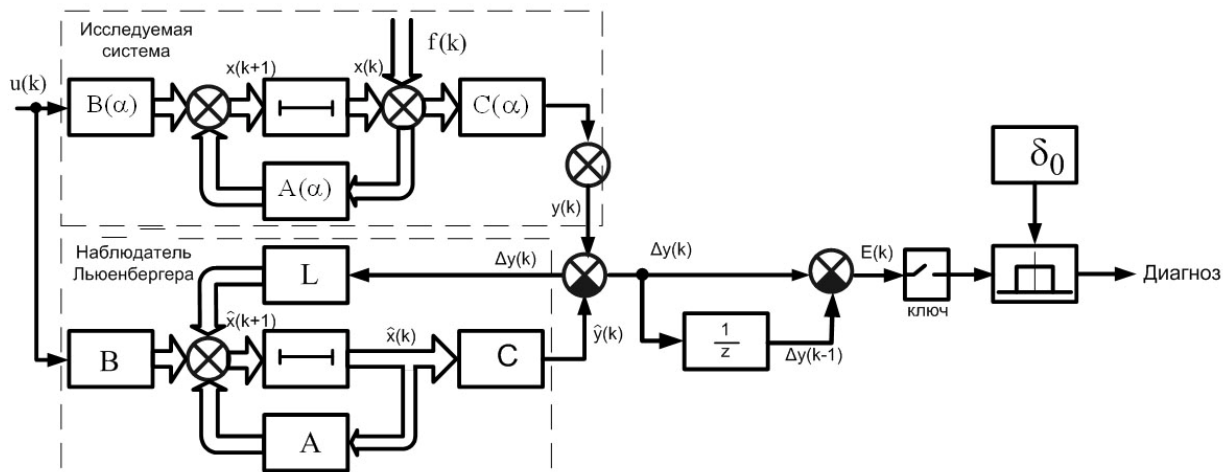


Рис. 2. Структурно-функциональная схема обнаружения отказа в системе с применением RML-модели

## Выводы

Разработанная диагностическая RML-модель позволяет достоверно определять техническое состояние систем автоматического управления летательными аппаратами, находящейся в вынужденном движении.

Полученная модель расширяет возможности сигнально-параметрического подхода и позволяет на более ранних этапах определять отклонения параметров функциональных элементов.

## Литература

1. Ефанов В.Н., Суяргулов Т.Р. Параметрический синтез отказоустойчивых алгоритмов управления в условиях неопределенности // Автоматика и телемеханика. – 2000. – №2. – С. 118-135.
2. Кулик А.С. Отказоустойчивое управление: состояние и перспективы // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2000. – Вып. 15. – С. 18-31.
3. Кулик А.С. Сигнально-параметрическое диагностирование систем управления. – Х.: Гос. аэрокосм. ун-т «ХАИ»; Бизнес Информ, 2000. – 260 с.

4. Кулик А.С. Обеспечение отказоустойчивости систем управления. – Х.: ХАИ, 1991. – 91 с.
5. Разинькова Н.П. Обеспечение отказоустойчивости гироскопических измерителей угловых положений беспилотных самолетов: Дис...канд. техн. наук: 05.13.06. – Х., 1998. – 140 с.
6. Гавриленко О.И. Обеспечение активной отказоустойчивости систем управления статически неустойчивого динамического объекта: Дис...канд. техн. наук: 05.13.03. – Х., 2003. – 157 с.
7. Фирсов С.Н. Обеспечение активной отказоустойчивости пневматического сервопривода беспилотного летательного аппарата: Дис...канд. техн. наук: 05.13.03. – Х., 2005. – 201 с.
8. Кулик А.С., Нарожный ВВ., Фирсов С.Н., Бычкова И.В. Диагностирование технического состояния САУ БПЛА при наличии детерминированных возмущений // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2006. – Вып. 1 (13). – С. 75-78.

Поступила в редакцию 13.07.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. А.Ю. Соколов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

УДК 532.526

**Д.А. РЕДЧИЦ<sup>1</sup>, А.А. ПРИХОДЬКО<sup>2</sup>**<sup>1</sup>*Институт транспортных систем и технологий НАНУ, Украина*<sup>2</sup>*Днепропетровский национальный университет, Украина***АЭРОДИНАМИКА РОТОРОВ ДАРЬЕ И САВОНИУСА**

Анализируются проблемы, связанные с математическим моделированием нестационарных течений при обтекании роторов ветроагрегатов: запись исходных уравнений, выбор модели турбулентности, построение сетки, тестирование численной методики, обработка и визуализация результатов. Для решения уравнений Навье-Стокса несжимаемой жидкости в произвольных неортогональных координатах на подвижных структурированных сетках применяется метод искусственной сжимаемости. Численный алгоритм построен на базе схемы Roe. Обсуждаются результаты компьютерного моделирования роторов ветроагрегатов Дарье и Савониуса. Анализируется полученная вихревая структура обтекания, аэродинамические характеристики лопастей, изменения во времени угловой скорости роторов под действием набегающего потока ветра и внешней нагрузки. Разработанное программно-методическое обеспечение позволяет выбирать рациональные компоновки (количество лопастей, углы установки, форму профиля) с учетом их движения под действием нестационарного набегающего потока ветра, рассчитывать характеристики ветроустановок: мощность, угловую скорость вращения и т.д.

**ветроагрегат, ротор Дарье, Савониуса, отрыв потока, уравнения Навье-Стокса, модель турбулентности**

**Введение**

Разработка и усовершенствование альтернативных источников энергии является актуальной проблемой для энергетики. К одному из перспективных направлений решения данной проблемы относится ветроэнергетика. Большое распространение в мире получили двух- и трехлопастные горизонтально-осевые (ГО) ветроэнергетические установки (ВЭУ) пропеллерного типа. Это связано с высоким коэффициентом использования ними энергии ветра. Близкими значениями коэффициента мощности из вертикально-осевых (ВО) ВЭУ обладают только роторы Дарье.

Повышение мощности ВЭУ и увеличение коэффициента использования энергии ветра делает задачу выбора рациональной аэродинамической формы ротора весьма актуальной. Ведущую роль в работе ВЭУ играют нестационарные аэродинамические процессы, поэтому основным направлением исследований должна быть разработка новых универсальных методов расчета нестационарных процес-

сов при обтекании потоком роторов ветроагрегатов. Известные методики определения аэродинамических и энергетических характеристик ротора ВЭУ основаны на экспериментальных данных [1], импульсной [2] и вихревой теориях [3], численном решении уравнения потенциала [4]. Они используют определенные допущения при постановке задачи (квазистационарность потока, отсутствие учета вязко-невязкого взаимодействия и т.д.). Главными трудностями в расчете нестационарных процессов при обтекании роторов ВО ВЭУ являются эффекты динамического срыва потока. До настоящего времени ни одна из известных упрощенных моделей не давала возможности адекватно рассчитать аэродинамические характеристики роторов в случае динамического срыва потока.

Уравнения Навье-Стокса являются наиболее полной математической моделью механики жидкости и газа. Поэтому их применение совместно с моделью турбулентности, уравнением динамики ротора позволяет исследовать особенности нестационарного обтекания, структуру поля скоростей,

динамический срыв потока, процессы формирования и распада вихрей вокруг самого ротора и в его следе.

**Постановка задачи.** В работе рассматриваются ортогональные роторы Дарье и Савониуса, лопасти которых имеют длину, многократно превышающую хорду (рис. 1). В таком случае можно пренебречь концевыми эффектами на лопастях и воспользоваться гипотезой о плоскопараллельной структуре течений. Таким образом, задача обтекания ВО ВЭУ допускает двумерную постановку в плоскости, перпендикулярной оси вращения ротора. Роторы Дарье и Савониуса полагаем абсолютно твердыми. Поскольку для максимальных скоростей ветра и значений коэффициента быстроходности локальные числа Маха низкие ( $M < 0,3$ ), поле течения принято несжимаемым.

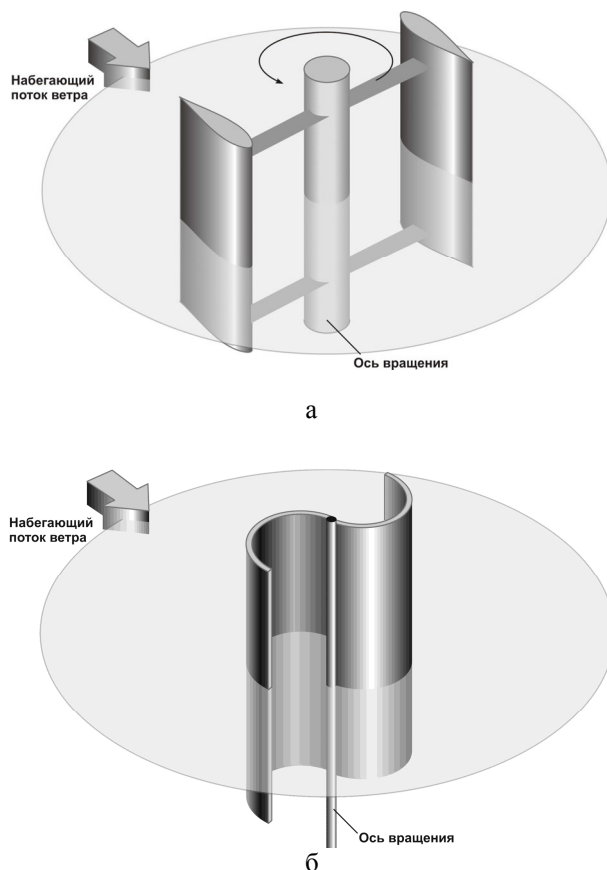


Рис. 1. Расчетные схемы для роторов Дарье (а) и Савониуса (б)

Процессы аэродинамики и динамики ветроагрегата описываются осредненными по Рейнольдсу

уравнениями Навье-Стокса несжимаемой жидкости и уравнением вращения ротора относительно неподвижной оси:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu_{eff} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]; \quad (2)$$

$$I_z \frac{d\omega}{dt} = Q - Q_{ld} - Q_{fr}, \quad (3)$$

где  $x_i$ ,  $i = 1, 2$  – декартовы координаты  $(x, y)$ ;  $t$  – время;  $u_i$  – декартовы составляющие вектора скорости  $(u, v)$ ;  $p$  – давление;  $\rho$  – плотность;  $\nu_{eff} = \nu + \nu_t$  – эффективный коэффициент кинематической вязкости;  $\nu$  и  $\nu_t$  – молекулярный и турбулентный коэффициенты кинематической вязкости;  $I_z$  – момент инерции ротора;  $\omega$  – угловая скорость вращения;  $Q$  – крутящий момент, обусловленный действием потока на лопасти ВЭУ;  $Q_{ld}$  – момент полезной нагрузки, приложенный к валу электрогенератора;  $Q_{fr}$  – результирующий момент трения в электромеханической системе ветроагрегата.

При моделировании турбулентности используется однопараметрическая дифференциальная модель турбулентности Spalart-Allmaras, адаптированная к тензору скоростей деформаций (SALSA) [5].

## 1. Численный алгоритм

Система исходных уравнений (1) – (2), замкнутая дифференциальной моделью турбулентности, записывалась относительно произвольной криволинейной системы координат. Согласование полей давления и скорости осуществлялось с помощью метода искусственной сжимаемости, модифицированного для расчета нестационарных задач [6]. Для создания дискретного аналога исходных уравнений вокруг роторов ВО ВЭУ в качестве базовых использова-

лись регулярные сетки. В неодносвязных областях применялись многоблочные вычислительные технологии, в которых размерность отдельных пересекающихся сеток (блоков) не связана между собой. Такой подход позволил выработать единую методологию расчета течений вязкой жидкости вокруг роторов ВО ВЭУ сложной геометрической формы.

Система исходных уравнений интегрировалась численно с использованием метода контрольного объема. Для конвективных потоков использовалась противопоточная аппроксимация, основанная на схеме Р. Роу [7] третьего порядка точности. В моделях турбулентности для аппроксимации конвективных слагаемых применялась схема TVD с ограничителем потоков ISNAS [8] третьего порядка. Производные в вязких членах аппроксимировались центрально-разностной схемой второго порядка.

Алгоритм решения уравнений базируется на трехслойной неявной схеме с подытерациями по псевдовремени второго порядка точности по физическому времени.

## 2. Обсуждение результатов

Проведена верификация и тестирование разработанного алгоритма и комплекса программ на задачах о течении в каверне, задаче Блазиуса, обтекании неподвижного и вращающегося цилиндров, неподвижного и колеблющегося профилей [9 – 13].

**2.1. Ротор Дарье.** Для иллюстрации особенностей обтекания ротора Дарье были выбраны геометрические параметры и коэффициент быстроходности, соответствующие экспериментальной работе G. Brochier [14] (рис. 2). На рис. 2, б кроме стандартной визуализации вихрей добавлены сплошные и прерывистые линии, а также отдельные точки для того, чтобы стиль интерпретации расчетных данных соответствовал стилю визуализации экспериментальных данных работы G. Brochier [14]. Приведена реконструкция структуры течения при работе двух- и трехлопастного роторов Дарье для коэффициента

быстроходности  $\lambda = 2,14$  на основе натурального (а) и вычислительного (б) экспериментов (рис. 3). Для наглядности оставлены вихри максимальной интенсивности. Выделены стадии зарождения, развития и срыва вихрей при различных положениях лопасти на траектории.

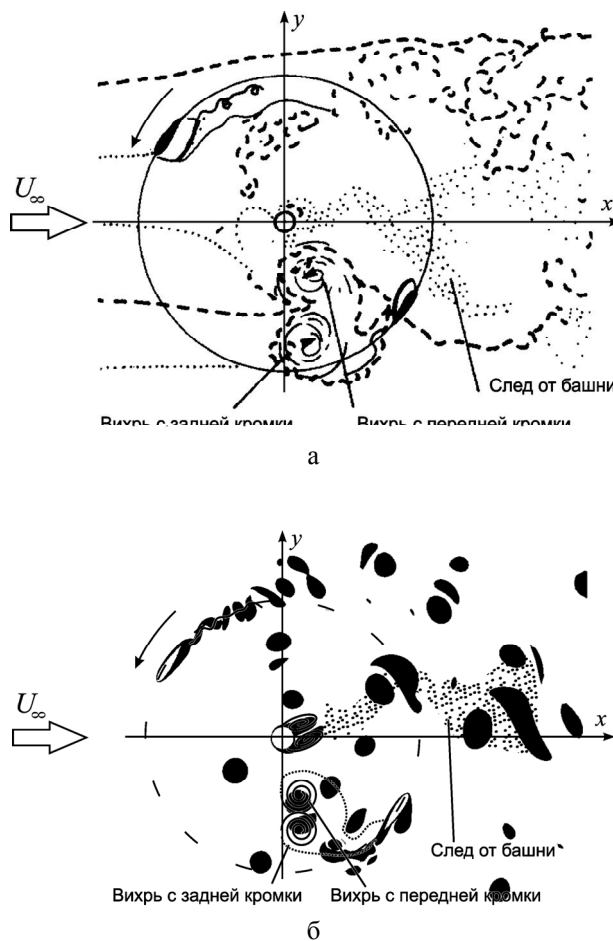


Рис. 2. Визуализация течения при работе двухлопастного ротора Дарье для коэффициента быстроходности  $\lambda = 2,14$  на основе натурального (а) [14] и вычислительного (б) экспериментов

В целом картина течения вблизи ротора Дарье характеризуется существенными нестационарными явлениями.

К ним относятся, в первую очередь, динамический срыв потока, образование сложной системы вихрей, повышение уровня турбулентности в затененной области, взаимодействие вихрей различных размеров, скоростей движения и интенсивности с поверхностями роторов. Полученная картина тече-

ния хорошо согласуется с имеющимися экспериментальными данными [14].

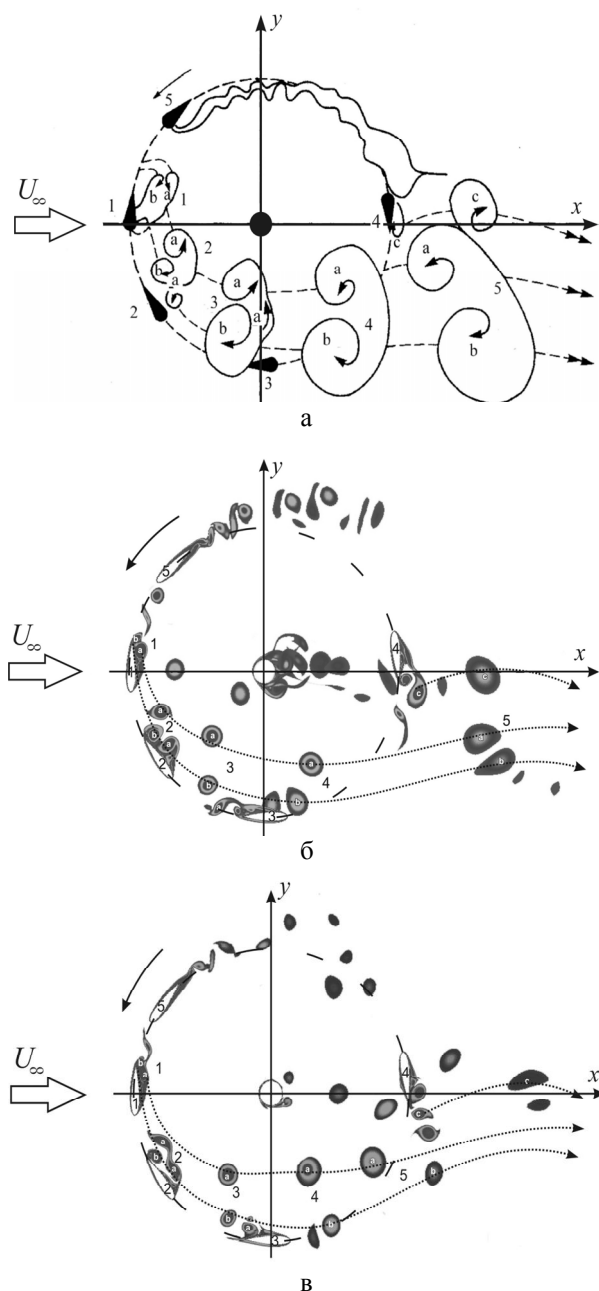


Рис. 3. Реконструкция структуры течения при работе двух- (а), (б) и трехлопастного (в) роторов Дарье для коэффициента быстроходности  $\lambda = 2,14$  на основе натурного (а) [14] и вычислительного (б), (в) экспериментов

Установлено влияние чисел Рейнольдса, коэффициентов быстроходности и заполнения на энергетические характеристики ротора Дарье (рис. 4). Показано, что рост числа Рейнольдса приводит к увеличению значений коэффициента мощности. При

уменьшении коэффициента заполнения ротора Дарье коэффициент мощности становится менее чувствительным к изменению коэффициента быстроходности.

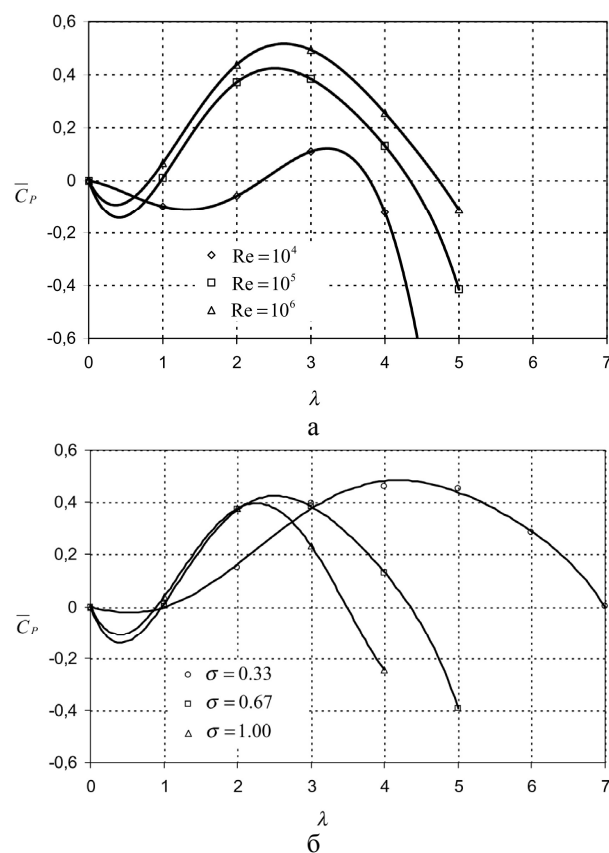


Рис. 4. Зависимость осредненного коэффициента мощности ротора Дарье от коэффициента быстроходности для различных чисел Рейнольдса (а) ( $\sigma = 0,67$ ) и коэффициентов заполнения (б) ( $Re = 10^5$ )

**2.2. Ротор Савониуса.** Представлены результаты трех типов вычислительных экспериментов по изучению аэродинамических и энергетических характеристик двух- и трехлопастного ротора Савониуса.

Первый тип – вычислительные эксперименты для неподвижного ротора Савониуса, который фиксировался при различных углах относительно набегающего потока с шагом  $\Delta\theta = 10^\circ$ . Для большинства угловых положений ротора Савониуса осредненный по времени коэффициент крутящего момента положительный.

Второй тип – вычислительные эксперименты при фиксированном коэффициенте быстроходности ро-

тора. Коэффициенты крутящего момента и мощности двух- и трехлопастного ротора Савониуса определялись осреднением за один полный оборот. Выделены основные стадии формирования вихревой структуры при вращении ротора. Определены зависимости коэффициентов крутящего момента и мощности от коэффициента быстроходности. У двухлопастного ротора значения энергетических характеристик выше, чем у трехлопастного (рис. 5). Полученные результаты удовлетворительно согласуются с известными экспериментальными данными [15].

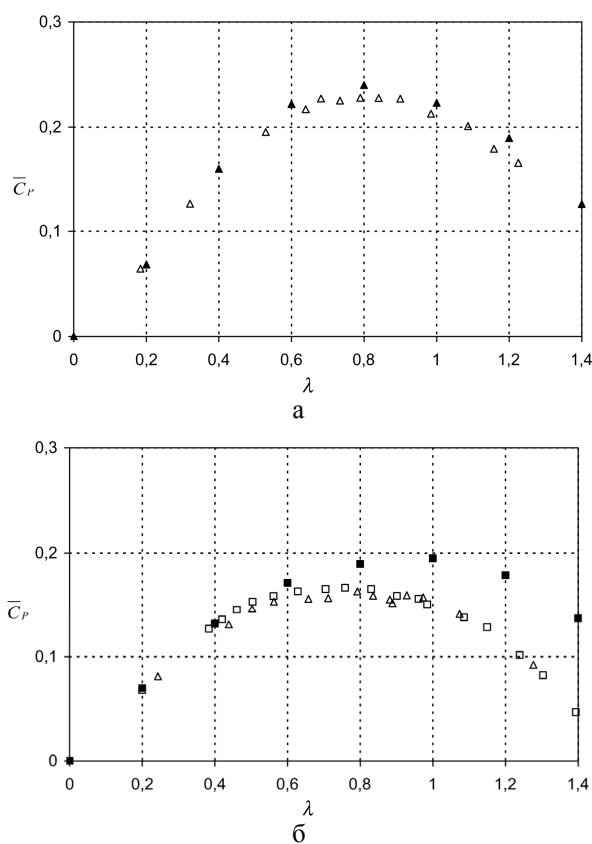


Рис. 5. Зависимость осредненного за один оборот коэффициента мощности  $\bar{C}_P$  от коэффициента быстроходности  $\lambda$  двух-(а) и трехлопастного (б) ротора Савониуса

$\Delta, \square$  – эксперимент [15] ( $Re = 4,32 \times 10^5$ ,  
 $Re = 8,64 \times 10^5$ );  
 $\blacktriangle, \blacksquare$  – настоящая работа ( $Re = 4,32 \times 10^5$ ,  
 $Re = 8,64 \times 10^5$ )

Третий тип вычислительных экспериментов – решение связанной задачи динамики и аэродинами-

ки трехлопастного ротора Савониуса. Проанализирована картина течения вокруг ротора, приведены зависимости коэффициентов лобового сопротивления, подъемной силы и крутящего момента, а также угловой скорости вращения от времени (рис. 6).

Расчет проводился в три этапа.

Целью первого этапа ( $t = 0 \div 7$ ) было получение периодического течения, по структуре похожего на дорожку Кармана.

На втором ( $t = 7 \div 13$ ) и третьем ( $t = 13 \div 23$ ) этапах совместно с аэродинамической задачей решалось уравнение вращения ротора Савониуса. С момента времени  $t = 7$  ротор освобождается и вращается под действием набегающего потока ветра.

Вращение ротора приводит к увеличению интенсивности вихрей. Частота схода вихрей определяется скоростью набегающего потока, характерными размерами и частотой вращения самого ротора.

На третьем этапе, в момент времени  $t = 13$ , к ротору Савониуса прикладывается момент нагрузки. Происходит стабилизация угловой скорости вращения ротора (относительно среднего значения  $\bar{\omega} = 2,8$ ), а также возникают близкие к периодическим колебания коэффициентов лобового сопротивления, подъемной силы и крутящего момента.

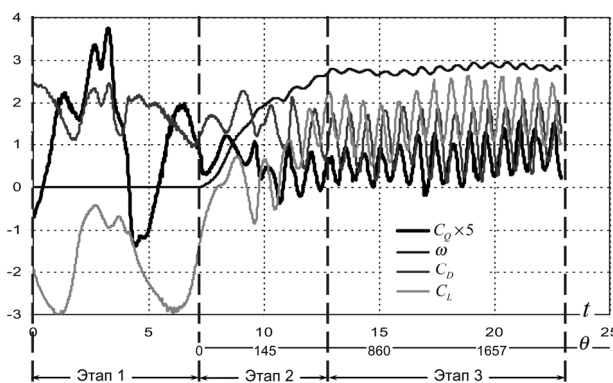


Рис. 6. Изменение неосредненных коэффициентов лобового сопротивления  $C_D$ , подъемной силы  $C_L$ , крутящего момента  $C_Q$  и угловой скорости вращения  $\omega$  трехлопастного ротора Савониуса от времени  $t$  и углового положения ротора  $\theta$

## Заключение

В результате проведенных исследований аэродинамики вертикально-осевых ветроэнергетических установок на основе уравнений Навье-Стокса выполнен анализ структуры и закономерностей развития нестационарных турбулентных несжимаемых течений при обтекании роторов Дарье и Савониуса. Установлено влияние чисел Рейнольдса, коэффициентов быстроходности и заполнения на энергетические характеристики вертикально-осевых ветроэнергетических установок.

## Литература

1. Кривцов В.С., Олейников А.М., Яковлев А.И. Неисчерпаемая энергия. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2003. – 919 с.
2. Templin R.J. Aerodynamic performance theory for the NRC vertical-axis wind turbine // National Research Council of Canada. Rep. LTR-160. – 1974. – P. 185.
3. Strickland J.H. A vortex model of the Darrieus turbine: an analytical and experimental study // Sandia laboratories report SAND79-7058. – 1980. – P. 253.
4. Пройсс Р.Д., Сусью Э.О., Морино Л. Аэродинамика винта в нестационарном потенциальном потоке и ее приложение к расчету крыльчатых ветряков // Ракетная техника и космонавтика. – 1980. – № 5. – С. 44-53.
5. Rung T., Bunge U., Schatz M., Thiele F. Restatement of the Spalart-Allmaras eddy-viscosity model in strain-adaptive formulation // AIAA Journal. – 2003. – Vol. 4, № 7. – P. 1396-1399.
6. Rogers S.E., Kwak D. An upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier-Stokes equations // AIAA Journal. – 1990. – Vol. 28, № 2. – P. 253-262.
7. Roe P.L. Approximate riemann schemes // Journal of Computational Physics. – 1981. – Vol. 43. – P. 357-372.

8. Zijlema M. On the construction of third-order accurate TVD scheme using Leonards normalized variable diagram with application to turbulent flows in general domains // Delft University of Technology: Technical Report DUT-TWI-94-104. – 1994. – 25 p.

9. Редчиц Д.А. Алгоритм численного решения двумерных течений несжимаемой жидкости на основе уравнений Навье-Стокса и его верификация // Вісник Дніпропетровського університету. Механіка. – 2004. – Вип.8., т. 1, № 6. – С. 67-75.

10. Приходько А.А., Редчиц Д.А. Численное моделирование нестационарного течения в следе за цилиндром на основе уравнений Навье-Стокса // Прикладная гидромеханика. – 2005. – Т. 7, № 1. – С. 56-71.

11. Приходько А.А., Редчиц Д.А. Численное моделирование эффекта Магнуса на основе уравнений Навье-Стокса // Вісник Дніпропетровського університету. Механіка. – 2005. – Т. 1, № 7. – С. 40-60.

12. Приходько А.А., Редчиц Д.А. Численное моделирование дозвукового обтекания осциллирующего профиля на основе уравнений Навье-Стокса // Техническая механика. – 2006. – № 1. – С. 104-114.

13. Приходько А.А., Редчиц Д.А. Компьютерное моделирование аэродинамики подвижных роторов ветроагрегатов Дарье и Савониуса // Аэрогидродинамика: проблемы и перспективы. – 2006. – Т. 2. – С. 120-142.

14. Brochier G., Fraunie P., Beguier C., Paraschivoiu I. Water channel experiments of dynamic stall on Darrieus wind turbine blades // Journal Propulsion. – 1986. – Vol. 2, № 5. – P. 445-449.

15. Blackwell B.F., Sheldahl R.E., Feltz L.V. Wind tunnel performance data for two- and three-bucket Savonius Rotors // Sandia National Laboratories Albuquerque. SAND76-0131. – 1976. – P. 105.

*Поступила в редакцию 14.09.2007*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.А. Задонцев, МНПК "ВЕСТА", Днепропетровск.

УДК 517.958:519.6

В.Б. МИНТЮК

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина,***ОРТОНОРМИРОВАННЫЙ БАЗИС ДЛЯ ОДНОМЕРНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ**

Предложенным ранее в статье [1] способом построены ортонормированные базисные функции для ряда краевых задач в одномерной области. Базисы представляют собой линейную комбинацию полиномов Лежандра.

**ортонормированный базис, полиномы Лежандра, краевая задача**

**Введение**

Большая часть задач прочностного расчета конструкций аэрокосмической техники решается приближенными численными методами, эффективность которых во многом зависит от качества используемых базисных функций. Наилучшими свойствами обладает ортонормированный базис, который построен для ряда одномерных краевых задач [1]. Построение базиса предполагается на основе некоторой полной последовательности достаточно гладких, линейно независимых функций, имеющих ненулевой след, но, возможно, не удовлетворяющих главным граничным условиям краевой задачи. Идея построения базисных функций заключается в специальном подборе линейной комбинации функций исходной последовательности таким образом, чтобы удовлетворить главным граничным условиям.

Понятно, что свойства получаемого базиса во многом зависят от свойств функций исходной последовательности. В примере работы [1] в качестве исходной взята последовательность  $x^n, n = 0, 1, \dots$ , которая ввиду почти линейной зависимости (в терминах [2] – "неминимальности") не может быть использована в численной реализации какого-либо приближенного метода.

В работе [1] речь шла о базисе для метода Рэлея-Ритца, поэтому достаточно было удовлетворить только главным граничным условиям, но в одномерных краевых задачах ничто не мешает удовле-

творять и естественным граничным условиям, что при использовании метода Рэлея-Ритца значительно повышает точность и сходимость получаемого приближенного решения, а для метода Бубнова-Галеркина и вовсе является обязательным условием.

В данной работе в качестве исходной последовательности функций взяты полиномы Лежандра  $P_n, n = 0, 1, \dots$ . Рассмотрены свойства получаемого базиса в энергетической метрике дифференциальных операторов в обыкновенных производных  $-u''$  и  $u^{IV}$  на интервале  $x = -1..1$ .

**1. Ортонормированные базисы для оператора  $-u''$** 

Энергетическое скалярное произведение и квадрат нормы определяются формулами

$$(u, v) = \int_{-1}^1 u'v' dx, \quad (1)$$

$$\|u\|^2 = \int_{-1}^1 u'^2 dx. \quad (2)$$

Рассмотрим три типа возможных граничных условий для этого оператора.

**1.1. Задача Дирихле.** Задача Дирихле для оператора  $-u''$  описывается условиями

$$\varphi(-1) = \varphi(1) = 0. \quad (3)$$

Если базис строить в виде линейной комбинации

$$\varphi_n = P_{n+1} + a_1 P_n + a_2 P_{n-1}, n = 1, 2, \dots, \quad (4)$$

где  $a_1, a_2$  – некоторые постоянные, то выполнение граничных условий (3) с учетом значений полиномов Лежандра

$$P_n(\pm 1) = (\pm 1)^n \quad (5)$$

приводит к значениям коэффициентов

$$a_1 = 0, a_2 = -1 \text{ и}$$

$$\varphi_n = P_{n+1} - P_{n-1}, n = 1, 2, \dots \quad (6)$$

Вычислим скалярное произведение (1) этих функций. Для этого рассмотрим производную  $\varphi'_n = P'_{n+1} - P'_{n-1}$ .

