

УДК 539.3 : 534.1 : 629.7.02

В.С. КРИВЦОВ, С.А. ХАЛИЛОВ, В.Б. МИНТЮК*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е.Жуковского «ХАИ», Украина*

УСТОЙЧИВОСТЬ СИЛОВОГО КЕССОНА КРЫЛА. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ИДЕНТИФИКАЦИИ КРАЕВЫХ УСЛОВИЙ

Методом идентификации краевых условий дано исследование устойчивости тонкостенной пространственной системы типа силового кессона крыла. Рассмотрены вопросы численной реализации названного метода: устойчивость численных процедур, сходимость алгоритмов метода, их оперативность и точность. В работе подведен итог этапа становления метода и намечены пути дальнейших исследований.

упругая устойчивость, метод идентификации краевых условий, отсек силового кессона крыла

Введение

Проблема устойчивости деформируемых сред наиболее остро стоит для тонкостенных пространственных систем, состоящих из оболочек, пластин и одномерных подкрепляющих элементов – шпангоутов, бимсов, стрингеров и т.д. Такими системами являются, прежде всего, конструкции летательных аппаратов и судов.

Существующие современные вычислительные технологии, базирующиеся, в основном, на методе конечного элемента (МКЭ), не могут разрешить проблему устойчивости и колебаний с потребной достоверностью и точностью в силу известных недостатков, присущих МКЭ.

Основным вопросом как для теории устойчивости, так и для практики вычислений, основанных на приближенных методах анализа, является вопрос сходимости этих методов и точности получаемых при этом результатов. Как известно, МКЭ как вариационный метод виртуальной работы дает только верхние оценки критических параметров, в то время как для проектировщика более важно располагать их нижними оценками. Получение достоверных нижних оценок – трудно разрешимая задача как с теоретической, так и практической точек зрения, поскольку из-за нелинейности природы задач ус-

тойчивости нельзя сформулировать альтернативный (встречный) вариационный принцип типа принципа дополнительной работы. Это, во-первых.

Во-вторых, проектировщик, как сложилось исторически, мыслит образами проектируемых им объектов – силовых панелей, лонжеронов, шпангоутов, нервюр и т.д. Поэтому главное значение для проектировщика приобретает определение с необходимой точностью и достоверностью критического параметра создаваемых образов-объектов (блоков системы). Но поскольку блок системы сложным образом взаимодействует со всей системой, то для исследования его поведения необходимо, прежде всего, установить (идентифицировать) условия этого взаимодействия по границе выделенного блока. Эта задача для МКЭ является проблематичной.

Здесь необходимо отметить, что до настоящего времени исключительно во всех авиационных конструкторских бюро используется подход, когда граница выделенного блока на основании "правдоподобных" рассуждений наделяется теми или иными жесткостными свойствами, в которых не находят отражение свойства системы в целом. Обычно эти свойства формулируются в виде тех или иных классических условий опирания (заделка, свободное опирание, свободный край и т.п.). Ущербность такого подхода очевидна, поскольку полученные здесь

результаты могут служить лишь весьма и весьма грубыми оценками.

Предметом еще одного подхода являются экспериментальные исследования на очень грубых (не натурных) моделях блока. Результаты подобных экспериментов не представляется возможным перенести на натурное изделие.

Данный ретроспективный взгляд на состояние проблемы устойчивости конструкции аэрокосмической техники позволяет сделать основной вывод: необходимы альтернативные подходы к решению весьма сложной и важной проблемы устойчивости тонкостенных пространственных систем.

Такой подход был выдвинут в Национальном аэрокосмическом университете им. Н.Е. Жуковского "ХАИ" и развивается небольшим научным коллективом. Метод реализации подхода – метод идентификации краевых условий (МИКУ). В основе подхода лежит ведущая идея системного анализа: какова бы ни была сложная система (необязательно механическая), ее анализ можно выполнить по частям (блокам). Эта идея системного анализа допускает развитие: анализ произвольной сложной системы можно свести (редуцировать) к анализу каково-нибудь наперед выбранного ее блока, если адекватно установлены условия взаимодействия блока и оставшейся части системы.

Немного из истории метода. Годом рождения МИКУ можно считать 1991 год. В этом году в университете по заказу АНТК "Антонов" была поставлена и впервые в отрасли решена актуальная задача об устойчивости типовой нервюры силового кессона крыла с учетом взаимодействия с несущей конструкцией всего крыла*. Какое-то время затем ушло на осмысление концепции предложенного подхода и формулировку основных положений МИКУ [1 – 3]. Одновременно шла разработка теоретических основ метода, а также ставились и решались нетривиальные задачи устойчивости, возникающие в самолето-

строении [4 – 7]. Определенный итог выполненных исследований был подведен в работах [8 – 10]. Таким образом, к концу 2005 года был завершен этап апробации метода и его становления. Небезынтересно отметить, что на становление МКЭ ушло более полувека. Решению непростой задачи об устойчивости отсека силового кессона крыла посвящена работа [11]. Метод был успешно применен в работах [12, 13], посвященных задачам оптимизации с учетом ограничений по устойчивости. Данная работа является естественным продолжением предыдущей работы [11] авторов и посвящена численному исследованию сходимости и точности метода.

1. Анализ сходимости процесса и точности решения задачи определения исходного состояния

Поля напряжений, которые возникают в нагруженных реальных конструкциях, всегда неоднородны. Точность определения критических значений этих напряжений напрямую зависит от точности определения последних. Определение исходного напряженного состояния нервюры с криволинейными поясами, подкрепленной дискретной системой стоек, дано в работе [6], где задача в зависимости от вида краевых условий решается классическим методом Ритца с привлечением аналитического базиса или методом разделения переменных с последующим получением точного решения в одном направлении. Частными случаями полученного решения (принимая жесткости элементов равными нулю или делая их практически абсолютно жесткими, выбирая необходимый вид внешней нагрузки, меняя соотношения размеров и т.д.) можно описать решения целого ряда задач, в том числе и задач, допускающих точное решение. Анализ сходимости и точности определения исходного состояния проводится путем моделирования условий задачи, допускающей точное решение, с последующим сравнением результатов. В п. 1.1 качестве таковой взята нетривиальная задача о передаче через бесконечную балку

* Результаты этой работы не опубликованы по сей день.

сосредоточенной силы на полуплоскость. В п. 1.2 и 1.3 сравниваются результаты, полученные с использованием гипотезы плоских сечений (модель балки) и решения плоской задачи теории упругости.

1.1. Передача сосредоточенной силы на полуплоскость через бесконечную балку

В результате точного решения этой задачи (рис. 1) значение усилий N_y по линии $y=0$, $x \geq 0$ дается формулой [14]:

$$N_y(x) = \frac{P}{\pi} \int_0^\infty \frac{\cos \beta x}{1 + 2\beta^3 k^3} d\beta, \quad (1)$$

где $k^3 = \frac{E_\sigma I_z}{E_n h}$, E_σ , E_n – модули упругости балки и пластины; здесь принято $E_\sigma = E_n = E$, I_z – момент инерции сечения пояса, относительно главной центральной оси Oz .

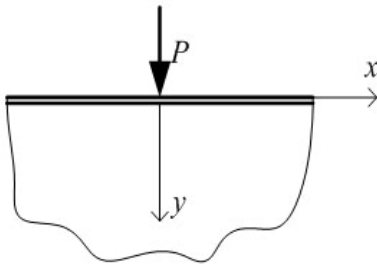


Рис. 1. Действие сосредоточенной силы на полуплоскость

В приближенном решении [10] жесткость стоек принимается равной нулю. Чтобы исключить влияние на распределение усилий вдоль верхнего пояса граничных уравнивающих усилий, размеры стенки нервюры принимаются достаточно большими (отношение расстояния от точки приложения силы до границы к толщине стенки больше 100).

Если положить $k = \frac{P\sqrt{3}\sqrt[3]{4}}{9}$, то графики распределения усилия N_y в пластине по линии сопряжения с балкой, определенные точно по формуле (1) и рассчитанные приближенно с удержанием в решении 5, 9 и 15 членов ряда будут иметь вид, приведенный на рис. 2. При дальнейшем увеличении чис-

ла членов ряда графики распределения приближенных значений усилий совпадают с точностью до толщины линии в выбранном масштабе, поэтому значения точного решения и приближенного с удержанием 31 и 51 членов ряда приведены в табл. 1.

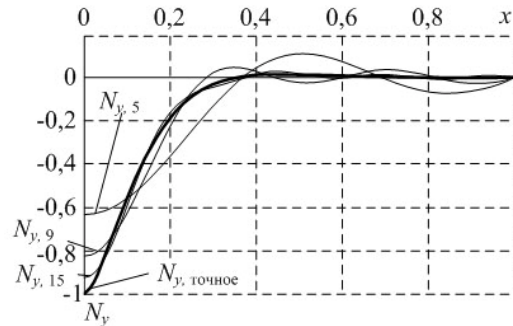


Рис. 2. Сходимость контактного усилия N_y

Как видно из рис. 2 и табл. 1, наибольшее расхождение по абсолютному значению в определении усилий N_y наблюдается в точке приложения силы. Точное значение максимального усилия N_y можно принять за параметр, по которому оценивается сходимость и точность приближенного решения.

Таблица 1

Сходимость приближенного значения к точному

$\bar{x}$	0	0,1	0,2	0,4	0,6
$N_{y,точ.}$	-1,0	-0,434	-0,085	0,014	0,003
$N_{y,31}$	-0,980	-0,431	-0,083	0,014	0,003
$N_{y,51}$	-0,992	-0,432	-0,085	0,014	0,003

Точную величину усилия N_y (1) в точке $x=0$ получим, определив значение интеграла

$$N_y^{\max} = \frac{P}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{1 + 2\beta^3 k^3} d\beta.$$

Если ввести новую переменную интегрирования $2k^3\beta^3 = \alpha^3$ ($d\beta = \frac{d\alpha}{k\sqrt[3]{2}}$), то этот интеграл можно

свести к следующему: $\frac{P}{\pi} \frac{1}{k\sqrt[3]{2}} \int_0^\infty \frac{d\alpha}{1 + \alpha^3}$, значение

которого согласно [15, с. 295, № 2.2.3.5] можно определить по формуле

$$\int_0^{\infty} (x^{\mu} + z^{\mu})^{-\rho} dx = \mu^{-1} z^{1-\mu\rho} B\left(\frac{1}{\mu}, \rho - \frac{1}{\mu}\right),$$

где для приведенного случая $\mu = 3$; $z = 1$; $\rho = 1$;

$B(\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}$ – интеграл Эйлера первого рода

(полная бета функция); Γ – интеграл Эйлера второго рода (гамма функция). В нашем случае

$$B\left(\frac{1}{3}, 1 - \frac{1}{3}\right) = \Gamma\left(\frac{1}{3}\right)\Gamma\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \quad (\text{здесь использо-}$$

ваны известные соотношения: $\Gamma(1) = 1$;

$$\Gamma(z)\Gamma(1-z) = \frac{\pi}{\sin \pi z}). \text{ Окончательно,}$$

$$N_y^{\max} = \frac{2P}{3\sqrt{3}\sqrt{2k}}. \quad (2)$$

Точное значение максимального усилия, опреде-

ленного по формуле (2) при $k = \frac{P\sqrt{3}\sqrt{4}}{9}$, составляет

$$N_{y, \text{точн.}}^{\max} = 1,0, \text{ значения относительных прибли-}$$

женных значений в зависимости от количества удерживаемых функций (N) приведены на рис. 2 и в табл. 1. Наблюдается хорошая поточечная сходимость приближенного значения к точному. Погрешность менее 5% достигается уже при удержании в приближенном решении 25 членов ряда. Дальнейшим увеличением N можно довольно быстро достичь практически любой точности.

1.2. Исследование сходимости и точности определения напряженного состояния балки с позиций теории упругости

Известно, что балочная теория дает достоверный результат для балок с удлинением (отношением длины к характерному размеру поперечного сечения), большим пяти.

Рассмотрим результаты расчета такой балки (удлинение равно 6), характеристики и расчетная модель которой представлены на рис. 3. Здесь же пока-

зано изменение по длине балки максимальных касательных напряжений (посредине стенки) и касательных напряжений по линии сопряжения пояса и стенки, а также максимальных нормальных напряжений. По графикам этих функций можно сделать заключение о хорошем совпадении результатов расчетов, полученных по теории обобщенного плоского напряженного состояния, с данными элементарной теории изгиба всюду за исключением зон приложения сосредоточенной силы, где имеют место существенные всплески напряжений. Быстрое затухание этих всплесков полностью согласуется с принципом Сен-Венана.

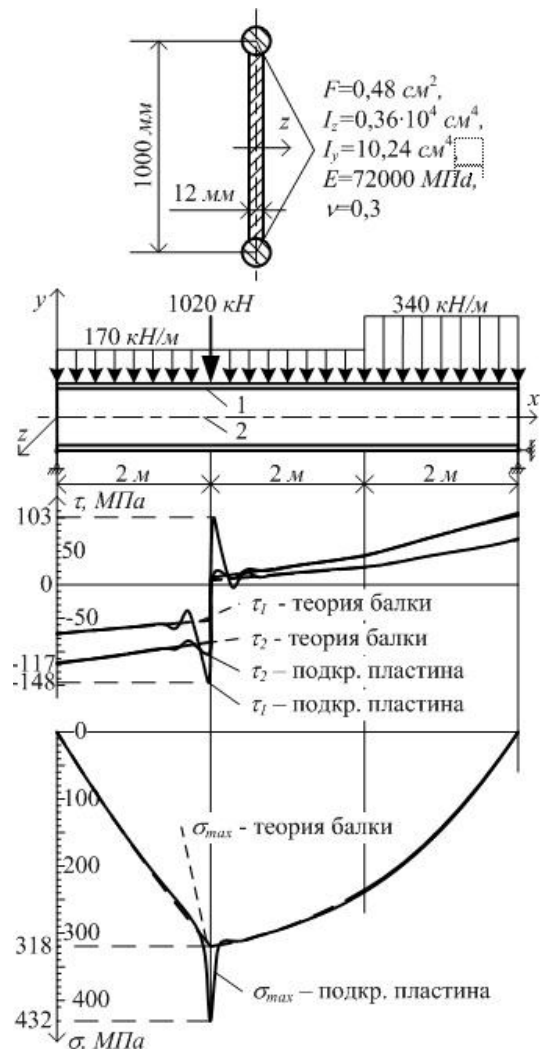


Рис. 3. Расчетная модель балки и эпюры напряжений

Хорошее совпадение результатов, доставляемых балочной моделью, с результатами, полученными по методике работы [10] (модель подкрепленной пла-

стины), наблюдается до тех пор, пока превалируют напряжения от изгиба, чего не наблюдается в реальных конструкциях нервюр и что проиллюстрировано следующим примером.

1.3. Исследование сходимости и точности определения напряженного состояния нервюры

На рис. 4 приведена расчетная схема реальной нервюры самолета типа АН.

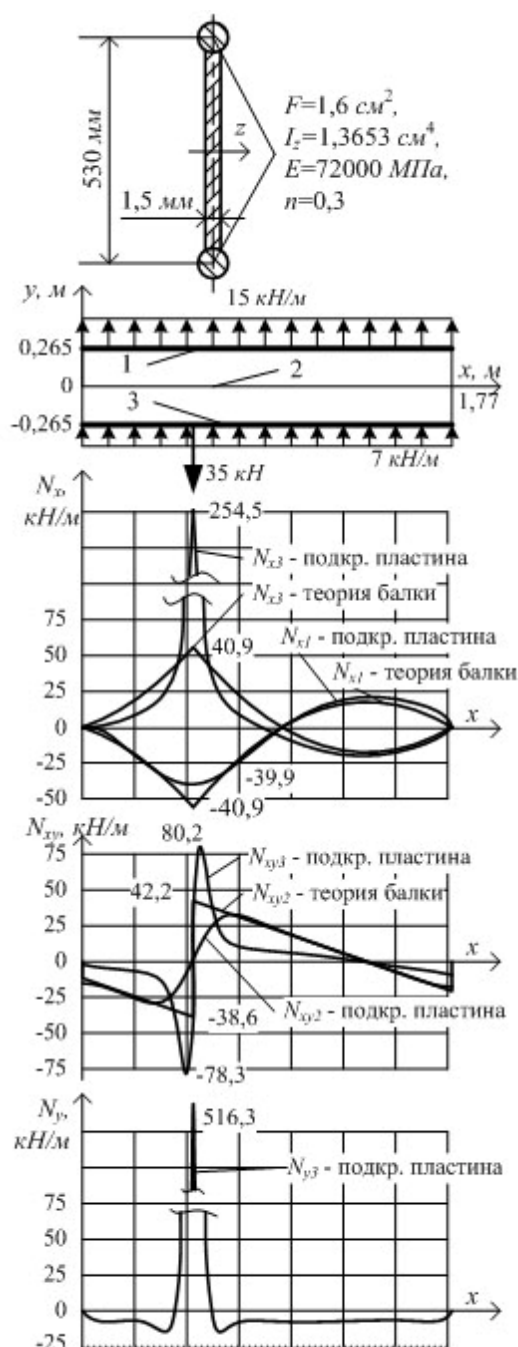


Рис. 4. Расчетная модель нервюры и эпюры погонных усилий

Внешняя нагрузка состоит из равномерно распределенного по длине поперечного усилия (упрощенная воздушная нагрузка) и сосредоточенной силы (реакция от навесного оборудования). Как показано на рис. 4, нагрузки, приложенные к верхнему и нижнему поясам, различны, и при расчете этой нервюры как балки нагрузки складываются и приводятся к центральной оси. Краевые условия на вертикальных сторонах нервюры ($v = 0$, $\sigma_x = 0$) соответствуют условиям шарнирного опирания балки.

На рис. 4 показаны графики изменения по длине нервюры максимальных усилий в стенке N_x по линиям продольных сечений стенки 1 и 3, усилий N_{xy} – по линиям 2 и 3 и усилий N_y – по линии 3. Как видно из рисунка, теория балки дает значительные погрешности даже в зонах, удаленных от границ и точек приложения сосредоточенных сил. Это можно объяснить, во-первых, значительными величинами напряжений σ_y (в балочной теории, как известно, давлением волокон друг на друга пренебрегается) и, во-вторых, пренебрегать всплесками усилий в зонах Сен-Венана нельзя, так как эти зоны имеют значительную протяженность в сравнении с высотой балки.