Применяя известную формулу [3]

$$P'_n = \frac{1}{1-x^2} \frac{n(n+1)}{2n+1} (P_{n-1} - P_{n+1}) \text{ и рекуррентные со-}$$

отношения для полиномов Лежандра, можно получить  $\varphi'_n = \frac{n}{n+2} P_n$ , откуда немедленно следует ортогональность базиса (6) и нормировочный коэффициент  $\sqrt{2(2n+1)}$ .

**1.2. Смешанные граничные условия.** Аналогичная процедура по отношению к линейной комбинации (4) с использованием граничных условий

$$\varphi'(-1) = \varphi(1) = 0 \quad (7)$$

приводит к базису

$$\varphi_n = P_{n+1} - \frac{2n+1}{n^2} P_n - \frac{(n+1)^2}{n^2} P_{n-1}, n = 1, 2, \dots \quad (8)$$

Рассмотрим скалярное произведение (1) данных функций. Проведя интегрирование по частям, получим  $\varphi'_n \varphi'_m \Big|_{-1}^1 - \int_{-1}^1 \varphi''_n \varphi_m dx$ . Заметим, что внеинтегральный член равен нулю при любых значениях  $m$

и  $n$  в силу выполнения условий (7), а  $\int_{-1}^1 \varphi''_n \varphi_m dx = 0$

при  $m > n$  ввиду свойства сильной ортогональности полиномов Лежандра, откуда следует ортогональность системы (8). Далее при  $m = n$  и с учетом значений полиномов Лежандра (5) и их производных

$$P'_n(\pm 1) = (\mp 1)^n \frac{n(n+1)}{2} \quad (9)$$

получим

$$-\int_{-1}^1 \varphi''_n \varphi_n dx = -a_2 - \int_{-1}^1 P'_{n+1} P_{n-1} dx = a_2 (P_{n+1} P'_{n-1} - P'_{n+1} P_{n-1}) \Big|_{-1}^1 = \frac{2(n+1)^2 (2n+1)}{n^2},$$

т.е. нормировочный множитель  $\frac{n}{(n+1)\sqrt{2(2n+1)}}$ .

**1.3. Задача Неймана.** Для оператора  $-u''$  в задаче Неймана

$$\varphi'(-1) = \varphi'(1) = 0. \quad (10)$$

На правую часть краевой задачи ( $f(x)$ ) необходимо наложить дополнительное условие (условие разрешимости)

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = 0.$$

Это условие будет выполняться каждой базисной функцией

$$\varphi_n = P_{n+1} - \frac{(n+2)(n+3)}{(n+1)} P_n, n = 1, 2, \dots \quad (11)$$

Доказательство ортогональности и определение нормировочного множителя аналогично приведенному в п.1.2.

Полученные результаты сведены в табл. 2.

## 2. Ортонормированные базисы для оператора $u^{IV}$

Для данного оператора ставятся четыре граничных условия, поэтому базис можно построить в виде

$$\varphi_n = P_{n+3} + a_1 P_{n+2} + a_2 P_{n+1} + a_3 P_n + a_4 P_{n-1}, n = 1, 2, \dots \quad (12)$$

Дважды интегрируя по частям порожденное данным оператором энергетическое скалярное произведение функций (12), получим

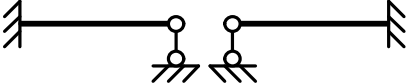
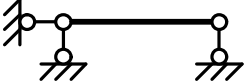
$$\int_{-1}^1 \varphi''_n \varphi''_m dx = (\varphi''_n \varphi'_m - \varphi'''_n \varphi_m) \Big|_{-1}^1 + \int_{-1}^1 \varphi_n^{IV} \varphi_m dx.$$

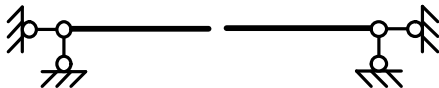
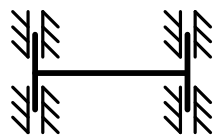
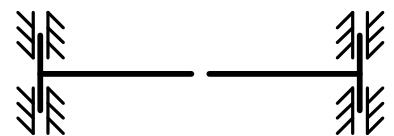
Внеинтегральные члены в случае задачи Дирихле, Неймана или задачи со смешанными граничными условиями равны нулю при любых  $m$  и  $n$ , если функциями (12) выполнены граничные условия.

Используя свойства сильной ортогональности,

Таблица 1

Ортогональный базис и нормировочный множитель для оператора  $u^{IV}$  на интервале  $(-1,1)$ ,  $n=1, 2, 3, \dots$

| Граничные условия                                                                                                                                                                  | Дополнительные условия | Функции                                                                                                                                                                                                                                                               | Квадрат нормировочного множителя                         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| 1                                                                                                                                                                                  | 2                      | 3                                                                                                                                                                                                                                                                     | 4                                                        |
|  $\varphi _{-1} = 0, \varphi _1 = 0,$<br>$\varphi' _{-1} = 0, \varphi' _1 = 0$                    | —                      | $P_{n+3} - \frac{2(2n+3)}{2n+1}P_{n+1} + \frac{2n+5}{2n+1}P_{n-1}$                                                                                                                                                                                                    | $\frac{1}{2(2n+5)^2(2n+3)}$                              |
|  $\varphi _{\mp 1} = 0, \varphi _{\pm 1} = 0, \varphi' _{\mp 1} = 0, \varphi'' _{\pm 1} = 0$      | —                      | $P_{n+3} \mp \frac{2n+5}{(n+1)^2}P_{n+2} - \frac{(2n+3)(2n^2+6n+7)}{(2n+1)(n+1)^2}P_{n+1} \pm \frac{2n+5}{(n+1)^2}P_n + \frac{(2n+5)(n+2)^2}{(2n+1)(n+1)^2}P_{n-1}$                                                                                                   | $\frac{(n+1)^2}{2(2n+3)(2n+5)^2(n+2)^2}$                 |
|  $\varphi _{\mp 1} = 0, \varphi' _{\pm 1} = 0, \varphi'' _{\mp 1} = 0, \varphi''' _{\pm 1} = 0$   | —                      | $P_{n+3} \mp \frac{3(2n+5)}{(n+2)n}P_{n+2} - \frac{(2n+3)(n+3)(2n^2+6n-5)}{(2n+1)(n+2)(n+1)n}P_{n+1} \pm \frac{3(n+3)(2n+5)}{(n+1)n^2}P_n + \frac{(2n+5)(n+3)^2}{(2n+1)n^2}P_{n-1}$                                                                                   | $\frac{n^2}{2(2n+3)(2n+5)^2(n+3)^2}$                     |
|  $\varphi _{\mp 1} = 0, \varphi'' _{\pm 1} = 0, \varphi' _{\mp 1} = 0, \varphi''' _{\pm 1} = 0$   | —                      | $P_{n+3} \mp \frac{4(2n+5)}{(n+1)^2}P_{n+2} - \frac{2(n-2)(2n+3)(n+3)(n+5)}{n(2n+1)(n+1)^2}P_{n+1} \pm \frac{4(2n+5)(n+3)^2}{n^2(n+1)^2}P_n + \frac{(2n+5)(n+3)^2(n+2)^2}{(2n+1)(n+1)^2n^2}P_{n-1}$                                                                   | $\frac{n^2(n+1)^2}{2(2n+3)(2n+5)^2(n+2)^2(n+3)^2}$       |
|  $\varphi _{-1} = 0, \varphi _1 = 0,$<br>$\varphi'' _{-1} = 0, \varphi'' _1 = 0$                | —                      | $P_{n+3} - \frac{2(2n+3)(n^2+3n+5)}{n(2n+1)(n+1)}P_{n+1} + \frac{(2n+5)(n+3)(n+2)}{n(2n+1)(n+1)}P_{n-1}$                                                                                                                                                              | $\frac{n(n+1)}{2(2n+3)(2n+5)^2(n+2)(n+3)}$               |
|  $\varphi _{\mp 1} = 0, \varphi' _{\pm 1} = 0, \varphi'' _{\mp 1} = 0, \varphi''' _{\pm 1} = 0$ | —                      | $P_{n+3} \mp \frac{(2n+5)(2n^2+4n-3)}{n(n+2)(n^2+2n-2)}P_{n+2} - \frac{(2n+3)(n+3)(2n^4+12n^3+20n^2+6n+5)}{n(2n+1)(n+2)(n+1)(n^2+2n-2)}P_{n+1} \pm \frac{(2n+5)(n+3)(2n^2+8n+3)}{(n+1)(n^2+2n-2)n^2}P_n + \frac{(2n+5)(n+3)^2(n^2+4n+1)}{(2n+1)(n^2+2n-2)n^2}P_{n-1}$ | $\frac{n^2(n^2+2n-2)}{2(2n+3)(n+3)^2(2n+5)^2(n^2+4n+1)}$ |

| 1                                                                                                                                                                                        | 2                                                                | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 4                                                                                                                          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  $\varphi _{\mp 1} = 0, \varphi'' _{\pm 1} = 0, \varphi'' _{\mp 1} = 0, \varphi''' _{\pm 1} = 0$        | $\int_{-1}^1 \varphi_n dx = 0$                                   | $P_{n+4} \mp \frac{3(2n+7)}{(n+2)^2} P_{n+3} - \frac{(2n+5)(n+5)(2n^2+10n+3)}{(2n+3)(n+1)(n+2)^2} P_{n+2} \pm$ $\pm \frac{3(n+5)(n+4)(2n+7)}{n(n+1)(n+2)^2} P_{n+1} + \frac{(n+5)(n+4)(2n+7)(n+3)^2}{n(2n+3)(n+1)(n+2)^2} P_n$                                                                                                                                         | $\frac{n(n+1)}{2(n+4)(n+5)(2n+5)} \times$ $\times \frac{(n+2)^2}{(2n+7)^2(n+3)^2}$                                         |
|  $\varphi' _{\mp 1} = 0, \varphi' _{\pm 1} = 0,$ $\varphi''' _{\mp 1} = 0, \varphi''' _{\pm 1} = 0$     | $\int_{-1}^1 \varphi_n dx = 0$                                   | $P_{n+4} - \frac{2(2n+5)(n+5)(n+4)}{(2n+3)(n^2+3n-1)} P_{n+2} + \frac{(n+5)(n+4)(2n+7)(n^2+7n+9)}{n(2n+3)(n+1)(n^2+3n-1)} P_n$                                                                                                                                                                                                                                         | $\frac{n(n+1)}{2(n+4)(n+5)(2n+5)(2n+7)^2} \times$ $\times \frac{(n^2+3n-1)}{(n^2+7n+9)}$                                   |
|  $\varphi' _{\mp 1} = 0, \varphi''' _{\mp 1} = 0, \varphi'' _{\pm 1} = 0, \varphi''' _{\pm 1} = 0$      | $\int_{-1}^1 \varphi_n dx = 0$                                   | $P_{n+4} \mp \frac{n(n-1)(n+4)(n+5)(2n+7)}{(n+2)^2(n^2+4n+1)(n^2+4n-3)} P_{n+3} -$ $- \frac{(n+4)(n+5)(2n+5)(2n^4+20n^3+53n^2+15n-18)}{(2n+3)(n^2+4n+1)(n^2+4n-3)(n+2)^2} P_{n+2} \pm$ $\pm \frac{(n+4)(n+5)^2(n+6)(2n+7)}{(n^2+4n+1)(n^2+4n-3)(n+2)^2} P_{n+1} +$ $+ \frac{(n+4)(n+5)(2n+7)(n+3)^2(n^2+6n+2)(n^2+6n+6)}{n(n+1)(2n+3)(n^2+4n+1)(n^2+4n-3)(n+2)^2} P_n$ | $\frac{n(n+1)(n+2)^2}{2(n+4)(n+5)(2n+5)(2n+7)^2} \times$ $\times \frac{(n^2+4n-3)(n^2+4n+1)}{(n+3)^2(n^2+6n+6)(n^2+6n+2)}$ |
|  $\varphi'' _{\mp 1} = 0, \varphi'' _{\pm 1} = 0,$ $\varphi''' _{\mp 1} = 0, \varphi''' _{\pm 1} = 0$ | $\int_{-1}^1 \varphi_n dx = 0,$ $\int_{-1}^1 x \varphi_n dx = 0$ | $P_{n+5} - \frac{2(n+6)(n+7)(2n+7)}{(n+2)(n+3)(2n+5)} P_{n+3} -$ $+ \frac{(n+4)(n+5)(n+6)(n+7)(2n+9)}{n(n+1)(n+2)(n+3)(2n+5)} P_{n+1}$                                                                                                                                                                                                                                 | $\frac{n(n+1)}{2(n+4)(n+5)(n+6)} \times$ $\times \frac{(n+2)(n+3)}{(n+7)(2n+7)(2n+9)^2}$                                   |

получим  $\int_{-1}^1 \varphi_n'' \varphi_m dx = 0$  и  $\int_{-1}^1 \varphi_n^{IV} \varphi_m dx = 0$  при  $m > n$ ,

$$\int_{-1}^1 \varphi_n^{IV} \varphi_n dx =$$

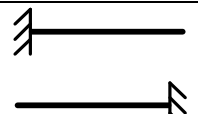
откуда следует ортогональность функций (12).

При  $m = n$  получаем

$$= a_4 (P_{n+3} P_{n-1}''' - P_{n+3}' P_{n-1}'' + P_{n+3}'' P_{n-1}' - P_{n+3}''' P_{n-1}) \Big|_{-1}^1.$$

Таблица 2

Ортогональный базис и нормировочный множитель для дифференциального оператора  $-u''$  на интервале  $(-1, 1)$ ,  $n=1, 2, 3, \dots$

| Граничные условия                                                                                                                  | Дополнительные условия       | Ортогональный многочлен                                          | Квадрат нормировочного множителя   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| <br>$\varphi _{-1} = 0, \varphi _1 = 0$           | —                            | $P_{n+1} - P_{n-1}$                                              | $\frac{1}{2(2n+1)}$                |
| <br>$\varphi _{\mp 1} = 0, \varphi' _{\pm 1} = 0$ | —                            | $P_{n+1} \mp \frac{2n+1}{n^2} P_n - \frac{(n+1)^2}{n^2} P_{n-1}$ | $\frac{n^2}{2(n+1)^2(2n+1)}$       |
| <br>$\varphi' _{-1} = 0, \varphi' _1 = 0$         | $\int_{-1}^1 \varphi dx = 0$ | $P_{n+2} - \frac{(n+2)(n+3)}{n(n+1)} P_n$                        | $\frac{n(n+1)}{2(n+2)(n+3)(2n+3)}$ |

С учетом (5), (9) и

$$P_n''(\pm 1) = (\pm 1)^n \frac{(n-1)n(n+1)(n+2)}{8},$$

$$P_n'''(\pm 1) = (\mp 1)^n \frac{(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)(n+3)}{48}$$

окончательно получим

$$\int_{-1}^1 \varphi_m'' \varphi_n'' dx = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq n; \\ a_4 (2n+1)(2n+3)(2n+5) & \text{при } m = n. \end{cases}$$

Базисные функции и нормировочные множители для различных граничных условий приведены в табл. 1.

### Заключение

1. С помощью предложенного в работе [1] способа на основе хорошо изученных полиномов Лежандра построены ортонормированные базисы для операторов  $-u''$  и  $u^{IV}$  с различными граничными условиями.

2. Не составляет никакого труда с помощью данного способа построить ортонормированные систе-

мы для дифференциальных операторов более высоких порядков.

3. В дальнейшем представляет интерес построение базисов для разветвленных составных конструкций.

### Литература

1. Минтюк В.Б. Способ построения базиса для решения краевых задач в обыкновенных производных вариационными методами // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т "ХАИ". – 2007. – Вып. 35. – С. 143-148.
2. Михлин С.Г. Численная реализация вариационных методов. – М.: Наука, 1966. – 432 с.
3. Сегё Г. Ортогональные многочлены. – М.: Физматгиз, 1962. – 500 с.

Поступила в редакцию 6.09.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. П.А. Фомичев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

УДК 536.21:536.48

Г.Г. ЖУНЬ

*Национальный технический университет "ХПИ", Украина***ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕПЛОЗАЩИТЫ КРИОСОСУДА**

Предложен способ разработки высокоэффективной теплозащиты с экранно-вакуумной теплозащитой (ЭВТИ) для криоёмкостей, криососудов и криоустройств, широко используемых в ракетно-космической и криогенной технике, криомедицине и животноводстве для хранения и использования в значительных объемах жидких  $N_2$ ,  $H_2$  и  $He$ .

**экранно-вакуумная теплоизоляция (ЭВТИ), теплопроводность, тепломассоперенос, криососуд, вакуум, давление, температура, оптимизация**

**Введение**

Ранее выпускаемые в значительных количествах различные криососуды, криоёмкости и криоустройства с машинным ускоренным их изолированием (за 0,5...1 ч) слоями экранно-вакуумной теплоизоляции (ЭВТИ) характеризовались в 2...3 раза большими потерями ожиженных газов, чем из космических криостатов, изготавливаемых в единичных экземплярах в криогенных центрах различных стран (в том числе во ФТИНТ НАНУ, Харьков) с ручным очень медленным (в течение нескольких недель) их изолированием пакетами ЭВТИ. Предложен способ разработки высокоэффективной теплозащиты с ЭВТИ для различных криоёмкостей и криососудов (с характеристиками близкими к космическим криостатам), широко используемых в ракетно-космической технике для транспортирования, хранения в значительных объемах жидкого азота и водорода в ракетных системах, а также для создания альтернативных экологически чистых источников энергии для транспортных средств.

### **1. Анализ состояния проблемы теплозащиты криосистем и обоснование задач исследования**

Долгие годы причины расхождения между тепловыми характеристиками космических криостатов

и криососудов не были понятными для специалистов из-за отсутствия достаточно апробированных теоретических соотношений для их исследования и анализа. Не существовали и методики и установки для экспериментального исследования сложных процессов тепломассопереноса в теплозащите с пакетами ЭВТИ на криососудах, теплопритоков отдельно по всем конструктивным элементам, теплопроводности ( $\lambda_{эф}$ ) их пакетов ЭВТИ и многих других параметров. Это не позволяло оценить совершенство используемых в криососудах конструкций и их тепловую эффективность.

Анализ положений незавершенной и неапробированной методики теплового расчета криососудов [1], а также состояния пакетов ЭВТИ в них после их эксплуатации в течение 10 лет и более позволили установить, что их теплопроводность  $\lambda_{эф}$  должна определяться (согласно соотношения (1)) многими параметрами:

$$\lambda_{эф} = f(\lambda_{\perp}, \lambda_{\parallel}, P, \Delta T, \delta_{и.ср.}, F_{ср.}, P_y, h, \rho, \Delta\lambda_m, \Delta\lambda_l, \Delta\lambda_{ж.к.}, \Delta\lambda_{л.к.к.}), \quad (1)$$

где  $\lambda_{\perp}$ ,  $\lambda_{\parallel}$  – теплопроводность в поперечном и продольном слоях ЭВТИ направлении;  $P$  – давление газа в теплоизоляции;  $\Delta T$  – перепад температуры по толщине пакета ЭВТИ;  $\delta_{и.ср.}$  – среднеинтегральная толщина пакета ЭВТИ на криососуде;  $F_{ср.}$  – средняя поверхность теплоизоляции в криососуде,  $P_y$  – мон-

тажное усилие натяжения;  $h$  – ширина раскроя исходного материала ЭВТИ на полосы;  $\rho$  – плотность укладки слоев в пакете ЭВТИ,  $\Delta\lambda_m, \Delta\lambda_l, \Delta\lambda_{ж.к.}, \Delta\lambda_{л.к.к.}$  – дополнительные молекулярный, лучистый, контактно-кондуктивный и лучисто-контактно-кондуктивный составляющие механизмов теплопереноса через пакет ЭВТИ, образующихся от влияния более 10-ти выявленных ухудшающих факторов.

Теоретических соотношений для расчета такой теплопроводности для пакета ЭВТИ на криососудах, осложняемой значительным числом различных параметров, не существовало.

Значительную информацию об особенностях происходящих процессов тепломассопереноса в теплозащите криососудов возможно получить из анализа измеренных профилей температуры  $T(l), T(\delta)$  и давления  $P(l), P(\delta)$  в продольном и поперечном слоях ЭВТИ направлении, а также величин газоотделения ( $W$ ). Методики измерения температуры в таких слоях ЭВТИ не были известными. Не существовали и апробированные миниатюрные датчики давления для измерения данного параметра в такой теплоизоляции в диапазоне от  $10^{-4}$  до  $10^1$  Па. Из анализа положений незавершенной теории процессов вакуумирования  $P(\tau_e)$  и газоотделения  $W(\tau_e)$  для материалов теплозащиты [2] установлено, что значения параметров  $P$  и  $W$  в пакете ЭВТИ обуславливаются многими параметрами, согласно соотношений

$$P = f(W, a, D_{\perp}, D_{\parallel}, \delta_{u.c.p.}, l, S_y, S_o, \tau_a, \tau_{np}, \tau_e, \tau_D, B_i^*) \quad (2)$$

и

$$W = f(T_o, \tau_e, D_T, \tau_D, V_a, E_n, \bar{H}), \quad (3)$$

где  $a$  – величина сорбции газов на адсорбенте вакуумного насоса криососуда;  $D_{\perp}, D_{\parallel}$  – коэффициенты диффузии в поперечном и продольном слоях ЭВТИ направлении;  $l$  – расстояние откачки молекул;  $S_y, S_o$  – поверхность вакуумируемого материала и штуцера откачки;  $\tau_a, \tau_{np}, \tau_e, \tau_D$  – время жизни молекул в адсорбированном состоянии, пролета между столк-

новениями, процесса вакуумировки и диффузии молекул из материала, соответственно;  $B_i^*, \bar{H}$  – безразмерные коэффициенты газообмена в вакуумной системе и через поверхность материала;  $T_o$  – оптимальная температура процесса вакуумирования;  $D_T$  – коэффициент диффузии молекул из вакуумируемого материала;  $V_a$  – тепловая скорость молекул;  $E_n$  – энергия преодоления приповерхностного барьера.

Вследствие неизвестности способов определения многих из перечисленных в соотношениях (2) и (3) параметров неапробированными оставались в теории [2] и уравнения для расчета параметров  $P$  и  $W$  для пакетов ЭВТИ.

Из проведенного анализа сделан вывод о необходимости решения принципиально новых научных задач выявления основных закономерностей и физических параметров для многомерных сопряженных процессов тепломассопереноса в многоэлементных теплоизоляционных конструкциях с пакетами ЭВТИ на промышленных криососудах (осложняемых выявлением значительного количества ухудшающих факторов), путем экспериментально-расчетных исследований по разработанным оригинальным устройствам и методикам на изготовленных установках. На основании полученных результатов следовало разработать комплекс научно-обоснованных параметров, конструкций и технологий для оптимизации теплозащитной конструкции криососуда.

Вследствие сложности многомерных сопряженных процессов тепломассопереноса в теплозащитной конструкции криососудов было решено комплекс научно-обоснованных параметров, конструкций и технологий для оптимизации всех характеристик криососуда ( $K_o$ ) разрабатывать из результатов такой оптимизации для 5-ти его отдельных основных составляющих факторов (устраняющих причины снижения тепловых характеристик криососуда от ухудшающих факторов ( $K_y$ ); оптимизирующих

все выявленные параметры машинного способа изолирования криососудов полосами ЭВТИ с воспроизводимой минимальной теплопроводностью  $\lambda_{эф.min}$  ( $K_m$ ); способствующих достижению предельной максимальной степени использования холода паров  $\mathcal{E}_{х.мах}$  ( $K_x$ ), обуславливающих конструкцию адсорбционного вакуумного насоса с максимальной защитой его адсорбента от "отравляющего" воздействия высококипящих молекул  $H_2O$ ,  $CO_2$  и других, содержащихся в откачиваемых продуктах газоотделения из материалов теплозащиты ( $K_a$ ); ускоряющих процесс термовакuumной дегазации материалов изоляционной полости для достижения оптимального газоотделения  $W_o$  и давления  $P_o$  за регламентированное время  $\tau_o$  ( $K_o$ ). Из этого следует, что комплекс  $K_o$  для оптимизации характеристик всего криососуда должен обуславливаться 5-ю его составляющими согласно соотношения

$$K_o = f(K_y, K_m, K_x, K_a, K_o). \quad (4)$$

## 2. Результаты оптимизации теплозащиты криососуда

В настоящей работе выявление новых основных закономерностей многомерного сопряженного процесса тепломассопереноса в теплозащите криососуда осуществлялось путем экспериментально-расчетных исследований с использованием более 20 разработанных оригинальных устройств и методик на изготовленных установках и с применением более 7000 серийных криососудов. В опытных криососудах варьировались определенные параметры, конструкции и технологии, а также различное (в том числе многолетнее) воздействие на их теплозащиту вакуума, низких температур, динамических эксплуатационных нагрузок и термоциклирования. При этом экспериментально исследовались в них изменения: теплопритоков по отдельным конструктивным элементам, теплопроводность пакета ЭВТИ, степень использования холода паров криоагентов,

изменения профилей температуры  $T(l)$ ,  $T(\delta)$  и давления  $P(l)$ ,  $P(\delta)$  в пакете ЭВТИ, эффективность теплообмена  $\alpha_d$  с парами криоагента на локальных участках по высоте неизотермической горловины, ресурса работы криососуда  $R$  при разовом заполнении.

В результате было установлено, что в пакете ЭВТИ с прокладочной стекловалью ЭВТИ-7 (использовавшейся в низкокачественных криососудах) имеются участки с локальным повышенным (на  $\sim 3$  порядка) давлением газа (зависимость  $P(x/\delta)$  1, рис. 1) [3] в сравнении с необходимым оптимальным  $P_o \leq 10^{-3}$  Па.

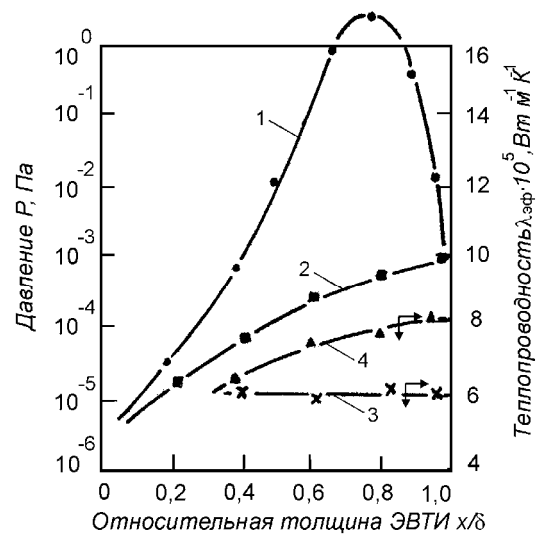


Рис. 1. Изменение давления  $P(1,2)$  и теплопроводности  $\lambda_{эф}$  (3,4) по относительной толщине ( $x/\delta$ ) слоев в пакете ЭВТИ на криососуде с жидким азотом: 1,4 — теплоизоляция с использованием стекловальи ЭВТИ-7; 2,3 — слои ЭВТИ с бумагой УСНТ-10

Это следует из анализа зависимостей  $\lambda_{эф}(P)$  для трех различных пакетов ЭВТИ на криососудах (см. на рис. 2 зависимости 1, 2 и 4) [3]. Локальные участки (рис. 1) образуются в результате слипания слоев ЭВТИ от клеевой основы ПВА, выделяющейся из ЭВТИ-7 при нагревании криососуда в процессе дегазации. В результате слипания теплопроводность пакета ЭВТИ увеличивается на 40 % от увеличения вклада газовой составляющей теплопереноса  $\Delta\lambda_g$ . Для устранения его в пакете ЭВТИ стали использо-

вать новый (выбранный) прокладочный материал УСНТ-10 ( $M_u$ ), не содержащий клеевой основы.

Для пакетов ЭВТИ с данной прокладкой зависимость  $P(x/\delta)$  2 (рис. 1) имеет монотонный характер, а полученное давление в ЭВТИ соответствует оптимальному значению  $P_o$ .

Для такой теплоизоляции теплопроводность  $\lambda_{эф}$  не зависит от ее толщины  $\delta$  (зависимость  $\lambda_{эф}(\delta)$  3, рис. 1) и увеличивается при наличии клеевой основы (кривая 4, рис. 1).

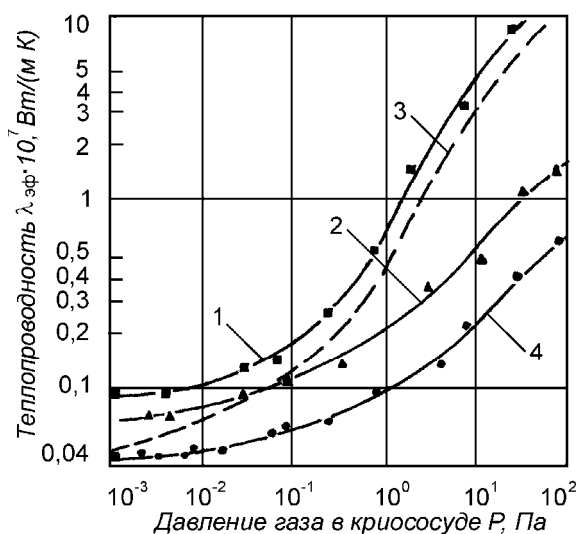


Рис. 2. Зависимость коэффициента теплопроводности ( $\lambda_{эф}$ ) от давления воздуха в криососуде с жидким азотом для следующих изоляционных композиций: 1, 3 – изоляция ПЭТФ-ДА+ЭВТИ-7; 2 – СНТ-10-Д; 4 – ПЭТФ-ДА+УСНТ-10; 3 – калориметрические данные [1]

В пакетах ЭВТИ на низкокачественных криососудах происходит увеличение теплопроводности [4] от повышения: лучистого теплового потока  $\Delta\lambda_{л}$  на ~41 % в результате возрастания степени черноты экранов теплоизоляции в 3...8 раз от попадания на них угольной пыли из несовершенной конструкции адсорбционного вакуумного насоса, а также образования слоя криоконденсата из откачиваемых продуктов газоотделения; контактно-кондуктивного теплопереноса  $\Delta\lambda_{к.к.}$  на ~6 % от увеличения плотности слоев в пакете ЭВТИ в результате воздействия возникающих при изолировании зарядов статэлек-

тричества величиной  $(6...8) \cdot 10^{-7}$  кл/м<sup>2</sup>; лучисто-контактно-кондуктивного теплового потока  $\Delta\lambda_{л.к.к.}$  на ~13 % от одновременного повышения плотности слоев в изоляции и увеличения их степени черноты из различных источников.

Установлено более 10 различных ухудшающих факторов, которые обуславливают увеличение теплопроводности ( $\Delta\lambda_y$ ) пакетов ЭВТИ из слоев ПЭТФ-ДА+ЭВТИ-7 на низкокачественных криососудах до  $(22...28) \cdot 10^{-5}$  Вт/(м·К), т.е. в 7...9 раз в сравнении с непрогретаемыми образцами данной теплоизоляции на калориметре.

Из этого следует, что ухудшение тепловых характеристик данной теплоизоляции обуславливается увеличением всех составляющих механизмов теплопереноса согласно соотношения

$$\Delta\lambda_y = f(\Delta\lambda_{л}, \Delta\lambda_{к.к.}, \Delta\lambda_{л.к.к.}). \quad (5)$$

На основании полученных результатов исследований разработан комплекс  $K_y$  из 9 следующих параметров, конструкций и технологий, с использованием которых устраняется образование в пакетах ЭВТИ ухудшающих факторов:  $T_o$ ,  $P_o$ ,  $W_o$ ,  $\rho_o$  – оптимальные значения температуры, давления, газоотделения и плотности укладки слоев в пакете ЭВТИ, соответственно;  $A_o$ ,  $\Pi_o$  – оптимизированные конструкции адсорбционного вакуумного насоса и пакета ЭВТИ, исключающих образование и попадание угольной пыли в слой теплоизоляции и конденсацию криоосадка, соответственно;  $З_y$  – заземляющее устройство для снятия образующихся зарядов статэлектричества в процессе изолирования;  $n_{с.о.}$  – оптимальное число подмоточных слоев стекловуали ЭВТИ-7 на горловине для обеспечения склеивания торцов пакета ЭВТИ с ее поверхностью и предотвращения его деформации при эксплуатации.

Таким образом, комплекс  $K_y$  обуславливается перечисленными параметрами, конструкциями и характеристиками согласно соотношения:

$$K_y = f(T_o, P_o, W_o, \rho_o, A_o, \Pi_o, З_y, n_{с.о.}, M_u). \quad (6)$$

В результате в таких оптимизированных криососудах теплопроводность, например, для пакета ЭВТИ из слоев ПЭТФ-ДА+УСНТ-10 уменьшилась в  $\sim 6,7$  раза до значения  $(4,1 \dots 4,2) \cdot 10^{-5}$  Вт/(м·К).

Для выявления параметров машинного способа изолирования криососудов пакетами ЭВТИ исследовалась зависимость теплопроводности  $\lambda_{эф}$  от монтажных усилий натяжения ( $P_y$ ) для полос теплоизоляции (измеряемых разработанным динамометром), ширины раскроя изолируемого материала на полосы ( $h$ ) и от диаметра ( $D$ ) изолируемого внутреннего резервуара криососуда [5].