Исследование сходимости получаемого в этом примере решения прослеживается по изменению потенциальной энергии Π^N в зависимости от количества членов ряда N , что проиллюстрировано в табл. 2.

Таблица 2

Изменение потенциальной энергии с увеличением количества членов ряда в разложении приближенного решения

N	1	2	5	8	12	25	40
Π^N , кНм	1,3	6,0	8,3	9,5	11,4	12,1	12,2
$\frac{\Pi^N}{\Pi^{40}}$	0,11	0,49	0,68	0,78	0,94	0,99	1,0

Как можно видеть из табл. 2, с увеличением количества удерживаемых функций значение потенциальной энергии увеличивается. Это значение при

удержании 25 функций (Γ^{25}) отличается от значения Γ^{40} примерно на 1%, т.е. добавление 15 функций незначительно влияет на изменение энергии системы, а различие примерно в 5% достигается при удержании 12 членов ряда. Заметим, что энергия этой нервюры как балки составляет $\Gamma^6=5,1 \text{ кНм}$ (49% от Γ^{40}), а энергия, подсчитанная для модели двухпоясной балки (стенка воспринимает только касательные напряжения, а пояса – только нормальные), составляет $\Gamma^6=7,06 \text{ кНм}$ (58% от Γ^{40}).

Приведенные в п. 1 исследования показывают хорошую сходимость приближенного решения задачи определения исходного состояния к точному не только в среднем, но и поточечно.

2. Анализ сходимости и точности решения задачи устойчивости

Здесь оценивается сходимость и точность полученного в работах [7, 10] приближенного решения задачи устойчивости. Исследования проводятся как на задачах, имеющих точное решение (п. 2.1 – устойчивость балок, п. 2.2 – свободно опертые равномерно нагруженные пластины), так и не имеющих точного решения (п. 2.3 – свободно опертая пластина под действием сосредоточенных сил, п. 2.4 – реальная нервюра).

2.1. Анализ сходимости и точности расчета устойчивости двухпоясной балки с тонкой стенкой

Рассматривается балка, приведенная в примере п. 1.3, нагруженная по торцам сжимающими силами. Критическая сила, рассчитанная по формуле Эйлера, для нее составляет $P_{кр}=1424,1 \text{ кН}$. Из модели нервюры, описанной в работах [7, 10], можно получить модель данной балки, если задать соответствующие характеристики поясов и стенки, а также принять жесткости остальных элементов равными нулю. Нагрузка задается в виде сосредоточенных сил, приложенных к поясам. Величина

этих сил принимается равной половине эйлеровой ($P_x=712,05 \text{ кН}$).

Изменяя количество функций в разложении функции прогиба (4.13) отдельно по длине нервюры (в данном случае стенки двухпоясной балки) (M) и по высоте (N), получим ряд значений параметра устойчивости κ , представленный в табл. 3 и на рис. 5.

Таблица 3

Значения параметра устойчивости κ в зависимости от количества функций, удерживаемых в разложении прогиба

$\begin{matrix} N \\ M \end{matrix}$	1	3	5	7	9
1	1,005	0,934	0,918	0,918	0,918
3	1,005	0,915	0,907	0,907	0,906
5	1,005	0,859	0,738	0,738	0,738
7	1,005	0,859	0,696	0,696	0,696
9	1,005	0,859	0,696	0,696	0,696
11	1,005	0,859	0,696	0,695	0,695
13	1,005	0,859	0,696	0,695	0,695
15	1,005	0,859	0,696	0,695	0,695

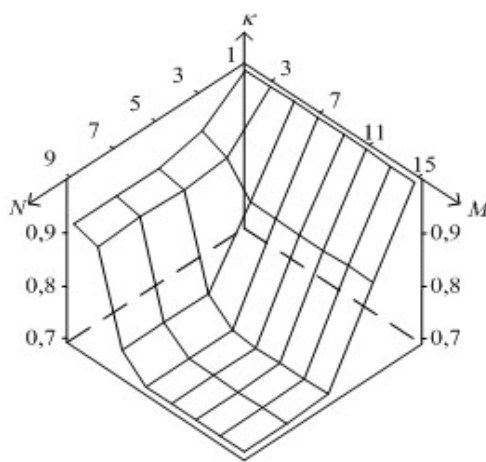


Рис. 5. Сходимость параметра устойчивости κ в зависимости от количества функций, удерживаемых в разложении прогиба (M – по длине нервюры, N – по высоте)

Как видно из приведенных данных, если удерживать в функции прогиба по высоте одну функцию (константу), то получим критическую силу, равную

эйлеровой (увеличение критической силы на 0,5% обусловлено неоднородностью исходного напряженного состояния в зонах приложения сил). В этом случае выпучивание по длине нервюры происходит по одной полуволне синусоиды, увеличение количества аппроксимирующих функций в этом направлении оставляет форму потери устойчивости неизменной.

С дальнейшим увеличением количества функций параметр устойчивости резко падает ($M=7$, $N=5$, $\kappa=0,696$), а затем практически не меняется. Функция прогиба $w_{7,5}$ реализует форму потери устойчивости наиболее близкую к функции, которая соответствует минимуму полной потенциальной энергии, а все последующие функции ее незначительно подправляют, что мало сказывается на параметре устойчивости. Увеличение количества функций от $7 \times 6 = 42$ до $15 \times 10 = 150$ изменяет параметр устойчивости на $\frac{0,696 - 0,695}{0,695} 100\% = 0,14\%$, что говорит о хорошей сходимости получаемого приближенного решения и устойчивости процесса получения этого решения.

Форма потери устойчивости, соответствующая $M=15$, $N=9$, приведена на рис. 6, где видно, что выпучивается только стенка (реализуется местная потеря устойчивости). Таким образом, неадекватность модели реальной конструкции приводит в данном случае к очень большим количественным ошибкам и качественно неверному представлению о форме потери устойчивости.

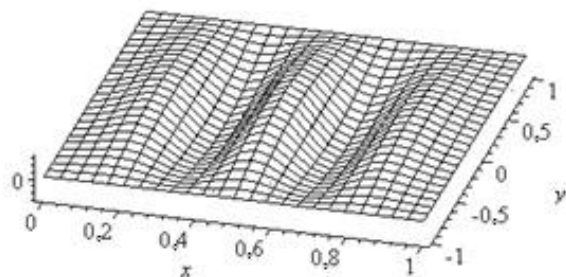


Рис. 6. Форма местной потери устойчивости сжатой двухпоясной балки

2.2. Исследование устойчивости шарнирно опертой пластины, нагруженной равномерным сдвигом

Эта задача интересна тем, что даже при однородном поле ($N_x = N_y = 0$, $N_{xy} = \text{const}$) ее точное решение неизвестно. Значения критических напряжений дается формулой, например, в [16]:

$$\tau = K \frac{\pi^2 D}{b^2 h}, \quad (3)$$

где D – цилиндрическая жесткость; b – длина короткой стороны; h – толщина пластины, K – рассчитанные приближенно коэффициенты. Их значения приведены в табл. 4. Там же приведены значения этих коэффициентов, рассчитанные по МИКУ, МКЭ и по приближенной формуле

$$K = 5,34 + \frac{4}{\lambda^2}, \quad \lambda - \text{удлинение пластины.}$$

Таблица 4

Значение коэффициента K в формуле (3) для пластины, находящейся в состоянии чистого сдвига

K	$\lambda = L/H$				
	1	1.5	2	5	10
Вольмир А.С.	9,34	7,12	6,47	5,71	5,34
$5,34 + \frac{4}{\lambda^2}$	9,34	7,12	6,34	5,50	5,38
RibStab	9,32	7,07	6,55	5,53	5,35
МКЭ	9,31	7,07	6,55	5,54	5,33

Результаты, полученные по МИКУ и МКЭ, совпадают практически полностью и несколько различаются от результатов, взятых из работы [16], для пластинок с удлинениями 1,5, 2 и 5. Форма потери устойчивости для пластинки с удлинением $\lambda = 5$ приведена на рис. 7.

Здесь интересно сравнение сходимости приближенных решений, получаемых по МИКУ и МКЭ, что проиллюстрировано на рис. 8. Хорошее приближение по МИКУ получается при введении около

60 неизвестных, по МКЭ – около 1500, т.е. порядок разрешающих матриц более чем 25 раз больше.

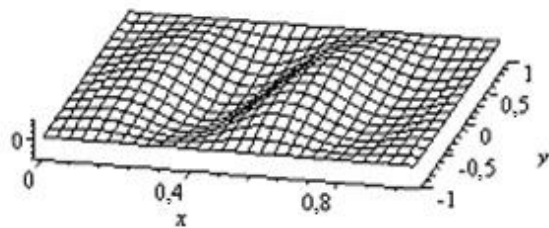


Рис. 7. Форма потери устойчивости при чистом сдвиге пластины с удлинением $\lambda=5$

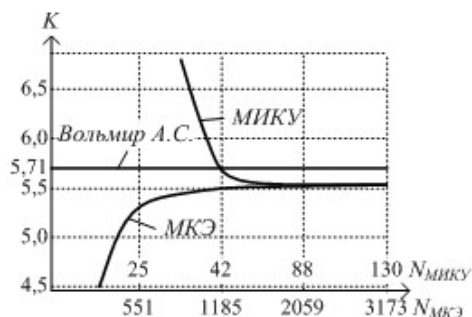


Рис. 8. Сходимость приближенного решения при чистом сдвиге для прямоугольной пластины с удлинением $\lambda=5$

Расчет по МКЭ проводился с помощью программы типа COSMOS и авторы не смогли найти объяснение тому, что при увеличении количества элементов параметр устойчивости также увеличивается. Как известно, приближение наименьшего положительного собственного значения с увеличением количества неизвестных в методе перемещений, каковым является МКЭ, к точному осуществляется сверху. Можно высказать предположение, что была использована какая-либо модификация принципа минимума полной потенциальной энергии, которая привела к задаче отыскания относительного экстремума. В предоставляемом руководстве пользователя об этом ничего не сказано. Это один из недостатков прикладных пакетов, реализующих МКЭ – их "черный ящик".

2.3. Исследование устойчивости пластины, сжатой сосредоточенными силами

Устойчивость прямоугольной шарнирно опертой пластины под действием сосредоточенных сжи-

мающих сил (рис. 9, а), исследовалась многими авторами [14, 17 – 25].

Результаты приводятся в виде приближенных значений коэффициента α_c в формуле

$$P_{кр} = \alpha_c \frac{\pi D}{H}. \quad (4)$$

С.П. Тимошенко [19], принимая следующее статически возможное напряженное состояние:

$$\begin{aligned} N_y^0 &= -\frac{P_{кр}}{2\varepsilon}, \text{ при } L/2 - \varepsilon/2 < x < L/2 + \varepsilon/2; \\ N_y^0 &= 0, \text{ при } 0 < x < L/2 - \varepsilon/2 \text{ и } L/2 + \varepsilon/2 < x < L; \\ N_x^0 &= N_{xy}^0 = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где ε – ширина полосы вдоль линии действия сил $P_{кр}$, получил для данной пластины коэффициент $\alpha_c=6,0$.

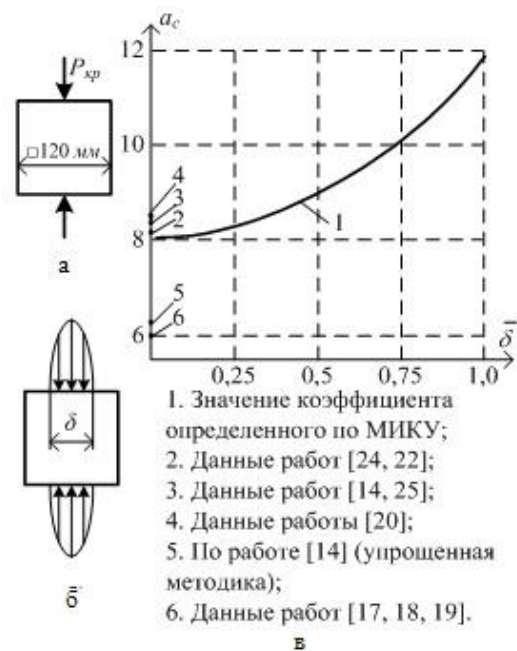


Рис. 9. Свободно опертая пластина под действием сосредоточенных сил

Аналогичное значение получили также А.Р. Филиппов [17] и А.И. Лурье [18], что на рис. 9, в показано точкой 6. С. Лукасевич [14] решая данную задачу, также принимал статически возможное напряженное состояние (5), но использовал метод, описанный Н.А. Алфутковым и Л.И. Балабухом [21]. Данный метод позволяет приближенно

учесть уравнение совместности, нарушенное принятием статически возможного НДС (5). С. Лукасевичем [14] получено значение коэффициента $\alpha_c = 8,37$ (точка 3 на рис. 9, в). Пользуясь аналогичным подходом, но удерживая при разложении функций большее количество членов, С.В. Кудинов [22] получил $\alpha_c = 8,17$ (точка 2 на рис. 9, в).

Другими авторами приводятся следующие значения коэффициента:

$\alpha_c = 8,50$ (точка 4 на рис. 9, в) получено Ф.А. Романенко [20];

$\alpha_c = 8,17$ (точка 2 на рис. 9, в) получено Yama-ki N. [24];

$\alpha_c = 8,37$, (точка 3 на рис. 9, в) получено M.Z. Khan и A.C. Walker [25].

Заметим, что значение $\alpha_c = 8,17$ получило неплохие экспериментальные подтверждения, представленные в работах [23, 25].

В расчетах устойчивости по МИКУ исходное поле является решением задачи об обобщенном плоском напряженном состоянии и представляет собой сугубо неоднородное поле. Для его определения сосредоточенная сила аппроксимировалась распределенной нагрузкой, изменяющейся по закону параболы с максимумом в середине пластины (рис. 9, б). Величина этого максимума выбирается таким образом, чтобы сила, эквивалентная распределенной нагрузке, была неизменной. На рис. 9, в показан график изменения значения коэффициента α_c , полученного по методу идентификации краевых условий, в зависимости от относительной длины участка $\bar{\delta} = \frac{\delta}{L}$, на котором действует распределенная нагрузка.

Полученное таким образом значение коэффициента при $\bar{\delta} = 5\%$ составляет $\alpha_c = 8,053$, а при $\bar{\delta} = 2\%$ – $\alpha_c = 8,051$, т.е. погрешностью в определении коэффициента α_c , связанной с заменой сосредоточенной силы на статически эквивалентную распределенную, можно пренебречь ($\varepsilon = 0,025\%$).

При увеличении удлинения, т.е. уменьшении влияния границ и приближении пластины к бесконечной полосе, наблюдается меньшее расхождение значений критической силы.

Например, для пластины с удлинением $\lambda = 2$ коэффициент в формуле (4), рассчитанный по МИКУ, составляет $\alpha_c = 4,73$, а его значения, приводимые другими авторами [14, 19, 21 – 23], изменяются в диапазоне от $\alpha_c = 4,11$ до $\alpha_c = 4,73$.

2.4. Сравнение результатов расчета устойчивости нервюры с криволинейными поясами с результатами, полученными по МКЭ

В последнем примере сравнивались результаты расчетов, полученные по МКЭ и по методике, описанной в работах [7, 10] для нервюры, близкой своими геометрическими параметрам и физическими характеристиками материала к нервюре самолета типа АН. Конфигурация и схема нагружения приведены на рис. 10, координаты осевых линий поясов – в табл. 5. Толщина стенки $t = 2,5$ мм, шаг регулярного набора стоек $2c = 177$ мм, геометрические характеристики остальных элементов нервюры приведены в табл. 6.

Все элементы изготовлены из материала с модулем упругости $E = 72000$ МПа и коэффициентом Пуассона $\mu = 0,33$. Нервюра сжата равномерными погонными усилиями $p = 150$ Н/мм и сосредоточенными тангенциальными силами $Q_e = Q_n = 5000$ Н, как показано на рис. 10.

Для упрощения задания исходных данных в МКЭ принимается, что при выпучивании стенка нервюры посредством поясов опирается на абсолютно жесткие в своей плоскости и абсолютно податливые из нее панели. Применение МИКУ для получения таких условий опирания подразумевает отсутствие компенсаторов и нулевую изгибную жесткость силовых панелей.

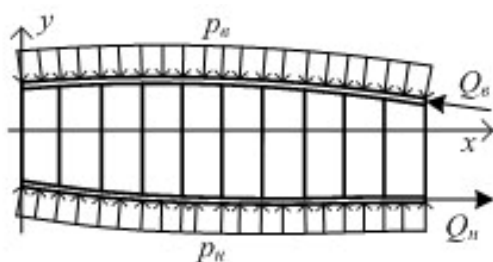


Рис. 10. Конфигурация и схема нагружения нервюры

Таблица 5

Координаты осевых линий криволинейных поясов

$X, \text{мм}$	$Y_v, \text{мм}$	$Y_n, \text{мм}$
0	204	-257
177	214	-281
354	221	-302
531	223	-317
708	221	-331
885	217	-343
1062	209	-351
1239	198	-335
1416	176	-335
1593	156	-335
1770	135	-335

Таблица 6

Характеристики поперечных сечений одномерных элементов нервюры

Элемент нервюры	Площадь сечения $F, \text{мм}^2$	Момент инерции $I_z, \text{мм}^4$	Момент инерции I_y (для стойки $-I_x$), мм^4	Момент инерции свободного кручения $I_{kp}, \text{мм}^4$
верхний пояс	175	17865	365	1094
нижний пояс	165	14974	344	1031
стойка	90	—	6750	730

Параметр устойчивости, рассчитанный по программе типа Cosmos с использованием 1100 элементов, составил $\kappa = 2,45$, с использованием 2720 элементов $\kappa = 2,22$. По методике [7, 10] при удержании по длине 9 функций и по высоте 9 функций $\kappa = 2,05$, а при удержании по длине 11 и по высоте 9 –

$\kappa = 2,00$. Форма потери устойчивости одинакова во всех случаях (рис. 11).