Результаты некоторых таких экспериментальных исследований, на примере изоляции ПЭТФ-ДА+УСНТ-10, с различной шириной их раскроя на полосы ( $h$ ) на криососудах диаметром 0,18 и 0,38 м, представлены на рис. 3.

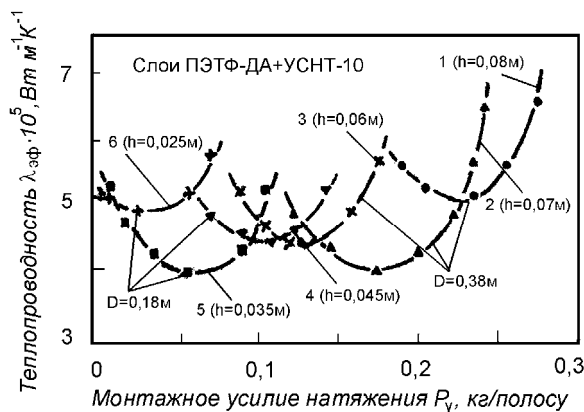


Рис. 3. Зависимость теплопроводности  $\lambda_{эф}$  слоев ЭВТИ на криососуде с жидким азотом от монтажных усилий натяжения  $P_y$ , ширины их раскроя на полосы  $h$  и диаметра изолируемого внутреннего резервуара  $D$

Из них следует, что для криососуда с  $D=0,38$  оптимальными являются ширина  $h=0,07$  м и усилие натяжения  $P_{y.o.}=0,19$  кг/полосу. Для криососуда с  $D=0,08$  м –  $h_o=0,035$  м, а  $P_{y.o.}=0,06$  кг/полосу. В результате оптимизации для двух различных криососудов получены одинаковые воспроизводимые коэффициенты теплопроводности  $\lambda_{эф.min}$ , близкие к наименьшим их калориметрическим значениям.

Установлено, что к монтажным параметрам относится также количество подмоточных слоев стекловуали на поверхности внутренней колбы криососуда  $n_{к.о.}$ .

Из полученных результатов следует, что комплекс  $K_m$  для оптимизации всех выявленных монтажных параметров для изолирования криососудов с воспроизводимой минимальной теплопроводностью  $\lambda_{эф.min}$  обуславливается пятью выявленными параметрами согласно соотношения:

$$K_m = f(P_{y.o.}, h_o, n_{к.о.}, n_{к.о.}, D). \quad (7)$$

Установлено, что одной из причин низкой эффективности изготавливавшихся криососудов являлось незначительное использование в них холода паров криоагентов (менее 19 %) для уменьшения суммарных теплопритоков, вследствие несовершенства конструкции их сопряженного узла: торцы ЭВТИ – поверхность горловины. Проведенные исследования позволили установить, что эффективность данного охлаждающего эффекта  $\mathcal{E}_x$  в криососудах обусловлена взаимосвязью между сопряженными процессами теплообмена внутри их неизотермической горловины с парами криоагента ( $\alpha$ ) и теплообменом на ее поверхности с торцами ЭВТИ ( $K$ ) за счет механизма теплопроводности через стенку горловины. Выявлено 9 параметров, конструкций и технологий, позволивших достигнуть полный теплообмен между торцами ЭВТИ и горловиной ( $K_{max}$ ) и максимальный коэффициент теплообмена ( $\alpha_{max}$ ) с парами криоагента внутри горловины, что обеспечило в криососудах с жидкими  $N_2$ ,  $H_2$  и  $He$  максимального охлаждающего эффекта ( $\mathcal{E}_{x.max}$ ) для них, равного 1,6, 4,8 и 40, соответственно. Это составляет 97, 94 и 89 % от максимальных теоретических значений данных параметров [6].

В результате показано, что в этом случае величина сопряженного продольного теплопереноса  $Q_{II}$  по экранному материалу изоляции из пакета ЭВТИ к горловине (с объемом паров криоагента внутри)

превышает поперечный тепловой поток  $Q_{\perp}$  через данную теплоизоляцию в криососудах с жидким  $N_2$ ,  $H_2$  и  $He$  в  $\sim 1,6$ ,  $\sim 5$  и  $\sim 40$  раз, соответственно. Найдено, что комплекс  $K_x$ , обеспечивающий достижение в изготавливаемых криососудах максимальное использование холода паров  $\mathcal{E}_{x,max}$  обуславливается 9 параметрами и технологиями согласно соотношения:

$$K_x = f(K_{max}, \alpha_{max}, P_{y.o.}, h_o, n_{z.o.}, n_{k.o.}, N_{n.o.}, F_{om\phi}, \mathcal{E}_{Al.o.}). \quad (8)$$

где  $N_{n.o.}$  – неравномерное распределение (по установленному закону) торцов пакета ЭВТИ вдоль поверхности горловины;  $F_{om\phi}$  – дополнительная поверхность контакта торцов пакета ЭВТИ с горловиной, достигаемая за счет отбортовки торцов ЭВТИ;  $\mathcal{E}_{Al.o.}$  – дополнительные экраны из Al-фольги, используемые в пакетах ЭВТИ.

Высокоэффективная работа криососуда (любой криосистемы) во многом определяется совершенством конструкции его вакуумного адсорбционного насоса и сорбционной способностью используемого адсорбента для получения и длительного поддержания в изоляционной полости оптимального вакуума  $P_o \leq 10^{-3}$  Па. При этом установлено, что адсорбент для него должен выбираться по величине сорбции к продуктам газоотделения ( $a_{n.e.}$ ) при рабочем давлении ( $P_{раб}$ ) и модификации его поверхности высококипящими молекулами  $H_2O$ ,  $CO_2$  и другими. Они содержатся в откачиваемых продуктах газоотделения из материалов теплозащиты и оказывают значительное "отравляющее" их сорбционную способность (на  $\sim 50$  %) воздействие [7]. По данной характеристике наиболее эффективным для использования в вакуумном насосе оказался уголь СКТ-4 ( $M_a$ ) в сравнении с углем БАУ и другими. Выявлено, что комплекс  $K_a$  для оптимизации конструкции вакуумного адсорбционного насоса обуславливается 8-ю параметрами, конструкциями и технологиями, согласно соотношения:

$$K_a = f(P_{раб}, T_{min}, W_o, A_o, \mathcal{E}_{z.o.}, V_{n.e.}, a_{n.e.}, M_a), \quad (9)$$

где  $T_{min}$  – минимальная температура охлаждения адсорбента в вакуумном насосе;  $\mathcal{E}_{z.o.}$  – оптимизированное число защитных тепловых экранов;  $V_o$  – суммарный объем продуктов газоотделения из материалов теплозащиты за срок эксплуатации (5, 10, 15 лет). Проведенные исследования показали, что с помощью такой оптимизированной конструкции вакуумного адсорбционного насоса срок поддержания оптимального вакуума в изоляционной полости увеличивается в  $\sim 2,5$  раза.

При серийном производстве криососудов большое значение имеет ускорение процесса термовакuumной дегазации изоляционной полости для достижения оптимального газоотделения  $W_o$  и давления  $P_o$  за регламентированное время ( $\tau_o$ ) при оптимальной температуре  $T_o$  и скорости откачки  $v_o$  [8]. Экспериментально установлено, что достижение для изоляционной полости газоотделения  $W_o$  за время  $\tau_o$  оказалось возможным лишь после осуществления для адсорбционного и прокладочного изоляционного материала предварительной дегазации в специальной вакуумной камере через штуцер в 3...5 раз большего диаметра (чем в криососуде) при температуре  $T_{n.o.} = 390...400$  К в течение  $\tau_{n.o.} = 24...28$  ч с откачкой до  $P_{n.o.} = 10^{-1}$  Па и последующим насыщением данных материалов сухими  $N_2$  или воздухом ( $\Gamma_n$ ) до атмосферного давления. Такая предварительная обработка позволяет дегазировать из данных материалов значительный объем (до 70 %) продуктов газоотделения, состоящих в основном из молекул  $H_2O$ . Замена их на молекулы  $N_2$  (или воздуха) ускоряет последующий процесс вакуумирования данных материалов из межстенной полости криососудов в 2,5...3,7 раза, поскольку молекулы  $N_2$  имеют (согласно нашим исследованиям) величину адсорбции  $a(P)$  и теплоту этого процесса  $Q(a)$ , а также время их жизни в адсорбированном состоянии в, соответственно,  $\sim 2$ ,  $\sim 2,5$  и 4-5 раза меньшие в сравнении с молекулами  $H_2O$ . Установлено, что комплекс  $K_\theta$  для оптимизации процесса дегазации меж-

стенной полости криососудов состоит из 8-ми параметров, конструкций и технологий, согласно соотношения:

$$K_o = f(W_o, T_o, T_{n.o.}, P_{n.o.}, \tau_{n.o.}, \Gamma_n, \tau_z, M_k), \quad (10)$$

где  $M_k$  – наиболее эффективный конструктивный материал.

Из полученных результатов исследований теоретических (по развитым нами теориям теплового расчета и вакуумирования), а также экспериментальных новых особенностей многомерных сопряженных процессов в многоэлементной теплозащите криососудов по созданным методикам на изготовленных установках разработан комплекс  $K_o$  из 30 научно-обоснованных параметров, конструкций и технологий, позволивших оптимизировать в криососудах теплопроводность пакетов ЭВТИ до предельной низкой теплопроводности  $\lambda_{эф.min}$ , близкой к калориметрическим значениям, получать максимальную степень использования холода паров криоагентов  $\mathcal{E}_{x.max}$ , сравнимую с предельной теоретической, и оптимальный вакуум  $P_o \leq 10^{-3}$  Па в изоляционной полости с поддержанием данных параметров в течение 10...15 лет эксплуатации  $\tau_z$  криососудов (криоустройств) в интервале 4...120 К. В результате в данных оптимизированных криососудах были достигнуты предельные ресурсы работы  $R_{max}$  при разовом заполнении их жидким криоагентом на протяжении  $\tau_z$ . Получение таких характеристик  $R_{max}$  для криососудов в течение  $\tau_z$  определяется использованием комплекса из 30 разработанных научно-обоснованных параметров, конструкций и технологий (или тремя предельными параметрами  $\lambda_{эф.min}$ ,  $\mathcal{E}_{x.max}$  и  $P_o$ ) для их оптимизации согласно соотношениям:

$$\begin{aligned} R_{max} = f(T_o, P_o, P_{раб}, W_o, T_{min}, T_{n.o.}, P_{n.o.}, \alpha_{max}, \\ K_{max}, \tau_o, \tau_{n.o.}, P_{y.o.}, h_o, n_{z.o.}, n_{k.o.}, \rho_o, a_{n.z.}, \Gamma_n, \\ V_{n.z.}, N_{n.o.}, A_o, I_o, F_{отб}, \mathcal{E}_{Al.o.}, \mathcal{E}_{z.o.}, Z_y, D, \\ M_u, M_a, M_k) \end{aligned} \quad (11)$$

или

$$R_{max} = f(\lambda_{эф.min}, \mathcal{E}_{x.max}, P_o). \quad (12)$$

Разработанный комплекс из 30 научно-обоснованных параметров, конструкций и технологий и выбранные наиболее эффективные современные изоляционные, адсорбционный и конструктивные материалы внедрен в серийное производство 7-ми типов криобиологических сосудов емкостью от 5 до 35 л на Харьковском заводе транспортного оборудования (ХЗТО), что позволило довести их тепловые, вакуумные и другие характеристики до лучших в мире.

В результате ресурс работы, например, криососуда Х-34Б (35 л) с жидким азотом увеличился со 100-110 до 390...400 суток (в ~3,6 раза). Это в 1,6 раза выше лучшего подобного французского криососуда RVS-35А. От повышения качества выпускаемых криососудов завод ХЗТО получил экономический эффект более 700 тыс. руб. (в ценах 1991 г.).

К настоящему времени уже изготовлено более 160 тыс. таких высокоэффективных криососудов, которые широко используются в ракетно-космическом комплексе, животноводстве, криомедицине и криобиологии на Украине, в странах СНГ, Финляндии, Венгрии, Монголии и других странах.

Следует отметить, что современный и грядущий прогресс в развитии многих отраслей науки, техники, медицины, животноводства, решении проблем жизнеобеспечения, в развитии альтернативных моторных топлив для транспортных средств связывают с использованием явления сверхпроводимости (в том числе высокотемпературной), чистых и сверхчистых газов (получаемых криогенными методами), а также с внедрением жидкого метана, водорода и низкотемпературных процессов в энергетике. Для этого требуется использование значительного количества различных криоустройств, криоемкостей и криососудов с самой эффективной криогенной теплоизоляцией с пакетами ЭВТИ, комплекс научно-обоснованных параметров, конструкций и технологий для изготовления которых разработан автором и описан в настоящей работе.

### Заключение

По полученным результатам экспериментально-расчетных исследований новых особенностей многомерных сопряженных процессов тепломассопереноса в многоэлементной теплозащите с пакетами ЭВТИ на криососудах с использованием разработанных оригинальных устройств и методик на изготовленных установках разработан комплекс из 30-ти научно-обоснованных параметров, конструкций и технологий для проектирования, оптимизации и изготовления различных криососудов и криоемкостей для интервала 4-120 К с предельно низкими потерями жидких криогентов. Разработанный комплекс позволил оптимизировать серийные криобиологические сосуды, выпускаемые на заводе ХЗТО, до тепловых, вакуумных и др. характеристик лучших существующих аналогов.

### Литература

1. Гетманец В.Ф., Михальченко Р.С., Вакуленко В.Д. К вопросу неаддитивности тепловых потоков по тепловым мостам и экранно-вакуумной теплоизоляции криогенных устройств // Теплообмен при низких температурах. – К.: Наук. думка, 1979. – С. 120-130.
2. Гетманец В.Ф. Адсорбционно-диффузионная модель газоотделения вакуумных систем // Расчет и исследование криогенных систем. – К.: Наук. думка, 1981. – С. 22-32.
3. Жунь Г.Г. Разработка оптимальной технологии вакуумирования криососудов // Придніпровський науковий вісник. Сер.: Машинобудування. – 1998. – № 43 (110). – С. 43-51.
4. Жунь Г.Г., Гетманец В.Ф., Михальченко Р.С. и др. Выявление и устранение факторов, ухудшающих эффективность криососудов // Инж.-физ. журн. – 1989. – Т. 56, № 2. – С. 271-276.
5. Жунь Г.Г. Оптимизация технологии монтажа теплозащитных слоев ЭВТИ криососудов // Придніпровський науковий вісник. Сер.: Машинобудування. – 1998. – № 28 (95). – С. 24-30.
6. Эффективность "безэкранного" метода использования холода паров в криососудах с широкой горловиной / Г.Г. Жунь, В.Ф. Гетманец, Р.С. Михальченко, П.Н. Юрченко и др. // Инж.-физ. журн. – 1988. – Т. 54, № 4. – С. 600-607.
7. Жунь Г.Г. Разработка и исследование энергосберегающих адсорбционных насосов для криососудов // Інтегровані технології та енергозбереження. – 2000. – № 4. – С. 17-25.
8. Жунь Г.Г. Оптимизация процесса термовакuumной дегазации теплозащиты криососудов // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: Нац. аерокосмічний університет "ХАІ", 2001. – Вип. 21. – С. 104-107.

*Поступила в редакцию 21.08.2007*

**Рецензент:** д-р физ.-мат. наук, проф. А.И. Прохвятилов, Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины, Харьков.

УДК 621.983.044:621.7.044

С.А. МАЗНИЧЕНКО, С.И. ПЛАНКОВСКИЙ, О.С. БОРИСОВА

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

## ОБ ОСОБЕННОСТЯХ СМЕСЕОБРАЗОВАНИЯ В ТЕПЛОВЫХ ПРИВОДАХ ИМПУЛЬСНОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Рассмотрены недостатки современных систем смесеобразования в камерах импульсных машин. Предложена математическая модель процесса наполнения камер сгорания компонентами топливной смеси. На основе моделирования показано, что применяемые способы наполнения не обеспечивают равномерного состава смеси внутри камеры перед зажиганием. Сформулированы задачи совершенствования систем смесеобразования импульсного оборудования.

**импульсное оборудование, система смесеобразования, моделирование процесса наполнения**

### Введение

Импульсное оборудование разработки ХАИ позволяет с высокой эффективностью осуществлять целый ряд технологических процессов в производстве авиационно-космической техники – разделение и объемную штамповку труднодеформируемых сталей и сплавов, термоимпульсную очистку деталей произвольной формы. Однако следует признать, что импульсное оборудование не получило широкого применения. В какой-то мере это связано с недостатками, свойственными созданным образцам. К таким недостаткам следует отнести недостаточную точность дозирования энергии, что приводит к повышенным нагрузкам на конструктивные элементы оборудования и технологической оснастки.

Для термоимпульсных технологий качество обработки определяется еще и стабильностью теплового воздействия по всей поверхности обрабатываемой детали. Отсюда возникает необходимость обеспечения равномерного состава топливной смеси во всем объеме камеры.

В случае обработки деталей авиационных агрегатов, имеющих сложную форму с множеством отверстий различного диаметра, обеспечение равномерности состава топливной смеси становится достаточно сложной задачей.

Решение этой задачи возможно за счет проведения численных экспериментов на базе современных математических моделей. Вопросам построения таких моделей для задач смесеобразования в камерах сгорания импульсного оборудования посвящена настоящая статья.

### 1. Сущность проблемы

В настоящее время в камерах сгорания (КС) тепловых приводов импульсных устройств, предназначенных для выполнения различных операций обработки материалов давлением и потоками энергии высокой плотности, в качестве энергоносителя используют смеси углеводородного топлива – природного (метана) или искусственного (типа пропан-бутановых соединений) газов с воздухом в стехиометрическом соотношении [1]. В целях эксплуатационной безопасности при формировании заряда применяется схема с внутренним смесеобразованием. В полость КС сначала впускают газ с заданным уровнем давления, а затем сжатый воздух, кислород которого служит окислителем. Соотношение (по давлению) количества газа и воздуха в смеси выбирают так, чтобы выдерживался ее стехиометрический состав.

Природный газ легче воздуха, а пропан-бутан – тяжелее, и это вынуждает принимать в процессе

дозирования компонентов специальные меры с целью максимальной турбулентности смеси, чтобы получить ее гомогенный состав.

Как установлено в процессе исследований и длительной промышленной эксплуатации, принятые конструктивные и эксплуатационные меры в целом удовлетворительно решают задачи смесеобразования. Однако энергетическая нестабильность образованных топливовоздушных зарядов (при неизменных внешних и внутренних параметрах, а также давлении компонентов в смеси) свидетельствует о существенных неравномерностях в их составе по объему КС. Причиной этого является неудовлетворительное смешение при раздельном дозировании, а также разница в плотностях газообразных топлив и сжатого воздуха, которая обуславливает местные расслоения и появление зон со значительными отклонениями от стехиометрического состава [2].

Отличающиеся плотности компонентов накладывают также технологические ограничения на операции подготовки рабочего цикла. Так, например, использование пропан-бутановых соединений в смесях с номинальным давлением, превышающим 1,2...1,3 МПа, даже при температуре окружающей среды не менее 15...20°C весьма проблематично, поскольку при таком давлении в конце процесса дозирования пропан-бутан начинает сжижаться, резко изменяя этим состав смеси, вплоть до невозможности ее воспламенения. В метановоздушных смесях весьма ограничено время между окончанием дозирования и воспламенением. Экспериментально установлено, что, во-первых, смесь должна стабилизироваться, на что расходуется до 0,2 с, а во-вторых, по истечении 0,4...0,5 с развивается процесс расслоения компонентов. Поэтому поджог смеси, как показывает практика, следует выполнять не ранее 0,15...0,2 с и не позже 0,3...0,35 с после окончания выпуска воздуха при раздельном дозировании газообразного топлива и окислителя.

Изложенные особенности, характерные поведе-

нию топливовоздушных смесей на основе углеводородных газообразных топлив, оказывают существенное влияние на стабильность теплоэнергетических преобразований в течение каждого цикла. Непостоянство величины выделяющейся энергии в идентичных рабочих циклах негативно сказывается на выполнении конкретных технологических операций.

Поэтому задача стабильного обеспечения заданного состава топливной смеси является одним из основных направлений совершенствования импульсного оборудования. Данная задача может быть решена на основе использования современных численных методов, что требует разработки соответствующих математических моделей. Решению этой задачи посвящена настоящая статья.

## 2. Математическая модель процесса смесеобразования

В целях совершенствования привода импульсного оборудования в ХАИ разработана математическая модель процесса смесеобразования при раздельном наполнении двухкомпонентной топливной смесью. Для численного исследования поставленной задачи используются система уравнений Навье – Стокса [3], включающих законы сохранения массы, импульса и энергии нестационарного пространственного течения в рамках подхода Эйлера в декартовой системе координат  $(x_i, i = 1, 2, 3)$ , в общем виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k) = 0,$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_i u_k - \tau_{ik}) + \frac{\partial P}{\partial x_i} = S_i,$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}((\rho E + P)u_k + q_k - \tau_{ik}u_i) = S_k u_k + Q_H,$$

где  $t$  – время;

$u$  – скорость газа;

$\rho$  – плотность газа;

$P$  – давление газа;

$S_i$  – внешние массовые силы, действующие на

единичную массу газа;

$E$  – полная энергия единичной массы газа;

$Q_H$  – тепло, выделяемое тепловым источником в единичном объеме газа;

$\tau_{ik}$  – тензор вязких сдвиговых напряжений;

$q_i$  – диффузионный тепловой поток, нижние индексы означают суммирование по трем координатным направлениям.

Кроме того, используются уравнения состояния инертного газа

$$\rho = P/(RT),$$

где  $R$  – газовая постоянная моделируемого газа, а также эмпирические зависимости вязкости и теплопроводности этого газа от температуры.

Для моделирования турбулентных течений уравнения Навье-Стокса осредняются по Рейнольдсу.

В результате уравнения имеют дополнительные члены – напряжения по Рейнольдсу, а для замыкания этой системы уравнений используются уравнения переноса кинетической энергии турбулентности и ее диссипации в рамках  $k$  –  $\varepsilon$  модели турбулентности [3].

Тензор вязких сдвиговых напряжений определяется следующим образом:

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij},$$

где  $\mu = \mu_l + \mu_t$ ;

$\mu_l$  – коэффициент динамической вязкости;

$\mu_t$  – коэффициент турбулентной вязкости;

$\delta_{ij}$  – дельта-функция Кронекера;

$k$  – кинетическая энергия турбулентности.

В соответствии с  $k$  –  $\varepsilon$  моделью турбулентности,  $\mu_t$  определяется через величины кинетической энергии турбулентности  $k$  и диссипации этой энергии  $\varepsilon$ :

$$\mu_t = f_\mu \frac{C_\mu \rho k^2}{\varepsilon},$$

$$\text{где } f_\mu = \left[ 1 - \exp(-0,025 R_y) \right]^2 \cdot \left( 1 + \frac{20,5}{R_T} \right);$$

$$R_T = \frac{\rho k^2}{\mu_l \varepsilon};$$

$$R_y = \frac{\rho \sqrt{k} y}{\mu_l};$$

$y$  – расстояние от поверхности стенки;

$$C_\mu = 0,09.$$

Кинетическая энергия турбулентности  $k$  и диссипация этой энергии  $\varepsilon$  определяются в результате решения следующих двух уравнений:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k k) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right) + S_k;$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) + S_\varepsilon,$$

$$\text{где } S_k = \tau_{ij}^R \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \mu_t P_B;$$

$$S_\varepsilon = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left( f_1 \tau_{ij}^R \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \mu_t C_B P_B \right) - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k};$$

$$\tau_{ij}^R = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij};$$

$$P_B = - \frac{g_i}{\sigma_B} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i};$$

$g_i$  – составляющая гравитационного ускорения в координатном направлении  $x_i$ ;

$$\sigma_B = 0,9;$$

$$C_B = 1 \text{ при } P_B > 0, C_B = 0 \text{ при } P_B < 0;$$

$$f_1 = 1 + \left( \frac{0,05}{f_\mu} \right)^3;$$

$$f_2 = 1 - \exp(-R_T^2);$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1,44; C_{\varepsilon 2} = 1,92; \sigma_\varepsilon = 1,3; \sigma_k = 1.$$

В случае наполнения камеры сгорания импульсных машин имеет место двух- (водород-кислород) или многокомпонентное (метан-воздух) течение газов. В этом случае изменение концентраций компонентов смеси в пространстве вследствие диффузии моделируется следующими уравнениями:

$$\frac{\partial \rho y_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k y_i) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( (D_{ij} + D_{ij}^t) \frac{\partial y_i}{\partial x_k} \right);$$

где  $y_i$  – концентрация  $i$ -го компонента смеси;

$D_{ij}$  и  $D_{ij}^t$  – коэффициенты молекулярной и турбулентной диффузии, которые подчиняются закону Фика, так что  $D_{ij} = D \delta_{ij}$ ,  $D_{ij}^t = \delta_{ij} \frac{\mu_t}{\sigma}$ , где  $D$  – коэффициент диффузии;

$\sigma$  – турбулентное число Шмидта.

Для определения теплофизических свойств текущей среды, т.е. зависимостей плотности, вязкости, теплопроводности, удельных теплоемкостей, коэффициентов диффузии компонентов текущей среды от давления, температуры и концентрации компонентов текущей среды, используются уравнения состояния, эмпирические и полуэмпирические зависимости.

Адекватность описанной модели подтверждена сравнением результатов численного эксперимента с аналитическими решениями ряда аналогичных задач. Расхождение результатов между численным и точным решениями не превышает 3,5 % [4]. Полная система уравнений решалась методом конечных объемов при помощи пакета COSMOS FloWorks.

### 3. Результаты моделирования процесса наполнения и их обсуждение

В процессе проведения численных экспериментов на основе описанной выше математической модели рассматривались процессы смесеобразования в камере установки для термоимпульсной обработки с размещенной внутри камеры деталью.

В качестве топливной смеси рассматривалась

смесь метана и воздуха. Время наполнения камеры смесью метана и воздуха происходит за 3 характерных этапа:

1.  $t = 0 - 0,12$  с – время наполнения камеры метаном;
2.  $t = 0,12 - 1,0$  с – время выдержки;
3.  $t = 1,0 - 1,06$  с – время наполнения камеры воздухом.

Признаком завершения этапа наполнения для каждого из компонентов смеси служит заданный уровень давления, рассчитанный исходя из необходимой энергии и стехиометрического соотношения.

На первом этапе расчетов с целью проверки адекватности моделей анализировались зависимости от времени средних по объему камеры характеристик – температуры, давления и массовых концентраций компонентов смеси.

Изменение средней массовой концентрации метана (пунктирная линия) и воздуха (сплошная линия) в зависимости от времени наполнения камеры приведено на рис. 1.

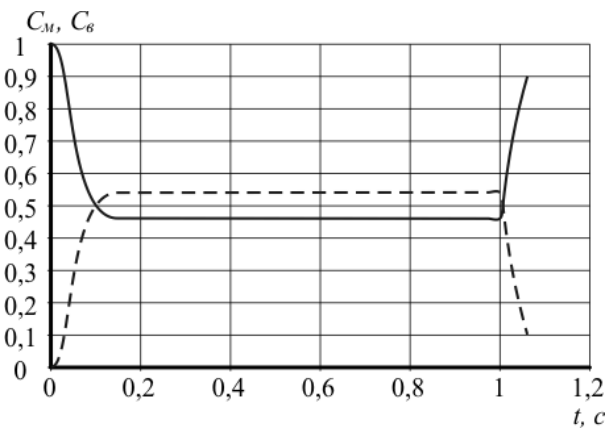


Рис. 1. Изменение средней массовой концентрации метана и воздуха по времени наполнения

Сумма средней концентрации метана  $C_m$  и средней концентрации воздуха  $C_v$  в любой промежуток времени равна 1. В соответствии с этим при подаче метана в КС его массовая концентрация растет, а воздуха падает, во время выдержки массовая концентрация обоих элементов не меняется, а при подаче воздуха его массовая концентрация растет, а

метана падает. Для рассматриваемого случая (объем камеры  $0,04 \text{ м}^3$ , магистральное давление метана  $0,3 \text{ МПа}$ , давление метана в камере  $0,276695 \text{ МПа}$ ) средняя температура по окончании процесса наполнения метаном в камере повышается с  $293$  до  $350 \text{ К}$ .

В процессе выдержки перед подачей воздуха средняя температура в камере падает до уровня  $340 \text{ К}$ . При последующей подаче воздуха смесь в камере сжимается и ее средняя температура повышается до  $420 \text{ К}$ .

Характер зависимостей от времени наполнения средних значений температуры, давления массовых концентраций компонентов смеси, полученный в результате моделирования, совпадает с решениями, полученными в ранее выполненных работах теоретически и в результате экспериментальных измерений [1, 2], что подтверждает адекватность построенной математической модели.

Наиболее интересные результаты были получены при анализе распределения температуры и массовой концентрации компонентов по объему КС. Установлено, что в процессе наполнения распределение массовой концентрации метана в камере, а также температура смеси являются крайне неравномерными.

На рис. 2 показана картина распределения концентрации метана в камере в момент окончания процесса наполнения для рассмотренного в ходе моделирования примера.

Видно, что воздух, подававшийся в КС, вытеснил метан и в верхнюю ее часть из областей, находящихся напротив впускного клапана. Непосредственно в этой зоне вблизи обрабатываемой детали метан вообще практически отсутствует. Максимальная массовая концентрация метана превосходит минимальное значение более чем в  $1000$  раз. При этом график средней концентрации дает значение массового содержания метана, равное стехиометрическому –  $0,1$ !

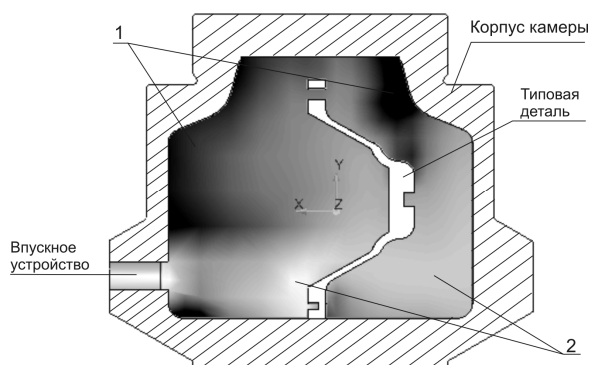


Рис. 2. Распределение массовой концентрации метана в камере в момент окончания наполнения: 1, 2 – области с максимальной и минимальной массовой концентрацией метана соответственно

Аналогичная картина наблюдается в распределении температур в объеме камеры. В момент окончания наполнения КС метаном разброс температур составляет от  $285 \text{ К}$  (т.е. имеются области с локальным охлаждением) до  $392 \text{ К}$ . Этому же моменту времени соответствует средняя температура  $350 \text{ К}$ .

В процессе выдержки температура в КС выравнивается по объему. Минимальная температура в камере составляет  $320 \text{ К}$ , максимальная –  $347 \text{ К}$ . Однако к моменту окончания наполнения КС воздухом максимальное значение температуры составляет более  $483 \text{ К}$ . В то же время, непосредственно вблизи впускного отверстия наблюдается минимальная температура – менее  $273 \text{ К}$ .

Очевидно, что в данном случае говорить о наличии топливной смеси равномерного состава нельзя. В случае термоимпульсной обработки детали подобные предположения неизбежно приведут к неправильному расчету технологических параметров процесса. Изменениями направления подачи газа или способа размещения детали в камере проблема не решается. Таким образом, результаты моделирования убедительно показывают необходимость совершенствования процессов смесеобразования при проектировании технологических процессов термоимпульсной обработки.

Дополнительную погрешность в дозирование компонентов топливной смеси вносят используемые

системы текущего измерения параметров дозирования [5]. Они, как правило, содержат трубопроводы значительной длины, что в совокупности с продолжительностью времени установления показаний (запаздывание) представляет собой весьма несовершенную систему, требующую довольно тонкой регулировки при наладке. Несоблюдение соотношения количеств топлива и окислителя при раздельной их подаче в к.с. привода также вызывает колебание величины располагаемой энергии цикла от номинальной. Это неблагоприятно влияет на течение технологического процесса импульсной обработки.

Поэтому весьма актуальным является создание более современной системы дозирования, способной с максимальной точностью, обеспечиваемой современными средствами автоматизации и микропроцессорной техники, отмеривать строго нормированное количество топливовоздушной смеси и выдерживать при этом оптимальное соотношение компонентов при весьма малой длительности процесса дозирования, которое для различных технологических процессов импульсной обработки практически не должно выходить за пределы 2...5 с.

#### 4. Пути совершенствования систем наполнения КС импульсного оборудования

Существующий способ формирования заряда энергоносителя на основе раздельной последовательной подачи компонентов можно значительно усовершенствовать, заменив его наполнением КС привода готовой смесью. Для этого впускное устройство необходимо оснастить специальным смесителем, в котором при прохождении воздушного потока (компонентом с большим магистральным давлением) захватывается необходимое количество горючего газа. При этом состав смеси (соотношение топлива и окислителя) задается при наладке системы с помощью регулировочных элементов: игл, клапанов, заслонок и т.п.