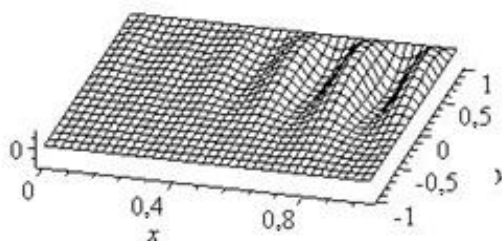


Рис. 11. Форма потери устойчивости нервюры

Приближенные методы, основанные на принципе минимума потенциальной энергии или его модификациях, при увеличении числа функций, как известно, уточняют собственные значения, приближаясь к точному решению сверху. Поэтому можно сделать вывод о том, что полученные результаты говорят о лучшей сходимости и точности приближенного аналитического решения, получаемого с помощью МИКУ, чем решения, доставляемого МКЭ.

3. Анализ взаимодействия нервюры и подконструкции

Типовым решением соединения поясов нервюры с силовыми панелями в конструкции кессона крыла является или непрерывное крепление поясов нервюры к панелям, или крепление посредством компенсаторов (книц). Эти элементы для выделенного блока – нервюры, также как лонжероны и панели, являются элементами, определяющими жесткость граничного контура, по которому нервюра взаимодействует со всей системой.

Если условия этого взаимодействия будут установлены (идентифицированы), критический параметр устойчивости нервюры, очевидно, будет являться таковым для всей рассматриваемой системы (одно из основных положений МИКУ).

Идентификация краевых условий в том случае, когда нервюра взаимодействует с панелями по линии их сопряжения, выполнена в работах [3 – 5] для

одно- и двумерных моделей путем решения 2D периодической краевой задачи (l – расстояние между нервюрами).

Ниже рассматривается случай взаимодействия панелей и нервюры посредством компенсаторов.

При расчете жесткости (податливости) компенсатора для него принимается модель одномерного упругого элемента переменной по длине жесткости, работающего на изгиб и кручение (рис. 12). Здесь усилия, отмеченные индексом "0", относятся к сечению компенсатора у панели, индекс "1" относит эти

усилия к сечению компенсатора у нервюры, l – длина компенсатора, величины φ_0 и w_0 – угол поворота и прогиб концевое сечения компенсатора у нервюры, обусловленные деформацией панели: φ_1 и w_1 – те же величины, обусловленные деформативностью самого компенсатора (при абсолютно жестком компенсаторе эти величины равны нулю). Величины φ_0 и φ_1 малы в сравнении с единицей, а w_0 и w_1 малы в сравнении с характерным размером поперечного сечения компенсатора.

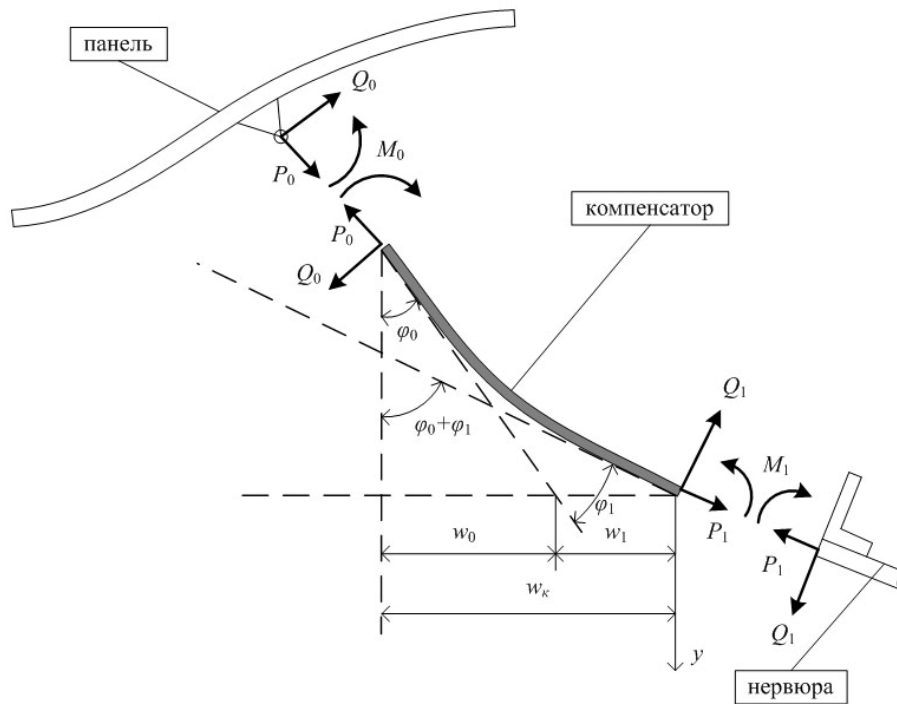


Рис. 12. К определению жесткости компенсатора

Уравнения равновесия компенсатора в деформированном состоянии будут:

$$\begin{aligned} P_1 \cos \varphi_k - Q_1 \sin \varphi_k - P_0 \cos \varphi_0 + Q_0 \sin \varphi_0 &= 0; \\ P_1 \sin \varphi_k + Q_1 \cos \varphi_k - P_0 \sin \varphi_0 - Q_0 \cos \varphi_0 &= 0; \\ M_1 - M_0 - P_1 w_k \cos \varphi_k + Q_1 w_k \sin \varphi_k + P_1 l_k \sin \varphi_k + \\ + Q_1 l_k \cos \varphi_k &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где (рис. 12):

$$\begin{aligned} \varphi_k &= \varphi_0 + \varphi_1; \\ w_k &= w_0 + w_1. \end{aligned} \quad (7)$$

Полагая деформации малыми, можно принять $\cos \varphi_k = 1$, $\cos \varphi_0 = 1$, $\sin \varphi_k = \varphi_k$, $\sin \varphi_0 = \varphi_0$, тогда система (6) запишется так:

$$\begin{aligned} P_1 - Q_1 \varphi_k - P_0 + Q_0 \varphi_0 &= 0; \\ P_1 \varphi_k + Q_1 - P_0 \varphi_0 - Q_0 &= 0; \\ M_1 - M_0 - P_1 w_k + Q_1 w_k \varphi_k + P_1 l_k \varphi_k + Q_1 l_k &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

В приведенных уравнениях конечными являются величины P_0 и P_1 , а величины, Q_0 , Q_1 , M_0 , M_1 , φ_0 , φ_k и w_k представляют собой возмущения. Поэтому

слагаемые, подчеркнутые один раз, являются малыми второго порядка, дважды – малыми третьего порядка малости, в связи с чем уравнения (8) можно упростить:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_0; \\ Q_0 &= Q_1 + P_0 \varphi_1; \\ M_0 &= M_1 + P_0 (l_k \varphi_1 - w_1) + Q_1 l_k. \end{aligned} \quad (9)$$

В работах [3 – 5] были установлены зависимости, связывающие угол поворота сечений панелей с действующими моментами в виде:

$$\varphi_0 = \overline{\varphi_0} M_0,$$

где $\overline{\varphi_0} = \frac{1}{C_i}$ – податливость нагруженной растяжением-сжатием панели ($i = 1$ для верхней панели, $i = 2$ – для нижней).

Если в силу незначительности усилия $P_0 = P_1$ и податливости компенсатора на изгиб пренебречь работой исходного напряженного состояния компенсатора на перемещениях возмущенного, то с учетом соотношений (9):

$$\begin{aligned} w_0 &= l_k \sin \varphi_0 \approx l_k \varphi_0 = l_k \overline{\varphi_0} M_0 \approx l_k \overline{\varphi_0} (M_1 + Q_1 l_k); \\ \varphi_0 &= \overline{\varphi_0} M_0 \approx \overline{\varphi_0} (M_1 + Q_1 l_k). \end{aligned} \quad (10)$$

Связь угла поворота φ_1 и прогиба w_1 концевого сечения компенсатора, вызванные действием момента M_1 и перерезывающей силы Q_1 , можно определить по формуле

$$\begin{aligned} w_1 &= w_Q + w_M = \overline{w_Q} Q_1 + \overline{w_M} M_1; \\ \varphi_1 &= \varphi_Q + \varphi_M = \overline{\varphi_Q} Q_1 + \overline{\varphi_M} M_1, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\overline{w_Q}$, $\overline{\varphi_Q}$ и $\overline{w_M}$, $\overline{\varphi_M}$ – прогиб и угол поворота концевого сечения компенсатора при действии на него как на консольный стержень переменного сечения единичных усилий $Q_1=1$ и $M_1=1$ соответственно. Причем, в силу теоремы Бетти о взаимности работ, имеет место равенство $\overline{\varphi_Q} = \overline{w_M}$.

Подставляя в (7) соотношения (10) и (11), получим:

$$\begin{aligned} (\overline{w_Q} + l_k^2 \overline{\varphi_0}) Q_1 + (\overline{w_M} + l_k \overline{\varphi_0}) M_1 &= w_k; \\ (\overline{\varphi_Q} + l_k \overline{\varphi_0}) Q_1 + (\overline{\varphi_M} + \overline{\varphi_0}) M_1 &= \varphi_k. \end{aligned}$$

Решая данную систему относительно Q_1 и M_1 , придем к окончательному результату:

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_\theta w_k - C_{\theta w} \varphi_k; \\ M_1 &= C_w \varphi_k - C_{\theta w} w_k, \end{aligned} \quad (12)$$

где приняты такие обозначения:

$$\begin{aligned} C_w &= \frac{\delta_{11}}{\Delta}; C_{\theta w} = \frac{\delta_{12}}{\Delta}; C_\theta = \frac{\delta_{22}}{\Delta}; \\ \delta_{11} &= \overline{w_Q} + l_k^2 \overline{\varphi_0}; \\ \delta_{22} &= \overline{\varphi_M} + \overline{\varphi_0}; \\ \delta_{12} &= \overline{w_M} + l_k \overline{\varphi_0} = \overline{\varphi_Q} + l_k \overline{\varphi_0}; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\Delta = \varphi_0 (\overline{w_Q} + l_k^2 \overline{\varphi_M} - 2 l_k \overline{\varphi_Q}) + \overline{w_Q} \overline{\varphi_M} - \overline{\varphi_Q}^2.$$

Для вычисления параметров $\overline{\varphi_M}$, $\overline{\varphi_Q} = \overline{w_M}$, $\overline{w_Q}$ рассматривается деформирование типового компенсатора (рис. 13) под действием приложенных на его конце единичного изгибающего момента и единичной перерезывающей силы (на рис. 13 длина компенсатора обозначена буквой "a", то есть $a=l_k$).

Геометрические характеристики компенсатора таковы:

$$h_1(x) \equiv h_{1x} = h_{1a} [x(1-\alpha) + \alpha], \quad 0 \leq x \leq 1;$$

$$h_2(x) \equiv h_{2x} = \frac{h_{2a}}{1-a_1} (x-a_1) H(x-a_1), \quad 0 \leq x \leq 1;$$

$$\alpha = \frac{h_{10}}{h_{1a}}, \quad a_1 = \frac{a}{a};$$

$$F(x) = f F_0(x),$$

$$f = \begin{cases} 1 & \text{для одинарного компенсатора;} \\ 2 & \text{для двойного компенсатора,} \end{cases}$$

$$F_0(x) = a^2 \overline{F_0}(x);$$

$$\overline{F_0}(x) = (\overline{h_{1x}} + \overline{h_{2x}} + \overline{\delta_2}) \overline{\delta_1} + \overline{H_1} \overline{\delta_2} + \overline{H_2} \overline{\delta_3};$$

$$S_y(x) = f S_{y0}(x) = f a^3 \overline{S_{y0}}(x);$$

$$\overline{S}_{y0}(x) = \frac{\overline{\delta}_1}{2} \left[\left(\overline{h}_{1x} + \frac{\overline{\delta}_2}{2} \right)^2 - \left(\overline{h}_{2x} + \frac{\overline{\delta}_2}{2} \right)^2 \right];$$

$$z_0 = a z_0; \quad \overline{z}_0 = \frac{\overline{S}_{y0}}{F_0};$$

$$I_y(x) = f I_{0y}(x) = f a^4 \overline{I}_{0y}(x);$$

$$\overline{I}_{0y}(x) = F_0 z_0^2 + \frac{\overline{H}_1 \overline{\delta}_2^3}{12} + \frac{\overline{H}_2 \overline{\delta}_3^3}{12} + \frac{\overline{\delta}_1}{3} \left[\left(\overline{h}_{1x} + \frac{\overline{\delta}_2}{2} \right)^3 + \left(\overline{h}_{2x} + \frac{\overline{\delta}_2}{2} \right)^3 H(x - \overline{a}_1) \right].$$

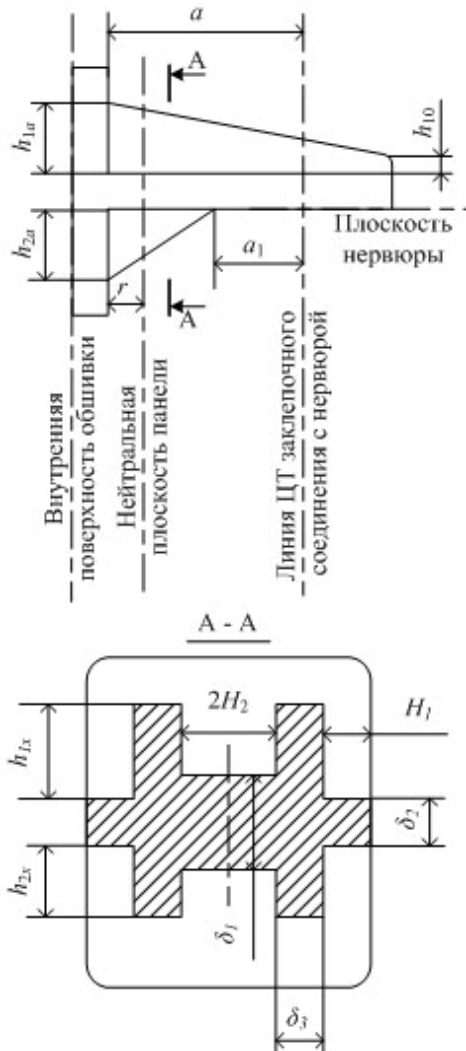


Рис. 13. Геометрия типового компенсатора

В приведенных зависимостях знак черты над величинами, имеющими размерность длин, относит их

к длине компенсатора (a); F , S_y , I_y , z_0 – площадь, статический момент, момент инерции и координата центра тяжести поперечного сечения компенсатора, $H(x)$ – функция Хевисайда.

Вычисляя искомые перемещения от действия единичного момента и единичной перерезывающей силы, получим:

$$\begin{aligned} \overline{w}_Q &= \frac{1}{faE} \int_0^1 \left(\frac{x^2}{I_0(x)} + \frac{2(1+\mu)}{\rho F_0(x)} \right) dx, \left[\frac{\text{длина}}{\text{сила}} \right]; \\ \overline{\varphi}_Q &= \overline{w}_M = \frac{1}{fa^2 E} \int_0^1 \frac{xdx}{I_0(x)}, \left[\frac{1}{\text{сила}} \right]; \\ \overline{\varphi}_M &= \frac{1}{fa^3 E} \int_0^1 \frac{dx}{I_0(x)}, \left[\frac{1}{\text{момент}} \right], \end{aligned} \quad (14)$$

где E , μ – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала компенсатора; ρ – коэффициент, учитывающий неравномерность касательных напряжений по высоте сечения компенсатора (для прямоугольного сечения $\rho = \frac{5}{6}$).

Крутильная жесткость компенсатора определяется в предположении, что он работает на свободное кручение как консольная балка переменного сечения. Угол закручивания компенсатора в сечении, связанном с панелями, в силу большой мембранной жесткости последних можно принять равным нулю. Связь между крутящим моментом и углом закручивания в рассматриваемом случае дается формулой:

$$M_{кр} = C_{кр} \theta_{кр}. \quad (15)$$

Тогда угол закручивания концевое сечения компенсатора определится так:

$$\theta_{кр} = \int_0^a \frac{M_{кр} \overline{M}}{GI_{кр}} dx,$$

где $M_{кр}$ – крутящий момент, действующий в концевом сечении компенсатора; $\overline{M}$ – единичный крутящий момент, приложенный в том же сечении; G – модуль сдвига материала компенсатора; $I_{кр}$ – момент инерции свободного кручения.

По теории кручения Сен-Венана для сечений, составленных из вытянутых прямоугольников, величину $I_{кр}$ можно определить по формуле

$$I_{кр}(x) = \sum k_i(x) b_i(x) \delta_i^3,$$

где b_i , δ_i – длина и толщина пластинчатых элементов в поперечном сечении компенсатора; k_i – коэффициент, зависящий от отношения $\frac{b_i}{\delta_i}$. Значения этих коэффициентов подробно протабулированы.

Переходя к безразмерным величинам, получим:

$$\theta_{кр} = \frac{M_{кр}}{fa^3G} a \int_0^a \frac{dx}{I_{кр}(x)},$$

где

$$\overline{I_{кр}}(x) = \left[k_1(x) \delta_1^3 (\overline{h_{1x}} + \overline{h_{2x}} + \overline{\delta_2}) + k_2 \overline{H_1} \overline{\delta_2^3} + k_3 \overline{H_2} \overline{\delta_3^3} \right].$$

Постоянные k_2 и k_3 вычисляются по табличным данным путем линейной интерполяции, а переменный коэффициент $k_2(x)$ – путем линейной интерполяции в сочетании с аппроксимацией по длине компенсатора с помощью интерполяционных формул Лагранжа.

Определяя далее $C_{кр}$ как

$$C_{кр} = \frac{M_{кр}}{\theta_{кр}} = \frac{1}{\theta_{кр}|_{M_{кр}=1}},$$

получим:

$$C_{кр} = \frac{fa^3G}{\int_0^a \frac{dx}{\overline{I_{кр}}(x)}}. \quad (16)$$

Из результатов данного пункта четко видно, что геометрические и жесткостные параметры панелей и компенсатора входят в коэффициенты жесткости в (12), а в некоторые из них входит и критический параметр нагрузки.

Ниже исследуется влияние на устойчивость нервюры жесткости и количества компенсаторов (п.3.1), жесткости поясов (п.3.2), количества и жесткости стоек (п.3.3). В п.3.4. приведен анализ приме-

нимости конструктивно-ортотропной модели для исследования устойчивости подкрепленной пластины.