Преимущества подобной системы очевидны. Впуск смеси содержит всего одну фазу, степень перемешивания компонентов, т.е. однородность смеси является наиболее высокой и сгорание такой газовой среды более эффективно.

Применение в АСУ микропроцессорных приборов и основанных на их использовании специализированных вычислителей, электронных контроллеров позволяет улучшить работу системы дозирования и, в частности, исключить цепи текущего измерения давления смеси в КС привода и связанные с этим погрешности. Так, например, располагая законом нарастания давления смеси по времени в виде  $P_{см} = f(\tau)$  для конкретной КС и системы дозирования, несложно исходное давление смеси задавать длительностью наполнения. Указанную зависимость легко получить при наладочных работах, записывая в память компьютера показания эталонного датчика давления, размещенного непосредственно на КС энергоузла, с одновременной фиксацией временных отметок.

Поскольку каждое счетное микропроцессорное устройство снабжено встроенным тактовым генератором с высокой стабильностью генерируемой частоты, то можно отсчитывать любые заданные отрезки времени с точностью до микросекунд по числу тактовых импульсов, характеризующих требуемый уровень давления смеси в процессе наполнения камеры сгорания, причем отсчет будет выполнен стабильно, от цикла к циклу.

Мощность единичного цикла (давление смеси) может задавать оператор, либо система управления в автоматическом режиме, базируясь на показаниях соответствующих датчиков, и с учетом данных, введенных заблаговременно в АСУ, о свойствах обрабатываемого материала и характеристиках технологического процесса обработки.

«Безошибочность» работы подобной системы дозирования зависит только от состояния впускного тракта, которое, как свидетельствует опыт много-

летней эксплуатации, сохраняется неизменным весьма долго при условии отсутствия механического вмешательства (местные текущие переделки, случайные деформации, повреждения и т.п., после ликвидации которых следует записать повторно зависимость  $P_{см} = f(\tau)$ ).

Следует также отметить, что при наличии некоторой негерметичности уплотнения «металл-металл» в камерах сгорания, снабженных запирающе-перепускным устройством, и отдельной подаче компонентов, часть топливного газа в течение наполнения воздухом выдавливается из камеры и качественный состав смеси существенно нарушается. При наполнении камеры готовой смесью соотношение количеств топлива и окислителя сохраняется неизменным, а может измениться только общая количественная характеристика, которую легко корректировать, изменяя (увеличивая) длительность подачи смеси в полость камеры сгорания. Эту операцию также можно автоматизировать, базируясь на изменении (уменьшении при наличии утечки) скорости нарастания давления смеси, что может быть предусмотрено программным обеспечением АСУ.

### Заключение

Разработана нестационарная трехмерная математическая модель на основе уравнений Навье-Стокса и  $k-\varepsilon$  модели турбулентности для описания процесса смесеобразования в камерах сгорания импульсного оборудования.

Показано, что при традиционной схеме последовательного наполнения камеры компонентами топливной смеси ее состав крайне неравномерен в объеме камеры. Поэтому принимавшееся ранее предположение о равномерном составе смеси в камерах

сгорания импульсных машин является неверным.

Предложены направления совершенствования систем наполнения импульсного оборудования за счет внедрения схемы совместного наполнения компонентами смеси и перехода к заданию потребной энергии привода длительностью наполнения.

### Литература

1. Кононенко В.Г., Астафьев Л.Я., Стельмах В.А. Анализ параметров энергоузлов импульсных машин для обработки металлов давлением // Обработка материалов давлением в машиностроении. – Х.: ХГУ, 1969. – Вып. 4. – С. 75-81.
2. Стриженко В.Е., Саранча В.Н., Хуако А.М. Исследование процесса смесеобразования в камерах сгорания импульсных машин // Высокоскоростная обработка материалов давлением. – Х.: ХАИ, 1975. – Вып. 4. – С. 115-119.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 847 с.
4. Газодинамічні характеристики потоку інертного газу в каналі плазмотрону / В.С. Кривцов, С.І. Планковський, Є.В. Цегельник, Є.К. Островський, А.О. Таран // Наукові вісті НТУУ «Київський політехнічний інститут». – 2006. – № 2. – С. 87-99.
5. Импульсная резка горячего металла / В.С. Кривцов, А.Ю. Боташев, А.Н. Застела, С.А. Мазниченко, С.И. Планковский, В.Н. Сапрыкин. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т „Харьк. авиац. ин-т”, 2005. – 476 с.

Поступила в редакцию 5.09.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.П. Божко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.

УДК 629.735.015.4.03:620.178.(045)

Н.С. КУЛИК, С.С. ДУБРОВСКИЙ, Н.А. КОВЕШНИКОВ

Аэрокосмический институт, Национальный авиационный университет, Украина

## СПОСОБЫ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ ОБРАЗЦОВ ПРИ ИСПЫТАНИЯХ НА ПРОЧНОСТЬ

Рассмотрены способы термомеханического нагружения образцов при испытаниях на прочность в экспериментальной установке. Обосновывается эффективность предлагаемых способов нагружения образцов при испытаниях жаропрочных материалов на термоциклическую долговечность.

**нагружение, термоциклическая долговечность, образец, деформация, напряжения, защемление**

## Введение

В свете современных требований к работе машин и механизмов задача успешного предсказания долговечности их деталей приобретает особое значение. Однако сложность и многообразие процессов, протекающих в металлах при их усталостном разрушении [1 – 5], затрудняют выяснение общих закономерностей этого явления и его количественное описание.

## Способы нагружения образцов при испытаниях

Основным отличием предлагаемых способов является возможность стабилизации в процессе испытаний параметров цикла термомеханических напряжений, задаваемых в широком диапазоне их изменения.

Указанные способы иллюстрированы схемами, приведенными на рис. 1 и 2. Графики на этих рисунках качественно иллюстрируют циклическое изменение температуры  $T(t)$ , термомеханических напряжений  $\sigma_{TM}$ , а также свободных тепловых  $\varepsilon_{св}$ , упругих  $\varepsilon_{упр}$ , неупругих  $\varepsilon_{неупр}$  и полных  $\varepsilon_{полн}$  деформаций образца.

**1. Нагружение с высокими положительными уровнями асимметрии цикла термомеханических нагрузок** (рис. 1, а) достигается установкой следя-

щего устройства автоматического защемления образца на внешней по отношению к образцу плоскости упругой диафрагмы, которая препятствует в каждом цикле охлаждения термическому сокращению длины образца, предварительно нагруженного статическими напряжениями растяжения.

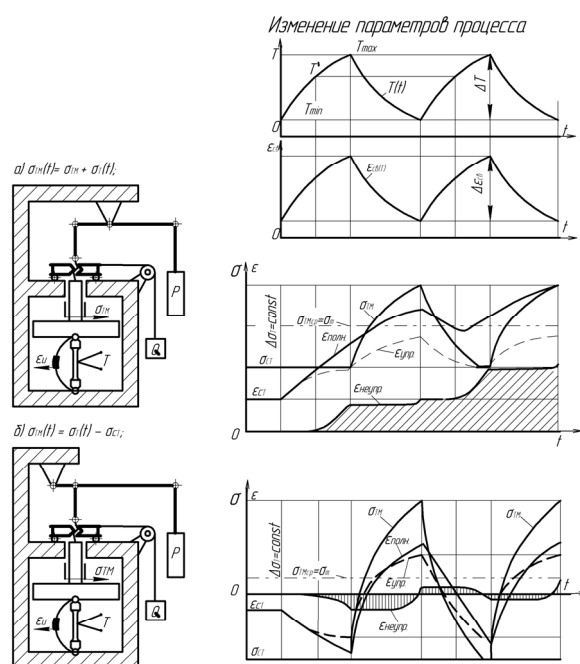


Рис. 1. Термомеханическое нагружение с высокими (а) и низкими положительными (б) уровнями асимметрии циклов

В первом полуцикле нагрева образец нагружается силой  $P$  через рычаг первого рода, в результате чего в нем возникают напряжения растяжения  $\sigma_{СТ}$ ,

не изменяющиеся в течение всего полуцикла. Под воздействием этих напряжений при увеличении температуры образца его полная деформация  $\varepsilon_{полн}$  будет увеличиваться за счет уменьшения модуля упругости материала. При увеличении температуры образца выше некоторого значения  $T'$  в нем будут накапливаться неупругие деформации  $\varepsilon_{неупр}$  из-за превышения напряжением  $\sigma_{СТ}$  предела пропорциональности материала и развития пластических деформаций и ползучести.

Суммарное удлинение образца при нагреве приводит в действие следящий механизм его автоматического заземления. В процессе нагрева этот механизм не препятствует удлинению образца. В полуцикле охлаждения гайка препятствует сокращению длины образца при уменьшении температуры. Благодаря этому в образце возникают термические напряжения растяжения  $\sigma_T$ , которые, суммируясь с напряжениями  $\sigma_{СТ}$ , приводят к увеличению термомеханических напряжений  $\sigma_{ТМ}$  при уменьшении температуры от  $T_{max}$  до  $T_{min}$  от значения  $\sigma_{СТ}$  до величины  $\sigma_{СТ} + \Delta\sigma_T$ .

В следующем полуцикле нагрева термические напряжения растяжения будут уменьшаться в заземленном образце за счет его термического удлинения. Уменьшение термических напряжений будет происходить до тех пор, пока суммарное удлинение образца при нагреве не достигнет значения, при котором в начале предыдущего цикла охлаждения гайкой-барабаном образец был заземлен в силовой раме. Это произойдет при температуре, несколько меньшей максимальной температуры цикла  $T_{max}$  за счет того, что в предыдущем полуцикле охлаждения в образце была накоплена остаточная деформация растяжения, увеличившая суммарную длину образца. При этой температуре образец освобождается от заземления, в результате чего на него будет воздействовать только усилие груза  $P$ , вызывающее

напряжение  $\sigma_{СТ}$ . В процессе дальнейшего увеличения температуры до  $T_{max}$  увеличение суммарного удлинения образца приведет в действие следящий механизм, таким же образом, как и в предыдущем полуцикле нагрева. При этом минимальное значение цикла термомеханических напряжений будет строго ограничиваться величиной  $\sigma_{СТ}$ .

Описанный процесс изменения термомеханических напряжений будет циклически повторяться в той же последовательности (до предельного состояния или разрушения образца).

Автоматическое заземление образца в начале каждого полуцикла охлаждения приводит, при постоянном размахе температур  $\Delta T = const$ , к неизменности размаха термомеханических напряжений  $\Delta\sigma_{ТМ} = const$  за счет накопления остаточных неупругих деформаций растяжения. В этом заключается стабилизирующее действие механизма автоматического заземления образца.

В рассматриваемой схеме статической нагрузкой могут быть заданы высокие положительные уровни асимметрии циклических термомеханических напряжений, так как даже при отсутствии статической нагрузки в образце будут создаваться положительные циклические термонапряжения по пульсирующему циклу, под действием которых в образце будет накапливаться неупругая остаточная деформация растяжения.

**2. Нагружение образца с низкими положительными уровнями асимметрии цикла термомеханических напряжений стабилизированных параметров** (рис. 1, б) обеспечивается путем установки следящего устройства на внешней плоскости упругой диафрагмы, препятствующей термическому сокращению длины образца, предварительно сжатого напряжениями  $\sigma_{СТ}$ .

В первом полуцикле охлаждения ненагруженного образца к нему с помощью груза  $P$  прикладываются статические напряжения сжатия  $\sigma_{СТ}$ , которые

остаются неизменными в течение последующего полуцикла нагрева, так как следящий механизм не препятствует тепловому удлинению образца. В начале следующего полуцикла охлаждения, с помощью следящего механизма образец автоматически защемляется в силовой раме, что приводит к возникновению в нем термических напряжений растяжения, которые увеличиваются с понижением температуры. При значениях статических напряжений сжатия, меньших по абсолютной величине половины размаха термических напряжений  $\Delta\sigma_T$ , термомеханические напряжения  $\sigma_{TM}$  изменяют знак на некотором этапе охлаждения образца, достигая в конце полуцикла охлаждения максимального положительного значения.

В следующем полуцикле нагрева происходит уменьшение термических напряжений, обусловленное тепловым удлинением зажатого образца. Это уменьшение приводит к перемене знака термомеханических напряжений  $\sigma_{TM}$ , которые достигают значения заданных статических напряжений сжатия  $\sigma_{CT}$  в тот момент, когда гайка следящего механизма освобождает образец от зажатия в силовой раме. Освобождение образца от зажатия произойдет при температуре несколько меньшей максимальной температуры цикла  $T_{max}$  за счет того, что в конце предыдущего полуцикла охлаждения суммарная длина образца была увеличена из-за накопленной неупругой деформации  $\varepsilon_{неупр}$  растяжения. При дальнейшем увеличении температуры до значения  $T_{max}$  термомеханические напряжения будут строго ограничены величиной статических напряжений сжатия  $\sigma_{CT}$ , задаваемых грузом  $P$ .

В начале полуцикла охлаждения вновь происходит автоматическое зажатие образца, приводящее к возникновению термических напряжений растяжения, и цикл нагружения повторяется в той же последовательности.

В рассмотренном примере подбором величины груза  $P$  цикл термомеханических напряжений стабилизированных параметров может быть изменен от пульсирующего в положительной области (при  $P = 0$ ), до цикла, близкого к симметричному. При пульсирующем цикле в образце будет накапливаться остаточная деформация растяжения, а при цикле, близком к симметричному, происходит неупругое деформирование образца с переменной знака внутри каждого цикла, практически без существенного накопления остаточных деформаций.

**3. Нагружение с низкими отрицательными уровнями асимметрии цикла термомеханических напряжений стабилизированных параметров** (рис. 2, а) обеспечивается установкой следящего устройства на внутренней плоскости упругой диафрагмы, препятствующей в каждом полуцикле нагрева термическому удлинению предварительно растянутого образца.

В начале полуцикла нагрева ненагруженного образца к нему прикладывается статическое напряжение растяжения и осуществляется автоматическое его зажатие, препятствующее удлинению при увеличении температуры. В конце полуцикла охлаждения осуществляется автоматическое освобождение образца от зажатия и повторное приложение статических напряжений растяжения исходного уровня. Цикл повторяется.

В рассмотренном варианте подбором статической растягивающей нагрузки цикл термомеханических напряжений стабилизированных параметров может быть изменен от пульсирующего в отрицательной области (при  $P = 0$ ) до цикла, близкого к симметричному.

При пульсирующем цикле в образце следует ожидать накопление остаточных деформаций сжатия, а при цикле, близком к симметричному, происходит неупругое деформирование образца с переменной знака внутри каждого цикла, практически без накопления остаточных деформаций.

4. При нагружении термомеханическими напряжениями с высокими отрицательными уровнями асимметрии цикла (рис. 2, б) к образцу с циклически изменяющейся температурой в начале полуцикла нагрева прикладываются статические напряжения сжатия и осуществляется автоматическое его заземление, препятствующее удлинению при увеличении температуры. В конце полуцикла охлаждения происходит автоматическое освобождение образца от заземления и повторное приложение статических напряжений сжатия исходного уровня. Цикл повторяется.

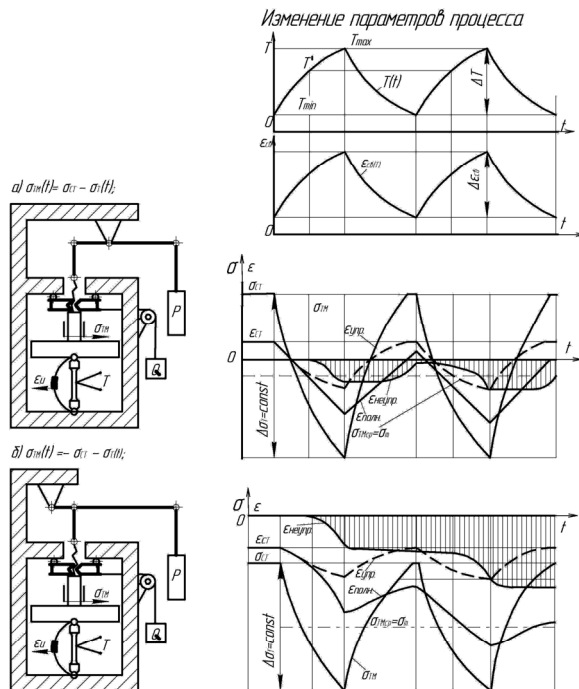


Рис. 2. Термомеханическое нагружение с низкими (а) и высокими (б) отрицательными уровнями асимметрии циклов

По рассматриваемой схеме статической нагрузкой могут быть заданы высокие отрицательные уровни асимметрии цикла термомеханических напряжений, при которых будет иметь место наиболее интенсивное накопление неупругих деформаций сжатия, так как даже при отсутствии статиче-

ской нагрузки в образце будут создаваться отрицательные циклические напряжения по пульсирующему циклу, которые могут привести к существенному накоплению неупругих остаточных деформаций сжатия.

## Заключение

Применение вышеописанных способов термомеханического нагружения позволит охватить при испытаниях все возможные диапазоны изменения асимметрии цикла и размахов термоциклических напряжений стабилизированных экстремальных уровней.

## Литература

1. Ветров А.Н., Ковешников Н.А. Исследование долговечности жаропрочных сплавов. – К., 1986. – 398 с.
2. Третьяченко Г.Н., Кравчук Л.В., Курият Р.И., Волощенко А.П. Несущая способность лопаток газовых турбин. – К.: Наук. думка, 1975. – 290 с.
3. Писаренко Г.С., Можаровский Н.С. Прочность материалов и элементов конструкции в экстремальных условиях. – К.: Наук. думка, 1980. – Т. 1. – 535 с.
4. Грязнов Б.А., Городецкий С.С., Налимов Ю.С. и др. Усталость жаропрочных сплавов и рабочих лопаток ГТД / Отв. ред. В.Т. Трощенко. – АН Украины. Ин-т пробл. прочности. – К.: Наук. думка, 1992. – 264 с.
5. Гецов Л.Б. Материалы и прочность деталей газовых турбин. – М.: Недра, 1996. – 268 с.

Поступила в редакцию 2.10.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. А.А. Тамаргазин, Национальный авиационный университет, Киев.

УДК 681.3

**А.Г. МИХАЙЛОВ***Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

## **ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ ИЗМЕРЕНИЯ И КОНТРОЛЯ ПАРАМЕТРОВ ЭНЕРГОНОСИТЕЛЕЙ ЛА**

В данной работе рассматривается применение перспективных направлений по проектированию информационно-измерительных систем контроля параметров энергоносителей летательных аппаратов. Рассмотрены вопросы моделирования таких систем при различных конструктивных параметрах.

**проектирование, информационно-измерительные системы, энергоносители, летательные аппараты, методика, моделирование**

### **Введение**

Проектирование информационных систем измерения (ИИС), выполняющих задачи измерения и контроля параметров энергоносителей (ЭН) как летательных аппаратов (ЛА) так и промышленных топливно-энергетических комплексов является важной и актуальной задачей, влияющей на экономические показатели промышленных отраслей.

На кафедре авиационных приборов и измерений факультета СУЛА Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ» работа по данному направлению в рамках госбюджетной тематики ведется с 2001 г. Результаты данной работы (более 100 патентов) позволяют разработать новые методики проектирования ИИС ЭН ЛА.

Существующие принципы проектирования преимущественно основываются на реализации электромеханических методов, что создает сложность обработки информации. Получаемые конструкции измерительных датчиков и систем имеют высокую сложность, ориентированы на определенные типы топливных элементов или ЭН. При этом применение универсальных подходов к проектированию современных ЛА и промышленных топливно-энергетических комплексов с использованием существующих измерительных устройств существенно затруднено.

Основной задачей при исследовании всего многообразия ИИС, методов их проектирования и интеграции измерительных преобразователей (ИП) в ИИС является формирование обобщенных критериев, позволяющих выполнить заданные условия функционирования, точности измерений при соблюдении существующих ограничений, связанных с надежностью эксплуатации. Современные системы информационного обмена и управления характеризуются высокими показателями объемов вычислений и сложной структурой данных. В этих условиях для решения задач контроля и управления возникает необходимость сочетания традиционных подходов с моделями и методами интеллектуальных средств и знаниеориентированных ИИС.

В целях повышения эффективности обработки информации и объективности принимаемых на ее основе решений необходимо осуществить выбор структуры ИИС на основе приобретенных знаний для конкретных систем.

**Постановка задачи.** В целях исследования и разработки методологии проектирования информационных систем измерения, направленной на универсализацию методов проектирования, возникает необходимость оценки существующих решений и формального вывода решений по проектированию образца ИИС, обладающего заданными  $T$  точ-

ностными и конструктивными характеристиками.

Таким образом, ставится задача разработки и оценки перспективных методов проектирования информационно-измерительных систем промышленного назначения, в которой определены критерии  $Ju$ , позволяющие выполнить заданные условия функционирования, наложены ограничения на область существования решений  $R$ , заданы начальные связи  $Ss$  структурных элементов  $s$ :

$$T = \langle Ju, R, Ss \rangle. \quad (1)$$

Для решения поставленной задачи предлагается выполнять выбор и оценку методов проектирования с учетом классификации решений  $RS$  обобщенных структур и связей  $Ss$  структурных элементов в единице конструктивной реализации ИИС, соответствующий критерию  $Juo$ :

$$T(RS) = \langle Juo, RS, Ss \rangle.$$

Предлагается использование проекторов, теория применения которых области идентификации и оптимизации автоматических систем предложена Антоном Николаевичем Сильвестровым и Петром Ивановичем Чинаевым.

В этом случае решался вопрос самоорганизации систем автоматического управления, для которых множество  $\{Jq\}$  критериев оптимальности необходимо целеориентировать в соответствии с главной целью.

Данная задача имеет ряд решения для систем, существующих в Евклидовом пространстве  $R \subset E$ .

Попытка расширить пространство задач до универсального множества  $U$  открывает возможность функционирования логико-лингвистического проектора, при котором используются несколько каналов лингвистической аппроксимации и нечетко-множественных моделей представления знаний. Выбор соответствующих структур позволяет при создании базы знаний ИИС использовать непосредственно измерительные данные, необходимые для объективности получаемых знаний  $Rs \subset U$ .

Таким образом, предлагается новый подход к методологии проектирования ИИС, контроля параметров ЭН ЛА, основанный на обобщении существующих методов разработки современных систем контроля и измерения параметров энергоносителей ЛА. Это позволяет формализовать процессы проектирования ИИС промышленного назначения при заданных критериях функционирования  $J$ , что позволит оценить перспективные методы [1 – 7].

## 1. Построение проекторов

Разработка общей методологии проектирования ИИС контроля параметров ЭН должна строиться на базе классификаторов общих принципов измерения в виде лингвистических описаний  $lx$ . Это позволяет проектировать универсальные устройства при варьировании типами конструкций ИП и принципами их построения.

Таким образом, синтез структур ИИС может быть реализован посредством некоторого проектора  $PROJ(A, F, M, P)$ , который на основании полученных эвристических знаний  $A$  и теоретических гипотез  $F$  определяет процедуру  $P$  перехода от частных примеров ИП к обобщенным классификациям.

Такой проектор можно представить в виде

$$\{A, M\} \xrightarrow{Jo} P,$$

где  $Jo$  – некоторый критерий, формирующий процедуры в режиме РВ.

Например:

$$Jo \{F, r, L\}. \quad (2)$$

При этом модели и алгоритмы машинного обучения являются составляющими процедуры, позволяющей формировать базы знаний на основании следующих методов:  $Mm$  – машинного обнаружения закономерностей или  $Me$  – эмпирического предсказания.

При использовании альтернативных методов  $Ma$  для работы с неполной информацией возникают ситуации, при которых вновь создаваемые правила

проектирования по принципу обобщения позволяют получить новые, не формулируемые ранее экспертами.

Предложенный подход может быть реализован в виде схемы, представленной на рис. 1. Формирователь гипотез ФГ позволяет сформировать произвольную гипотезу  $F$  или гипотезу  $F(d_x)$ , обусловленную вероятностной закономерностью  $d_x$ , характеризующей распределение оценок вектора состояния  $X$ .

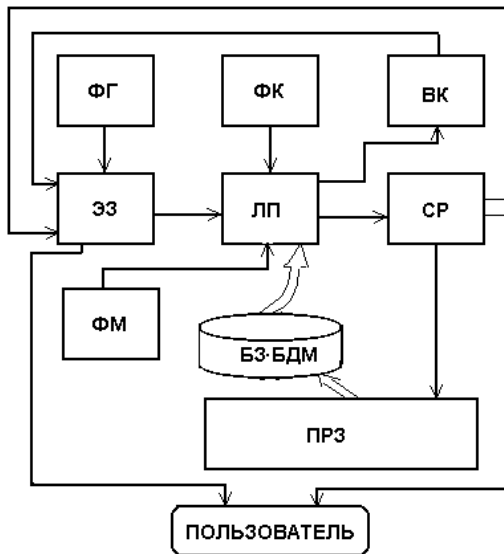


Рис. 1. Схема реализации проектора

На основании данной гипотезы осуществляется извлечение эмпирических зависимостей в модуле ЭЗ. Исходными данными для данного процесса являются лингвистические описания  $I_U$  входных воздействий, полученные по одному из ранее выбранных каналов  $L_j$  в блоке ВК, а также выбранной системе рассуждений СР эвристических знаний  $A$ . На основании этих данных лингвистический процессор ЛП может в соответствии с установленным критерием  $J$  выполнить выбор процедуры  $P$ , оптимальной относительно этого критерия. Формирователь критериев оптимизации ФК может являться входным блоком по отношению к вектору состояния  $X$ . Полученная процедура  $P$  будет содержать один из методов  $M_i$ , содержащихся в базе данных методов БДМ. Эта процедура, в свою очередь, определяет систему рассуждений СР и позволяет наполнять

базу знаний БЗ или изменять ее содержимое посредством подсистемы ревизии знаний ПРЗ. Внешний контур обратной связи при реализации данного проектора обуславливается использованием в ЛП сгенерированных продукционных правил, влияющих, в конечном счете, на лингвистические описания вектора состояния  $lx$ :

$$lx = \varphi \{A, M, \psi \{X\}\} + lu, \quad (3)$$

где  $\varphi [ ]$ ,  $\psi [ ]$  – операторы лингвистического и дискретного преобразования соответственно.

Наличие в данном контуре блока ФК направлено на повышение эффективности обработки информации лингвистическим процессором ЛП.

## 2. Реализация проектора для ИИС контроля параметров ЭН

В качестве примера реализации проектора, представленного на рис. 1, рассмотрим теоретическую модель испытательного стенда для информационных систем измерения и контроля параметров ЭН (рис. 2).

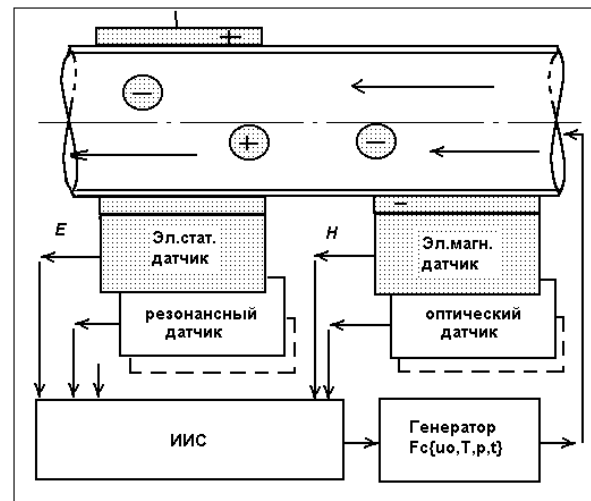


Рис. 2. Модель испытательного стенда

В качестве примера начальной классификации приведена таблица (табл. 1), в которой оценочным параметром является некоторый обобщенный критерий  $J(x)$ , который характеризует погрешности ИП, его чувствительность, пределы измерения.

На основе анализа существующих решений возникает возможность создания обобщенной исследовательской модели, которая позволяет варьировать различные конструктивные параметры в соответствии с начальным планом проведения эксперимента и получения сравнительных оценок предлагаемых решений.

Таблица 1

Выбор типа ЧЭ

| Тип ЭН | Механические | Электростатические | Электромагнитные |
|--------|--------------|--------------------|------------------|
| Газ    | (X)          | (X)                |                  |
| Жидк.  | (X)          |                    | (X)              |
| Элек.  |              |                    | (X)              |

В качестве исходной выбирается эмпирическая модель, которая в первом приближении аддитивно учитывает параметрический и информационный функционалы:

$$U(u, v, t) = Fc\{u, T, p, t\} + Fr\{E, H, t\}, \quad (4)$$

где  $u$  – объем энергоносителя;  $v$  – скорость;  $T$  – температура;  $p$  – давление;  $E$  – составляющая электростатического датчика;  $H$  – составляющая электромагнитного датчика.

Первый функционал  $Fc\{u, T, p, t\}$  – реализует эмпирическую гипотезу и учитывает традиционные физические параметры объекта исследования – энергоносителя, сформированные блоком ЭЗ, а второй  $Fr\{E, H, t\}$  – учитывает конструктивные влияния различных типов ИП (в данном случае составляющие электромагнитного датчика  $H$  и электростатического  $E$ ).

В результате моделирования различных сочетаний входных факторов с использованием программного пакета прикладной статистики STATGRAFICS получены математические модели адекватные реальным измерительным устройствам [2, 8 – 10].

Если исходные данные табл. 1 для универсальных методов представить в виде эмпирической матрицы

$$Me = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

то информационный функционал будет иметь следующий вид:

$$Fr\{E, H, t\} = [Me \times D]^T \times E. \quad (6)$$

где  $D = [d_1; d_2]^T$  – ожидаемая дисперсия вдоль всего диапазона измерений;  $E = [e_1 e_2 e_3]^T$  – уровень значимости показаний электромагнитного датчика.

Тогда на  $k$ -м шаге моделирования каждый метод проектора  $PROJ(k)$  может оцениваться обобщенным критерием

$$J_{1k} = \sum \{U(u, v, t) - Fc\{u, T, p, t\} + [M \times D]^T \times E\}, \quad (7)$$

$$J_{2k} = \sum \{U(u, v, t) - Fc\{u, T, p, t\} + [M \times D]^T \times H\}.$$

Суммирование элементов критерия выполняется по всему диапазону измерений входных воздействий  $X$ .

Результатом моделирования на шаге  $k$  является матрица  $M_k$ , которая может быть представлена в виде таблицы проектора  $PROJ(k)$  (табл. 2).

Таблица 2

Результаты проектора  $PROJ(k)$

| Тип ЭН | Механические  | Электростатические | Электромагнитные |
|--------|---------------|--------------------|------------------|
| Газ    | $J_{01}\{k\}$ | $J_{11}\{k\}$      |                  |
| Жидк.  | $J_{02}\{k\}$ |                    | $J_{22}\{k\}$    |
| Элек.  |               |                    | $J_{23}\{k\}$    |

## Заключение

Таким образом, предложен новый подход к проектированию информационно-измерительных систем контроля параметров энергоносителей ЛА, основанный на обобщении существующих методов разработки современных систем контроля и измерения параметров ЭН ЛА.

Это позволило формализовать процесс проектирования ИИС при заданных критериях функционирования, что позволяет оценивать предлагаемые методы и конструкции ИП.

Предложенный подход позволяет при синтезе структур ИИС использовать существующие решения и может применяться при проектировании систем контроля и идентификации параметров ЭН авиакосмической, машиностроительной техники, или других объектов, характеризующихся высокими объемами вычислений и сложной структурой процессов контроля или поддержки принятия решений.

### Литература

1. Михайлов А.Г. Метод проекторов в организации комплексных процедур приобретения знаний в информационно-управляющих системах // Авиационно-космическая техника и технология: Сб. научн. тр. – Х.: Харьк. авиац. ин-т, 2000. – Вып.21. – С. 192-195.
2. Михайлов А.Г. Разработка методологии проектирования информационно-измерительных систем контроля параметров энергоносителей ЛА // МНТК “ІКТМ-2006”: Тези доповідей. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т “Харьк. авиац. ин-т”, 2006. – С. 191.
3. Гаврилова Т.А., Червинская К.Р. Извлечение и структурирование знаний для экспертных систем. – М.: Радио и связь, 1992. – 200 с.
4. Новоселов О.Н., Фомин А.Ф. Основы теории и расчета информационно-измерительных систем. – М.: Машиностроение, 1991. – 336 с.
5. Финкелстайн Л. Интеллектуальные и основанные на знаниях средства измерений // Приборы и системы управления. – 1995. – № 11. – С. 40-42.
6. Соболев В.С. Актуальные вопросы развития теории интеллектуальных измерительных систем // Приборы и системы управления. – 1989. – № 3. – С. 16-19.
7. Пашенко Ф.Ф., Чернышев К.Р. Методы и системы управления и идентификации на основе знаний // Автоматика и телемеханика. – 2000. – № 2. – С. 3-28.
8. Михайлов А.Г. Комплексный подход к построению процедур приобретения знаний в ИИС РВ // Авиационно-космическая техника и технология: Сб. научн. трудов. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т “ХАИ”, 2000. – Вып. 25. – С. 185-187.
9. Михайлов А.Г. Перспективные методы проектирования информационно-измерительных систем промышленного назначения // МНТК “ІКТМ-2004”. Тези доповідей. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т “Харьк. авиац. ин-т”, 2004. – С. 195.
10. Михайлов А.Г. Синтез структур интеллектуальных измерительных систем с использованием проекторов // МНТК “ІКТМ-2005”. Тези доповідей. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т “Харьк. авиац. ин-т”, 2005. – С. 197.