3.1. Исследование влияния жесткости и количества компенсаторов на параметр устойчивости нервюры

Чтобы выделить влияние жесткости и количества компенсаторов на устойчивость нервюры, исследование проводится в предположении, что панели абсолютно жесткие ($\varphi_0 = 0$ и $w_0 = 0$ в соотношениях (8), (13)). Коэффициенты жесткости компенсаторов, определяемые по формулам (13), (16) при таких исходных данных $a = 75 \text{ мм}$, $a_1 = 25 \text{ мм}$, $h_{1a} = 18 \text{ мм}$, $h_{2a} = 12 \text{ мм}$, $h_{10} = 2 \text{ мм}$, $H_2 = 5 \text{ мм}$, $H_1 = 5 \text{ мм}$, $\delta_1 = 5 \text{ мм}$, $\delta_2 = \delta_3 = 4 \text{ мм}$, приводятся к безразмерному виду и изменяются пропорционально одному параметру γ , т.е.

$$\overline{C_w} = \frac{C_w h^2}{D} \gamma; \quad \overline{C_{w\varphi}} = \frac{C_{w\varphi} h}{D} \gamma;$$

$$\overline{C_\varphi} = \frac{C_\varphi}{D} \gamma; \quad \overline{C_\theta} = \frac{C_\theta}{D} \gamma,$$

где h – толщина стенки нервюры, D – ее цилиндрическая жесткость.

Для исследования брались следующие данные: длина прямоугольной нервюры $L = 1,6 \text{ м}$; высота – $H = 0,52 \text{ м}$; толщина стенки $h = 2,5 \text{ мм}$; модуль Юнга материала $E = 72000 \text{ МПа}$; коэффициент Пуассона – $\mu = 0,33$. За параметр устойчивости принято отношение критической нагрузки нервюры к критической нагрузке при свободном опирании ее границы.

Если установить по одному компенсатору по середине верхнего и нижнего поясов и постепенно увеличивать их жесткости, то полученная таким образом кривая изменения параметра устойчивости характеризуется резким ростом вначале, а затем плавным приближением к предельной прямой (рис. 14).

На рисунке приведены также формы потери устойчивости при сдвиге и сжатии. С увеличением жесткости компенсаторов смена форм потери ус-

тойчивости происходит как плавно, так и с изломами (на рис. 14 они отмечены вертикальными пунктирными прямыми). Изломы указывают на качественное изменение формы потери устойчивости.

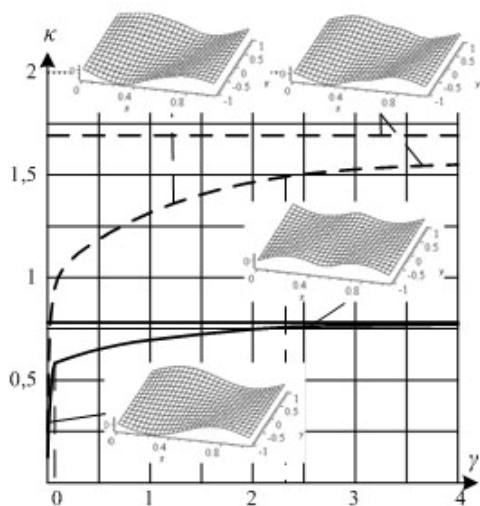


Рис. 14. Влияние жесткости компенсатора на параметр и форму потери устойчивости при сжатии (сплошной график) и сдвиге (пунктирный график)

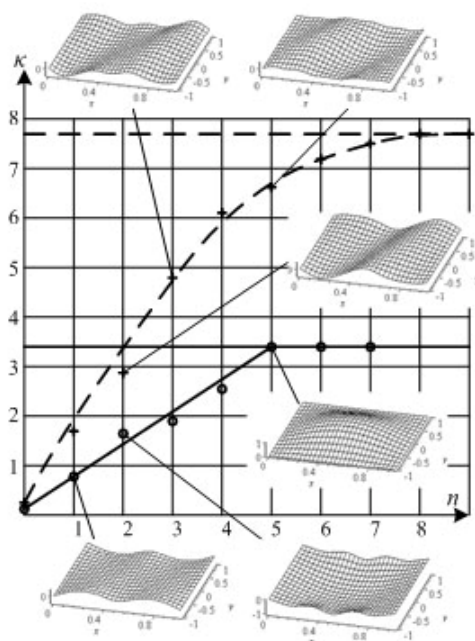


Рис. 15. Влияние количества компенсаторов на параметр и форму потери устойчивости при сжатии (сплошной график) и сдвиге (пунктирный график)

Исследование влияния количества компенсаторов проводилось для компенсатора, используемого

на самолетах типа АН, т.е. при $\gamma=1$ $\overline{C_w}=1$, $\overline{C_{w\phi}}=10$, $\overline{C_\phi}=80$, $\overline{C_\theta}=8$. Такой компенсатор для данной конструкции считается жестким. Зависимость параметра устойчивости от количества равномерно расположенных таких компенсаторов приведена на рис. 15.

С увеличением количества компенсаторов форма потери устойчивости вначале изменяется скачкообразно, чем и обусловлен разброс значений параметра устойчивости. Пояса нервюры, когда они оперты на три компенсатора при сжатии и на пять – при сдвиге, практически не выпучиваются. С дальнейшим увеличением количества компенсаторов форма потери устойчивости качественно не меняется, и точки ложатся на одну прямую. Когда пояса нервюры опираются на пять и более компенсаторов при сжатии и соответственно восемь и более при сдвиге, параметр устойчивости не увеличивается – условия опирания соответствуют условиям жесткой заделки.

По приведенным результатам можно сделать вывод о том, что при расчете реальных конструкций компенсаторы можно считать абсолютно жесткими.

3.2. Исследование влияния жесткости поясов на устойчивость нервюры

Влияние жесткостей поясов на устойчивость нервюры исследуется для двух случаев нагружения: под действием равномерного сжимающего (рис. 16) и сдвигового (рис. 17) усилий.

За величину прикладываемых нагрузок принимаются значения критических усилий для свободно опертой нервюры.

Для исследования взята нервюра со следующими характеристиками: длина $L = 1600$ мм; высота $H = 520$ мм; толщина стенки $t = 2,5$ мм. Элементы нервюры выполнены из одного материала с модулем Юнга $E = 72000$ МПа, коэффициентом Пуассона $\mu = 0,33$.

Влияние изгибной и крутильной жесткости поясов рассматривается отдельно. Значения этих жест-

костей характеризуются параметрами $\alpha = EI_z/DH$ – относительная изгибная жесткость и $\beta = EI_{кр}/DH$ – относительная жесткость свободного кручения, где D – цилиндрическая жесткость стенки, H – ее высота, I_z , $I_{кр}$ – моменты инерции сечения пояса относительно оси OZ и свободного кручения соответственно.

Зависимость параметра устойчивости при равномерном сжатии от относительной изгибной жесткости поясов $\kappa(\alpha)$, полученная при постоянной крутильной жесткости $\beta=0$ и $\beta=\infty$, представлена на рис. 16 сплошными графиками. Аналогичная зависимость параметра устойчивости от относительной крутильной жесткости поясов $\kappa(\beta)$ при постоянной изгибной жесткости $\alpha=0$ и $\alpha=\infty$ представлена пунктирными графиками на том же рисунке.

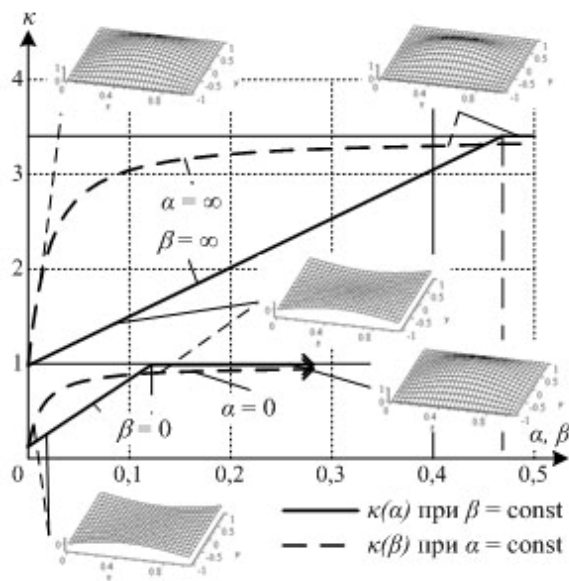


Рис. 16. Влияние относительной изгибной $\alpha = EI_z/DH$ и крутильной $\beta = EI_{кр}/DH$ жесткостей поясов на параметр устойчивости при равномерном сжатии

Верхние два графика с увеличением жесткости стремятся к предельному значению, которое соответствует параметру устойчивости для пластины с жесткой заделкой, нижние графики стремятся к параметру устойчивости, который соответствует критическому усилию свободно опертой пластины.

С изменением крутильной жесткости поясов зависимости параметра устойчивости носят плавный

характер (без изломов). При изменении изгибной жесткости – зависимость $\kappa(\alpha)$ линейная.

С увеличением жесткости α в возмущенном состоянии выпучивание поясов уменьшается, а при достижении некоторого значения – пояса вообще не выпучиваются – эта точка соответствует единственному излому на кривых $\kappa(\alpha)$ и дальнейшее увеличение жесткости не приводит к изменению параметра κ .

Графики зависимости параметра устойчивости той же системы от изгибной жесткости поясов (для двух предельных значений крутильной жесткости), нагруженной сдвиговыми усилиями, приведены на рис. 17.

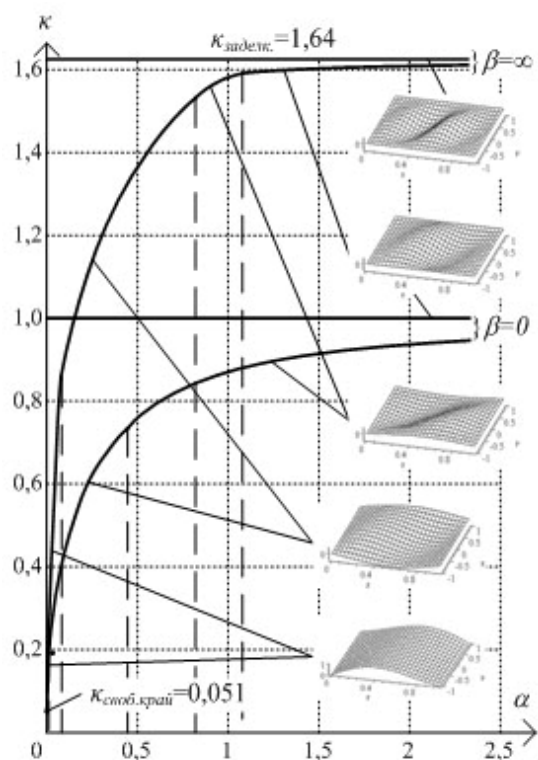


Рис. 17. Влияние относительной изгибной жесткости поясов $\alpha = EI_z/DH$ на параметр устойчивости при равномерном сдвиге

На графиках наблюдается несколько точек излома кривых $\kappa(\alpha)$, например, при $\beta=\infty$ их четыре, и соответствуют они образованию новой полуволны (окончательно, при условиях жесткой заделки, их четыре).

3.3. Исследование зависимости параметра устойчивости нервюры от количества и жесткости стоек

Исследования влияния жесткости стоек на параметр и форму потери устойчивости проводится на модели нервюры, описанной в п.3.2. По границам $y=\pm H/2$ стенка нервюры считается свободно опертой. Величина равномерной сжимающей и равномерной сдвиговой нагрузки во всех исследованиях принимаются равной критическому усилию нервюры без стоек.

При исследовании рассматривается одна расположенная посередине стенки стойка с относительной изгибной жесткостью

$$\eta_x = \frac{I_x E}{DH}$$

и относительной жесткостью свободного кручения

$$\eta_{кр} = \frac{I_{кр} G}{DH},$$

где D – цилиндрическая жесткость стенки; H – ее высота (длина стойки); I_x – момент инерции сечения стойки относительно оси OX ; $I_{кр}$ – момент инерции свободного кручения стойки; E – модуль Юнга; G – модуль сдвига материала стойки.

Зависимость параметра устойчивости от относительных жесткостей стойки при равномерном сжатии приведена на рис 18, при сдвиге – на рис. 19.

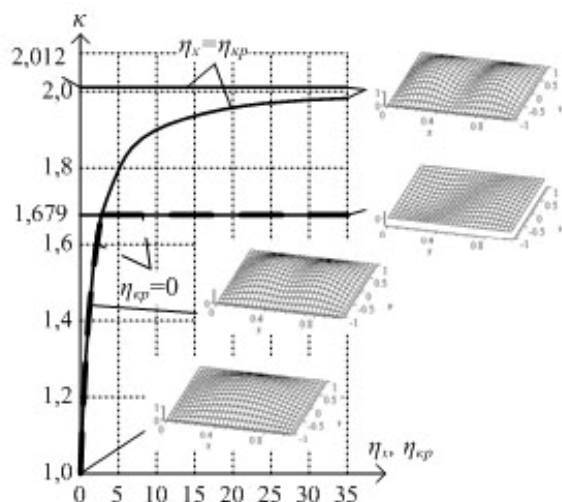


Рис. 18. Влияние жесткостей стойки на параметр и форму потери устойчивости при сжатии

На рис. 18 приведены два графика и две предельные прямые. Пунктиром отмечена зависимость параметра устойчивости от относительной изгибной жесткости η_x при нулевой крутильной ($I_{кр}=\eta_{кр}=0$). Если жесткость η_x равна нулю, то форма потери устойчивости соответствует форме потери устойчивости свободно опертой пластины с образованием одной полуволны в обоих направлениях. С увеличением изгибной жесткости стойки прогиб пластины в месте расположения стойки уменьшается, а при достижении $\eta_x = 2,75$ вообще исчезает. Форма потери устойчивости меняется качественно и соответствует форме потери устойчивости двух свободно опертых пластин (слева и справа от стойки). Дальнейшее увеличение изгибной жесткости стойки не влияет на параметр устойчивости системы.

Если крутильная жесткость имеет конечное значение (на рис. 18 сплошной график построен при одновременном изменении относительной изгибной и крутильной жесткостей), то при достижении $\eta_x=\eta_{кр}=2,75$ форма потери устойчивости качественно не меняется, и параметр устойчивости с увеличением жесткостей продолжает увеличиваться до предельного значения, которое равно параметру устойчивости равномерно сжатой пластины, свободно опертой по трем сторонам и жестко заделанной на осевой линии стойки.

Заметим, что изменение крутильной жесткости расположенной посередине стойки никак не влияет на устойчивость равномерно сжатой нервюры при нулевой изгибной жесткости. Это связано с симметрией формы потери устойчивости. Но если нервюра нагружена равномерным сдвигом, то на устойчивость нервюры будет влиять как одновременное изменение изгибной и крутильной жесткостей, так и их раздельное изменение.

На рис. 19 приведены три графика зависимости параметра устойчивости K от относительных жесткостей η_x , $\eta_{кр}$: зависимость K от η_x при $\eta_{кр}=0$, зави-

симость κ от $\eta_{кр}$ при $\eta_x = 0$ и зависимость κ от η_x (или $\eta_{кр}$) при $\eta_x = \eta_{кр}$.

По приведенным графикам можно сделать вывод о том, что крутильная жесткость стойки мало влияет на величину параметра устойчивости, влияние изгибной жесткости – значительно. На том же рисунке приведены: форма потери устойчивости для нервюры без стойки; три формы, соответствующие предельным значениям жесткостей в трех вышеописанных вариантах; две формы потери устойчивости, имеющие место при значении $\eta_x = \eta_{кр} = 2,5$ и $\eta_x = 2$ ($\eta_{кр} = 0$).

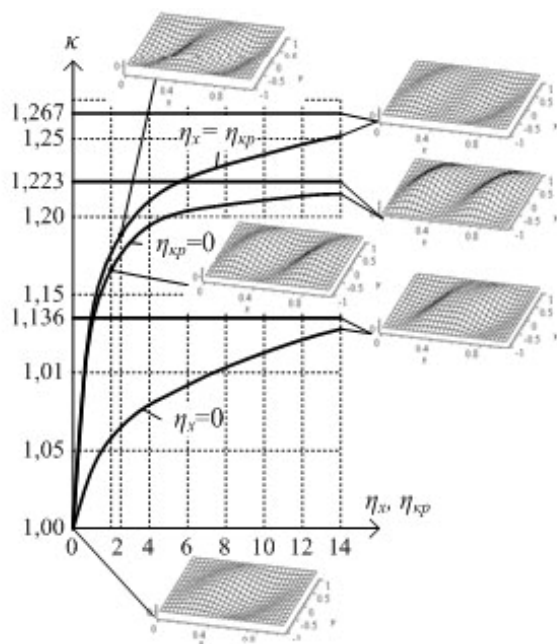


Рис. 19. Влияние жесткостей стойки на параметр и форму потери устойчивости при сдвиге

3.4. Анализ применимости конструктивно-ортотропной модели для исследования устойчивости подкрепленной пластины

При расчете пластин, подкрепленных системой дискретно расположенных ребер, считается, что при достаточно малом шаге их расположения и их малой жесткости можно применять конструктивно-ортотропную модель. Так, например, в работе [26] в результате использования такой модели получена формула критических напряжений при равномерном сжатии свободно опертой пластины:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E f_1^2 r}{12(1-\mu^2)}, \quad (17)$$

где

$$r = 1 + \frac{E^* I_y}{2cD} \left(1 - \frac{S_y^2}{\gamma F I_y} \right);$$

$$\gamma = 1 + \frac{E}{E^*} \frac{2ch}{F(1-\mu^2)};$$

$$f_1 = \frac{h}{a};$$

E^* , F , S_y , I_y – соответственно модуль Юнга материала стрингера, площадь, статический момент и осевой момент инерции поперечного сечения стрингера относительно оси, лежащей в срединной плоскости пластины; $2c$ – шаг равномерно расположенных стоек; E , μ , D , h , a – модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала пластины, цилиндрическая жесткость, толщина и высота пластины (длина стрингера).

Критическое напряжение пластины без эксцентриситета стоек, приведенное в работе [27], после некоторых преобразований и с использованием введенных выше обозначений дается формулой:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E^* \lambda^2 h^3}{12(1-\mu^2)L(F_1 + Lh)} \left[\left(1 + \frac{1}{\lambda^2} \right)^2 + \frac{E^* I_y}{DL} k_1 \right] \quad (18)$$

где $\lambda = \frac{L}{a}$; L – длина пластины; F_1 , k_1 – площадь поперечного сечения стоек и их количество.

Использование конструктивно-ортотропной модели подразумевает осреднение жесткостных характеристик системы "стенка-стойки", что позволяет не учитывать работу дискретно расположенных стоек, а жесткость изотропной пластины записывается как жесткость ортотропной пластины с цилиндрическими жесткостями

$$D_1 = D; \quad D_2 = D \left(1 + \frac{EI_y}{D2c} \right);$$

$$D_3 = D \left(1 + \frac{GI_\kappa}{D2c} \right).$$

Можно рассчитать устойчивость нервюры с использованием такой модели, если из выражения потенциальной энергии всей системы [10] исключить работу стоек, а выражение энергии пластины заменить выражением:

$$\Pi^{стен} = \frac{1}{2} \int_0^l \int_{\Phi_n}^{\Phi_g} \left[D_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + D_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1-\mu) D_3 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 + \mu (D_1 + D_2) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] dx dy +$$

$$+ \frac{1}{2} \lambda \int_0^L \int_{\Phi}^{\Phi_g} \left[N_x^0 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + N_y^0 \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + 2 N_{xy}^0 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right] dx dy. \quad (19)$$

В табл. 7 и на рис. 20 приведены зависимости параметра устойчивости от количества стоек, полученные с помощью:

- изложенной в работе [10] методики и с учетом дискретного расположения стоек;
- формулы (17);
- формулы (17) и в предположении, что стойки имеют эксцентриситет, равный половине высоты поперечного сечения стойки (во всех остальных расчетах считается, что осевые линии стоек лежат в срединной плоскости пластины);
- формулы (18);
- изложенной в работах [10] методики, но без учета дискретного расположения стоек (стойки учитываются в выражении потенциальной энергии пластины (19)).

Исследования приведены для пластины со следующими характеристиками: длина $L=1000$ мм; высота $H=200$ мм ($\lambda = \frac{L}{H} = 5$); толщина стенки $t=5$ мм. Пластина и стойки выполнены из одного материала с модулем Юнга $E=72000$ МПа, коэффи-

циентом Пуассона $\mu=0,33$. Стойки имеют прямоугольное поперечное сечение с соотношением сторон $\frac{1}{3}$ (большая сторона перпендикулярна срединной плоскости пластины). Размеры поперечного сечения стоек выбираются из условия $\alpha \equiv \frac{E * F}{Eh2c} = const$, т.е. с увеличением количества стоек суммарная площадь поперечных сечений остается неизменной. Параметр устойчивости пластины k без стоек равен единице.

Таблица 7

Сходимость приближенного значения к точному

Количество стоек	Дискретное расположение стоек	Конструктивно-ортогональная модель с учетом (19)	По формуле (17) без учета эксцентриситета	По формуле (17) с учетом эксцентриситета	По формуле (18) без учета эксцентриситета
1	1,315	62,48	77,58	211,08	27,98
2	2,030	26,74	29,50	85,46	16,62
3	3,364	16,80	17,75	52,27	11,94
4	5,466	12,28	12,68	37,45	9,389
5	7,003	9,718	9,889	29,16	7,782
6	6,894	8,077	8,137	23,88	6,678
7	6,350	6,938	6,938	20,24	5,872
8	5,744	6,103	6,068	17,58	5,258
9	5,256	5,464	5,408	15,55	4,774
10	4,770	4,961	4,890	13,95	4,384
15	3,402	3,490	3,395	9,304	3,193
20	2,708	2,777	2,679	7,061	2,585
30	2,029	2,079	1,985	4,872	1,970
50	1,496	1,532	1,445	3,161	1,471

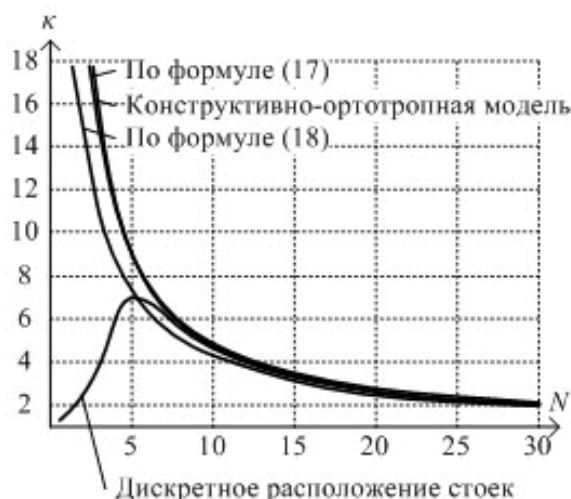


Рис. 20. Зависимость параметра устойчивости от количества стоек

На рис. 21 представлены формы потери устойчивости при наличии одной и двух стоек. При большем количестве стоек представлены графики функции прогиба по линии $y = 0$.

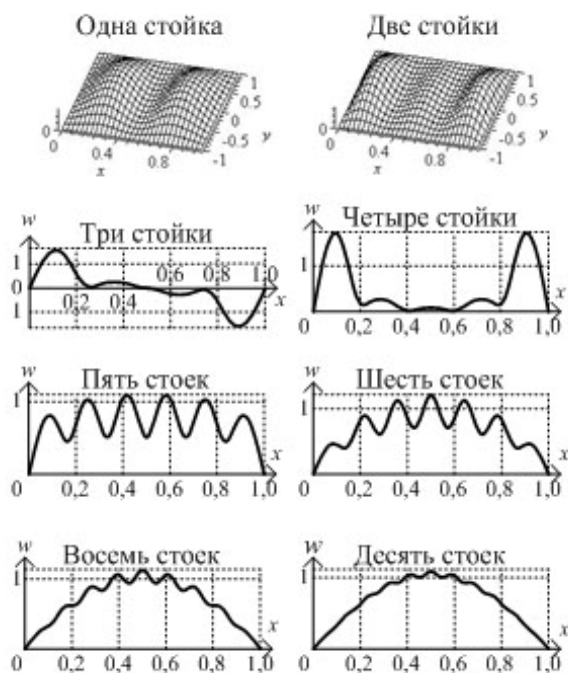


Рис. 21. Формы потери устойчивости нервюры при различном количестве подкрепляющих стоек

Как можно видеть из приведенных результатов, применение конструктивно-ортотропной модели оправдано в данном случае при наличии более 10 стоек. При иных соотношениях геометрических и

жесткостных параметров стенки и стоек требуемое количество стоек для применимости конструктивно-ортотропной модели будет иным. Если установлена одна стойка, то при потере устойчивости выпучивается только стенка, стойка – не выпучивается (рис. 21).

Форма потери устойчивости, получаемая при использовании конструктивно-ортотропной модели, схожа с формой потери устойчивости неподкрепленной пластины. Значительное отличие параметров устойчивости при малом числе ребер (рис. 20) объясняется качественно различными формами потери устойчивости. С увеличением количества стоек и одновременным уменьшением их жесткостей местная форма потери устойчивости сказывается все меньше, все больше превалирует общая форма потери устойчивости (рис. 21). Когда форма потери устойчивости дискретно подкрепленной пластины практически совпадает с формой потери устойчивости пластины с конструктивной ортотропией, значения параметров устойчивости различаются мало.

При учете расположения ребер с эксцентриситетом критические усилия значительно возрастают.

В данном примере учет дискретного расположения ребер позволяет получить оптимальное с точки зрения устойчивости распределение массы, т.е. при одной и той же массе всех стоек конструкция будет наиболее устойчива, когда их количество равно пяти.

Заключение

Ниже приводятся направления дальнейших исследований в плане развития метода идентификации краевых условий:

1. Продолжение теоретического обоснования метода.
2. Постановка и решение нестандартных краевых задач теории пластин и оболочек при произвольных краевых условиях в перемещениях (задачи типа

Дирихле), усилиях (задачи типа Неймана), а также смешанных краевых условиях (задачи типа Ньютона) с целью установления (идентификации) краевых условий, когда операторы краевых задач содержат неизвестный параметр (расширение арсенала уже решенных подобных задач).

3. Перенесение идей метода на задачи собственных и (особенно) параметрических колебаний тонкостенных пространственных систем.

4. Моделирование эксперимента.

5. Регулярные (нестандартные) итерационные методы (процедуры) двусторонних оценок краевых параметров.

6. Расширение каталога стандартных задач устойчивости комплекса "Устойчивость и колебания". Дальнейшее развитие комплекса.

7. Развитие метода сопряжения конструктивных элементов, положенного в основу МИКУ для анализа тонкостенных пространственных систем.

8. Построение приближенных общих решений краевых задач теории пластин и оболочек для неканонических областей методом расширения области до канонической.

9. Постановка и решение конкретных нетривиальных задач устойчивости и колебаний силовой конструкции аэрокосмической техники.

Литература

1. Халилов С.А. Проблема исследования устойчивости несущей конструкции большегрузных самолетов // Авиационно-космическая техника и технология: Труды ХАИ 1993 года. – Х.: ХАИ, 1994. – С. 358-369.

2. Халилов С.А. Развитие альтернативного подхода к решению проблемы устойчивости силовых элементов конструкции самолета // Авиационно-космическая техника и технология: Труды ХАИ 1994 года. – Х.: ХАИ, 1995. – С. 223-227.

3. Халилов С.А. Метод идентификации краевых условий в задачах упругой устойчивости. Идея ме-

тода // Авиационно-космическая техника и технология: Сб. научн. тр. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т "ХАИ", 2003. – Вып. 1 (36). – С. 15-21.

4. Халилов С.А., Минтюк В.Б. Исследование устойчивости отсека крыла методом идентификации краевых условий на основе упрощенной модели // Авиационно-космическая техника и технология: Сб. научн. тр. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т "ХАИ", 2003. – Вып. 2 (37). – С. 6-10.

5. Халилов С.А., Минтюк В.Б. Исследование устойчивости отсека крыла методом идентификации краевых условий на основе двумерной упрощенной модели // Авиационно-космическая техника и технология. – 2004. – № 1 (9). – С. 24-28.

6. Минтюк В.Б. Устойчивость типовой нервюры с криволинейными поясами. Определение исходного состояния // Авиационно-космическая техника и технология: Труды Харьковского авиационного института им. Н.Е.Жуковского за 1997 г. – Х.: ХАИ, 1998. – С. 339-345.

7. Минтюк В.Б. Исследование устойчивости нервюры с криволинейными поясами при произвольных нагрузках с учетом влияния панелей посредством компенсаторов // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: Темат. сб. научн. тр. нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Х.: ХАИ, 2000. – Вып.19 (2). – С. 82-87.

8. Теоретические основы математического моделирования устойчивости несущих конструкций авиакосмической техники: отчет о НИР (заключительный) / Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е.Жуковского «ХАИ»; № ГР 0100U003434; Инв. № 0203U008196. – Х.: ХАИ, 2002. – 140 с.

9. Теоретические основы метода идентификации краевых условий для исследования упругой устойчивости силовой конструкции аэрокосмической техники: отчет о НИР (заключительный) / Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е.Жуковского «ХАИ»;

№ ГР 0103U005070; Инв. № 0206U002451. – Х.: ХАИ, 2005. – 173 с.

10. Минтюк В.Б. Устойчивость подкрепленной в области и на криволинейной границе пластины как элемента тонкостенной пространственной системы: Дис. канд.техн.наук: 01.02.04. – Х., 2004. – 147 с.

11. Кривцов В.С., Халилов С.А., Минтюк В.Б. Устойчивость силового кессона крыла. Численный анализ // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2006. – № 8 (45). – С. 5-29.

12. Халилов С.А., Яровой М.А. Приближенное замкнутое решение плоской задачи теории упругости в трапециевидной области // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2004. – № 2 (10). – С. 33-38.

13. Яровой М.А. Проектирование рациональных силовых конструкций многостеночных крыльев малого удлинения беспилотных летательных аппаратов: Дис. канд. тех. наук.: 05.07.02. – Х., 2006. – 142 с.

14. Лукасевич С. Локальные нагрузки в пластинах и оболочках. – М.: Мир, 1982. – 344 с.

15. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. – М.: Наука, 1981. – 798 с.

16. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.

17. Филиппов А.П. Устойчивость прямоугольных пластинок, сжатых сосредоточенными силами // *Изв. АН СССР. Отд. мат. и естеств. наук*. – 1933. – № 7, сер. 7. – С. 943-950.

18. Лурье А.И. Устойчивость пластинки сжатой сосредоточенными силами // *Тр. Ленингр. индустр. ин-та*. – Л., 1939. – №3, вып. 1. – С. 113-149.

19. Тимошенко С.П. Устойчивость упругих систем. – М.: Гостехиздат, 1955. – 568 с.

20. Романенко Ф.А. Устойчивость плоской фор-

мы равновесия неоднородных пластин под действием сосредоточенных сил // *Прикладная механика*. – 1966. – Т. 2, № 1. – С. 143-149.

21. Алфутов В.А., Балабух Л.И. О возможности решения задач устойчивости пластин без предварительного определения начального напряженного состояния // *Прикладная математика и механика*. – 1967. – Т. 31, вып.4. – С. 716-722.

22. Кудинов С.В. Устойчивость прямоугольных пластин при локальной нагрузке // *Расчеты на прочность*. – 1980. – № 21. – С. 182-188.

23. Кудинов С.В. Экспериментальное исследование потери устойчивости прямоугольных пластин, сжатых локальной краевой нагрузкой в своей плоскости // *Расчеты на прочность*. – 1981. – № 22. – С. 215-220.

24. Yamaki N., Rep. Inst. High. Speed. Mech. Tohoku Univ. – 1954. – V.4.

25. Khan M.Z., Walker A.C. Buckling of plates subjected to localized edge loading // *The structural engineer*. – 1972. – No. 6, vol. 50. – P. 225-232.

26. Халилов С.А. Устойчивость эксцентрично подкрепленных прямоугольных пластин // *Расчет и проектирование конструкций летательных аппаратов: Темат. сб. науч. тр.* – Х.: Харьковский авиационный ин-т им. Н.Е. Жуковского, 1989. – Вып.3. – С. 57-66.

27. Заруцкий В.А. К расчету на устойчивость прямоугольных пластин, усиленных ребрами в одном направлении // *Прикладная механика*. – 2000. – Том 36, № 4. – С. 132-136.

Поступила в редакцию 27.03.2007

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. А.Г. Николаев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков; канд. физ.-мат. наук, доцент М.И. Несвит, кафедра высшей математики ХГТУСА, Харьков.

УДК 629.735

Л.В. КАПИТАНОВА, Ю.В. БАБЕНКО

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Украина

ФОРМИРОВАНИЕ ПОТРЕБНОЙ ТЯГОВООРУЖЕННОСТИ МОДИФИКАЦИЙ ТЯЖЕЛЫХ САМОЛЕТОВ ТРАНСПОРТНОЙ КАТЕГОРИИ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ ПО УСЛОВИЯМ ИХ БАЗИРОВАНИЯ

Решена задача количественной оценки изменения потребной энерговооруженности на ранней стадии проектирования модификаций тяжелого самолета транспортной категории по условиям равенства длин разбега и пробега разрабатываемых модификаций и их базового варианта.

модификация самолета, тяговооруженность, длина разбега, длина пробега самолета, тяжелые самолеты транспортной категории

Введение

Обеспечение требуемых взлетно-посадочных характеристик (ВПХ) самолетов является одним из наиболее востребованных направлений развития авиации, поскольку именно они оказывают решающее влияние на:

- безопасность прохождения самых опасных этапов полета – взлета и посадки;
- классы аэродромов базирования, которые во многом определяют конкурентоспособность самолета;
- нагрузки на самолет при посадке, и, следовательно, на его весовое совершенство и ресурс;
- требования к уровню подготовки пилотов;
- затраты на обеспечение безопасности полетов.

Формулирование проблемы. Проблема обеспечения требуемых взлетно-посадочных характеристик обостряется и в процессе создания модификаций самолетов, поскольку на этом этапе, как правило, увеличивают полезную нагрузку, т.е. улучшают характеристику “груз-дальность”, что неизбежно влечет за собой рост взлетной массы самолета и повышение удельной нагрузки на крыло [1].

В свою очередь увеличение взлетно-посадочной массы, удельной нагрузки на крыло приводит к ухудшению взлетно-посадочных характеристик модификаций самолета, увеличивая длину разбега и пробега.

На протяжении всего периода развития авиации шел поиск и реализация средств обеспечения требуемых взлетно-посадочных характеристик путем улучшения аэродинамических свойств крыла, энерговооруженности самолета и совершенствования его тормозных систем.

При разработке модификаций самолета все вышеназванные средства не могут быть использованы для сохранения базовых значений взлетно-посадочных характеристик, поскольку крыло и силовая установка у таких самолетов (с возросшей взлетной массой) остаются, как правило, неизменными.

Самолеты этого типа (табл. 1) отличаются той особенностью, что базируются на аэродромах класса А (табл. 2), а это означает, что их модификации должны сохранить взлетно-посадочные характеристики, присущие базовому варианту самолета [2], поскольку для модификации самолета с увеличенной длиной разбега (или пробега) просто не существует располагаемых летных полос [3].

Таблица 1

Модификации тяжелых самолетов фирмы Боинг и Эрбасс

Параметры самолетов	747-400	LR747-400	747X	747X''Стреч''	A340-300	A340-500
Длина самолета, м	70,66	70,66	73,47	80,55	63,6	67,33
Размах крыла, м	64,44	64,44	69,77	69,77	60,3	63,45
Пассажиро-местность	416	416	430	504-522	295	313
Силовая установка	4ТРДД PW4056 или CF6-80C2 или RB211-524	4ТРДД PW4062 или CF6-80C2 или RB211-524	4ТРДД GP7000 или ''Трент''600	4ТРДД GP7000 или ''Трент''600	4ТРДД CFM56-5C4	4ТРДД ''Трент''553
Взлетная тяга двигателей, тс	4×25,7-26,3	4×27-28,7	4×30,8	4×30,8	4×15,4	4×24
Максимальная взлетная масса, т	396,9	412,77	473,1	473,1	275	365
Крейсерское число М	0,85	0,85	0,86	0,86	0,82	0,83
Дальность полета, км	13210	14240	16620	14450	13300	15750

Таблица 2

Классы аэродромов

Классы аэродромов	Внеклассные	А	Б
Располагаемая летная полоса, м	3500	3250	2600

Решение проблемы

Возникает задача: потребная длина взлетно-посадочной полосы (ВПП) модификации ($L_{впп}^M$) должна быть примерно равна аналогичному параметру базового самолета ($L_{впп}^0$):

$$L_{впп}^M \approx L_{впп}^0 \quad (1)$$

Применительно к дистанции разбега такое требование приводится к виду

$$L_p^M \approx L_p^0, \quad (2)$$

где L_p^M – длина разбега модификации;

L_p^0 – длина разбега базового самолета.