*Поступила в редакцию 4.07.2007*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. И.А. Фурман, Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. П. Василенко, Харьков.

УДК 621.396

В.К. ВОЛОСЮК, Р.П. ВОЛОЩУК, Е.А. БОГОРОДИЦКИЙ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина

# ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ БИСТАТИЧЕСКИХ АВИАЦИОННО-КОСМИЧЕСКИХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С СИНТЕЗИРОВАНИЕМ АПЕРТУРЫ АНТЕННЫ

Благодаря исследованию свойств пространственно-частотной информации, получаемой при оптимальной обработке отраженных от объекта радиолокационных сигналов, в работе определяются траектории полёта передатчика и приемника бистатической системы с синтезированием апертуры антенны (РСА), обеспечивающие наилучшие значения разрешающей способности. Представлены зависимости пространственного разрешения от угла возвышения над целью элементов бистатической системы. Результаты исследований обобщены для радиолокационных систем с синтезированием апертуры авиационного, космического и авиационно-космического базирования.

**бистатическая РСА, разрешающая способность, спектр пространственных частот, траектория, функция неопределенности**

## Введение

Радиолокационным системам с синтезированием апертуры антенны (РСА), построенным по многопозиционной схеме (в частности двухпозиционные), в настоящее время постепенно уделяется все большее внимание в основном благодаря многим преимуществам перед однопозиционными системами. Хотя многопозиционные РСА уступают по своей сложности проектирования и обработки сигналов, но благодаря значительному прогрессу в технике, обработка информации в многопозиционной системе может осуществляться уже в реальном масштабе времени.

**Формулирование проблемы.** Для бистатической РСА выходной эффект оптимальной системы обработки отражённого от земной поверхности сигнала находят, применяя классический метод синтеза апертуры (в рамках метода максимального правдоподобия). При этом осуществляют корреляционную обработку отражённого сигнала с опорным сигналом приёмника для каждой точки поверхности в пределах зоны обзора РСА. Результатом обработки является оценка комплексного коэффициента рассеяния поверхности (изображение), сгла-

женная функцией неопределённости [1]. Размер области высокой корреляции (разрешающая способность или ширина функции неопределённости на уровне 0,4..0,7) определяет качество изображения. Рассмотрим сигнал, отражённый от одной точки поверхности и имеющий коэффициент рассеяния равный 1 (единичный сигнал). Тогда результатом согласованной обработки за время наблюдения  $T$  будет значение корреляционного интеграла или функция неопределённости:

$$\begin{aligned} \dot{I}(\vec{\rho}) &= \int_0^T \dot{s}(t, \vec{\rho}, \vec{p}(t)) \dot{s}^*(t, 0, \vec{p}(t)) dt = \\ &= \int_0^T \dot{A}(t, \vec{\rho}, \vec{p}(t)) \dot{A}^*(t, 0, \vec{p}(t)) * \\ &* \exp\{jk[\vec{r}_{tr}(t, \vec{\rho}) + \vec{r}_r(t, \vec{\rho}) - \vec{r}_{0tr}(t) - \vec{r}_{0r}(t)]\} dt, \quad (1) \end{aligned}$$

где

$\dot{s}(t, \vec{\rho}, \vec{p}(t)) = \dot{A}(t, \vec{\rho}, \vec{p}(t)) \exp\{jk[\vec{r}_{tr}(t, \vec{\rho}) + \vec{r}_r(t, \vec{\rho})]\} dt$  – отражённый от точечного объекта с координатами  $\vec{\rho}$  траекторный сигнал;

$\dot{A}(t, \vec{\rho}, \vec{p}(t)) = \sum \Pi(t - t_z(\vec{\rho}, \vec{p}(t)))$  – огибающая траекторного сигнала, обычно последовательность прямоугольных импульсов задержанных на время

распространения зондирующего сигнала на трассе передатчик – точка поверхности – приёмник;

$\vec{p}(t) = [\vec{r}_{tr}(t), \vec{r}_r(t)]$  – вектор, определяющий положение передатчика и приёмника в прямоугольной системе координат XYZ;

$\dot{s}^*(t, 0, \vec{p}(t)) = \dot{A}^*(t, 0, \vec{p}(t)) \exp\{-jk[\vec{r}_{0tr}(t) + \vec{r}_{0r}(t)]\} dt$  – комплексно-сопряженный траекторный сигнал (опорный), отражённый от точечного объекта с координатами  $\vec{p} = (0, 0, 0)$ .

Разрешающую способность будем характеризовать в плоскости XOY длиной вектора  $|\vec{\rho}|$ , при котором амплитуда выходного сигнала уменьшается до уровня  $-3$  Дб [2 – 4].

**Цель работы:** определить траектории движения передатчика и приёмника бистатической РСА, обеспечивающие наилучшее значение разрешающей способности, путем анализа пространственно-частотной информации

### Решение задачи

Не теряя общности, в дальнейшем положение передатчика и приёмника во времени относительно объекта наблюдения будем характеризовать соответствующими угловыми положениями  $\beta_{tr}(t), \beta_r(t)$ , элемент разрешения (область высокой корреляции) будем определять в полярной системе координат  $\delta x = \rho \cos \alpha$ ,  $\delta y = \rho \sin \alpha$ , объект поместим в начало прямоугольной системы координат XYZ (рис. 1). Тогда функцию неопределённости можно представить в таком виде:

$$\dot{I}(\rho, \alpha) = \int_0^T \dot{A}(\beta_{tr}(t), \beta_r(t), \vec{\rho}) \dot{A}^*(\beta_{tr}(t), \beta_r(t)) * \exp\{jk\rho[\sin(\alpha + \beta_{tr}(t)) \cdot \cos(\gamma_{tr}(t)) + \sin(\alpha + \beta_r(t)) \cdot \cos(\gamma_r(t))]\} dt, \quad (2)$$

где  $\gamma_{tr}(t)$ ,  $\gamma_r(t)$  – углы возвышения передатчика и приёмника соответственно.

Фазовый множитель в выражении (2) под экспо-

нентой называют *фазовой функцией* [3]. Здесь учтено, что дальности от передатчика и приёмника до объекта наблюдения намного превышают размеры элемента разрешения, т.е.  $r_{0tr}(t) \gg \rho$ ,  $r_{0r}(t) \gg \rho$ .

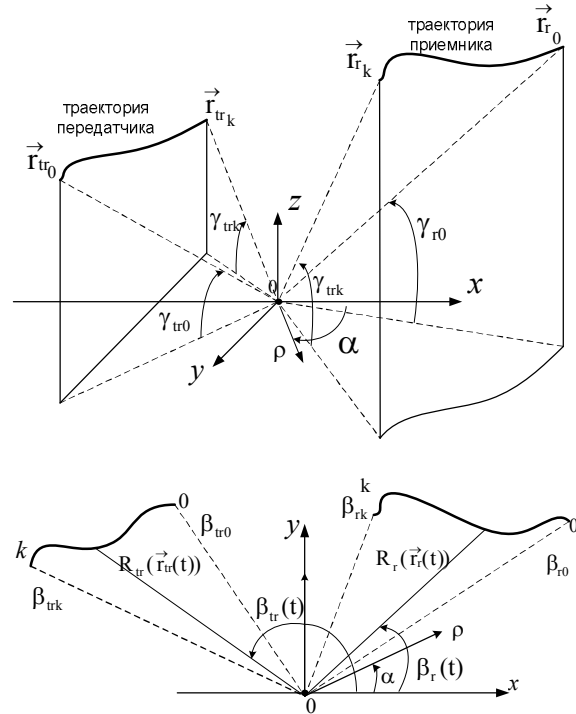


Рис. 1. Пространственное положение элементов бистатической РСА

Скорость изменения во времени фазовой функции и произведения огибающих в выражении (2) значительно отличаются при изменении угловых положений носителей бистатической РСА относительно объекта, что позволяет отдельно анализировать влияние этих факторов на разрешающую способность, и функцию неопределённости представить в виде произведения составляющих модуляции зондирующего сигнала [2, 6].

Функция неопределённости огибающей сигнала имеет периодическую структуру и определяет однозначность измерения координат объекта в плоскости XOY. Соответствующим выбором частоты повторения зондирующих импульсов и скорости перемещения передатчика и приёмника добиваются необходимых значений интервалов однозначности функции неопределённости. В дальнейшем положим, что проблема однозначности измерений решена и рас-

смотрим лишь основной пик функции неопределённости.

Функция неопределённости траекторного сигнала определяется поведением фазовой функции за время синтеза:

$$f(\rho, \alpha, \vec{p}) = \rho [\sin(\alpha + \beta_{tr}(t)) \cos(\gamma_{tr}(t)) + \sin(\alpha + \beta_r(t)) \cos(\gamma_r(t))]. \quad (3)$$

При этом разрешающая способность в направлении  $\alpha$  будет определяться шириной спектра траекторного сигнала [5, 7]:

$$\Delta\omega(\rho, \alpha, \vec{p}) = \rho |f(\rho, \alpha, \vec{p}_k) - f(\rho, \alpha, \vec{p}_0)|, \quad (4)$$

$$\delta\rho(\alpha, \vec{p}) = \frac{2\pi}{k \Delta\omega(\rho, \alpha, \vec{p})}. \quad (5)$$

При монотонном характере изменения фазовой функции разрешающая способность бистатической РСА зависит от угловых секторов, которые проходят передатчик и приёмник за время наблюдения за объектом.

Как будет показано ниже, немонотонность фазовой функции влияет на уровень боковых лепестков.

На рис. 2 изображена геометрия движения передатчика и приёмника.

В дальнейшем полагается, что носители перемещаются с угловой скоростью, кратной град/с.

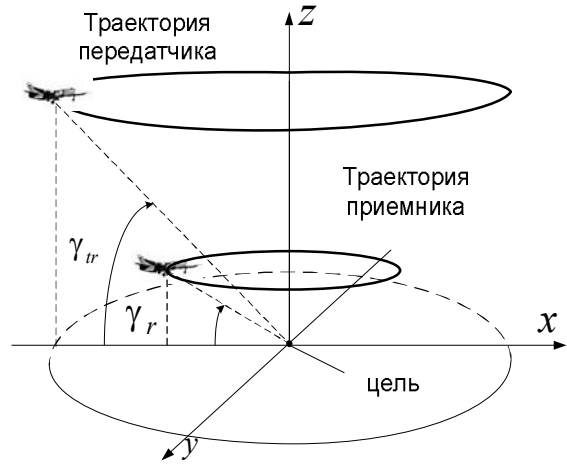


Рис. 2. Передатчик и приёмник перемещаются по замкнутым траекториям

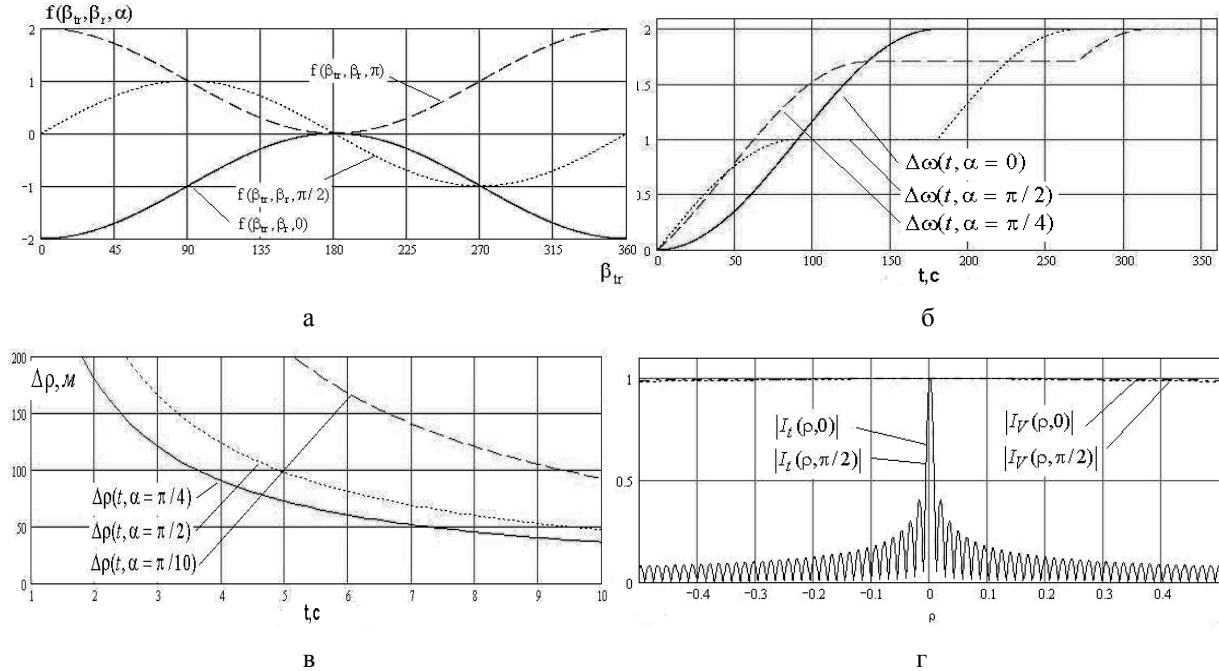


Рис. 3. Один из носителей неподвижный. Зависимость фазовой функции (а), ширины спектра пространственных частот (б), разрешающей способности (в) от времени синтеза; сечения функции неопределённости траекторного сигнала и огибающей сигнала вблизи основного пика (г); дальность до объекта намного превышает высоту полёта носителей ( $\gamma_{tr}(t) \approx \gamma_r(t) \approx 0$ )

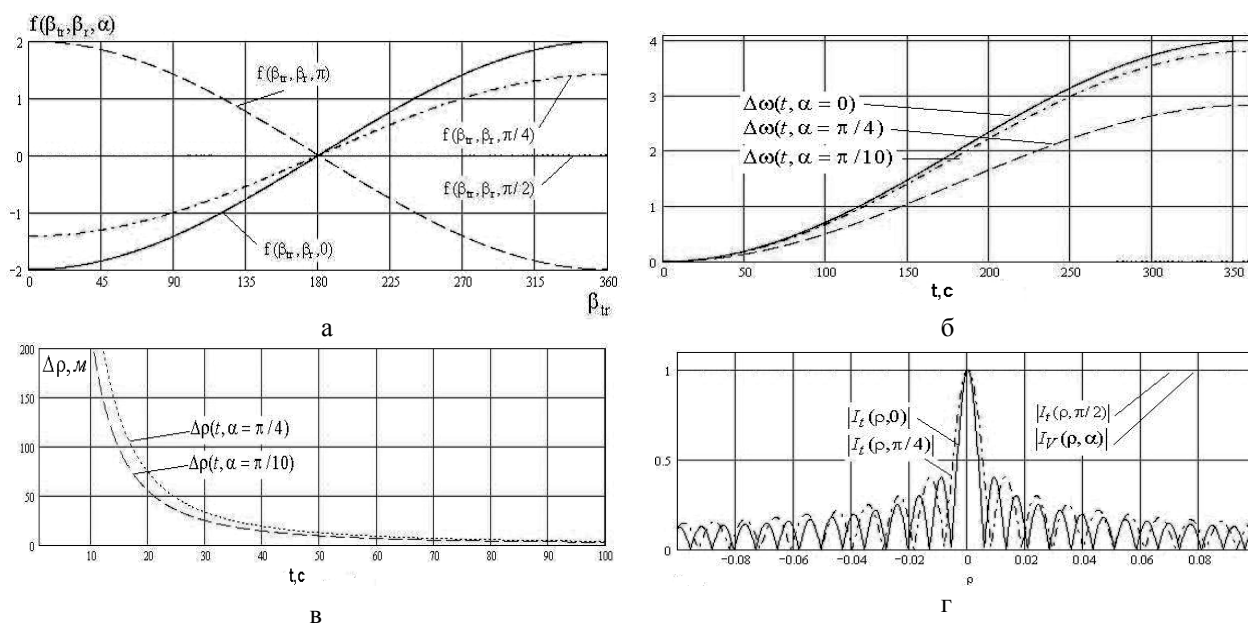


Рис. 4. Приёмник и передатчик движутся с одинаковыми скоростями в противоположных направлениях. Зависимость фазовой функции (а), ширины спектра пространственных частот (б), разрешающей способности (в) от времени синтезирования; сечения функции неопределённости траекторного сигнала и огибающей сигнала вблизи основного пика (г) ( $\gamma_{tr}(t) \approx \gamma_r(t) \approx 0$ )

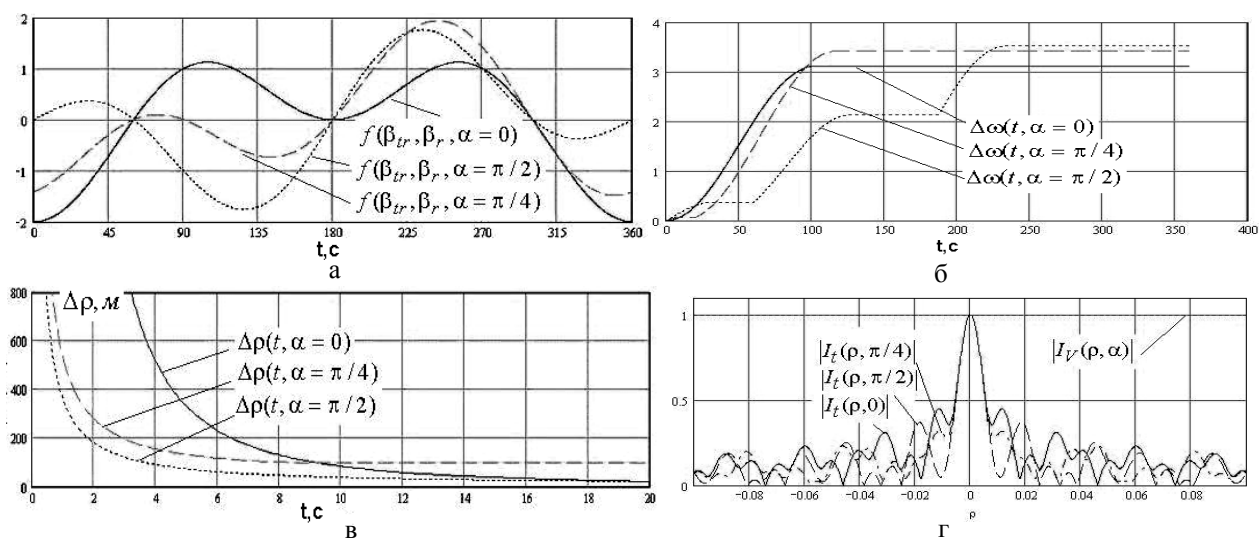


Рис. 5. Передатчик и приёмник движутся в разные стороны и скорость передатчика в 2 раза больше приёмника. Зависимость фазовой функции (а), ширины спектра пространственных частот (б), разрешающей способности (в) от времени синтезирования; сечения функции неопределённости траекторного сигнала и огибающей сигнала вблизи основного пика (г) ( $\gamma_{tr}(t) \approx \gamma_r(t) \approx 0$ )

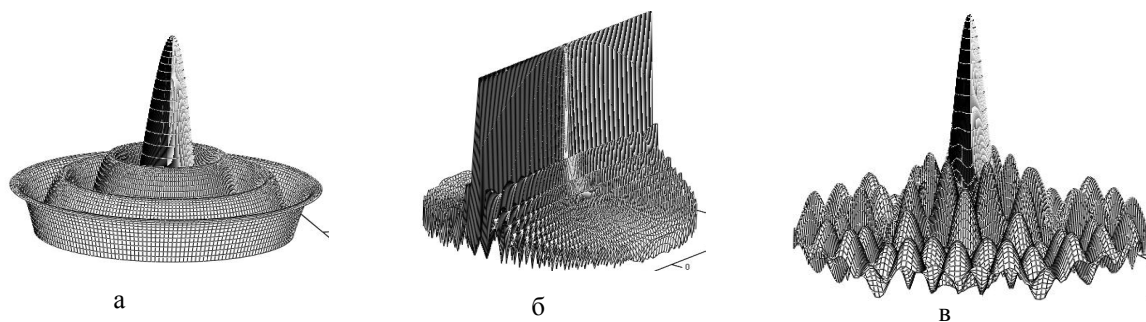


Рис. 6. Вид функций неопределённости: а – для рис. 3; б – для рис. 4; в – для рис. 5

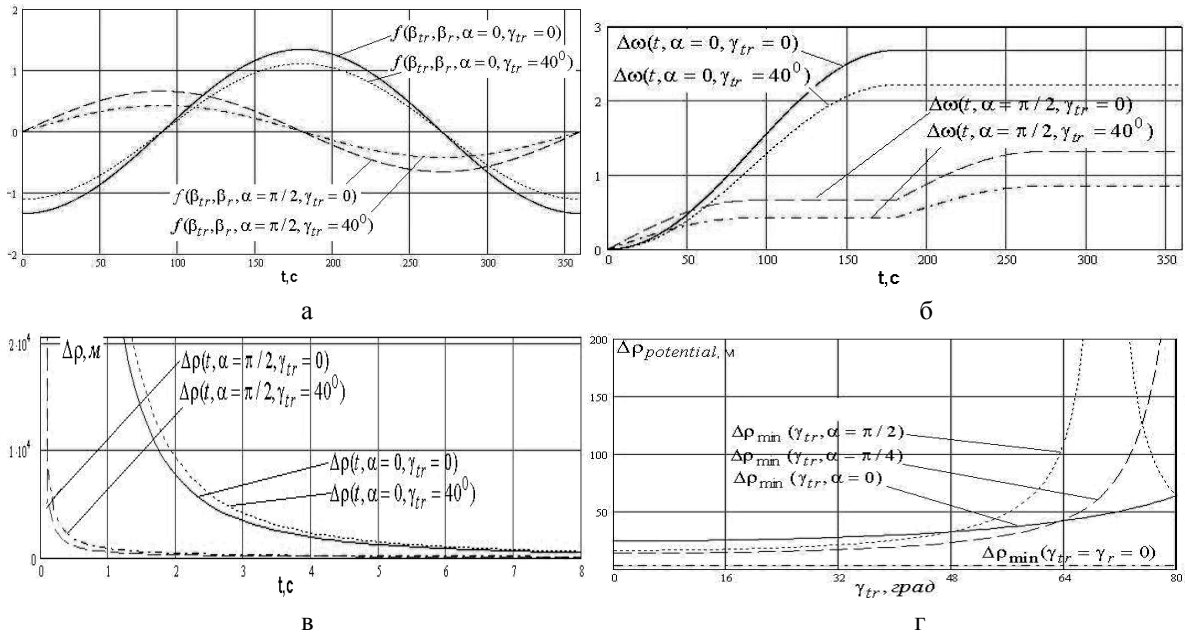


Рис. 7. Возвышение приёмника  $\gamma_r = 70^\circ$ ; зависимости фазовой функции (а), ширины спектра пространственных частот (б), разрешающей способности (в) от времени синтезирования и потенциальных значений разрешения для различных направлений  $\alpha$  (г) при разных углах возвышения передатчика  $\gamma_{tr}$

## Заключение

Согласно проведённым исследованиям (рис. 3 – 7) потенциально возможные значения разрешающей способности в выбранном направлении  $\alpha$  можно получить при таких траекториях, когда ширина спектра пространственных частот в этом направлении достигнет максимума  $\Delta\omega_{\max} = 4$  ( $\delta\rho_{\min} = \lambda/4$ ). Для моностатической системы такое разрешение во всех направлениях получают, если РСА обходит район цели по замкнутой траектории [5]. Для бистатической РСА – когда направления на цель передатчика и приёмника совпадают и за время обработки отражённого сигнала они проходят вокруг цели по замкнутой кривой.

При неподвижном передатчике/приёмнике (рис. 3) бистатическую систему рассматривают как пассивную, где фазовая функция формируется за счёт движения одного из носителей – получают максимальное и одинаковое во всех направлениях разрешение (кнопочная ФН)  $\delta\rho_{\min} = \lambda/2$ . Одинаковое во всех направлениях разрешение можно также полу-

чить, если передатчик и приёмник движутся в одном направлении с одинаковыми скоростями (рис. 5).

Тогда

$$\delta\rho_{\min} = \frac{\lambda}{4\cos(\beta_{bist}/2)}.$$

Если движутся оба носителя (рис. 5) с разными, но постоянными скоростями, обеспечить одновременно наилучшее разрешение во всех направлениях не удастся.

Фазовые функции имеют периодическую структуру, а ширина пространственного спектра и соответствующие значения разрешения стремятся к постоянной величине, которая зависит от геометрии передатчик-цель-приёмник и характера движения носителей.

В ряде случаев возможны компенсации фазовых набегов передатчик-цель и цель-приёмник, что приведёт к отсутствию разрешающей способности в соответствующем направлении  $\alpha$  (рис. 4, а, г, рис. 7, г).

Наличие перекрывающихся значений фазовой функции (пространственных частот) приводит лишь

к суммированию интенсивностей соответствующих гармоник и изменению вида и уровня боковых лепестков ФН, не влияя при этом на потенциальные значения разрешения.

### Выводы

Разрешающая способность бистатической РСА определяется угловыми размерами траекторий носителей, которые они проходят за время наблюдения, и в явном виде не зависит от дальности до объекта. Потенциально возможное значение разрешающей способности  $\delta r_{\min} = \lambda/4$  получают, если направления наблюдения передатчика и приёмника совпадают, они движутся с одинаковыми угловыми скоростями, углы возвышения равны нулю и осуществляется оптимальная обработка отражённого траекторного сигнала на всей траектории. При этом и передатчик и приёмник должны обойти полный угловой сектор в  $360^\circ$  вокруг цели.

В остальных случаях наилучшие значения разрешающей способности зависят от геометрии расположения РСА и цели.

Полученные результаты могут быть полезны при проектировании бистатических станций, обладающих постоянной разрешающей способностью, исследованию траекторий и их влияния на разрешение в реальных условиях работы современных радиолокационных систем с синтезированием апертуры.

### Литература

1. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. – М.: Радио и связь, 1993. – 264 с.
2. Кондратенков Г.С., Потехин В.А., Реутов А.П., Феоктистов Ю.А. Радиолокационные станции обзора Земли / Под ред. Г.С. Кондратенкова. – М.: Радио и связь, 1983. – 272 с.
3. Кондратенков Г.С., Фролов А.Ю. Радиовидение. Радиолокационные системы дистанционного зондирования Земли. Учебное пособие для вузов / Под ред. Г.С. Кондратенкова. – М.: Радиотехника, 2005. – 368 с.
4. Костылев В.И., Перов В.М. Обобщённая автокорреляционная функция бистатической наземно-космической РЛС с синтезированием апертуры передатчика // Вестник ВГУ. – 2004. – № 1. – С. 10-14.
5. Реутов А.П., Михайлов Б.А., Кондратенков Г.С., Бойко Б.В. Радиолокационные станции бокового обзора / Под ред. А.П. Реутова. – М.: Сов. радио, 1970. – 360 с.
6. Фалькович С.Е., Волосюк В.К., Горбуненко О.А. Радиотехнические системы дистанционного зондирования: Учебн. пос. – Х.: Нац. аэрокосмический ун-т «ХАИ», 2002. – 157 с.
7. Volosuk V.K., Voloschuk R.P. Interpretation of an influence of the transmitter and receiver bistatic SAR tracks to resolution // The Sixth International Kharkov Symposium on physics and engineering of microwaves, millimeter and submillimeter waves (MSMW'07) and workshop on terahertz technology (TERATECH'07). – Kharkov, Ukraine, June 25-30, 2007. – Volume 1. – P. 458.

*Поступила в редакцию 24.09.2007*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Э.Н. Хомяков, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.

УДК 629.735.017.1:389.1

**М.Ю. ЯКОВЛЕВ***Львовский институт Сухопутных Войск им. Петра Сагайдачного  
Национального университета “Львовская политехника”, Украина*

## **КОМПЛЕКС ПОКАЗАТЕЛЕЙ МЕТРОЛОГИЧЕСКОЙ НАДЁЖНОСТИ СРЕДСТВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ АВИАЦИОННЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Статья посвящена выбору и теоретическому обоснованию комплекса показателей метрологической надёжности средств измерительной техники авиационных радиотехнических систем.

**метрологическая надёжность, комплекс показателей, нестабильность, метрологическая характеристика, средства измерительной техники, авиационные радиотехнические системы**

### **Введение**

**Постановка проблемы.** Надёжность средств измерительной техники (СИТ) существенно влияет на надёжность авиационных радиотехнических систем (АРТС), для определения технического состояния которых они используются. Поэтому проблема оценки и повышения надёжности СИТ АРТС является актуальной [1, 2]. Одной из задач этой проблемы является выбор и теоретическое обоснование комплекса показателей метрологической надёжности СИТ АРТС. Решению данной задачи посвящена статья.

**Анализ литературы.** Первые работы по вопросам надёжности СИТ начали появляться с 1955 года [3, 4]. Проведенные исследования авторами этих и последующих работ [5 – 12] показали, что математический аппарат, разработанный для широкого класса радиоэлектронных устройств, не может быть применен для оценки метрологической надёжности средств измерительной техники (и в частности, для СИТ АРТС). Это обусловлено, прежде всего, их спецификой – метрологическими свойствами, связью между показателями надёжности и точности СИТ. Для оценки метрологической надёжности СИТ предложен ряд показателей. Среди них можно выделить: показатель информационной надёжности

[4], показатель доли верных измерений с учетом постепенных метрологических отказов [7], показатели частоты отказов и скорости изменения частоты отказов [8 – 10], метрологический ресурс [11, 12] и ряд других. Однако предложенные показатели не находят широкого применения для средств измерительной техники АРТС из-за их разобщённости, а предложенные методики оценки этих показателей не всегда являются оптимальными, так как не учитывают связь между метрологической надёжностью и стабильностью средств измерительной техники АРТС, а также специфику эксплуатации средств измерительной техники авиационных радиотехнических систем.

**Цель статьи.** Выбрать и теоретически обосновать комплекс показателей метрологической надёжности средств измерительной техники авиационных радиотехнических систем.

### **Изложение материала**

Метрологическая исправность СИТ АРТС заключается в соответствии значений его метрологических характеристик (МХ) установленным нормам. В общем случае значение МХ СИТ АРТС  $\eta(t)$  в момент времени  $t$  равно [12]:

$$\eta(t) = \eta(0) + \xi(t), \quad (1)$$

где  $\xi(t)$  – нестабильность МХ СИТ АРТС за время  $t$  ;  
 $\eta(0)$  – начальное значение МХ СИТ АРТС, зависящее от точности процесса изготовления СИТ.

Начальное значение МХ СИТ АРТС  $\eta(0)$  является случайной величиной, имеющей плотность распределения  $f_0(\eta)$ , математическое ожидание  $m_0$  и СКО  $\sigma_0$ . Так как начальное значение МХ СИТ АРТС  $\eta(0)$  и нестабильность МХ СИТ АРТС  $\xi(t)$  взаимно независимы, то распределение  $f_0(\eta)$  значений  $\eta(t)$  является сверткой распределений  $f_0(\eta)$  и  $\varphi_t(\xi)$ :

$$f_t(\eta) = \int_{-\infty}^{\infty} f_0(\eta - \xi) \varphi_t(\xi) d\xi, \quad (2)$$

где  $\varphi_t(\xi)$  – плотность распределения нестабильности МХ СИТ АРТС за время  $t$ .

Используя вероятность  $f_t(\eta)$ , определенную из соотношения (1), можно получить аналитические соотношения для комплекса показателей метрологической надёжности СИТ АРТС. Однако все эти расчетные зависимости можно существенно упростить, если принять во внимание следующее. Наиболее важные для потребителя МХ (такие как систематическая составляющая основной погрешности СИТ АРТС) подвергаются корректировке после изготовления СИТ АРТС путем проведения первичной поверки на заводе-изготовителе. Учитывая, что именно по таким МХ и оценивается метрологическая надёжность СИТ АРТС, преобразуем выражение (1). Если СИТ АРТС после изготовления подвергается поверке, то функция  $\eta(0)$  будет равняться погрешности поверки СИТ АРТС. Сравним дисперсию начальной нестабильности МХ СИТ АРТС  $\sigma^2(0)$  и дисперсию погрешности поверки СИТ АРТС  $\sigma_0^2$ . Разброс значений начальной нестабильности, полученных при испытаниях СИТ АРТС, обусловлен двумя факторами: основным, а именно случайными колебаниями значений нестабильности

по совокупности СИТ АРТС данного типа и характеризующимся дисперсией  $\sigma_n^2$ ; дополнительным, или погрешностью измерений МХ СИТ АРТС, обусловленной погрешностью эталонов, применяемых при измерениях, кратковременной нестабильностью МХ СИТ АРТС, колебаниями условий измерений в границах нормальной области значений влияющих величин и т.д. Очевидно, что дисперсия погрешности измерения МХ СИТ АРТС будет равна дисперсии поверки  $\sigma_0^2$ . Так как нестабильность МХ СИТ АРТС за время  $t$  определяется как размерность результатов двух измерений МХ СИТ АРТС (в конце и начале периода  $[0, t]$ ), дисперсия погрешности экспериментальной оценки нестабильности равна  $2\sigma_0^2$ . Следовательно, запишем неравенство:

$$\sigma^2(0) = \sigma_n^2 + 2\sigma_0^2 \gg \sigma_0^2. \quad (3)$$

Тогда, пренебрегая дисперсией  $\sigma_0^2$  ввиду ее сравнительной малости, увидим, что распределение  $f_0(\eta)$  вырождается в  $\delta$ -распределение (детерминированное значение):

$$f_0(\eta) = \delta(m_0), \quad (4)$$

и соответственно

$$f_t(\eta) = \varphi_t(\eta + m_0). \quad (5)$$

Учитывая формулу (5), в дальнейшем изложении мы будем придерживаться прежних обозначений, но понимать под  $\varphi_t(\xi)$ , в зависимости от решаемой задачи, плотность распределения нестабильности МХ СИТ АРТС за время  $t$  или значений МХ СИТ АРТС в момент  $t$ . При этом подразумевается, что в последнем случае  $\varphi_t(\xi)$  имеет математическое ожидание  $m(t)$ , равное сумме  $m_0$  и средней нестабильности МХ СИТ АРТС за время  $t$ .