При разбеге самолет перемещается по взлетно-посадочной полосе со скоростью от $V_p = 0$ до скорости отрыва $V_{отр}$ (рис. 1).

При расчете взлета самолета принимаем, что весь разбег совершается на основных опорах шасси, угол атаки (α) и угол отклонения тяги (φ) в процессе разбега считаются постоянными, а уравнение длины разбега при принятых допущениях имеет вид [4]:

$$L_p = \frac{1}{2g} \cdot \int_0^{V_{отр}} \left(\frac{dV^2}{K_1 t_o - f_k - \frac{\rho_o S_{кр} V^2}{2m_o} (C_{x.p} - f_k C_{yp})} \right) dV. \quad (3)$$

Интегрирование осуществляется графически от $V_p = 0$ до $V_{отр}$:

$$V_{отр} = \sqrt{\frac{2m_o}{\rho_o C_{Y_{отр}} S_{кр}}}, \quad (4)$$

где m_o – масса самолета при взлете;

$S_{кр}$ – площадь крыла;

ρ – плотность воздуха;

g – ускорение свободного падения;

$C_{Y_{отр}}$ – коэффициент подъемной силы при разбеге в точке отрыва самолета от ВПП;

$C_{x.p}$ – коэффициент аэродинамического сопротивления при разбеге.

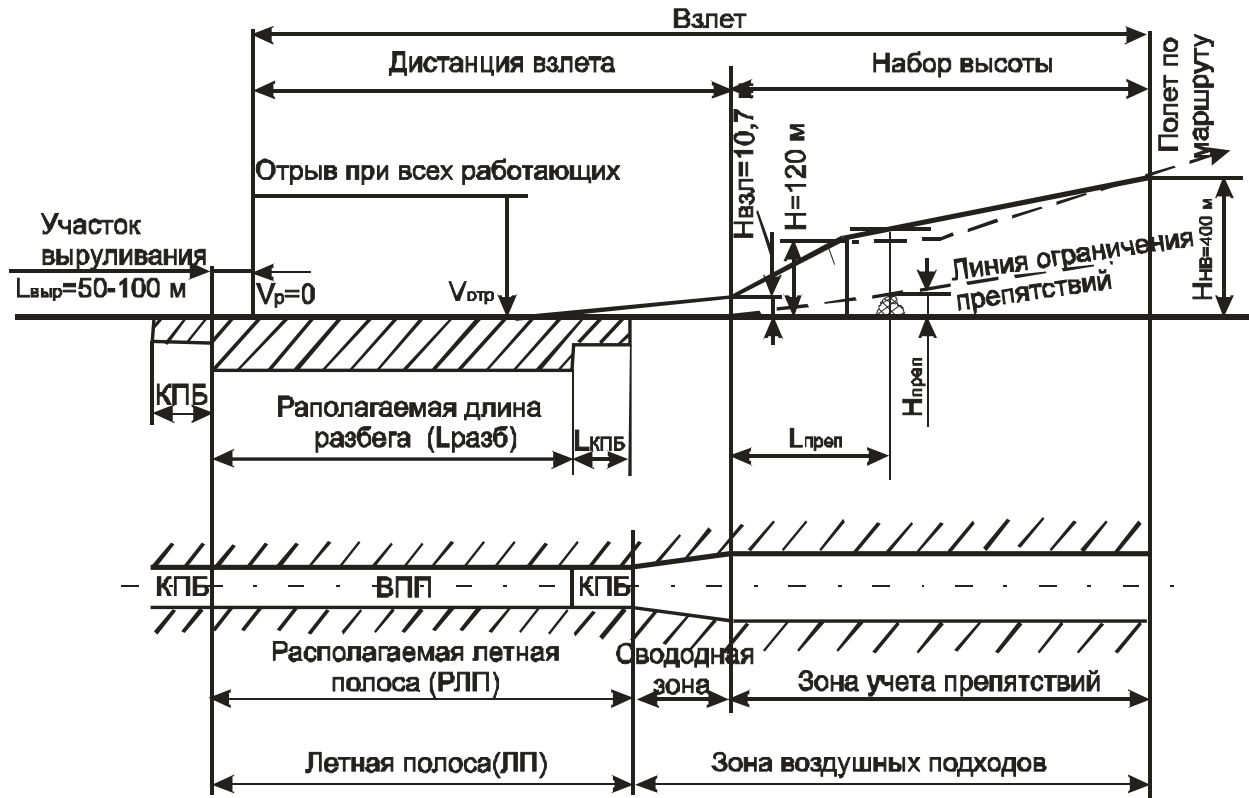


Рис. 1. Характерные участки взлета самолета: КПБ – концевая полоса безопасности; ВПП – взлетно-посадочная полоса

Получим упрощенное, но достаточно точное аналитическое выражение для определения длины разбега

$$L_p = \frac{V_{omp}^2}{2g(K_1 t_o - f_k - \frac{\rho_o C_{Xp} S_{кр}}{6m_o} V_{omp}^2)}, \quad (5)$$

где K_1 – коэффициент, учитывающий падение тяги двигателей по скорости и потери в воздухозаборниках, для самолетов с ТРД при стандартной атмосфере $K_1 \approx 0,9$, для $t_n^o = +30^\circ C$ и 730 мм рт. ст. – $K_1 \approx 0,813$ [5];

f_k – коэффициент трения качения, $0,02 \leq f_k \leq 0,08$, 0,02 – по сухому бетону, 0,04 – по твердому грунту;

V_{omp} – скорость отрыва (рис. 1);

t_o – стартовая тяговооруженность.

Если исходить из условия (2), т.е. равенства длин разбега модификации самолета и базового самолета $L_p^M \approx L_p^{\bar{o}}$ и неизменности таких параметров как

$K_1, f_k, \rho_o, C_{Xp}, C_{y_{omp}}, S_{кр}$, то получим соотношение

$$\frac{1}{K_1 t_{o,\bar{o}} - f_k - \frac{\rho_o C_{Xp} S_{кр}}{6m_o} (V_{omp}^{\bar{o}})^2} = \frac{1}{V^2} = \frac{1}{K_1 t_{o,\bar{o}} \bar{t}_o - f_k - \frac{\rho_o C_{Xp} S_{кр}}{6m_o} V_{omp}^2}, \quad (6)$$

в которое следует подставить значения неизвестных скоростей, определяемых на основании уравнения (4): $(V_{omp}^{\bar{o}})^2$, $(V_{omp}^M)^2$ и $(\bar{V}_{omp}^{\bar{o}})^2$. В таком случае получим выражение, связывающее основные параметры в процессе проектирования модификации самолета:

$$\bar{m}_o = \frac{\frac{K_1}{f_k + C_{Xp}/3C_{y_{omp}}} t_o^{\bar{o}} \bar{t}_o^M - 1}{\frac{K_1}{f_k + C_{yp}/3C_{y_{omp}}} t_o^{\bar{o}} - 1}, \quad (7)$$

где $t_o^{\bar{o}}, t_o^M$ – тяговооруженности базового самолета и его модификации.

В качестве примера рассмотрим базовый самолет с исходной тяговооруженностью $t_o^{\delta} = 0,30$ и $C_{Xp} = 0,08$ и $C_{Yomp} = 1,70$.

При условиях $\bar{L}_p^M = 1$, $K_1 = 0,9$ и $0,813$, $f_k = 0,02$ и $0,08$ определим возможный рост взлетной массы, если тяговооруженность рассматриваемого самолета изменяется в пределах $0,7 \leq \bar{t}_o^M \leq 1,6$.

Результаты расчета по выражению (7) сведены в табл. 3 и представлены на рис. 2, где выделены зоны, ограниченные двумя условиями:

– $m_{0min} = 0,78$; это условие введено при эксплуатации модификации с пониженными взлетными массами (что чаще всего и встречается в практике эксплуатации самолетов с $m_0 > 300$ т);

– $m_{0max} = 1,26$; такое условие отражает возможность эксплуатации модификации с повышенной взлетной массой (при обеспечении условий прочности).

Таблица 3

Взаимосвязь изменения взлетной массы и тяговооруженности самолета при разработке его модификации ($C_{Xp} = 0,08$ и $C_{Yomp} = 1,70$)

t_o	t_o	$K_1 = 0,9$		$K_1 = 0,813$	
		$f_k = 0,02$	$f_k = 0,08$	$f_k = 0,02$	$f_k = 0,08$
0,24	0,8	0,770	0,690	0,766	0,670
0,27	0,9	0,885	0,845	0,883	0,835
0,30	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
0,33	1,1	1,115	1,155	1,117	1,165
0,36	1,2	1,230	1,310	1,234	1,330
0,39	1,3	1,345	1,465	1,351	1,495
0,42	1,4	1,460	1,620	1,468	1,660

Как видим, если модификацию самолета осуществлять из условия $L_p^M = L_p^{\delta}$, то предпочтительнее области модификационных изменений с $\bar{m}_o^M < 1,0$ и $\bar{t}_o^M > 1,0$. Полученные зависимости (5) и (7) позволяют количественно оценить допустимое изменение основных параметров в модифицированном самолете при дистанции разбега $L_p^M = L_p^{\delta}$.

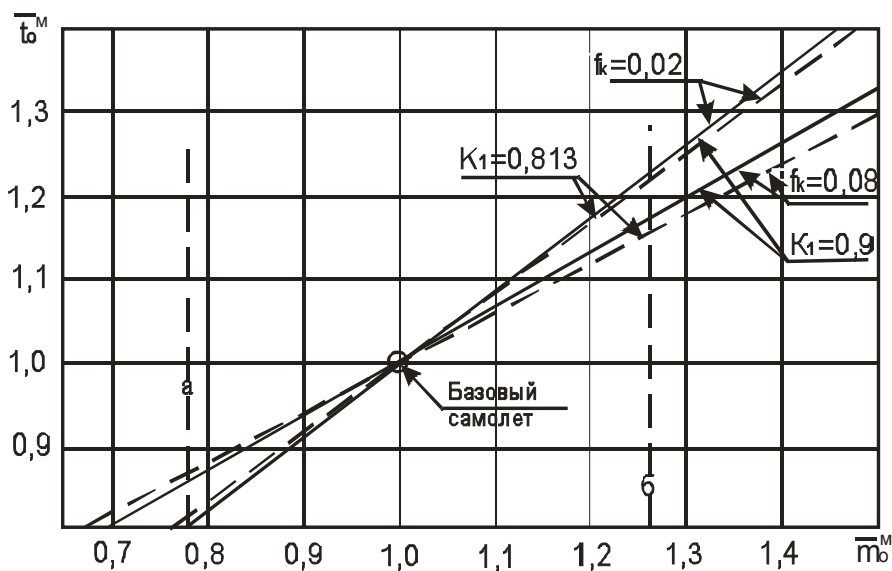


Рис. 2. Потребные изменения тяговооруженности модификаций тяжелого самолета транспортной категории с параметрами: $m_o^{\delta} = 300$ т; $t_o^{\delta} = 0,3$; $C_{Xp} = 0,08$; $C_{Yomp} = 1,70$ и $V_{отр}^{\delta} = 71,828$ м/с (при $L_p^M \approx L_p^{\delta}$); а — ограничение по возможной загрузке модификаций самолета; б — ограничение по условию прочности

В понятие взлетно-посадочных характеристик входит и длина пробега (L_{np}) самолета при посадке,

когда самолет перемещается по взлетно-посадочной полосе со скоростью от $V_{нос}$ до полной остановки.

Торможение колес шасси и включение реверса тяги двигателей производится после касания самолетом ВПП.

Посадочная масса самолета (m_{noc}) принимается с полной коммерческой нагрузкой и минимальным аэронавигационным запасом топлива [3]. Кроме того, из условий безопасной эксплуатации самолета должны быть обеспечены:

– посадки с массой более расчетной вплоть до взлетной. Число таких посадок составляет не более 3% от общего их числа за жизненный цикл самолета;

– посадки и пробег самолета с одним отказавшим критическим двигателем при посадочной массе, равной взлетной.

Для оценки изменения посадочной массы модификаций по сравнению с базовым самолетом воспользуемся известным, выражением для определения длины пробега [1]:

$$L_{np} \cong \frac{V_{noc}^2}{2g \cdot \left[K_1 \left(1 - \frac{1}{n_{dv}} \right) \cdot r_p t_o + f_{np} + \frac{1}{3} \frac{C_{x np}}{C_{y np}} \right]}, \quad (8)$$

где n_{dv} – число двигателей;

r_p – коэффициент отношения тяги реверса

к прямой тяге двигателей;

K_1 – коэффициент, учитывающий падение тяги двигателя по скорости ($K_1 \approx 0,813$);

f_{np} – приведенный коэффициент трения колес при пробеге (среднее значение);

$C_{x np}$ – коэффициент аэродинамического сопротивления на пробеге;

$C_{y np}$ – коэффициент подъемной силы на пробеге.

При этом величина посадочной скорости определяется по выражению, аналогичному (2):

$$V_{noc} = \sqrt{\frac{2m_{noc}}{\rho_o \cdot C_{y noc} \cdot S_{кр}}}. \quad (9)$$

Непременным условием выбора параметров модификации является условие (1), применение которого к посадочному пробегу преобразуется в следующем виде

$$\frac{L_{np}^M}{L_{np}^{\bar{o}}} \equiv \bar{L}_{np} = 1,0, \quad (10)$$

т.е. должно выполняться равенство длин пробегов модифицированного и базового вариантов самолета.

Если в процессе разработки модификации остаются неизменными $K_1, f_{np}, \rho_o, C_{x np}, C_{y noc}, S_{кр}$, то по аналогии с (6) можно сформировать равенство:

$$\frac{1}{K_1 \left(1 - \frac{1}{n_{dv}} \right) \cdot r_p \cdot t_{ov} + f_{np} + \frac{1}{3} \frac{C_{x np}}{C_{y noc}}} = \frac{\bar{V}_{noc}^2}{K_1 \left(1 - \frac{1}{n_{dv}} \right) \cdot r_p \cdot t_{ov} \cdot \bar{t}_o + f_{np} + \frac{1}{3} \frac{C_{x np}}{C_{y noc}}}. \quad (11)$$

В равенство (11) следует подставить значения посадочных скоростей, определяемых на основе выражения (9) $(V_{noc}^{\bar{o}})^2; V_{noc}^2$ и $(\bar{V}_{noc})^2$ при $\bar{m}_{noc} = \bar{m}_o^M$ и преобразовать его к виду

$$\bar{m}_o^M = \frac{\frac{K_1}{f_{np} + \frac{C_{x np}}{3C_{y noc}}} \cdot \left(1 - \frac{1}{n_{dv}} \right) r_p t_o^{\bar{o}} \bar{t}_o + 1}{\frac{K_1}{f_{np} + \frac{C_{x np}}{3C_{y noc}}} \cdot \left(1 - \frac{1}{n_{dv}} \right) r_p t_o^{\bar{o}} + 1}. \quad (12)$$

Для упрощения зависимости (12) в качестве параметров базового самолета примем значения: $m_o^{\bar{o}} = 300 \text{ т}$; $V_{noc}^{\bar{o}} = 66,227 \text{ м/с}$; $C_x = 0,3$; $C_{y noc} = 2,0$; $f_{np} = 0,25$; $r_p = 0,4$; $\bar{t}_0^{\bar{o}} = 0,3$. В этом случае базовый самолет имеет:

– при отказе критического двигателя –

$$L_{np}^{\bar{o}} = 600 \text{ м};$$

– при всех работающих двигателях – $L_{np}^{\bar{o}} = 562 \text{ м}$.

Принятые значения параметров базового самолета позволяют упростить выражение (12), в результате чего получим

$$\bar{m}_o^M = \frac{0,4K_1 \left(1 - \frac{1}{n_{\text{дв}}}\right) \bar{t}_o^M + 1}{0,4K_1 \left(1 - \frac{1}{n_{\text{дв}}}\right) + 1}. \quad (13)$$

Для условия $\bar{L}_{np}=1$; $K_1=0,9$ и $0,813$ определим возможное изменение взлетной массы как при отказе критического двигателя, так и при работе всех двигателей.

В такой постановке выражение (13) принимает вид:

– при $K_1=0,9$, без отказа двигателя:

$$\bar{t}_o^M = 3,778 \bar{m}_o - 2,778;$$

– при $K_1=0,9$, и отказе двигателя:

$$\bar{t}_o^M = 4,704 \bar{m}_o - 3,704;$$

– при $K_1=0,813$, без отказа двигателя:

$$\bar{t}_o^M = 4,075 \bar{m}_o - 3,075;$$

– при $K_1=0,813$, и отказе двигателя:

$$\bar{t}_o^M = 4,075 \bar{m}_o - 3,075.$$

Результаты расчета приведены в табл. 4, а на рис. 3 эти же данные представлены с учетом дополнительных ограничений а и б.

Таблица 4

Потребное изменение тяговооруженностей ($\bar{t}_o^M$) модификаций тяжелого транспортного самолета по условию $L_{np}^M = \bar{L}_{np}^{\bar{b}}$ при $C_{x np}=0,3$ и $C_{y nos}=2,0$

$\bar{m}_o^M$	$\bar{t}_o^M$			
	$K_1=0,9$		$K_1=0,813$	
	Без отказа двигателя	$\left(1 - \frac{1}{n_{\text{дв}}}\right)$	Без отказа двигателя	$\left(1 - \frac{1}{n_{\text{дв}}}\right)$
0,78	0,169	–	0,104	–
0,8	0,244	0,059	0,185	–
0,9	0,622	0,530	0,593	0,49
1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
1,1	1,378	1,470	1,408	1,51
1,2	1,758	1,941	1,815	2,02
1,26	1,982	2,223	2,060	2,326

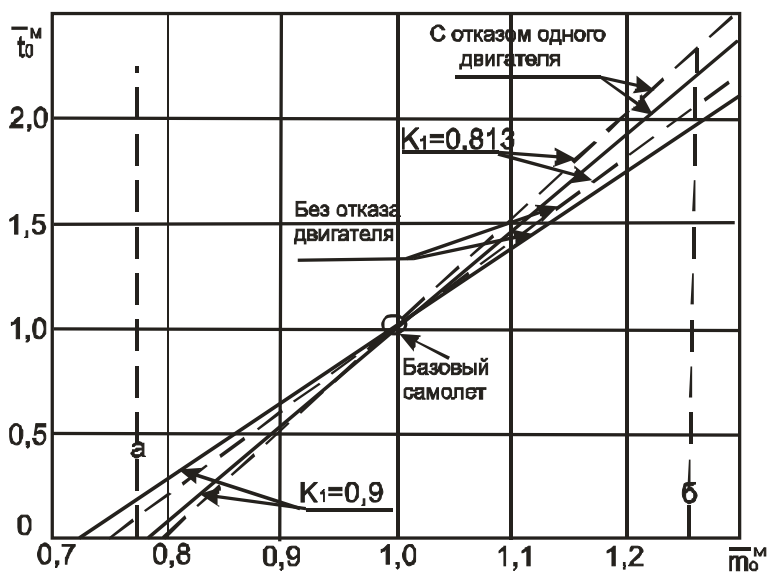


Рис. 3. Потребные изменения тяговооруженности модификаций тяжелого транспортного самолета ($m_o^{\bar{b}}=300$ т) по условию $L_{np}^M \approx L_{np}^{\bar{b}}$: а – ограничение по возможной загрузке модификаций самолета; б – ограничение по условию прочности

Таким образом, на рис. 3 представлена взаимосвязь потребных изменений тяговооруженности тяжелого самолета транспортной категории и взлетных масс его возможных модификаций, если их параметры выбраны при условии равенства

длины пробега модификации во время посадки с аналогичным параметром базового варианта такого самолета.

При этом учтены следующие условия и ограничения:

- отказ критического двигателя на пробеге;
- падение тяги двигателя по скорости во время посадки;
- снижение посадочной массы при уменьшенной полезной нагрузке;
- ограничение по прочности, связанное с разовым увеличением посадочной массы;
- состояние посадочной полосы в виде величины коэффициента качения колес по ВПП.

Отличительная особенность приведенных данных состоит в том, что они представлены в безразмерной форме и поэтому применимы для любой модификации тяжелого самолета транспортной категории с силовой установкой, образованной четырьмя ТРД.

Анализируя зависимости, приведенные на рис. 3, можно прийти к выводу, что реверс тяги ($r = 0$) можно не использовать при: $\bar{m}_0^M \leq 0,735$; $\bar{m}_0^M \leq 0,787$; $\bar{m}_o^M \leq 0,755$; $\bar{m}_o^M \leq 0,804$.

Так, например, при $\bar{m}_o^M = 0,804$ и $\bar{t}_o^M = 0$ имеем $\bar{V}_{\text{пос}}^M = 0,897$; и $L_{np}^M = 600\text{м}$, т.е. условие (8) выполняется простым торможением колес шасси без применения реверса тяги двигателей.

Заключение

В статье предложены расчетные модели формирования потребной тяговооруженности модификаций тяжелых самолетов транспортной категории по условию их базирования на аэродромах, принятых для базового самолета.

При этом учтены ограничения: по длине разбега при взлете и длине пробега при посадке, по условию эксплуатации самолетов такого типа с недогрузкой, по условию прочности в перегрузочном варианте,

при различном коэффициенте падения тяги двигателя, а также с учетом изменения коэффициента трения колес шасси о ВПП.

С помощью таких моделей установлено, что при осуществлении модификационных изменений по условию $L_p^M \approx L_p^o$ при росте массы модификации на 20% требуется увеличение тяговооруженности на 16%, тогда как реализация условия $L_{np}^M \approx L_{np}^o$ приводит к необходимости увеличения тяговооруженности на 54%.

Таким образом, этап пробега при посадке является определяющим по выбору тяговооруженности при проектировании модификаций тяжелых самолетов транспортной категории по условию их базирования на аэродромах класса А.

Литература

1. Шейнин В.М., Макаров В.М. Роль модификаций в развитии авиационной техники. – М.: Наука, 1983. – 226 с.
2. Единые нормы летной годности гражданских транспортных самолетов. – М.: Машиностроение, 1985. – 470 с.
3. Торенбик Э. Проектирование дозвуковых самолетов: Пер. с англ. Е.П. Голубкова. – М.: Машиностроение, 1983. – 648 с.
- 4.. Бочкарев А.Ф. Аэромеханика самолета. – М.: Машиностроение, 1985. – 360 с.
5. Егер С.М, Лисейцев Н.К. Проектирование самолетов. – М.: Машиностроение, 1983. – 492 с.

Поступила в редакцию 30.05.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.В. Бетин, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.

УДК 629.7.002.3; 678.7-416

А.В. ГАЙДАЧУК¹, М.В. СЛИВИНСКИЙ², Е.К. ОСТРОВСКИЙ¹

¹ *Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ» Украина,*

² *ОАО «УкрНИИТМ» Украина*

ФОРМИРОВАНИЕ СЛОЯ СВЯЗУЮЩЕГО НА ПОВЕРХНОСТИ ПОЛИМЕРНОЙ БУМАГИ В ПРОЦЕССЕ ПРОПИТКИ СОТОВЫХ ЗАПОЛНИТЕЛЕЙ

Экспериментально установлено, что неравномерная толщина слоя связующего внутри сотовых каналов формируется на этапе пропитки сотовых панелей и обусловлена гидродинамическим течением в тонком слое состава пропитки. Движение связующего в тонком слое связано с наличием градиента плотности формируемого градиентом температуры вдоль длины сотовых каналов в процессе высокотемпературной сушки сотовых панелей.

связующее, полимерная бумага, сотовая панель, пропитка, сотовый наполнитель

Постановка проблемы и её связь с научно-практическими задачами

Трехслойные панели с сотовым наполнителем (СЗ) из полимерной бумаги «NOMEX» широко используются в авиационно-космической технике вследствие высокой эффективности по удельной жесткости.

В процессе производства таких панелей некоторые факторы технологического процесса, такие как нанесение связующего на СЗ, температурные режимы сушки и полимеризации нанесенного слоя, наиболее существенно влияют на физико-механические характеристики готовых изделий.

Обзор публикаций и анализ нерешенных проблем

На качество СЗ, изготавливаемых методом растяжки сотовых блоков [1, 2], существенное влияние оказывают целый ряд сопутствующих процессов, протекающих одновременно с основным технологическим процессом. Некоторые из них на сегодняшний день достаточно полно исследованы в работах [3, 4]. В последние годы в процессе изготовления панелей СЗ обнаружены новые эффекты, связанные со статической электризацией полимерной бумаги на разных этапах изготовления панелей, приводящие к разбрызгиванию связующего при нанесении клеевых полос. Это приводит к слипанию отдельных ячеек сот [5].

С проявлением отрицательного влияния статического электричества на технологический процесс приходится сталкиваться также при аппретировании и пропитке сотовых панелей, содержащих статический заряд на поверхности. Целенаправленные эксперименты, проведенные с панелями СЗ, на которых находился электростатический заряд, показали, что в местах сосредоточения заряда толщина слоя пропитки в 3÷4 раза меньше, что снижает механическую прочность сотовых панелей в местах нахождения статического заряда [6].

Физико-математическое моделирование силового взаимодействия поляризованных зарядов в слое связующего со свободными зарядами на поверхности полимерной бумаги показало, что электростатическая сила, действующая на единицу длины контакта связующего с полимерной бумагой, сравнима по величине со значением коэффициента поверхностного натяжения состава связующего и способна влиять на растекание связующего по поверхности полимерной бумаги [7].

В соответствии с предложенным классификатором технологических дефектов сотовых конструкций из полимерных композиционных материалов [8] аппретно-пропиточная операция с промежуточными технологическими воздушными сушками и окончательной высокотемпературной сушкой, сопровож-

дающей в конце полимеризацией состава пропитки, также являются источником дефектов, которые уменьшают механическую прочность сотовых конструкций [9].

Цель работы

Экспериментально установить динамику изменения как массового состава компонентов, так и толщины слоя связующего, формируемого на поверхности полимерной бумаги в процессе аппретирования, пропитки и термической сушки панелей СЗ, воспользовавшись весовым методом и измерением толщины слоя связующего и градиента температуры внутри сотового канала.

Результаты исследований и их обсуждение

Композиционная структура СЗ (полимерная бумага в совокупности со сложными по своему составу аппретом и связующим на основе полиамидной и фенолформальдегидной смол с рядом добавок), а также выбранный технологический способ пропитки СЗ окунанием растянутых сотовых панелей из полимерной бумаги “NOMEX” в ванны с аппретующим составом, а затем с составом связующего, требуют введения в аппрет и в связующее большого количества растворителя (этилового спирта и дистиллированной воды). Это связано с необходимостью получения требуемой вязкости пропиточного раствора.

После пропитки растворитель должен быть удалён из аппрета и связующего, нанесенных как на наружную, так и на внутреннюю поверхность СЗ. Испарение растворителя происходит в процессе предварительной технологической сушки на воздухе при комнатной температуре после каждого окунания панелей СЗ в аппрет или связующее. Слой связующего, которым пропитана сотовая панель, по требованиям ТУ после предварительных технологических сушек должен иметь вязко-пластичное состояние на поверхности СЗ. Выполнение этого условия необходимо для сохранения равномерной толщины слоя

пропитки при возможных негоризонтальных механических перемещениях сотовых панелей перед окончательной высокотемпературной сушкой с полимеризацией связующего в аэродинамической печи.

Как показывает анализ теплофизических свойств компонентов аппретующего состава и состава связующего, по скорости испарения их можно разделить на труднолетучие и легколетучие.

Труднолетучие компоненты с массовым процентным содержанием на 1 кг состава:

- полиамидная смола – ПА 6 /66-601, допускает нагрев до 180 °С (1,96 мас. %);
- фенолоформальдегидная смола марки ЛБС-1, ГОСТ 901-78 - $C_6H_5OH + CH_2O$, рабочая температура 150 °С (25,2 мас. %);
- фосполиол оксипропилированный, температура полимеризации 183 °С (3,3 мас. %);
- диметилформамид – $HCON(CH_3)_2$, температура кипения 153 °С (4,9 мас. %).

Легколетучие компоненты с массовым процентом содержанием на 1 кг состава:

- спирт этиловый (растворитель) – C_2H_5OH , температура кипения 78,4 °С (73 мас. %);
- дистиллированная вода (растворитель) – H_2O , температура кипения 100 °С (19,6 мас. %).

Из слоя пропитки на стенках сотовых каналов на этапах промежуточных технологических воздушных сушек при $t \approx (20 \div 22)$ °С испаряются, в основном, легколетучие компоненты (спирт и вода). Труднолетучие компоненты при этом практически не испаряются, и их общее процентное содержание в слое пропитки постепенно возрастает, начиная с исходного значения 17,5 мас. %.

Исследования сотовых панелей весовым методом на этапе аппретно-пропиточных операций с последующей промежуточной технологической сушкой на воздухе и окончательной высокотемпературной сушкой в аэродинамической печи представлены в таблице.

Таблица

Параметры слоя связующего на этапах пропитки панели СЗ из полимерной бумаги «NOMEX»
 ПСП–1–2,5–4,5, толщина панели $\ell=2 \cdot 10^{-2}$ м, площадь поверхности сот $S=7,839$ м²

№	Параметры Операции с сотопанелями	Масса сото- панели m (кг)	Время сушки t (час)	Общая масса слоя по- сле опе- рации (кг)	Испарив- шаяся мас- са раство- рителя из слоя (кг)	Плот- ность слоя свя- зующего ρ (кг/м ³)	Масса ос- тавшегося раствори- теля (кг); (масс %)
1.	До аппретирования.	$m_1=$ $=0,2375$	0	0	0	0	
2.	Сразу после аппре- тирования.	$m_2=$ $=0,280$	0	$m_2-m_1=$ $0,0425$	0	810	
3.	После аппретиро- вания и воздушной сушки.	$m_3=$ $=0,243$	$t=24$ при 20°C	$m_3-m_1=$ $0,0055$	$m_2-m_3=$ $0,037$	900	0,00253; 47 %
4.	После 1 ^й пропитки связующим.	$m_4=$ $=0,384$	0	$m_4-m_3=$ $0,1400$	0	800	
5.	После 1 ^й пропитки и воздушной суш- ки.	$m_5=$ $=0,319$	$t=24$ при 20°C	$m_5-m_3=$ $0,0570$	$m_4-m_5=$ $0,084$	900	0,0112; 48 %
6.	После 2 ^й пропитки связующим.	$m_6=$ $=0,4525$	0	$m_6-m_5=$ $0,1230$	0	880	
7.	После 2 ^й пропитки и воздушной суш- ки.	$m_7=$ $=0,343$	$t=24$ при 20°C	$m_7-m_5=$ $0,1055$	$m_6-m_7=$ $0,080$	900	0,0587; 48 %
8.	После 3 ^й пропитки связующим.	$m_8=$ $=0,510$	0	$m_8-m_6=$ $0,1670$	0	880	
9.	После 3 ^й пропитки и воздушной суш- ки.	$m_9=$ $=0,390$	$t=24$ при 20°C	$m_9-m_7=$ $0,0470$	$m_8-m_9=$ $0,120$	900	0,07784; 49 %
10.	После высокотем- пературной сушки в печи.	$m_{10}=$ $=0,350$	$t=7$ при (20÷ 190)°C	0	$m_{10}-m_9=$ $0,040$	920	0,03484; 31 %

Данные таблицы позволяют построить графики следующих зависимостей, которые представлены на рис. 1:

а – изменение массы m в слое пропитки для одной сотопанели;

б – массовое содержание легколетучих компонентов в слое пропитки.

На графике рис. 1, а вертикальные участки отображают увеличение массы слоя связующего в моменты: аппретирования – $Z=0$ час; 1^й пропитки –

$Z=24$ час; 2^й пропитки – $Z=48$ час и 3^й пропитки – $Z=72$ часа. При каждой последующей пропитке масса слоя постепенно увеличивается от 1^й к 3^й пропитке. Наклонные участки графика рис. 1, а отображают изменения массы при технологических сушках слоя аппретирования и последующих трёх слоёв пропитки (интервалы времени А+В).

Последний интервал времени $C = 7$ час относится к высокотемпературной сушке сотопанели в печи с подъёмом температуры в диапазоне 20÷190 °C.

Окончательная масса слоя связующего внутри сотовых каналов после операции высокотемпературной сушки сотованели равна, согласно таблице, $m_{10}-m_1=0,1125$ кг.

Для расчёта средней толщины слоя пропитки τ на поверхности сотовых каналов воспользуемся формулой

$$\tau = \frac{m_{10} - m_1}{S \cdot \rho}.$$

Согласно данным таблицы, для исследуемой панели $S=7,839$ м², плотность связующего $\rho = 920$ кг/м³, а средняя толщина слоя пропитки связующим $\tau = 15,6$ мкм. Это значение τ хорошо совпадает с данными работы [9].

В соответствии с проведенным в настоящей работе анализом, процесс испарения связующего на 4^х

этапах технологической воздушной сушки при комнатной температуре состоит в преимущественном испарении легколетучих компонентов из состава связующего на поверхности ПБ. Содержание легколетучих компонентов в слое пропитки на этапах аппретно-пропиточных работ по данным измерений массы сотованелей представлено в последнем (7) столбце таблицы, а также на графике (б) на рис. 1.

Как следует из данных таблицы, в конце 4^х одинаковых этапов технологической сушки, процентное содержание растворителя в слое пропитки уменьшается с 71,5 мас. % до 48 мас. % и только при окончательной высокотемпературной сушке сотованели в печи в течение 7 часов содержание растворителя достигает минимальной величины 31 мас. %, оставаясь всё-таки достаточно высокой.

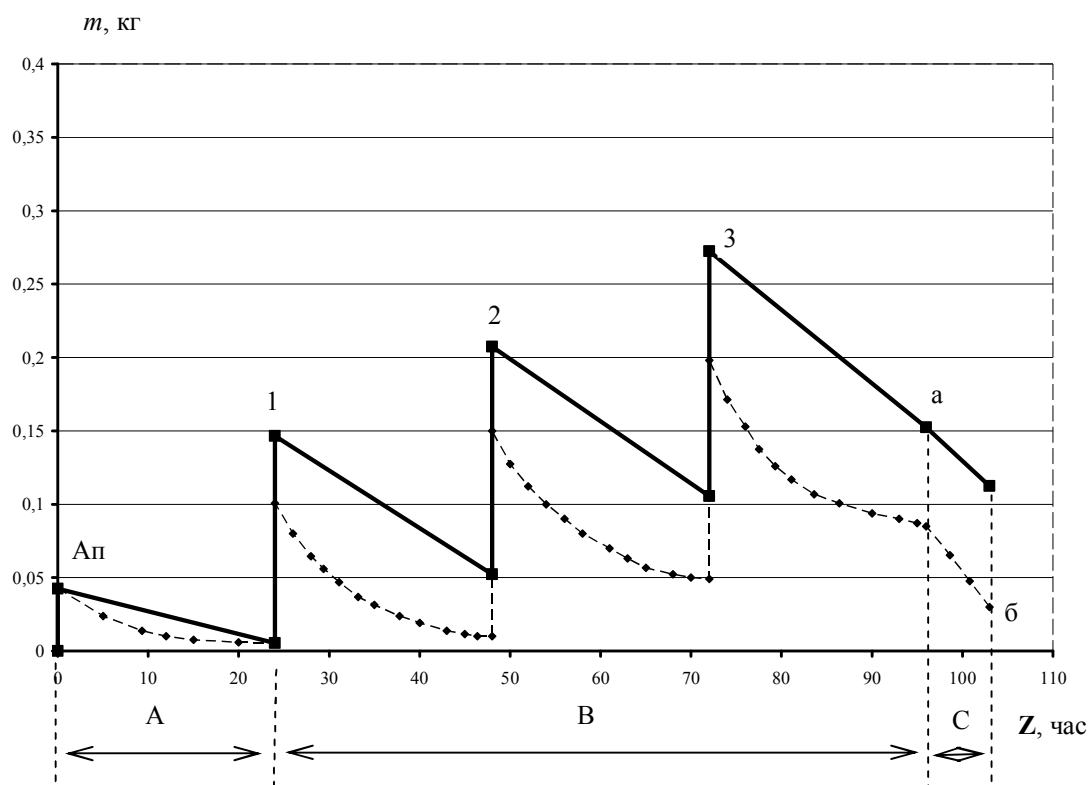


Рис. 1. Изменения массы слоя пропитки на одной сотованели:

А — время аппретирования с технологической сушкой;

В — время 3-х пропиток связующим с промежуточной технологической сушкой;

С — время высокотемпературной сушки в печи;

а — изменение массы слоя пропитки на одной сотованели (таблица колонка 3);

б — массовое содержание легколетучих компонентов в слое пропитки (колонка 7 таблицы)

Метод взвешивания сотопанели позволил экспериментально определить среднюю толщину слоя связующего τ на внутренних стенках шестигранного сотового канала. Если предположить, что слой связующего внутри канала сот равномерно распределён по поверхности полимерной бумаги, то окончательная толщина слоя должна составлять $\tau = 15,6$ мкм.