В комплекс показателей метрологической надёжности СИТ АРТС входят два вида показателей. К первому виду показателей метрологической надёжности СИТ АРТС отнесём: вероятность метрологической исправности СИТ АРТС, коэффициент

метрологической исправности СИТ АРТС, интенсивность метрологических отказов СИТ АРТС, вероятность работы СИТ АРТС без метрологических отказов, гамма-процентная наработка до метрологического отказа СИТ АРТС и установленная наработка до метрологического отказа СИТ АРТС. Вторым видом показателей метрологической надёжности СИТ АРТС включает в себя такие показатели, как: средняя наработка до метрологического отказа СИТ АРТС, параметр потока метрологических отказов СИТ АРТС и средняя наработка на метрологический отказ СИТ АРТС.

Рассмотрим и дадим краткую характеристику перечисленных выше показателей метрологической надёжности СИТ АРТС.

Особое место среди показателей метрологической надёжности СИТ АРТС занимают *вероятность метрологической исправности*  $P_{ми}(t)$  и *коэффициент метрологической неисправности*  $K_{ми}(t)$  СИТ АРТС.

В зависимости от рассматриваемого периода времени они характеризуют метрологическую надёжность до первой поверки (калибровки), либо между периодическими поверками (калибровками), то есть без учета или с учетом эффекта периодического восстановления метрологической исправности СИТ АРТС.

Вероятность метрологической исправности СИТ АРТС равна вероятности того, что в момент времени  $t$  все его нормируемые МХ соответствуют установленным требованиям:

$$P_{ми}(t) = \int_{-\Delta}^{\Delta} \varphi_t(\xi) d\xi = \Phi[G(t, \Delta)] - \Phi[G(t, -\Delta)], \quad (6)$$

где  $\Delta$  – предел допускаемых значений МХ СИТ АРТС;

$G(t, \Delta)$ ,  $G(t, -\Delta)$  – функция дрейфа верхней и нижней границы области допускаемых значений МХ СИТ АРТС за время  $t$ , соответственно;

$\Phi[G(...)]$  – функция Лапласа значений  $G(t, \Delta)$  и  $G(t, -\Delta)$ .

Если в качестве интервала  $t$  принять значение межповерочного интервала  $T$ , то вероятность метрологической исправности СИТ АРТС  $P_{ми}(T)$  будет равна средней доле СИТ АРТС, пришедших на поверку метрологически исправными. Отсюда следует простота статистической оценки показателя  $P_{ми}(T)$  по результатам проверок и, следовательно, целесообразность его применения для характеристики эффективности поверки СИТ АРТС.

Коэффициент метрологической исправности СИТ АРТС  $K_{ми}(t)$  равен отношению математического ожидания времени пребывания СИТ АРТС в метрологически исправном состоянии за период  $[0, t]$  к длительности  $\tau$  этого периода:

$$K_{ми}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t [\Phi(G(\tau, \Delta)) - \Phi(G(\tau, -\Delta))] d\tau. \quad (7)$$

Показатель метрологической надёжности  $K_{ми}(t)$  характеризует состояние СИТ АРТС не в момент времени  $t$ , а в среднем за некоторый период (обычно межповерочный интервал), и равен средней за этот период вероятности метрологической исправности СИТ АРТС.

*Интенсивность метрологических отказов СИТ АРТС*  $\lambda(t)$  в момент времени  $t$  равна сумме интенсивностей ( $\lambda_{-\Delta}(t)$  и  $\lambda_{\Delta}(t)$ ) выхода значений МХ СИТ АРТС в момент времени  $t$  за границы  $-\Delta$  и  $\Delta$ , соответственно:

$$\lambda(t) = \lambda_{-\Delta}(t) + \lambda_{\Delta}(t). \quad (8)$$

Каждая из интенсивностей  $\lambda_{-\Delta}(t)$  и  $\lambda_{\Delta}(t)$  в выражении (8) равна произведению плотности распределения значений МХ СИТ АРТС  $\varphi_t''(-\Delta)$  (или  $\varphi_t''(\Delta)$ ), не отказавших до этого момента времени, в граничной точке  $-\Delta$  (или  $\Delta$ ) на абсолютное значение интенсивности дрейфа МХ СИТ АРТС в этой точке  $\mu(t, -\Delta)$  (или  $\mu(t, \Delta)$ ), если интенсивность

дрейфа направлена за пределы области допускаемых значений МХ СИТ АРТС, и равна нулю в противном случае, т.е.:

$$\lambda_{-\Delta}(t) = \begin{cases} |\mu(t, -\Delta)| \varphi_t''(-\Delta), & \mu(t, -\Delta) < 0; \\ 0, & \mu(t, -\Delta) \geq 0; \end{cases} \quad (9)$$

$$\lambda_{\Delta}(t) = \begin{cases} |\mu(t, \Delta)| \varphi_t''(\Delta), & \mu(t, \Delta) > 0; \\ 0, & \mu(t, \Delta) \leq 0. \end{cases} \quad (10)$$

Необходимыми условиями отличия от нуля интенсивностей дрейфа МХ СИТ АРТС  $\lambda_{-\Delta}(t)$  и  $\lambda_{\Delta}(t)$  являются следующие соотношения:

$$\mu(t, \Delta) > 0; \mu(t, -\Delta) < 0; \quad (11)$$

$$G(t, \Delta) = \min_{0 \leq \tau \leq t} [G(\tau, \Delta)]; \quad (12)$$

$$(G(t, -\Delta) = \min_{0 \leq \tau \leq t} [G(\tau, -\Delta)]), \quad (13)$$

где  $G(\tau, \Delta)$ ,  $G(\tau, -\Delta)$  – функция дрейфа верхней и нижней границы области допускаемых значений МХ СИТ АРТС за время  $t = \tau$ .

Теоретически обоснована зависимость от времени вероятности работы СИТ АРТС без метрологических отказов:

$$P(t) = \Phi[B(t)] - \Phi[A(t)], \quad (14)$$

где  $A(t)$  и  $B(t)$  – функционалы от  $G(\tau, -\Delta)$  и  $G(\tau, \Delta)$ :

$$A(t) = \max_{0 \leq \tau \leq t} [G(\tau, -\Delta)]; \quad (15)$$

$$B(t) = \min_{0 \leq \tau \leq t} [G(\tau, \Delta)]. \quad (16)$$

Примем, что *гамма-процентная наработка до метрологического отказа*  $T_{\gamma}$  СИТ АРТС – это наработка, соответствующая вероятности безотказной работы СИТ, равной  $100\gamma$  процентов:

$$P(T_{\gamma}) = \gamma. \quad (17)$$

Частным случаем гамма-процентной наработки до метрологического отказа СИТ АРТС  $T_{\gamma}$  является *установленная наработка до метрологического отказа СИТ АРТС*  $T_{уст}$ , соответствующая значению  $\gamma = 1,0$ :

$$T_{уст} = \min(t_{-\Delta}, t_{\Delta}), \quad (18)$$

где  $t_{-\Delta}$  – решение уравнения  $A(t_{-\Delta}) = -4$ ;  $t_{\Delta}$  – решение уравнения  $B(t_{\Delta}) = 4$ .

Введение гамма-процентной наработки до метрологического отказа  $T_{\gamma}$  и установленной наработки до метрологического отказа  $T_{уст}$  СИТ АРТС в комплекс нормируемых показателей метрологической надёжности СИТ АРТС позволяет установить индивидуальные требования к метрологической надёжности каждого экземпляра СИТ АРТС и, следовательно, применять в отношении их надёжности стандартные методы управления технологическим процессом по критерию качества продукции.

*Показатели МН измерительных приборов и многозначных мер.* Для измерительных приборов и многозначных мер применение соотношений (1 – 18) обеспечивает лишь приближённую оценку их метрологической надёжности. Принято утверждение, что метрологическая надёжность измерительных приборов и многозначных мер определяется соответствием значений их МХ установленным нормам во всем диапазоне измерений.

Следствием этого утверждения является то, что метрологическим отказом измерительного прибора и многозначной меры является событие, заключающееся в том, что значение хотя бы одной из их нормируемых МХ хотя бы в одной точке диапазона измерений выйдет за установленные границы. С учётом принятых утверждений далее приведено обобщение соотношений (1 – 18) для измерительных приборов и многозначных мер.

Общая зависимость *средней наработки до метрологического отказа СИТ АРТС*  $T_{cp}$  от характеристик нестабильности МХ СИТ АРТС имеет вид:

$$T_{cp} = \int_{G(0, -\Delta)}^{G(\infty, -\Delta)} G^{-1}(\eta, -\Delta) \varphi(\eta) d\eta + \int_{G(0, \Delta)}^{G(\infty, \Delta)} G^{-1}(\eta, \Delta) \varphi(\eta) d\eta. \quad (19)$$

Получены простые расчетные выражения средней наработки до метрологического отказа СИТ для практически важных частных случаев дрейфа МХ СИТ:

– при линейном дрейфе МХ СИТ:

$$T_{cp} = \begin{cases} \frac{\Delta - m(0)}{m_v}, & m_v > 0; \\ -\frac{\Delta + m(0)}{m_v}, & m_v < 0, \end{cases} \quad (20)$$

где  $m_v$  – средняя скорость дрейфа МХ СИТ АРТС;

$m(0)$  – математическое ожидание при нулевых начальных условиях;

– при веерном дрейфе МХ СИТАРТС:

$$T_{cp} = \frac{1}{2r} \left[ \ln \frac{\Delta^2 - m^2(0)}{\sigma^2(0)} + 0,27 \right], \quad (21)$$

где  $r$  – вспомогательная функция;

$\sigma(0)$  – СКО при нулевых начальных условиях.

Параметр потока метрологических отказов и средняя наработка на метрологический отказ СИТ авиационных радиотехнических систем. Общее аналитическое выражение для параметра потока метрологических отказов СИТ авиационных радиотехнических систем имеет следующий вид:

$$\omega(t) = \sum_{i=1}^{\infty} f_i(t), \quad (22)$$

где  $f_i(t)$  – плотность вероятности  $i$ -го метрологического отказа СИТ АРТС.

Найдены аналитические соотношения для параметра потока метрологических отказов СИТ при монотонном дрейфе МХ СИТ:

$$\omega(t) = \mu(t,0) \sum_{i=1}^{\infty} [\varphi_t(i\Delta) - \varphi_t(-i\Delta)] + r_1(t) \sum_{i=1}^{\infty} [\varphi_t(i\Delta) + \varphi_t(-i\Delta)] i\Delta, \quad (23)$$

где  $r_1(t)$  – функция параметров среднеекватрической регрессии скорости изменения дрейфа МХ средств измерительной техники авиационных радиотехнических систем.

Для приближенной оценки параметра потока метрологических отказов средств измерительной техники авиационных радиотехнических систем получено аналитическое соотношение:

$$\omega(t) \cong \frac{\mu(t, m^+(t))}{\Delta} [1 - \Phi(G(t,0))] - \frac{\mu(t, m^-(t))}{\Delta} - \Phi(G(t,0)), \quad (24)$$

где  $m^+(t)$ ,  $m^-(t)$  – условные математические ожидания приращения МХ СИТ АРТС за время  $t$  в положительном и отрицательном направлениях соответственно;  $\mu(t, m^{+(-)}(t))$  – условное математическое ожидание скорости изменения средней неустойчивости МХ СИТ АРТС в положительном и отрицательном направлениях.

Параметр потока метрологических отказов, как показатель метрологической надёжности СИТ АРТС, имеет смысл только при мгновенном восстановлении отказавшего СИТ АРТС. Применение показателя  $\omega(t)$  целесообразно, если СИТ подвергается непрерывному контролю метрологической исправности. Такой контроль может иметь место при эксплуатации СИТ АРТС.

Установлена взаимосвязь параметра потока метрологических отказов СИТ АРТС со средней наработкой на метрологический отказ  $T(t)$  СИТ АРТС. Средняя наработка на метрологический отказ СИТ АРТС характеризует среднее число метрологических отказов СИТ АРТС в интервале  $[0, t]$ :

$$T(t) = \frac{t}{\int_0^t \omega(t_m) dt_m}, \quad (25)$$

где  $\omega(t_m)$  – параметр потока метрологических отказов в момент времени  $t_m$  из интервала  $[0, t]$ .

Применение средней наработки на метрологический отказ средств измерительной техники АРТС целесообразно только для конкретных значений временного интервала  $t$ .

### Вывод

Таким образом, в статье выбран и теоретически обоснован комплекс показателей метрологической надёжности средств измерительной техники авиационных радиотехнических систем. Установлены аналитические зависимости показателей метрологической надёжности СИТ авиационных радиотехнических систем от характеристик их нестабильности.

Дальнейшие исследования планируется направить на разработку и исследование методов оценки и повышения метрологической надёжности СИТ авиационных радиотехнических систем с использованием предложенного комплекса показателей метрологической надёжности средств измерительной техники авиационных радиотехнических систем.

### Литература

1. Прибылев Ю.Б., Волобуев А.П., Яковлев М.Ю. К вопросу об оценке метрологической надёжности средств измерительной техники авиационных радиотехнических систем // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2006. – Вып. 7 (19). – С. 143-146.
2. Яковлев М.Ю., Семеренко Ю.О., Адаменко С.В. Питання підвищення метрологічної надійності засобів вимірювальної техніки авіаційних радіотехнічних систем на етапі проектування // Системи озброєння і військова техніка. – 2006. – № 2 (6). – С. 45-48.
3. Hayes I. Technical memorandum № 63-106 “Factors affecting measurement reliability” // U.S. Naval Ordnance Laboratory, Corona, CA, October 1955.
4. Мандельштам СМ. Информационная надёжность // Труды Ленинградского института авиационного приборостроения. – 1966. – Вып. 48. – С. 102-109.

5. Фридман А.Э. Теория метрологической надёжности средств измерений // Измерительная техника. – 1991. – № 11. – С. 3-10.

6. Yakovlev M.Y., Volobuyev A.P. Evaluation of the metrological reliability of the means of measuring techniques of the aircraft radio systems // Proceedings of the International conference “Modern problems of radio engineering, telecommunications and computer science”, (February 28 – March 4, 2006, Lviv – Slavske). – P. 591-592.

7. Зеленцов Б.П. О специфике надёжности средств измерений // Измерительная техника. – 1971. – № 2. – С. 92-94.

8. Сотсков Б.С. Надёжность автоматических устройств и систем. Её обеспечение и методы оценки // Приборы и системы управления. – 1973. – № 4. – С. 10-13.

9. Лабунец В.С., Маркович А.Б., Осадчая Л.Г. Изменение надёжности электроизмерительных приборов при их длительной эксплуатации // Измерительная техника. – 1974. – № 3. – С. 59-60.

10. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.

11. Чернышова Т.И., Шиндяпин Д.А. Повышение метрологического ресурса при проектировании средств неразрушающего контроля теплофизических свойств материалов и изделий // Контроль. Диагностика. – 2002. – № 10 (52). – С. 27-31.

12. Мищенко С.В., Цветков Э.И., Чернышова Т.И. Метрологическая надёжность измерительных средств. – М.: Машиностроение, 2001. – 96 с.

Поступила в редакцию 23.08.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Г.В. Худов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

УДК 621.391

**М.В. БОРЦОВА***Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина*

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ШЕРОХОВАТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ МЕТОДОМ РЕКУРСИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ**

Проведен анализ существующих методов моделирования случайных полей с заданными корреляционными свойствами применительно к задаче моделирования морской поверхности. Показано, что существующие методы не позволяют выполнять моделирование больших участков. Предложено использовать метод двумерной рекурсивной фильтрации с оптимизацией параметров фильтра по пространственным частотным характеристикам поверхности. Приводятся результаты моделирования поверхностей с различными корреляционными свойствами.

**моделирование, подстилающая поверхность, корреляционная функция, рекурсивный фильтр**

### **Введение**

При решении задач дистанционного зондирования (ДЗ) с аэрокосмических носителей значительный интерес представляет исследование рассеяния электромагнитных волн различными участками земных естественных и искусственных поверхностей. Радиолокационный (РЛ) сигнал, отраженный от подстилающей поверхности, существенно зависит от большого числа факторов, связанных как с ее электрофизическими свойствами, так и с геометрическими характеристиками, что значительно усложняет процесс обработки радиолокационной информации.

Для исследования такого рода зависимостей требуется большой объем радиолокационных данных, полученных от различных типов подстилающих поверхностей. Сложность проведения экспериментальных исследований, а иногда и их принципиальная невозможность, обуславливают необходимость математического моделирования радиолокационных сигналов, отраженных различными типами поверхностей, что, в свою очередь, требует разработки алгоритмов моделирования поверхностей с заданными геометрическими и электрофизическими свойствами. При этом модель поверхности должна сохранять корреляционные и вероятностные свойства реаль-

ной поверхности. Моделируемая поверхность должна быть связной (т.е. не иметь разрывов производной) и обладать достаточно большими геометрическими размерами для устранения краевых эффектов при моделировании процессов отражения радиолокационных сигналов.

В данной статье проводится анализ существующих методов моделирования случайных полей (СП) с заданными корреляционными свойствами и исследуется возможность их применения для моделирования больших участков морской поверхности. Рассматриваются недостатки традиционных методов, препятствующие решению поставленной задачи, и предлагается метод, основанный на алгоритмах векторной рекурсивной фильтрации (РФ). Приводятся результаты моделирования поверхностей с различными корреляционными свойствами.

### **1. Постановка задачи моделирования**

В ряде работ ([1 – 3 и др.]) было показано, что величина РЛ сигнала, отраженного от земной (морской) поверхности, зависит не только от электрофизических свойств среды (проводимости и диэлектрической проницаемости) и параметров аппаратуры (длины волны, излучаемой мощности, поляризации и т.п.), но и от профиля облучаемой поверхности.

Известны четыре основные модели подстилающей поверхности, характеризующие ее профиль [4]: зеркальная (например, поверхность воды при абсолютном штиле); мелкошероховатая с размерами неровностей много меньше длины волны (поверхность асфальта или бетона для сантиметрового диапазона волн); пологая крупношероховатая поверхность, на высоту неровностей которой ограничения не накладываются («мертвая» зыбь на море) и поверхности со сложной шероховатостью (поверхность моря при развитом волнении, когда она покрыта как крупными первичными волнами, так и волнами более мелких размеров, вплоть до мелкой ряби). Также условно выделяют [1] периодические (например, морская) и непериодические (гравий, травяной покров) поверхности.

Любую однородную шероховатую поверхность можно представить как двумерный случайный процесс  $h(x_i, y_j)$  с некоторой двумерной корреляционной функцией (КФ) высот  $R(\tau_x, \tau_y)$ :

$$R(\tau_x, \tau_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y) h(x + \tau_x, y + \tau_y) dx dy. \quad (1)$$

При дискретном представлении процесса его соседние точки образуют площадки четырехугольной формы – facets, для которых выполняется расчет отраженных сигналов. При размерах facets много меньше длины волны ( $\lambda/32$  и менее) его можно считать элементарным отражателем [5], что позволит применять теорию Гюйгенса при моделировании отраженных от поверхности сигналов [6]. При частоте РЛ сигнала 10 ГГц длина волны составляет 3,2 см, и для того, чтобы отдельный facet можно было рассматривать как элементарный отражатель, необходимо, чтобы его геометрические размеры не превышали 1 мм. Общий вид предлагаемой модели представлен на рис. 1.

Задача моделирования поверхности в этом случае сводится к моделированию случайного двумерного процесса с заданной двумерной корреляционной

функцией высот и шагом между отсчетами процесса не более 1 мм. Для устранения краевых эффектов размеры моделируемой поверхности должны быть не меньше размеров площадки, освещаемой лучом антенны радиолокационной станции в пределах одного импульса. Так, при ширине диаграммы направленности  $3^\circ$ , длине импульса 1 мкс и дальности 10 км размеры моделируемой поверхности должны быть не менее 550м×300м.

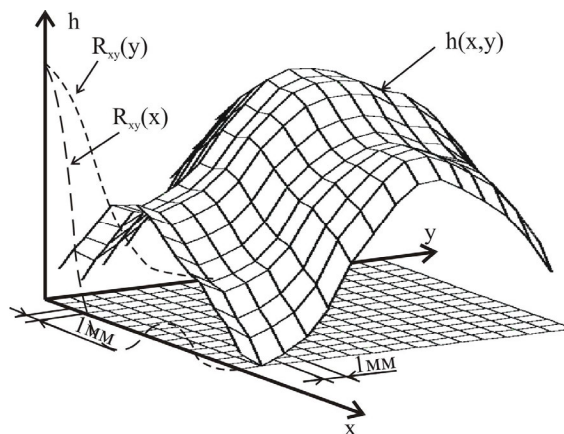


Рис. 1. Общий вид модели поверхности

## 2. Методы моделирования СП

Существует два основных метода моделирования двумерных процессов с заданной КФ – метод двумерной линейной свертки и спектральный метод [7].

При использовании метода двумерной линейной свертки дискретный случайный двумерный процесс с заданной КФ можно получить путем вычисления свертки исходного некоррелированного процесса  $n(x, y)$  с требуемой КФ  $R(x, y)$ :

$$h(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} n(\xi, \eta) \cdot R(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta. \quad (2)$$

Алгоритм моделирования следующий:

- формируется выборка некоррелированного случайного процесса  $n_{i,j}$ ,  $i = 1, N$ ,  $j = 1, M$  с заданной плотностью распределения высот;
- выполняется дискретизация заданной корреляционной функции  $R(\tau_x, \tau_y) \Rightarrow R_{i,j}$ ,  $i, j = 1, K$ ;
- вычисляются отсчеты искомого процесса  $h_{i,j}$

как свертка некоррелированной выборки  $n_{i,j}$  с дискретной корреляционной функцией  $R_{i,j}$ :

$$h_{ij} = \sum_{k_1=0}^K \sum_{k_2=0}^K n_{k_1 k_2} \cdot R_{i-k_2, j-k_2}. \quad (3)$$

Для реализации данного метода на ЭВМ необходимо хранить в оперативной памяти одновременно два массива размерами  $K \times K$ . Величина  $K$  зависит от радиуса корреляции поверхности, который представляет собой интервал, на котором корреляционная функция отлична от нуля. Радиус корреляции морской поверхности может составлять более 10 м [4]. При шаге дискретизации 1 мм размеры одного массива  $K \times K$  будут составлять  $10^4 \times 10^4 = 10^8$  точек. При условии, что для хранения одного числа в памяти ЭВМ необходимо 4 байта, потребуется 382 Мбайта оперативной памяти. Для двух массивов, соответственно, необходимо 764 Мбайт, что не всегда возможно. Кроме того, рассмотренный алгоритм требует больших временных затрат на вычисление двумерной свертки, что затрудняет его практическое применение.

В основе спектрального метода моделирования лежит теорема Винера-Хинчина [7], согласно которой корреляционная функция процесса связана с его спектральной плотностью мощности через преобразование Фурье, что позволяет выполнять вычисления в частотной области. Двумерные прямое и обратное преобразования Фурье [7] записываются, соответственно, как:

$$S(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t_1, t_2) e^{-j\omega_1 t_1} e^{-j\omega_2 t_2} dt_1 dt_2, \quad (4)$$

$$s(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega_1, \omega_2) e^{j\omega_1 t_1} e^{j\omega_2 t_2} d\omega_1 d\omega_2, \quad (5)$$

где  $s(t_1, t_2)$ ,  $S(\omega_1, \omega_2)$  – сигналы соответственно в пространственной и частотной области.

Алгоритм моделирования заключается в следующем:

- формируется выборка некоррелированного

случайного процесса  $n_{i,j}$ ,  $i = 1, N$ ,  $j = 1, M$  с заданной плотностью распределения высот;

- по заданной КФ с помощью прямого двумерного преобразования Фурье (4) определяется форма двумерного формирующего фильтра  $S_{xy}(\omega_x, \omega_y)$ ;

- вычисляется спектр исходного процесса  $N(\omega_x, \omega_y)$  как прямое двумерное преобразование Фурье (4) процесса  $n_{i,j}$ ;

- рассчитывается спектр результирующего двумерного коррелированного процесса:

$$H(\omega_x, \omega_y) = S_{xy}(\omega_x, \omega_y) \cdot N(\omega_x, \omega_y); \quad (6)$$

- вычисляются реализации процесса  $h_{i,j}$  как обратное преобразование Фурье (5) от спектра  $H(\omega_x, \omega_y)$ .

Недостатком данного метода является то, что в нем не учитывается информация о фазовом спектре, что может приводить к искажению корреляционной структуры процесса. Кроме того, данный метод не позволяет выполнять моделирование поверхности по частям. Тогда при размерах моделируемого поля  $550 \times 300$  м с шагом дискретизации 1 мм необходимо одновременно хранить в памяти ЭВМ два массива размерами  $5,5 \cdot 10^5 \times 3 \cdot 10^5$  точек, для чего необходимо порядка 1,2 Терабайта оперативной памяти, что на данном уровне развития вычислительной техники невозможно. Таким образом, спектральный метод моделирования случайных коррелированных полей также неприменим для моделирования морской поверхности.

### 3. Моделирование СП методом РФ

Из приведенного выше анализа видно, что применение традиционных спектрального метода и метода двумерной линейной свертки для моделирования больших участков морской поверхности затруднительно или вообще невозможно. Поэтому может быть предложен метод моделирования, в основе которого лежат алгоритмы двумерной рекурсивной

фильтрации. Следует отметить, что теория цифровой рекурсивной фильтрации для одномерных динамических систем [7] (систем с одним входом и одним выходом, рис. 2, а) и векторных систем [7] с  $n$  входов  $\times m$  выходов (рис. 2, б) широко освещена в литературе, однако анализ случаев двумерных рекурсивных цифровых фильтров для систем, имеющих один вход, один выход, но два пути движения сигнала (рис. 2, в), в доступных автору источниках проведен не был.

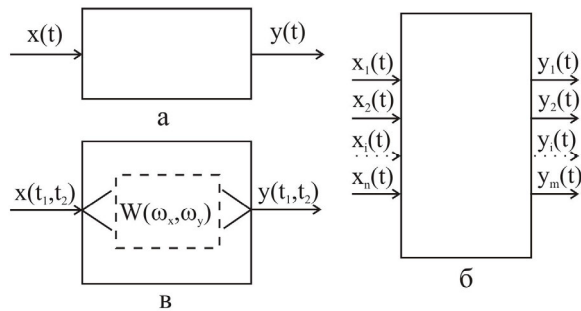


Рис. 2. Виды динамических систем

Цифровые рекурсивные фильтры – это устройства, реализующие преобразование вида

$$y_i = \sum_{k=0}^K a_k \cdot x_{i-k} - \sum_{k=1}^M b_k \cdot y_{i-k}, \quad (7)$$

где  $y_i$  – отсчеты выходного сигнала;  $a_k, b_k$  – постоянные коэффициенты;  $K, M$  – порядок фильтра;  $x_i$  – отсчеты входного сигнала.

Отличительной особенностью рекурсивных фильтров является то, что они используют не только значения входного сигнала, но и предшествующие значения выходного сигнала, которые также рассматриваются как вход фильтра.

Предлагается расширить теорию одномерной цифровой РФ на двумерные процессы (системы, представленные на рис. 2, в). Двумерный цифровой рекурсивный фильтр будет иметь вид:

$$y_{i,j} = \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^L a_{k,m} x_{i-k,j-m} - \sum_{k=1}^M \sum_{m=1}^N b_{k,m} y_{i-k,j-m}. \quad (8)$$

Теперь предположим, что существует двумерный цифровой фильтр вида (8), на вход которого подаются отсчеты некоррелированного двумерного процесса  $n(x_i, y_j)$ , а на выходе получают отсчеты коррелированного процесса  $h(x_i, y_j)$  с заданной корреляционной функцией  $R(\tau_x, \tau_y)$ . Задача проектирования такого фильтра сводится к определению порядка фильтра, необходимого для обеспечения заданной корреляционной функции, и нахождению коэффициентов фильтра.

Порядок фильтра определяется исходя из соотношения допустимых временных затрат на моделирование поверхности и необходимой точности реализации заданной корреляционной функции. Задачу нахождения коэффициентов предлагается решать оптимизационными методами [8]. При этом целевая функция оптимизации может быть записана как

$$Q_R(\bar{a}, \bar{b}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [R_\Phi(\bar{a}, \bar{b}, x, y) - R_T(\bar{a}, \bar{b}, x, y)]^2 dx dy, \quad (9)$$

где  $R_\Phi(\bar{a}, \bar{b}, x, y)$ ,  $R_T(\bar{a}, \bar{b}, x, y)$  – соответственно фактическая и требуемая двумерные КФ.

Анализ показал, что целевая функция вида (9) является полимодальной, что значительно затрудняет процесс поиска оптимальных решений. Поэтому на основании теоремы Винера-Хинчина можно осуществить переход от целевой функций, выраженной через двумерные корреляционные функции, к целевой функции, записанной через двумерные передаточные характеристики:

$$Q_W(\bar{a}, \bar{b}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [W_\Phi(\bar{a}, \bar{b}, \omega_x, \omega_y) - W_T(\bar{a}, \bar{b}, \omega_x, \omega_y)]^2 d\omega_x d\omega_y, \quad (10)$$

где  $W_\Phi(\bar{a}, \bar{b}, \omega_x, \omega_y)$ ,  $W_T(\bar{a}, \bar{b}, \omega_x, \omega_y)$  – соответственно фактическая и требуемая двумерные передаточные характеристики.

#### 4. Анализ результатов моделирования

Для проверки предложенного метода выполнялось моделирование поверхностей с различными корреляционными свойствами. В качестве заданной корреляционной функции была принята функция, предложенная в [3]:

$$R(x, y) = e^{-\frac{1}{R_x}x - \frac{1}{R_y}y} \cos(2\pi f_x x) \cdot \cos(2\pi f_y y), \quad (11)$$

где  $R_x$ ,  $R_y$  – радиусы корреляции поверхности вдоль направлений  $x$ ,  $y$ ;

$f_x$ ,  $f_y$  – пространственные частоты вдоль направлений  $x$ ,  $y$ .

Данная КФ позволяет моделировать как мелкошероховатые, так и крупношероховатые, как периодические, так и непериодические поверхности. Поскольку корреляционная теория полностью справедлива только для гауссовских процессов, то в качестве исходного некоррелированного поля принимался двумерный случайный процесс с нормальным законом распределения. Оптимизация выполнялась по критерию (10). При оптимизации использовался метод конфигураций Розенброка [8], который основан на поиске минимума вдоль линий разрыва производных и часто оказывается эффективным, когда другие методы не позволяют получить решение. Выходной процесс формировался методом двумерной цифровой РФ по алгоритму (8).

На рис. 3 – 6 представлены результаты моделирования поверхностей с различными корреляционными свойствами.

Анализ результатов моделирования показывает, что предложенный метод двумерной рекурсивной фильтрации позволяет решать поставленные задачи, а именно, моделировать связанные поверхности с различными заданными корреляционными свойствами. Некоторое несоответствие заданной и результирующей корреляционных функций объясняется стохастической природой моделируемой поверхности.

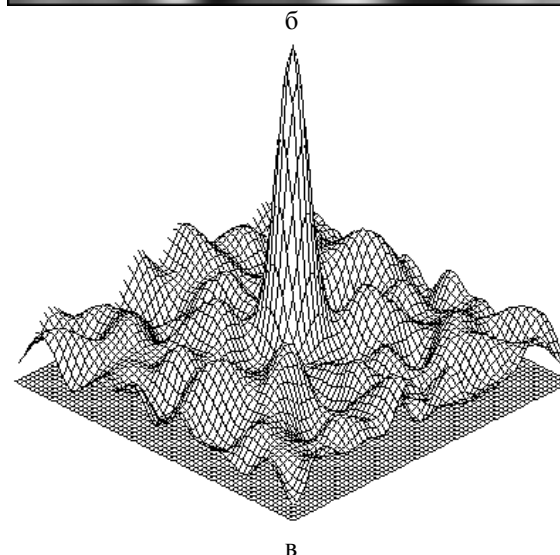
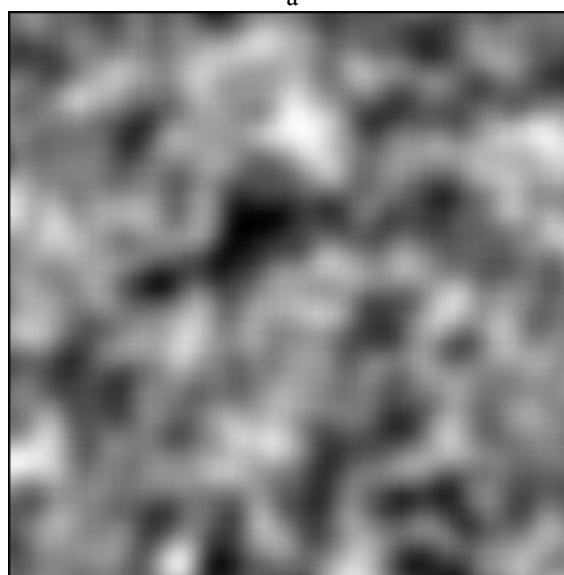
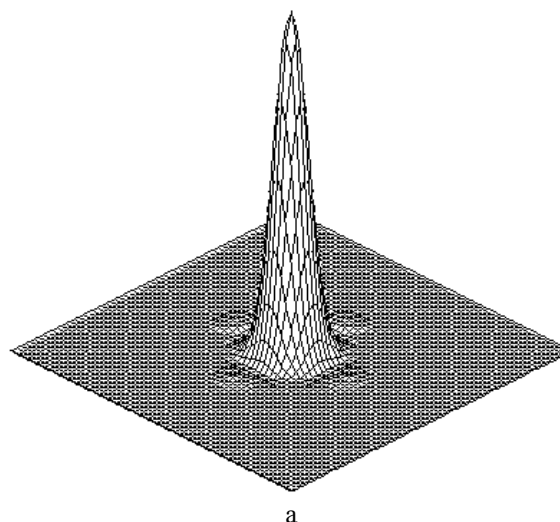
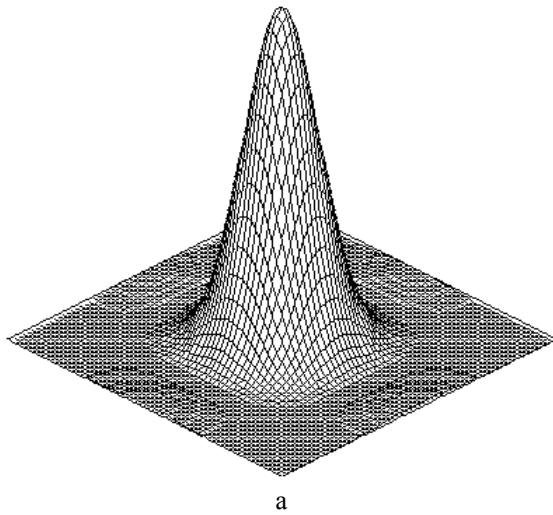


Рис. 3. Непериодическая поверхность (радиусы корреляции  $R_x = 10^{-3}$  м,  $R_y = 10^{-3}$  м):

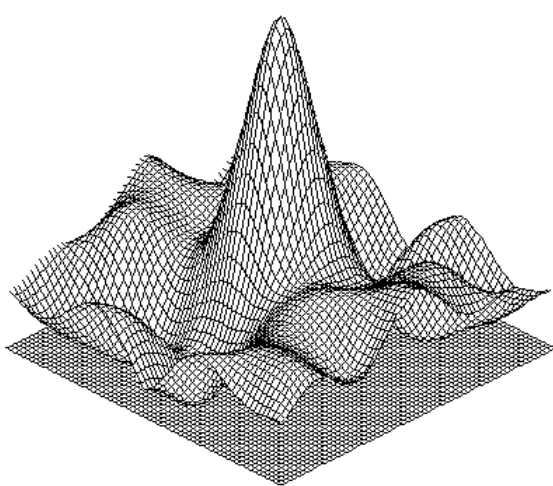
а – заданная корреляционная функция;  
б – результирующая поверхность (вид сверху);  
в – результирующая корреляционная функция



а

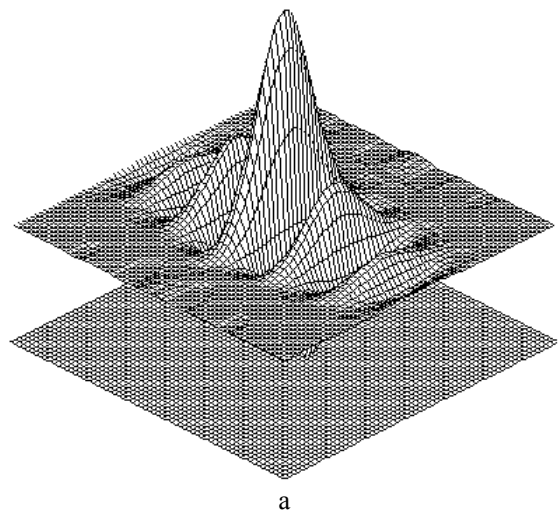


б

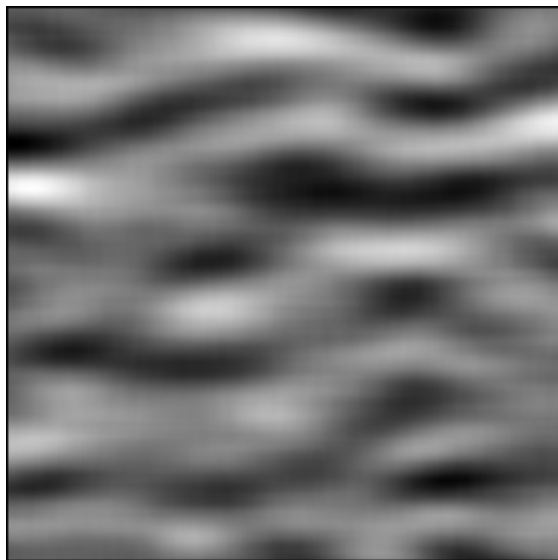


в

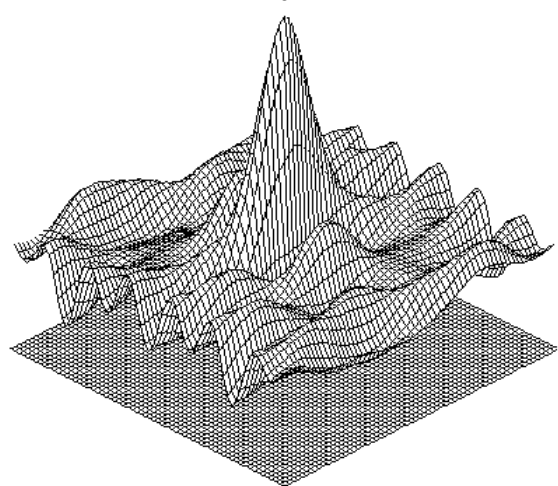
Рис. 4. Непериодическая поверхность (радиусы корреляции  $R_x = 5 \cdot 10^{-3}$  м,  $R_y = 5 \cdot 10^{-3}$  м):  
 а – заданная корреляционная функция;  
 б – результирующая поверхность (вид сверху);  
 в – результирующая корреляционная функция



а

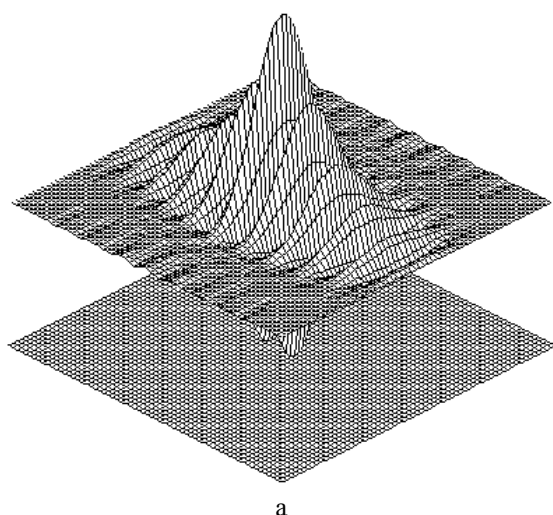


б

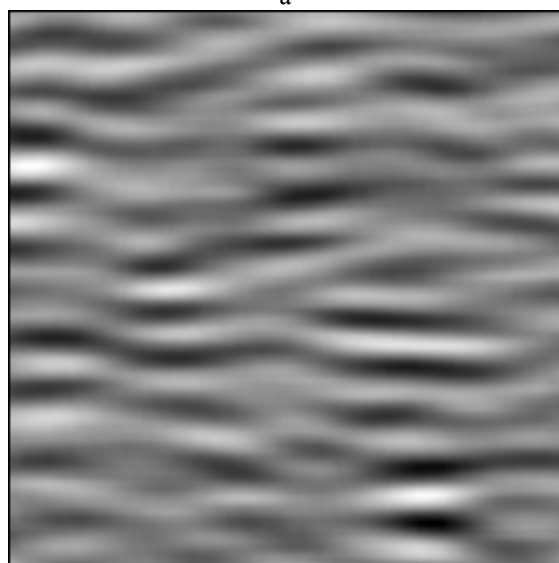


в

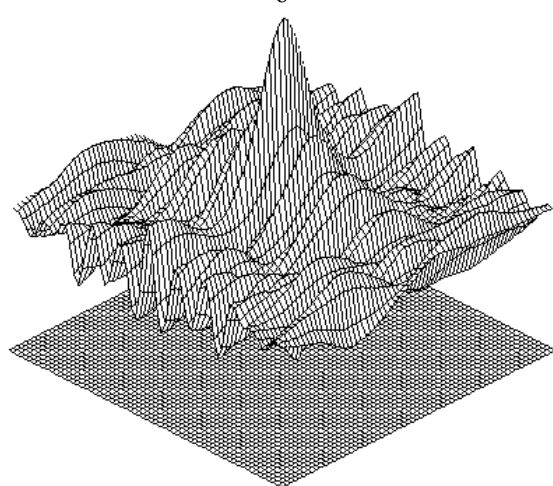
Рис. 5. Периодическая поверхность (радиусы корреляции  $R_x = 10^{-3}$  м,  $R_y = 10^{-3}$  м, пространственные частоты  $f_x = 0$ ,  $f_y = 10 \text{ м}^{-1}$ ):  
 а – заданная корреляционная функция;  
 б – результирующая поверхность (вид сверху);  
 в – результирующая корреляционная функция



а



б



в

Рис. 6. Периодическая поверхность  
(радиусы корреляции  $R_x = 10^{-3}$  м,  $R_y = 10^{-3}$  м;  
пространственные частоты  $f_x = 0$ ,  $f_y = 20 \text{ м}^{-1}$ ):  
а – заданная корреляционная функция;  
б – результирующая поверхность (вид сверху);  
в – результирующая корреляционная функция

## Заключение

Для решения задачи моделирования больших участков морской поверхности предложен метод двумерной РФ, позволяющий формировать поверхности с заданной КФ. Анализ результатов моделирования показал достаточную степень адекватности получаемых поверхностей, что позволит в дальнейшем применять предложенный метод при решении задач электродинамического моделирования.

## Литература

1. Справочник по радиолокации / Под ред. М. Скольника. – Нью-Йорк, 1970. Том 1. Основы радиолокации / Под ред. Я.С. Ицхоки. – М.: Сов. радио, 1976. – 456 с.
2. Зубкович С.Г. Статистические характеристики радиосигналов, отраженных от земной поверхности. – М.: Сов. радио, 1968. – 224 с.
3. Влияние тропосферы и подстилающей поверхности на работу РЛС / Н.П. Красюк, В.Л. Коблов, В.Н. Красюк. – М.: Радио и связь, 1988. – 216 с.
4. Радиолокационные методы исследования земли / Ю.А. Мельник, С.Г. Зубкович и др. Под ред. Ю.А. Мельника. – М.: Сов. радио, 1980. – 264 с.
5. Штагер Е.А., Чаевский Е.В. Рассеяние волн на телах сложной формы. – М.: Сов.радио, 1974. – 240 с.
6. Альперт Я.Л., Гинзбург В.Л., Фейнберг Е.Л. Распространение радиоволн. – М.: ГИТТЛ, 1953. – 883 с.
7. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
8. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ: Практическое руководство. Пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – 238 с.

Поступила в редакцию 18.09.2007

**Рецензент:** канд. техн. наук, ст. науч. сотр. А.М. Резниченко, ОНИИ Вооруженных Сил, Харьков.

УДК 004.05+004.415.5

Ю.С. МАНЖОС, В.Л. ПЕТРИК

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина*

## ОЦЕНКА ПОЛНОТЫ СЕМАНТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

Исследована степень полноты семантического контроля программного обеспечения информационно-управляющих систем авиационно-космических комплексов, основанного на анализе использования физических размерностей. Разработаны и проанализированы модели полноты семантического контроля программного обеспечения. Доказана устойчивость полученных результатов.

**семантический контроль программного обеспечения, полнота семантического контроля, статистические характеристики программного обеспечения**

### Введение

Независимая верификация (НВ) программного обеспечения (ПО) информационно-управляющих систем (ИУС) авиационно-космических комплексов, выполняемая сертификационными центрами, возможна посредством формального доказательства корректности, основанного на использовании семантического контроля. Достоверность НВ снижается ввиду неполноты контроля всех функциональных свойств, неполноты документирования ПО либо невозможности ввода всех семантических характеристик в условиях ограниченных ресурсов сертификационных центров [1 – 7]. Это требует уточнения оценки полноты, являющейся важным фактором достоверности НВ.

В общем случае полнота контроля исходного программного кода может быть оценена на основе анализа статистических характеристик посредством анализа динамической модели семантической полноты [2].

**Постановка задачи.** Целью данной статьи является оценка полноты семантического контроля (СК) ПО, основанного на анализе корректности использования физических размерностей, и влияния на достоверность оценки доли документированных программных переменных.

Это потребует решения следующих задач:

- 1) анализ статистических характеристик реального программного кода и обоснование использования методов теории случайных процессов.
- 2) разработка и анализ модели полноты семантического контроля ПО ИУС.
- 3) анализ устойчивости решения.

### 1. Анализ статистических характеристик реального программного кода и обоснование использования методов теории случайных процессов

Необходимым условием применения методов теории случайных процессов для анализа полноты является пуассоновский характер распределения операций и операндов. Для анализа законов статистических распределений использовался статистический анализатор (СА).

Большинство операций можно отнести к *аддитивным*: "сложение", "вычитание", "присваивание", "сравнение", которые не формируют новых семантик (физических размерностей) и используются только для контроля совпадения размерностей операндов; и *мультипликативным*: "умножение", "деление", "возведение в степень", которые порождают новые семантики и не контролируют размерности своих аргументов. Кроме того, имеется неко-

торая часть операций, реализующих условные и безусловные переходы, а также логические.

Появление операций в программном коде можно рассматривать как некоторое случайное событие. Поток операций обладает определенными свойствами: *ординарностью*, так как операции появляются поодиночке и вероятность попадания на элементарный участок кода двух или более операций гораздо ниже вероятности попадания на него ровно одной операции; *отсутствием последствия*, так как для любых неперекрывающихся участков кода количество операций является независимыми случайными величинами, т.е. вероятность попадания любого количества операций не зависит от того, сколько их попало на другие; *стационарностью*, так как вероятностные характеристики не меняются в адресном пространстве программного кода, и вероятность попадания определенного количества операций на участок кода зависит только от длины участка и не зависит от расположения.

Вследствие того, что поток операций обладает свойствами *ординарности*, *стационарности* и *отсутствия последствия*, он является простейшим или стационарным пуассоновским потоком, что позволяет для исследования свойств программного кода использовать методы теории случайных процессов [8], применение которых обуславливает необходимость определения статистических характеристик – интенсивностей операций.

Результаты анализа программного кода показаны на рис. 1. Например, значению абсциссы 6 соответствует 200 для аддитивных операций, т.е. в программном коде найдено 200 участков, ограниченных аддитивными операциями и содержащих 5 иных операций. Аналогично найдено 1600 интервалов, ограниченных аддитивными операциями, содержащими внутри 3 неаддитивных операции.

В дальнейшем вычисляются относительные интенсивности появления операций, графики которых показаны на рис. 2. Интегральным инвариантом

операционного потока является единичная сумма площадей под кривыми относительных интенсивностей операций.

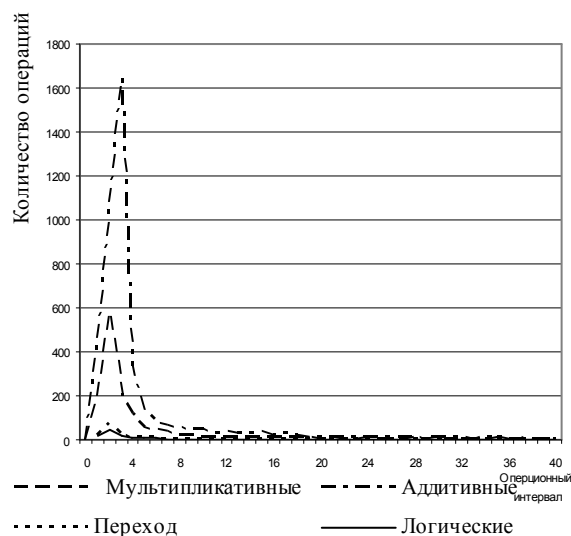


Рис. 1. Абсолютные интенсивности операций

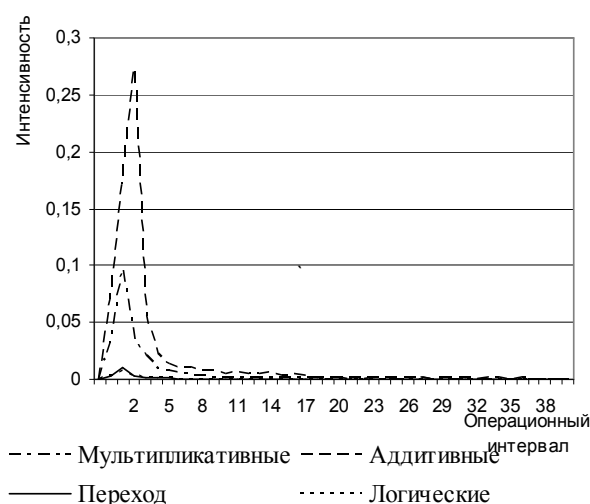


Рис. 2. Относительные интенсивности операций

## 2. Разработка и анализ модели полноты семантического контроля программного обеспечения информационно-управляющих систем

Достоверность оценки корректности, получаемой контролем семантических инвариантов посредством СА определяется неполнотой контроля всех функциональных свойств ПО, неполнотой документированности, невозможностью контроля логики-

ческих операций, а также наличием большого количества безразмерных переменных.

В общем случае полнота может быть оценена с помощью коэффициента семантической полноты (КСП) как:

$$\Omega = \frac{P_F}{P_F + P_{\bar{F}}}, \quad (1)$$

где  $P_F$ ,  $P_{\bar{F}}$  – вероятности обнаружения и необнаружения семантических дефектов (СД) при условии их существования.

В соответствии с семантической алгеброй [6] обнаружение СД возможно для аддитивных, мультипликативных операций и операций сравнения. При этом вызов программных функций может быть отнесен к аддитивным операциям вследствие возможности контроля семантик формально-фактических параметров. В тоже время логические операции и операции перехода не контролируются.

Для нахождения КСП удобно работу СА представить в виде модели, граф которой, отражающий возможные состояния СА, переходы между ними, а также вероятности переходов, показан на рис. 3.

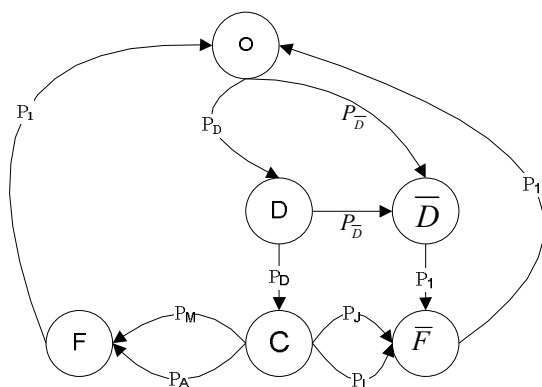


Рис. 3. Полная дискретная модель состояний

Предполагается, что первоначально СА находится в состоянии  $O$  – операнд, а операнды с вероятностью могут быть  $P_D$  документированы и с вероятностью  $P_{\bar{D}} = 1 - P_D$  недокументированы. Эти вероятности определяют переходы СА в состояния  $D$  – «документированный операнд» и  $\bar{D}$  – «недокумен-

тированный операнд». При появлении недокументированного операнда СА переходит в состояние  $\bar{D}$ , в котором идентификация СД невозможна, поэтому СА из этого состояния с единичной вероятностью переходит в состояние  $\bar{F}$  – «невозможность обнаружения нарушений СД», а далее с единичной вероятностью возвращается в начальное состояние  $O$ .

При переходе СА в состояние  $D$  – «документированный операнд» в зависимости от документированности второго операнда бинарной операции СА с соответствующей вероятностью переходит либо в состояние  $C$  – «команда», либо в состояние  $\bar{D}$ . При переходе СА в состояние «команда» в зависимости от типа исполняемой команды с суммарной вероятностью  $P_A$  (аддитивные операции) +  $P_M$  (мультипликативные операции) осуществляется переход в состояние  $F$  – «возможность обнаружения нарушений СД», а с суммарной вероятностью  $P_J$  (операции перехода) +  $P_L$  (логические операции) переход в состояние  $\bar{F}$ .

В связи с единичной вероятностью перехода из состояния  $\bar{D}$  в состояние  $\bar{F}$ , эти узлы можно объединить. В результате получим упрощенную модель (рис. 4), в которой состояния  $O_1$ ,  $O_2$  соответствуют первому и второму операнду.

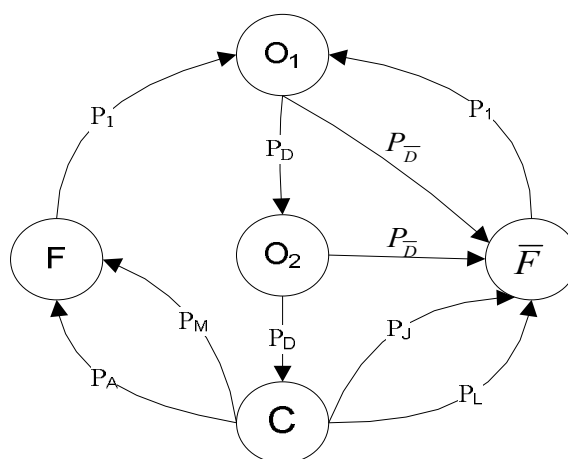


Рис. 4. Упрощенная дискретная модель состояний

Упрощенная дискретная модель позволяет записать систему линейных алгебраических уравнений

(СЛАУ), описывающих потоки вероятностей для каждого из пяти узлов.

$$\begin{cases} S_{O1}(P_D + P_{\bar{D}}) = S_{\bar{F}}P_1 + S_F P_1; \\ S_{O2}(P_D + P_{\bar{D}}) = S_{O1}P_D; \\ S_{\bar{F}}P_1 = S_{O1}P_{\bar{D}} + S_{O2}P_{\bar{D}} + S_C(P_L + P_J); \\ S_C(P_A + P_M + P_L + P_J) = S_{O2}P_D; \\ S_F P_1 = S_C(P_A + P_M), \end{cases} \quad (2)$$

где  $S_{O1}, S_{O2}, S_{\bar{F}}, S_F, S_C$  – искомые вероятности нахождения СА в каждом из состояний, а  $P_D, P_{\bar{D}}, P_A, P_J, P_L, P_M$  – переходные вероятности.

Необходимым условием, которому должно удовлетворять решение, является уравнение нормировки:

$$S_{O1} + S_{O2} + S_{\bar{F}} + S_F + S_C = 1. \quad (3)$$

Система (2) имеет пять неизвестных, поэтому любое из уравнений, например третье, можно исключить, заменив нормировочным условием.

Переходные вероятности также образуют полные группы событий, поэтому  $P_D + P_{\bar{D}} = 1$  и  $P_A + P_M + P_L + P_J = 1$ . Отсюда:

$$\begin{cases} S_{O1} = S_{\bar{F}} + S_F; \\ S_{O2} = S_{O1}P_D; \\ S_C = S_{O2}P_D; \\ S_F = S_C(P_A + P_M); \\ S_{O1} + S_{O2} + S_{\bar{F}} + S_F + S_C = 1. \end{cases} \quad (4)$$

Для нахождения КСП подставим в выражение (1) значения вероятностей нахождения СА в соответствующих узлах  $S_{\bar{F}}$  и  $S_F$ , которые соответствуют  $P_{\bar{F}}$ ,  $P_F$  – вероятностям необнаружения и обнаружения СД при условии их существования. Подставив в знаменатель (1) первое уравнение системы (4), а в числитель – значение из четвертого, получим:

$$\Omega = \frac{S_C(P_A + P_M)}{S_{O1}}. \quad (5)$$

После подстановки из третьего уравнения системы (4) имеем:

$$\Omega = \frac{S_{O2}P_D(P_A + P_M)}{S_{O1}}. \quad (6)$$

Подставив из второго уравнения системы (4) в (6) значение  $S_{O2}$ , имеем искомое значение КСП:

$$\Omega = \frac{S_{O1}P_DP_D(P_A + P_M)}{S_{O1}} = P_D^2(P_A + P_M). \quad (7)$$

Вернемся к полной дискретной модели, представленной на рис. 3. Система уравнений, описывающая потоки вероятностей и условие нормировки имеет вид:

$$\begin{cases} S_O(P_D + P_{\bar{D}}) = S_{\bar{F}}P_1 + S_F P_1; \\ S_D(P_D + P_{\bar{D}}) = S_O P_D; \\ S_{\bar{D}}P_1 = S_O P_{\bar{D}} + S_D P_{\bar{D}}; \\ S_C(P_A + P_M + P_L + P_J) = S_D P_D; \\ S_{\bar{F}}P_1 = S_{\bar{D}}P_1 + S_C(P_L + P_J); \\ S_F P_1 = S_C(P_A + P_M); \\ S_O + S_D + S_{\bar{D}} + S_{\bar{F}} + S_F + S_C = 1. \end{cases} \quad (8)$$

Неизвестных  $S_O, S_D, S_{\bar{D}}, S_{\bar{F}}, S_F, S_C$  шесть, любое уравнение, кроме нормировочного (седьмое уравнение системы (8)), можно исключить. Модифицированная система:

$$\begin{cases} S_O = S_{\bar{F}} + S_F; \\ S_D = S_O P_D; \\ S_{\bar{D}} = P_{\bar{D}}(S_O + S_D); \\ S_{\bar{F}} = S_{\bar{D}} + S_C(P_L + P_J); \\ S_F = S_C(P_A + P_M); \\ S_O + S_D + S_{\bar{D}} + S_{\bar{F}} + S_F + S_C = 1. \end{cases} \quad (9)$$

КСП, выраженный через вероятности нахождения СА в узлах модели:

$$\Omega = \frac{S_F}{S_F + S_{\bar{F}}}. \quad (10)$$

Решая систему (9) и подставляя значения вероятностей в (10), получим КСП:

$$\Omega = (P_A + P_M)P_D^2. \quad (11)$$

Рассмотрим далее модель с непрерывными состояниями, отличающуюся от полной дискретной модели использованием не переходных вероятностей, а интенсивностей (рис. 5). Основанием для использования непрерывной модели является большой объем программного кода, позволяющий рассматривать процесс статического анализа как непрерывный процесс.

Предполагается, что первоначально СА находится в состоянии  $O$  – операнд, причем семантически документированные операнды появляются с интенсивностью  $\lambda_D$ , а недокументированные – с интенсивностью  $\lambda_{\bar{D}}$  и переводят СА в состояния  $D$  – «документированный операнд», после которого возможна идентификация СД, и в состояние  $\bar{D}$  – «недокументированный операнд», после которого идентификация СД невозможна, поэтому СА с единичной вероятностью переходит в состояние  $\bar{F}$  – «невозможность обнаружения нарушений СД», а далее безусловно возвращается в состояние  $O$ .

При переходе в состояние  $D$  СА с интенсивностью  $\lambda_{\bar{D}}$  переходит в состояние  $\bar{D}$ , а с интенсивностью  $\lambda_D$  в состояние  $C$  – «команда». При переходе СА в состояние  $C$  в зависимости от типа исполняемой команды с суммарной интенсивностью  $P_A$  (аддитивные операции) +  $P_M$  (мультипликативные операции) осуществляется переход в состояние  $F$  – «возможность обнаружения нарушений СД», а с суммарной интенсивностью  $P_J$  (операции перехода) +  $P_L$  (логические операции) переход в состояние  $\bar{F}$ , из которого возвращается состояние  $O$ .

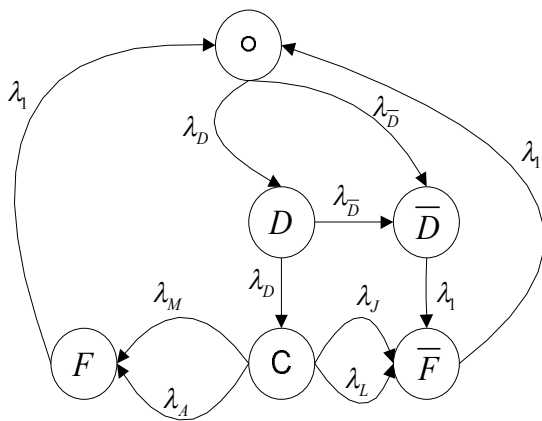


Рис. 5. Непрерывная модель полноты контроля

Полная непрерывная модель позволяет определить систему дифференциальных уравнений (СДУ) Колмогорова (12), связывающих потоки вероятностей

в каждом из состояний с изменениями вероятностей нахождения СА в этих состояниях (производными):

$$\begin{cases} \frac{dP_O}{dt} = P_F\lambda + P_{\bar{F}}\lambda - P_O(\lambda_D + \lambda_{\bar{D}}); \\ \frac{dP_D}{dt} = P_O\lambda_D - P_D(\lambda_D + \lambda_{\bar{D}}); \\ \frac{dP_{\bar{D}}}{dt} = P_O\lambda_{\bar{D}} + P_D\lambda_{\bar{D}} - P_{\bar{D}}\lambda_1; \\ \frac{dP_{\bar{F}}}{dt} = P_C\lambda_L + P_C\lambda_J + P_{\bar{D}}\lambda_1 - P_{\bar{F}}\lambda_1; \\ \frac{dP_C}{dt} = P_D\lambda_D - P_C(\lambda_L + \lambda_M + \lambda_J + \lambda_A); \\ \frac{dP_F}{dt} = P_C(\lambda_M + \lambda_A) - P_F\lambda_1. \end{cases} \quad (12)$$

Следует отметить, что модель является динамической, а сами вероятности нахождения СА в каждом из состояний имеют некоторые пределы. Для нахождения значений предельных вероятностей, а значит и предела

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Omega = \frac{\lim_{t \rightarrow \infty} P_F}{\lim_{t \rightarrow \infty} P_F + \lim_{t \rightarrow \infty} P_{\bar{F}}},$$

где  $t$  – номер анализируемого операнда, приравняем значения производных нулю и получим СЛАУ, описывающих асимптоты вероятностей нахождения СА в узлах:

$$\begin{cases} P_F\lambda + P_{\bar{F}}\lambda - P_O(\lambda_D + \lambda_{\bar{D}}) = 0; \\ P_O\lambda_D - P_D(\lambda_D + \lambda_{\bar{D}}) = 0; \\ P_O\lambda_{\bar{D}} + P_D\lambda_{\bar{D}} - P_{\bar{D}}\lambda_1 = 0; \\ P_C\lambda_L + P_C\lambda_J + P_{\bar{D}}\lambda_1 - P_{\bar{F}}\lambda_1 = 0; \\ P_D\lambda_D - P_C(\lambda_L + \lambda_M + \lambda_J + \lambda_A) = 0; \\ P_C(\lambda_M + \lambda_A) - P_F\lambda_1 = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Одно из уравнений является избыточным и на основании условия нормировки должно быть заменено на алгебраическое уравнение:

$$P_O + P_D + P_{\bar{D}} + P_C + P_F + P_{\bar{F}} = 1. \quad (14)$$

Решение системы (13) с учетом (14) имеет вид:

$$\Omega = \lambda_D^2 \frac{(\lambda_M + \lambda_A)}{(\lambda_D + \lambda_{\bar{D}})^2 (\lambda_L + \lambda_M + \lambda_J + \lambda_A)}, \quad (15)$$

который практически совпадает с (7). В соответствии с обозначениями:  $\lambda_D$ ,  $\lambda_{\bar{D}}$  – интенсивности

появления в коде документированных и недокументированных переменных, т.е. переменных, имеющих известные семантики;  $\lambda_L, \lambda_M, \lambda_J, \lambda_A$  – интенсивности появления логических операций, мультипликативных операций, переходов и аддитивных операций. Общая сумма интенсивностей их появления равна 1.

Обозначив долю семантически контролируемых операций  $k = \frac{(\lambda_M + \lambda_A)}{(\lambda_L + \lambda_M + \lambda_J + \lambda_A)}$ , отобразим на рис. 6 значения коэффициента семантической полноты.

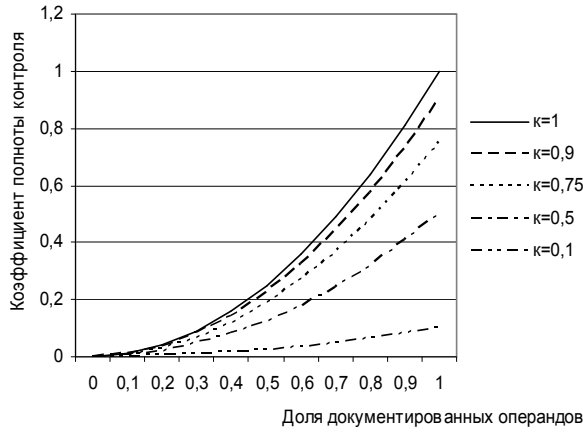


Рис. 6. Зависимость коэффициента семантической полноты контроля от уровня документированности

### 3. Анализ устойчивости решения

Практическую ценность полученных результатов необходимо подтвердить, доказав устойчивость полученного решения [9]. Это вызвано тем, что коэффициенты СДУ (12) определяются на основе статистических исследований, поэтому необходимо оценить влияние погрешностей их значений на окончательный результат.

Непосредственное аналитическое доказательство устойчивости СДУ (12) невозможно ввиду высокого порядка системы и степени соответствующего ей характеристического уравнения. Для упрощения выкладок преобразуем граф полной непрерывной модели, показанный на рис. 5, к эквивалентному

виду, показанному на рис. 7.

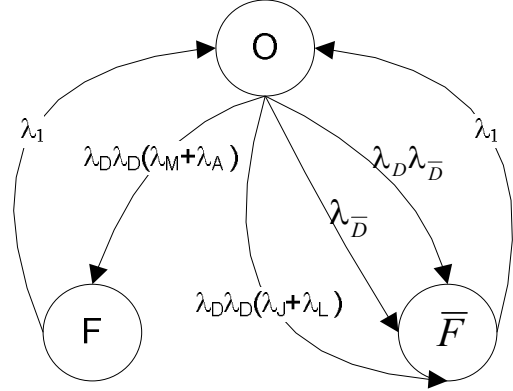


Рис. 7. Приведенная полная непрерывная модель полноты семантического контроля

Приведенной модели соответствует следующая СДУ Колмогорова:

$$\begin{cases} \dot{P}_O = P_F \lambda_1 + P_{\bar{F}} \lambda_1 - P_O (\lambda_D^2 (\lambda_M + \lambda_A) + \lambda_D^2 (\lambda_J + \lambda_L) + \lambda_{\bar{D}} + \lambda_D \lambda_{\bar{D}}); \\ \dot{P}_F = P_O \lambda_D^2 (\lambda_M + \lambda_A) - P_F \lambda_1; \\ \dot{P}_{\bar{F}} = P_O (\lambda_{\bar{D}} + \lambda_D \lambda_{\bar{D}} + \lambda_D^2 (\lambda_J + \lambda_L)) - P_{\bar{F}} \lambda_1. \end{cases} \quad (16)$$

Т.к.  $\lambda_D + \lambda_{\bar{D}} = 1$  и  $\lambda_A + \lambda_R + \lambda_L + \lambda_J = 1$ , то

$$\begin{cases} \dot{P}_O = -P_O (\lambda_D^2 (\lambda_M + \lambda_A) + \lambda_D^2 (\lambda_J + \lambda_L) + \lambda_{\bar{D}} + \lambda_D \lambda_{\bar{D}}) + P_F \lambda_1 + P_{\bar{F}} \lambda_1; \\ \dot{P}_F = P_O \lambda_D^2 (\lambda_M + \lambda_A) - P_F \lambda_1; \\ \dot{P}_{\bar{F}} = P_O (\lambda_{\bar{D}} + \lambda_D \lambda_{\bar{D}} + \lambda_D^2 (\lambda_J + \lambda_L)) - P_{\bar{F}} \lambda_1. \end{cases} \quad (17)$$

Преобразуем СДУ (17) в линейную систему с постоянными коэффициентами.

Введем обозначения:

$$\begin{cases} a_O = -(\lambda_D^2 (\lambda_M + \lambda_A) + \lambda_D^2 (\lambda_J + \lambda_L) + \lambda_{\bar{D}} + \lambda_D \lambda_{\bar{D}}); \\ a_F = \lambda_D^2 (\lambda_M + \lambda_A); \\ a_{\bar{F}} = \lambda_{\bar{D}} + \lambda_D \lambda_{\bar{D}} + \lambda_D^2 (\lambda_J + \lambda_L). \end{cases}$$

Тогда система (17) примет вид:

$$\begin{cases} \dot{P}_O = a_O P_O + 1 P_F + 1 P_{\bar{F}}; \\ \dot{P}_F = a_F P_O - 1 P_F + 0 P_{\bar{F}}; \\ \dot{P}_{\bar{F}} = a_{\bar{F}} P_O + 0 P_F - 1 P_{\bar{F}}. \end{cases} \quad (18)$$

Обозначив общую интенсивность семантически контролируемых операций  $\lambda_C = \lambda_M + \lambda_A$ , а неконтролируемых операций  $\lambda_{\bar{C}} = \lambda_J + \lambda_L$  и принимая

во внимание, что  $\lambda_C + \lambda_{\bar{C}} = 1$ , имеем:

$$\begin{cases} a_O = -(\lambda_D^2 + (1 - \lambda_D) + \lambda_D(1 - \lambda_D)); \\ a_F = \lambda_D^2 \lambda_C; \\ a_{\bar{F}} = (1 - \lambda_D) + \lambda_D(1 - \lambda_D) + \lambda_D^2(1 - \lambda_C). \end{cases}$$

После преобразований получаем, что

$$\begin{cases} a_O = -(\lambda_D^2 + 1 - \lambda_D + \lambda_D - \lambda_D^2) = -1; \\ a_F = \lambda_D^2 \lambda_C; \\ a_{\bar{F}} = 1 - \lambda_C \lambda_D^2. \end{cases}$$

Окончательно:

$$\begin{cases} a_O = -1; \\ a_F = \lambda_D^2 \lambda_C; \\ a_{\bar{F}} = 1 - \lambda_C \lambda_D^2. \end{cases} \quad (19)$$

Отбросив первое уравнение системы (18) и выразив  $P_O$  из  $P_O + P_F + P_{\bar{F}} = 1$ , получим, после подстановки во второе и третье уравнения системы (18) систему алгебро-дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{P}_F = a_F(1 - P_F - P_{\bar{F}}) - 1P_F + 0P_{\bar{F}}; \\ \dot{P}_{\bar{F}} = a_{\bar{F}}(1 - P_F - P_{\bar{F}}) + 0P_F - 1P_{\bar{F}}, \end{cases} \quad (20)$$

которая приводится к СДУ:

$$\begin{cases} \dot{P}_F = a_F - a_F P_F - a_F P_{\bar{F}} - P_F + 0P_{\bar{F}}; \\ \dot{P}_{\bar{F}} = a_{\bar{F}} - a_{\bar{F}} P_F - a_{\bar{F}} P_{\bar{F}} + 0P_F - 1P_{\bar{F}}. \end{cases} \quad (21)$$

Получаем линейную однородную СДУ с действительными постоянными коэффициентами:

$$\begin{cases} \dot{P}_F = -(a_F + 1)P_F - a_F P_{\bar{F}} + a_F; \\ \dot{P}_{\bar{F}} = -a_{\bar{F}} P_F - (a_{\bar{F}} + 1)P_{\bar{F}} + a_{\bar{F}}, \end{cases} \quad (22)$$

частные решения которой будем искать в виде:

$$\begin{cases} P_F = \alpha_1 e^{kt}; \\ P_{\bar{F}} = \alpha_2 e^{kt}, \end{cases} \quad (23)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, k$  – постоянные.

Подставляя (23) в (22) и сокращая на  $e^{kt}$ , получим для определения  $\alpha_1, \alpha_2$  СЛАУ:

$$\begin{cases} (-(a_F + 1) - k)\alpha_1 - a_F \alpha_2 = 0; \\ -a_{\bar{F}} \alpha_1 + (-(a_{\bar{F}} + 1) - k)\alpha_2 = 0. \end{cases} \quad (24)$$

Наличие нетривиального решения системы (24) требует равенства нулю определителя:

$$\begin{vmatrix} -(a_F + 1) - k & -a_F \\ -a_{\bar{F}} & -(a_{\bar{F}} + 1) - k \end{vmatrix} = 0. \quad (25)$$

Условием устойчивости системы (22) является отрицательность корней характеристического уравнения, получаемого из (25):

$$(-a_F - 1 - k)(-a_{\bar{F}} - 1 - k) - a_F a_{\bar{F}} = 0. \quad (26)$$

Уравнение (26) с учетом (19) приводится к квадратному уравнению  $k^2 + 3k + 2 = 0$ , корни которого  $k_1 = -2$  и  $k_2 = -1$ .

Таким образом, оба корня характеристического уравнения (26) отрицательны. Все решения асимптотически устойчивы в целом по показательному закону, что позволяет использовать полученный результат (15) для оценки полноты семантической проверки исходного кода информационно-управляющих систем критического применения посредством статического анализа.

## Заключение

Показано, что применение статического анализа для СК исходного кода ПО позволяет достичь в среднем только 30% покрытия, а сам коэффициент покрытия пропорционален квадрату доли документированных переменных и зависит от доли неконтролируемых операций. Доказана устойчивость полученного решения.

Таким образом, получаем естественный результат: чем выше доля документированных переменных, тем выше уровень контроля, который в пределе достигает единицы. Однако, при слабой документированности ПО, когда доля документированных переменных составляет около 0,1, достигаемая полнота 0,01. Двукратное увеличение документированности позволяет достичь покрытия только 0,04 исходного кода.

Дальнейшее повышение полноты при отсутствии детальной документации либо при ресурсных ограничениях, не позволяющих вводить семантики всех известных программных переменных, возможно

посредством решения систем линейных алгебраических уравнений, построенных на основе семантической алгебры и известных семантик программных переменных. При этом каждой аддитивной операции будет соответствовать свое алгебраическое уравнение, что позволит довести уровень документированности и полноту семантического контроля программного обеспечения до 100%.

### **Литература**

1. Харченко В.С., Манжос Ю.С., Петрик В.Л. Статистический анализ программного обеспечения системы управления космическим аппаратом и оценка проверяющей способности семантического контроля // *Технология приборостроения*. – 2002. – № 2. – С. 52–59.
2. Петрик В.Л. Оценка полноты независимой верификации в условиях неопределенных проектных спецификаций // *Міжнародна науково-технічна конференція «Інтегровані комп'ютерні технології в машинобудуванні» ІКТМ'2006: Тези доповідей*. – Х.: Нац. аерокосм. ун-т «ХАІ», 2006. – С. 483-484.
3. Манжос Ю.С. Оценка эффективности независимой верификации программного обеспечения // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2004. – № 7. – С. 210-214.
4. Манжос Ю.С. Типізація даних у системах критичного застосування // *Системи обробки інформації*. – Х.: ХВУ, 2002. – Вип. 3 (19). – С. 54-57.
5. Манжос Ю.С. Принципы семантического контроля программного обеспечения // *Авиационно-космическая техника и технология*. – Х.: Нац. аерокосм. ун-т „Харк. авиац. ин-т”, 2002. – Вып. 32. – С. 307-315.
6. Манжос Ю.С. Семантический контроль программного обеспечения систем критического применения // *Авиационно-космическая техника и технология*. – Х.: Нац. аерокосм. ун-т „Харк. авиац. ин-т”, 2002. – Вип. 34. – С. 207-212.
7. Конорев Б.М., Манжос Ю.С., Харченко В.С., Чертков Г.Н. Семантический метод независимой верификации программного обеспечения информационно-управляющих систем важных для безопасности АЭС // *Международный симпозиум «Измерения, важные для безопасности в реакторах»*. – М.: Институт проблем управления им. Трапезникова, 2003. – С. 10-1–10-14.
8. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1988. – 480 с.
9. Араманович И.Г., Лунц Г.Л., Эльсгольц Л.Э. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. – М.: Наука, 1965. – 392 с.

*Поступила в редакцию 12.09.2007*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.С. Харченко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.

УДК 682.3.07

Н.Н. ГОРА<sup>1</sup>, Е.В. КОНОВАЛОВА<sup>2</sup><sup>1</sup>Харьковский приборостроительный завод им. Т.Г. Шевченко "Монолит"<sup>2</sup>Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

## АЛГОРИТМИЧЕСКИЙ МЕТОД ПРОЕКТИРОВАНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ КОНТРОЛЯ В АВИАСТРОЕНИИ

Предложен метод проектирования автоматизированных систем контроля (АСК), основанный на алгоритмической алгебре, эффективность которого связана с использованием теории рекурсивных автоматов.

**автоматизированная система контроля, рекурсивный автомат, алгоритмическая алгебра**

### Введение

При создании систем автоматики для аэрокосмической отрасли народного хозяйства, которая относится к высокотехнологическому производству, используются современные автоматизированные подходы. Учитывая жесткие требования к оперативности контроля, надежности и качеству контроля, возникает актуальная задача разработки методов проектирования АСК, которые позволили минимизировать аппаратно-программные ресурсы, повысить производительность и обеспечить устойчивость работы промышленных систем автоматики в авиационном строении.

**Постановка задачи.** При создании программного обеспечения АСК важной и актуальной задачей является создание систем компиляции проблемно-ориентированных языков, учитывающих специфику контроля в авиационном строении. Процесс компиляции заключается в реализации функций лексического и синтаксического анализатора, генерации исполняемого кода. Для обработки входных языков, представленных в бэкусовской нормальной форме (БНФ) или синтаксическими диаграммами, широко применяется теория формальных грамматик [1]. Традиционно компиляция языков высокого уровня осуществляется в основном программными компиляторами [2]. Получаемые таким образом программы достаточно громоздки, время их выполнения довольно велико, что не удовлетворяет требованиям критических приложений.

Основным методом, обеспечивающим при этом реализацию формальных языков, является построе-

ние рекурсивных автоматов (РА). Такие автоматы удобно представляют требуемые языки приложений и обрабатывают их микропрограммным способом [3]. Для преодоления указанных недостатков применим рекурсивную систему алгоритмических алгебр (РСАА) при проектировании электронных и программных компиляторов, алгоритмов и программ [4].

### Решение задачи

Основная задача, решаемая в работе, состоит в разработке РСАА, ее аксиоматики и вспомогательных тождеств, в анализе и синтезе РА, для чего рассмотрим представимость событий в РА, описание которых производится по правилам РСАА [5].

Пусть  $P, Q, R, S, T$  – произвольные события, представленные в МП-автомате,  $e$  – тождественная цепочка,  $\Delta$  – пустое событие. Сигнатуру РСАА составляют основные операции [6]:

$$R \vee Q, R \cdot Q, \{R\}, \{R\}^+, \{R(\overset{x}{\underline{Q}}P_k)\}, \{R(\overset{x}{\underline{Q}}P_k)\}^+, \quad (1)$$

где  $R \vee Q$  – дизъюнкция событий;  $R \cdot Q$  – произведение событий;  $\{R\} = e \vee R \vee R^2 \vee R^3 \vee \dots$  – итерация событий;  $\{R\}^+ = R \vee R^2 \vee R^3 \vee \dots$  – позитивная итерация событий;  $\{R(\overset{x}{\underline{Q}}P_n)\}$  – операция  $N$ -сторонней (по числу символов  $Q$ ) рекурсивной итерации ( $r$ -итерация), в которой  $\overset{x}{\underline{Q}}P_k = \underline{Q}P_1 \underline{Q}P_2 \dots \underline{Q}P_N$ , при индексе  $k = \overline{1, N}$ . Символ  $\underline{Q}$  подчеркнут и называется опорным, потому что при развертке  $r$ -итерации

он не интерпретируется как автономный. Операция

$\{R(\overset{x}{\underline{\underline{Q}}}P_k)\}^+$  называется позитивно  $N$ -мерной  $r$ -

итерацией, смысл которой уточняется на основании правил развертки  $r$ -итерации. При  $k=1,2$  получаем [7]:

$$\{R\underline{\underline{Q}}P\} = Q \vee RQP \vee R^2QP^2 \vee \dots \vee R^mQP^m, m \rightarrow \infty; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \{R\underline{\underline{Q}}P_1\underline{\underline{Q}}P_2\} &= Q \vee RQP_1QP_2 \vee R^2Q(P_1QP_2)^2 \vee \dots \\ &\vee R^mQ(P_1QP_2)^m \vee (RQP_1)^2QP_2^2 \vee (RQP_1)^3QP_2^3 \vee \dots \\ &\vee (P_1QP_2)^mQP_2^m \vee QP_1Q \vee Q(P_1Q)^2Q \vee \dots \\ &\vee Q(P_1Q)^m \vee R^2QP_1QP_2P_1RQP_1QP_2^2 \vee \dots, m \rightarrow \infty; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\{R\underline{\underline{Q}}P\}^+ = RQP \vee R^2QP^2 \vee \dots \vee R^mQP^m, m \rightarrow \infty; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \{R\underline{\underline{Q}}P_1\underline{\underline{Q}}P_2\}^+ &= RQP_1QP_2 \vee R^2Q(P_1QP_2)^2 \vee \dots \\ &\vee R^mQ(P_1QP_2)^m \vee (RQP_1)^2QP_2^2 \vee (RQP_1)^3QP_2^3 \vee \dots \\ &\vee (PQP_1)^mQP_2^m \vee QP_1Q \vee Q(P_1Q)^2Q \vee \dots \\ &\vee Q(P_1Q)^m \vee R^2QP_1QP_2P_1RQP_1QP_2^2 \vee \dots, m \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (5)$$

Для того чтобы придать  $r$ -итерациям конкретный смысл, зададим интерпретации (2) и (3) следующим образом. Пусть в (2)  $R$  – левая скобка «(»,  $P$  – правая скобка «)»,  $Q_i = d$ , где  $d$  – произвольный терминал. Тогда  $\{(\underline{\underline{d}})\} = d \vee (d) \vee ((d)) \vee \dots$ , где определена дизъюнкция выражений, состоящих из  $d$  и вложенных пар скобок. Пусть в (3)  $R = ($ ,  $Q$  – операнд  $a$ ,  $P_1$  – знак арифметической операции  $+$ ,  $P_2 = )$ . Тогда:

$$\begin{aligned} \{(\underline{\underline{a+a}})\} &= a \vee (a+a) \vee ((a+a)+a) \vee (((a+a)+a+a) \vee \dots \\ &\vee (a+(a+a)) \vee (a+(a+(a+a))) \vee \dots \\ &\vee a+a \vee a+a+a \vee \dots \vee ((a+a)+(a+a)) \vee \dots, \end{aligned}$$

где показано порождение языка арифметических выражений со скобками, операцией  $+$  и без скобок.

**Определение 1** [3]. Событие, представленное в РА на основе суперпозиции операций (1), называется рекурсивным событием ( $r$ -событием).

**Определение 2** [8]. Пусть  $G = \langle N, \Sigma, T, H \rangle$  – произвольная КС-грамматика, определенная выше. Конфигурацией  $K_q$   $r$ -события  $R$  называется конечная цепочка в терминальном алфавите  $\Sigma$  грамматики  $G$ :

$$K_q = Q_{q1}Q_{q2} \dots Q_{qs},$$

которая при поступлении на вход РА в начальном состоянии переводит его в одно из конечных состояний. Например, конфигурациями  $r$ -события

$S = \{R_1R_2\underline{\underline{Q}}P\}$  являются цепочки

$$K_1 = Q, K_2 = (R_1R_2)^2QP^2.$$

**Определение 3** [9]. Множество конфигураций  $r$ -события  $R$ , представленного в РА, называется языком, порожденным данным  $r$ -событием (автоматом), или просто событием этого автомата.

**Определение 4** [10]. Пусть  $R, S$  –  $r$ -события в алфавите  $\Sigma$ . Рекурсивные события  $R, S$  называются эквивалентными, если они порождают один и тот же язык, т.е.  $K(R) = K(S)$ .

Введенное отношение является рефлексивным, транзитивным и симметричным.

Предложим тождества, которые вместе с правилами вывода образуют системы тождеств  $m$  в РСАА [8]:

$$T_1 : Re = R; \quad T_2 : eR = R; \quad T_3 : R\Delta = \Delta; \quad T_4 : \Delta R = \Delta;$$

$$T_5 : e \vee \Delta = e; \quad T_6 : P(QR) = (PQ)R;$$

$$T_7 : P \vee (Q \vee R) = (P \vee Q) \vee R;$$

$$T_8 : P \vee Q = Q \vee R; \quad T_9 : R \vee R = R;$$

$$T_{10} : P(Q \vee R) = PQ \vee PR; \quad T_{11} : (Q \vee R)P = QP \vee RP;$$

$$T_{12} : \{R\} = e \vee R\{R\}; \quad T_{13} : \{R\underline{\underline{Q}}P\} = Q \vee R\{R\underline{\underline{Q}}P\}P;$$

$$\begin{aligned} T_{14} : \{R\underline{\underline{Q}}P_1\underline{\underline{Q}}P_2\} &= Q \vee R\{R\underline{\underline{Q}}P_1\underline{\underline{Q}}P_2\} \times \\ &\times P_1\{R\underline{\underline{Q}}P_1\underline{\underline{Q}}P_2\}P_2 \vee \{Q P_1\}^+ Q; \end{aligned}$$

$$T_{15} : \{R\}Q = \{R\}^+ \vee Q; \quad Q \in \{\Delta\}; \quad R \in \{e, \underline{\underline{S}}\};$$

$$T_{16} : \{R(\overset{x}{\underline{\underline{Q}}}R_k)\} = \{R\}^+ \vee$$

$$\vee \{Q(R_1 \vee R_2 \vee \dots \vee R_{N-1})\}^+ \vee Q\{R_N\}.$$

Правила вывода:

1.  $\Pi_1$  (подстановка). Пусть  $P'$  – результат замены вхождения  $S$  на  $Q$  в  $r$ -события  $P$ . Тогда:

$$\frac{S = Q, P = R}{P' = P, P' = R}. \quad (6)$$

2.  $\Pi_2$  (решение уравнений). Пусть

$$LRP = L(SR \vee Q)P, \quad LRP = L(RS \vee Q)P,$$

$$LRP = L(Q(\overset{x}{\underline{\underline{R}}}Q_k) \vee S)P, \quad L(\bigvee_i^n R_i)P = L(\bigvee_i^n Q_i R_i \vee S)P,$$

$$L(\bigvee_i^n R_i)P = L(\bigvee_i^n Q^i(\overset{x}{\underline{\underline{R}}}Q_k^i) \vee S)P,$$

где  $L, P$  – соответственно левый и правый контексты (возможно, пустые)  $r$ -события  $R$ .

Тогда:

$$\frac{LRP = L(SR \vee Q)P}{LRP = L\{SQ\}P}; \quad (7) \quad \frac{LRP = L(RS \vee Q)P}{LRP = L\{QS\}P}; \quad (8)$$

$$\frac{LRP = L(Q(\times \frac{RQ}{k} \vee S))P}{LRP = L\{Q(\times \frac{SQ}{k})\}P}; \quad (9)$$

$$\frac{L(\bigvee_i^n R_i)P = L(\bigvee_i^n R_i Q_i \vee S)P}{L(\bigvee_i^n R_i)P = L(\bigvee_i^n \{Q_i \vee S\}P)}; \quad (10)$$

$$\frac{L(\bigvee_i^n R_i)P = L(\bigvee_i^n R_i Q_i \vee S)P}{L(\bigvee_i^n R_i)P = L(\bigvee_{i=1}^n Q_i S)P}; \quad (11)$$

$$\frac{L(\bigvee_i^n R_i)P = L(\bigvee_i^n P^i (\times \frac{R_i Q_i^k}{k} \vee S))P}{L(\bigvee_i^n R_i)P = L(\bigvee_i^n \{P^i (\times \frac{SQ_i^i}{k})\}P)}; \quad (12)$$

**Определение 5.** Алгеброй рекурсивных событий в алфавите  $\Sigma$  называется множество  $\delta(X)$  всех событий в данном алфавите, на котором определены операции (1), характеризующиеся системой тождеств  $m$  с правилами вывода (8) – (12).

**Утверждение.** Аксиоматическая система  $m$  не противоречива.

**Доказательство.** Истинность аксиом  $T_1, T_2$  следует из свойства  $e$ ;  $T_3, T_4$  – из свойства  $\Delta$ ;  $T_5$  – из свойства  $e$  и  $\Delta$ ;  $T_6 - T_{15}$  из свойств операций РСАА.

Аксиома  $T_{16}$  определяет связь между  $r$ -итерацией и так называемым синхронным квазирегулярным событием. Действительно, пусть:

$$P = \{R \underline{Q} R_1 \underline{Q} R_2 \underline{Q} R_3 \dots \underline{Q} R_{N-1} \underline{Q} R_N\}. \quad (13)$$

Произведем разметку  $r$ -итерации по следующим правилам [12]:

$$P = \left| \begin{array}{cccc} R & \underline{Q} & R_1 & \underline{Q} \\ a_1 & a_2 & a_1 & a_2 \end{array} \right| \left| \begin{array}{cccc} R_2 & \underline{Q} & R_3 & \dots \\ a_1 & a_2 & a_1 & a_2 \end{array} \right| \dots$$

$$\dots \left| \begin{array}{cccc} \underline{Q} & R_{N-1} & \underline{Q} & R_N \\ a_1 & a_2 & a_1 & a_2 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \dots \\ a_2 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \dots \\ a_3 \end{array} \right|.$$

Справедливость разметки следует из особенностей развертки  $N$ -мерной  $r$ -итерации и функционирования РСАА. Состояния автомата  $a_1, a_2, a_3$ , где  $a_1, a_3$  – начальное и заключительное состояния.

На следующем шаге находим систему уравнений путем определения переходов между соседними состояниями:

$$P_1 = RP_1 \vee QP_2 \text{ и } P_2 = R_1 P_1 \vee R_2 P_1 \vee R_3 P_1 \vee \dots$$

$$\dots \vee R_{N-1} P_1 \vee R_N P_2 \vee e. \quad (14)$$

Решаем систему (14) по правилу (7):

$$P_1 = \{R\}^+ \vee \{Q(R_1 \vee R_2 \vee R_3 \vee \dots \vee R_{N-1})\}^+ \vee Q\{R_N\}, \quad (15)$$

что соответствует правой части аксиомы  $T_{16}$ .

При этом использовано соотношение:

$$\{SQ\} = \{S\}^+ \vee Q. \quad (16)$$

Аналогичным образом запишем:

$$\{QS\} = Q\{S\}. \quad (17)$$

Если представить систему (14) по правилам КР-событий, найдем:

$$P_1 = RP_1 \vee QP_2 \text{ и}$$

$$P_2 = \Pi_2(R_1 P_1 \vee R_2 P_1 \vee R_3 P_1 \vee \dots \vee R_{N-1} P_1 \vee R_N P_2 \vee e).$$

Отсюда

$$P_1 = \{R\}^+ \vee \{Q\Pi_2(R_1 \vee R_2 \vee R_3 \vee \dots \vee R_{N-1})\}^+ \vee \Pi_2 R_N.$$

От этого выражения перейдем к  $r$ -событиям вида:

$$S = \{RQ\Pi_2(R_1 \vee R_2 \vee R_3 \vee \dots \vee R_N) \vee \Pi_2 R_N\}, \quad (18)$$

$$S = \{RQ(R_1 \vee R_2 \vee R_3 \vee \dots \vee R_N) \vee QR_N\}. \quad (19)$$

Напомним, что указатель перехода  $\Pi_2$  в  $r$ -итерации передает управление из цикла такому же указателю вне цикла тогда, когда на вход автомата поступает символ, отличающийся от расположенных в цикле после  $\Pi_2$ . В  $r$ -итерации в данном случае передача управления происходит от опорного символа, после которого находится указатель  $\Pi_2$ , на другую ветвь, в начале которой стоит  $\Pi_2$ , при указанных выше условиях. В (18) передача управления происходит наоборот, так как  $R_N$  является телом цикла. На основании (19)  $N$ -мерная  $r$ -итерация представлена посредством двумерной; развертка последней осуществляется в соответствии с аксиомой  $T_{14}$ .

Для позитивной  $r$ -итерации:

$$P = \{RQR_1 \underline{Q} R_2 \underline{Q} R_3 \dots \underline{Q} R_{N-1} \underline{Q} R_N\}^+,$$

аналогичным образом находим  $P_1 = RP_1 \vee QP_2$  и

$$P_2 = R_1 P_1 \vee R_2 P_1 \vee R_3 P_1 \vee \dots \vee R_{N-1} P_1 \vee R_N P_2, \text{ т.е.}$$

$$P_1 = \{R\}^+ \vee \{Q(R_1 \vee R_2 \vee R_3 \vee \dots \vee R_{N-1} \vee R_N)\}^+ \vee Q\{R\}^+,$$

$$P_1 = \{R\}^+ \vee \{Q\Pi_2(R_1 \vee R_2 \vee R_3 \vee \dots \vee R_{N-1} \vee R_N)\}^+ \vee \vee \Pi_2\{R\}^+,$$

$$P_1 = \{RQ\Pi_2(R_1 \vee R_2 \vee R_3 \vee \dots \vee R_{N-1})\Pi_2 R_N\}^+,$$

$$P_1 = \{RQ(R_1 \vee R_2 \vee R_3 \vee \dots \vee R_{N-1})QR_N\}^+.$$

Правило (6) не изменяет истинности выражений в РСАА. Докажем справедливость других правил вывода. Предположим, что имеется истинное равенство:

$$R = SR \vee Q.$$

С помощью последовательных замен на основании правила (6) получим истинное равенство:

$$R = S^{n+1}R \vee S^n Q \vee SQ \vee Q, \quad (20)$$

где  $n$  – число замен.

Так как  $eQ = Q$ , то запишем:

$$K(\{SQ\}) \subset K(R). \quad (21)$$

С другой стороны, пусть  $P = S^k Q \in K(R)$  – произвольное событие. Выберем в (20)  $n$  равным числом  $K$  в  $P$ . Это означает, что  $P \in K(S^{n+1}R)$ , и из (18) следует  $P \in K(\{SQ\})$ , тогда:

$$K(R) \subset K(\{SQ\}). \quad (22)$$

Из (21), (22) заключаем, что равенство  $P = \{SQ\}$  истинно и  $\{SQ\}$  является решением исходного уравнения. Тем самым доказана справедливость (7).

Таким образом, правила вывода (7) – (12) служат для устранения в грамматиках правой, левой и внутренних рекурсий. С этой целью в РСАА введены дополнительные  $r$ -итерации. РСАА составляет основу перспективного направления проектирования программ и компиляторов для АСК в авиастроении и предназначена для реализации формальных языков различного уровня с использованием алгебраических структур, преимущества которых приводились выше.

### Заключение

Предложенный метод позволяет формально представить и автоматизировать процесс создания

системы компиляции для проблемно-ориентированных АСК, используемых в авиастроении.

### Литература

1. Методы проектирования символьных процессоров / В.Я. Жихарев, В.М. Илюшко, Н.В. Нечипорук, И.В. Чумаченко. – Х.: Факт, 2000. – 184 с.
2. Хартер Р. Основные концепции компиляторов. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2002. – 256 с.
3. Теория технологично-ориентированного синтеза аппаратно-программного обеспечения ЦВУ СУ аэрокосмическими объектами / В.Я. Жихарев, О.В. Касьян, С.Ю. Мелешко и др.: Отчет о НИР (заключ.) / Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ». – Г502-40/00; № ГР 0100U003428; Инв. № 0203U006106. – Х., 2003. – 159 с.
4. Жихарев В.Я., Илюшко В.М., Чумаченко И.В. Математические основы проектирования рекурсивных автоматов с программируемой логикой. – Х.: Факт, 1999. – 144 с.
5. Жихарев В.Я., Чечуй А.В., Торчило В.Н. Алгебра диагностических алгоритмов // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2002. – Вип. 6 (22). – С. 106-111.
6. Кирсанов Г.М., Цейтлин Г.Е. Некоторые вопросы полноты аксиоматической системы в алгоритмических алгебрах // Кинематика. – 1977. – № 4. – С. 36-37.
7. Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. Алгебра. Языки. Программирование. – К.: Наук. думка, 1974. – 328 с.
8. Иванов П.М. Автоматные выражения в системе алгоритмических алгебр с коммутативной алгеброй условий // Кинематика. – 1978. – № 24. – С. 16-20.
9. Карпов Ю.Г. Теория автоматов. – СПб.: Питер, 2003. – 208 с.
10. Кирсанов Г.М., Цейтлин Г.Е. Независимость систем аксиом в алгоритмических алгебрах // Вопросы системного программирования. – К.: ИК АН УССР, 1977. – С. 3-7.

Поступила в редакцию 21.08.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. А.Ю. Соколов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.