На рис. 2 представлена фотография участка сотопанели, прошедшей окончательную высокотемпературную сушку в аэродинамической печи. Как видно, распределение связующего на гранях I и II, находившихся в прямом контакте с горячим воздухом внутри защитного шкафа аэродинамической печи, достаточно равномерное, и цвет граней светло-коричневый. Этот признак соответствует качеству сотопанели. В тоже время наблюдается неравномерное распределение связующего внутри каналов сот. Это наглядно иллюстрируется разрезом сотопанели вдоль длины сотовых каналов на грани.

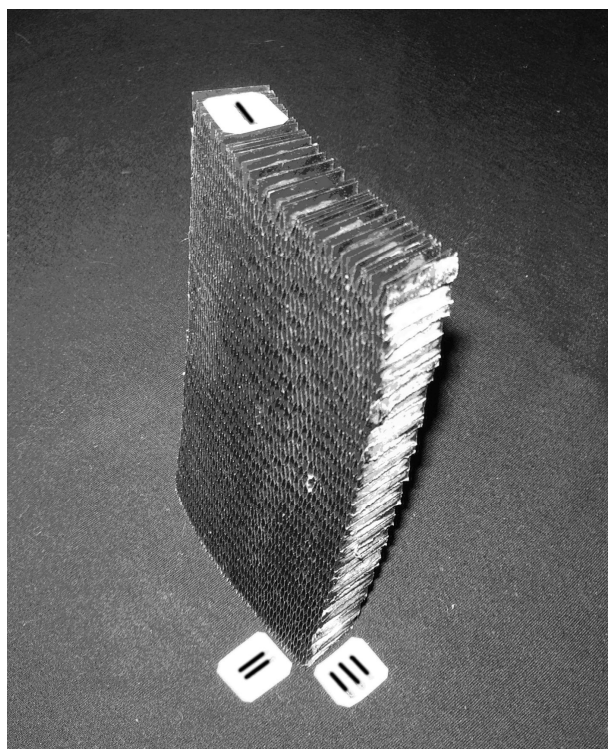


Рис. 2. «Скрытый внутренний» дефект внутри сотовых каналов на грани III, связанный с неравномерностью слоя связующего в сотовом канале

На грани III внутри каналов сот основная масса связующего сосредоточена на краях сот. Середина каналов сот имеет более тонкий слой связующего, а следовательно, и более светлый оттенок. Такой дефект в дальнейшем мы будем называть «скрытым внутренним», так как наблюдать его можно только на сотопанелях, разрезанных вдоль длины сотовых каналов.

«Скрытый внутренний» дефект свойствен не отдельным панелям, а наблюдается на всех панелях в изготовленной партии. Для понимания причин, вызывающих этот дефект, требуется более глубокий анализ процессов испарения на этапе аппретно-пропиточных операций.

Как следует из графика (рис. 1), при каждой пропитке толщина слоя связующего увеличивается. В процессе воздушной сушки происходит частичное испарение растворителя (спирта и воды), что приводит к увеличению плотности связующего на стенках сотовых каналов.

Заметим, что толщина слоя пропитки τ после технологической воздушной сушки остаётся сравнительно равномерной внутри сотовых каналов по всей их длине.

Из проведенных экспериментов следует, что неравномерный по толщине слой внутри каналов сот формируется не на этапе пропитки и технологической воздушной сушки, а в процессе последующей высокотемпературной сушки сотовых панелей в аэродинамической печи при нагреве их до температуры 190 °С. Характер распределения связующего вдоль длины открытых каналов сот (на грани I рис. 2) и закрытых сот (на грани III рис. 2) существенно различаются:

- на грани I – равномерный по толщине слой связующего вдоль длины открытых сот;
- на грани III – связующее в основном сосредоточено у краёв сотовых каналов. В середине канала сот слой связующего либо очень тонкий, либо вообще отсутствует.

Причину такого различия следует искать в разных механизмах испарения растворителя из сотовых каналов и с открытой поверхности неполных сот на грани I.

Не затрагивая сложного механизма испарения растворителя из каналов сот, который связан с протекающими одновременно процессами испарения со стенок канала, обратной конденсации и взаимной диффузией в двухкомпонентной среде (воздух и пары растворителя), отметим, что скорость испарения растворителя с открытых поверхностей граней I и II в воздушное пространство будет значительно выше, чем скорости испарения с середины каналов через открытые торцы сот. Следовательно, после нескольких этапов технологической сушки на воздухе содержание растворителя в слое связующего внутри сотовых каналов остаётся больше, чем у краёв сот на грани I. Вязкость же связующего внутри каналов сот при этом будет меньше, чем на краях сот на грани II.

Из этого следует вывод, что в печь высокотемпературной сушки поступают сотовые панели с избытком растворителя в слое связующего внутри каналов сот. Это и является причиной формирования «скрытого внутреннего» дефекта.

Измерение температуры внутри и снаружи сотовой панели при её высокотемпературной сушке в шкафу аэродинамической печи показали, что при ступенчатом подъёме температуры в диапазоне $20 \div 185^\circ\text{C}$ внутри сотовой панели формируется градиент температуры по длине сотовых каналов. В эксперименте в качестве объекта исследования была выбрана сотовая панель размером $300 \times 300 \times 80$ мм с длиной сотового канала $\ell = 80$ мм. На внешних гранях и в середине сотовой панели располагались три предварительно отградуированные термопары марки ХК. Схема расположения термопар представлена на рис. 3.

Динамика изменения температуры на сотовой панели во времени для термопар 1 и 2;2 приведена на рис. 4.

Как видно, показания наружных термопар 2;2 одинаковы во всём диапазоне изменения температуры $20 \div 185^\circ\text{C}$.

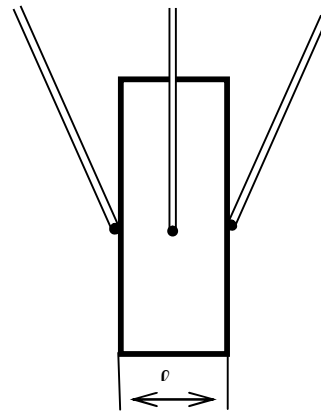


Рис. 3. Схема расположения термопар на сотовой панели

Температура внутри сотовой панели (термопара 1) на всех четырех этапах её возрастания ($20 \div 85^\circ\text{C}$), ($85 \div 100^\circ\text{C}$), ($100 \div 150^\circ\text{C}$) и ($150 \div 185^\circ\text{C}$) отстаёт от значения на наружных гранях сотовой панели. Эта разница температур наиболее существенна на первом этапе возрастания ($20 \div 85^\circ\text{C}$) и достигает 20°C . Отставание температуры внутри каналов сот на этапах подъёма температуры связано не только с собственной теплоёмкостью сотовой панели, но и с испарением растворителя из глубины сотовых каналов. Процесс испарения, как видно из рис. 4, наиболее интенсивно протекает на первом этапе при подъёме температуры ($20 \div 85^\circ\text{C}$). В конце первого этапа высокотемпературной сушки, согласно ТУ, температура выдерживается постоянной на уровне 85°C в течение 0,5 часа. Показания термопар снаружи и внутри при этом не выравниваются, что говорит об интенсивном испарении растворителя. Об уменьшении скорости испарения с поверхности каналов сот можно судить по разности температур на наружной и внутренней поверхности сотовой панели на горизонтальных участках экспериментальной температурной зависимости режима высокотемпературной сушки, представленной на рис. 4.

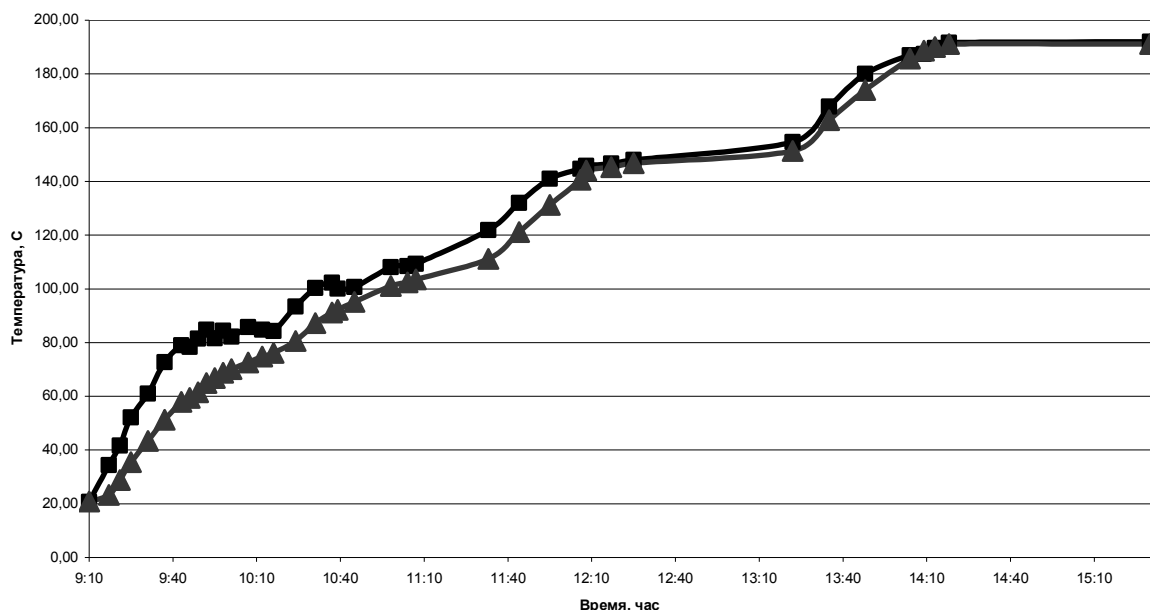


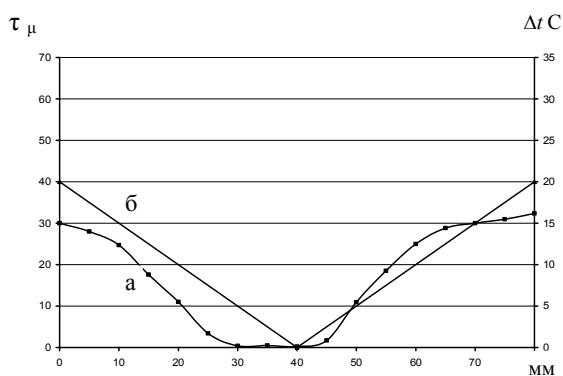
Рис. 4. Показания термопар в печи высокотемпературной сушки панели СЗ

Если на первом горизонтальном участке (85 °С) разность температур составляла 20 °С, то на втором горизонтальном участке (100 °С) уже 10 °С, а на третьем (145 °С) и на четвёртом (185 °С) разность температур не превышает 1...2 °С. Это подтверждает данные о том, что при высоких температурах 145÷185 °С в фазовой структуре слоя связующего происходит реструктуризация, что связано с полимеризацией связующего при высоких температурах.

Измерение толщины нанесенного слоя связующего внутри сотовых каналов подтверждает неравномерность его распределения по толщине, что также наблюдается и на разрезе сотовой панели (грань III, рис. 2).

Результаты измерений толщины слоя приведены на рис. 5, а. Рядом на рис. 5, б представлено распределение температуры вдоль канала соты.

Сопоставление графиков позволяет сделать вывод о том, что формирование более тонкого слоя в середине каналов сот связано не с более высокой скоростью испарения из середины сот, а вызвано гидродинамическим течением в слое связующего, связанного с градиентом температуры по длине сотового канала.

Рис. 5. Распределение связующего и температуры по длине сотового канала:
а – связующего; б – температуры

Заключение

1. Установлено, что вязкость связующего на этапе высокотемпературной сушки сотовой панели в печи понижается в диапазоне температур нагрева 20 – 100 °С. Это увеличивает подвижность связующего в жидком слое.
2. Формируемый в печи нагрева градиент температуры по длине сотового канала является причиной гидродинамических течений в тонком слое связующего внутри сотовых каналов.
3. Экспериментально изучено формирование неравномерного слоя связующего вдоль каналов СЗ.

Литература

1. Сливинский В.И., Прегат В.В., Ткаченко Г.В. Сотовые наполнители: классификация, применение, расчёт физико-механических характеристик. Обзор. – К.: ЦНТИ «Поиск», 1990. – 43 с.
2. Щербаков В.Т., Компанеев Е.М., Разумовский В.А. Сотовые наполнители из полимерных бумаг для силовых конструкций из композиционных материалов // Технология. Межотр. научн.-техн. сб. «Конструкции из композиционных материалов». – М., 1999. – № 1. – 63 с.
3. Гайдачук А.В., Сливинский В.И., Эрнандес Тамайо Х.А. Экспериментальное исследование континуальных и дискретных утяжек супертонких обшивок солнечных батарей космического назначения // Авиационно-космическая техника и технология: Тр. нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2001. – Вып. 24. – С. 214-223.
4. Гайдачук А.В., Сливинский В.И., Грошевой А.И. Анализ дискретных случайных утяжек несущих слоёв супертонких панелей солнечных батарей, возникающих в процессе их производства // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: Темат. сб. научн. тр. ХАИ. – Х.: ХАИ, 1998. – Вып. 10. – С. 22-26.
5. Гайдачук А.В., Сливинский М.В., Островский Е.К. Накопление электростатического заряда при производстве сотового наполнителя из полимерной бумаги «NOMEX» // Авиационно-космическая техника и технология. – 2004. – № 2 (10). – С. 43-48.
6. Гайдачук А.В., Островский Е.К., Ткаченко Г.В., Сливинский В.И., Сливинский М.В. Исследование влияния электростатического заряда на смачивание полимерной бумаги связующим, предназначенным для пропитки сотового наполнителя // Отчёт по НИР, тема № 401–40/2004. Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – № госрег. 0106U003407. – 2006. – 31 с.
7. Гайдачук А.В., Островский Е.К., Сливинский М.В., Таран А.А. Математическое моделирование электростатических процессов на границе поляризованного диэлектрика // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2004. – Вып. 37 (2). – С. 7-16.
8. Гайдачук А.В., Сливинский М.В. Технологические дефекты сотовых конструкций из полимерных композиционных материалов // Авиационно-космическая техника и технология. – 2005. – № 4 (20). – С. 5-8.
9. Гайдачук А.В., Островский Е.К., Сливинский М.В. Исследование массопереноса компонентов связующего при изготовлении сотовых наполнителей из полимерной бумаги «NOMEX» // Авиационно-космическая техника и технология. – 2006. – № 4 (30). – С. 5-10.

Поступила в редакцию 7.06.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Я.С. Карпов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

УДК 658.512.4

М.С. МЕЛЬНИКОВ*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Украина*

СОЗДАНИЕ САПР ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ЗАГОТОВИТЕЛЬНО-ШТАМПОВОЧНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Рассмотрен вопрос автоматизации технологической подготовки производства на авиационном предприятии. Приведена схема системы проектирования ТП, алгоритм поиска ТП-аналога и алгоритм автоматизированного проектирования ТП для труб из материала Д16Т.

технологический процесс, технологическая подготовка производства, автоматизация, САПР, классификатор, заготовительно-штамповочное производство

Опыт, накопленный в нашей стране и за рубежом, показывает, что для систем автоматизированного проектирования технологической подготовки производства (САПР ТПП) необходимо создание комплексных систем в рамках конкретного производственного объединения, а также специализированных САПР для отдельных этапов проектирования технологического процесса (ТП) с учетом производственных возможностей всех отраслей промышленности, участвующих в создании новых технологических систем [1].

САПР ТПП позволяет автоматизировать следующие операции: анализ задания заказчика и разработку технологического задания (ТЗ) на проектирование ТП; разработку структуры технологического процесса с учетом возможностей концентрации операций; выбор структуры оборудования, обеспечивающей заданный коэффициент его технического использования; получение в результате проектирования необходимой технической документации.

Отдельные подсистемы интегрированной САПР ТПП, методически, информационно и программно объединенные в единую систему, позволяют определить основные характеристики, определяющие технологическую систему для изготовления заданной номенклатуры деталей с требуемыми точностью и производительностью. К ним относятся: структура

технологического процесса, инструментальное обеспечение технологической системы, состав транспортного, вспомогательного и контрольно-измерительного оборудования, структура ТПП и ее планировка на заданных площадях, логика управления ТПП, число основных и вспомогательных рабочих и их квалификация, технико-экономические показатели ТПП и др. [2].

Создание САПР ТП требует организации разветвленной базы данных, содержащей сведения о типовых технологических процессах обработки элементарных поверхностей, основном, транспортном и вспомогательном оборудовании, а также режущем и мерительном инструментах, типовых инструментальных наладках, средствах технологического оснащения (приспособлениях, наладках, устройствах), типовых компоновках участков заготовительно-штамповочного производства (ЗШП).

Для решения комплекса задач, связанных с проектированием ТПП, необходима разработка специализированных САПР следующего за САПР ТПП уровня иерархии: САПР новых технологических процессов, САПР специального инструмента, САПР инструментальных узлов и наладок, САПР систем управления [1].

Рассмотрим создание одной из таких САПР для заготовительно-штамповочного производства.

На рис. 1 показана схема разрабатываемой системы. Фундаментом систем автоматизированного

проектирования является банк данных для хранения исходной информации.

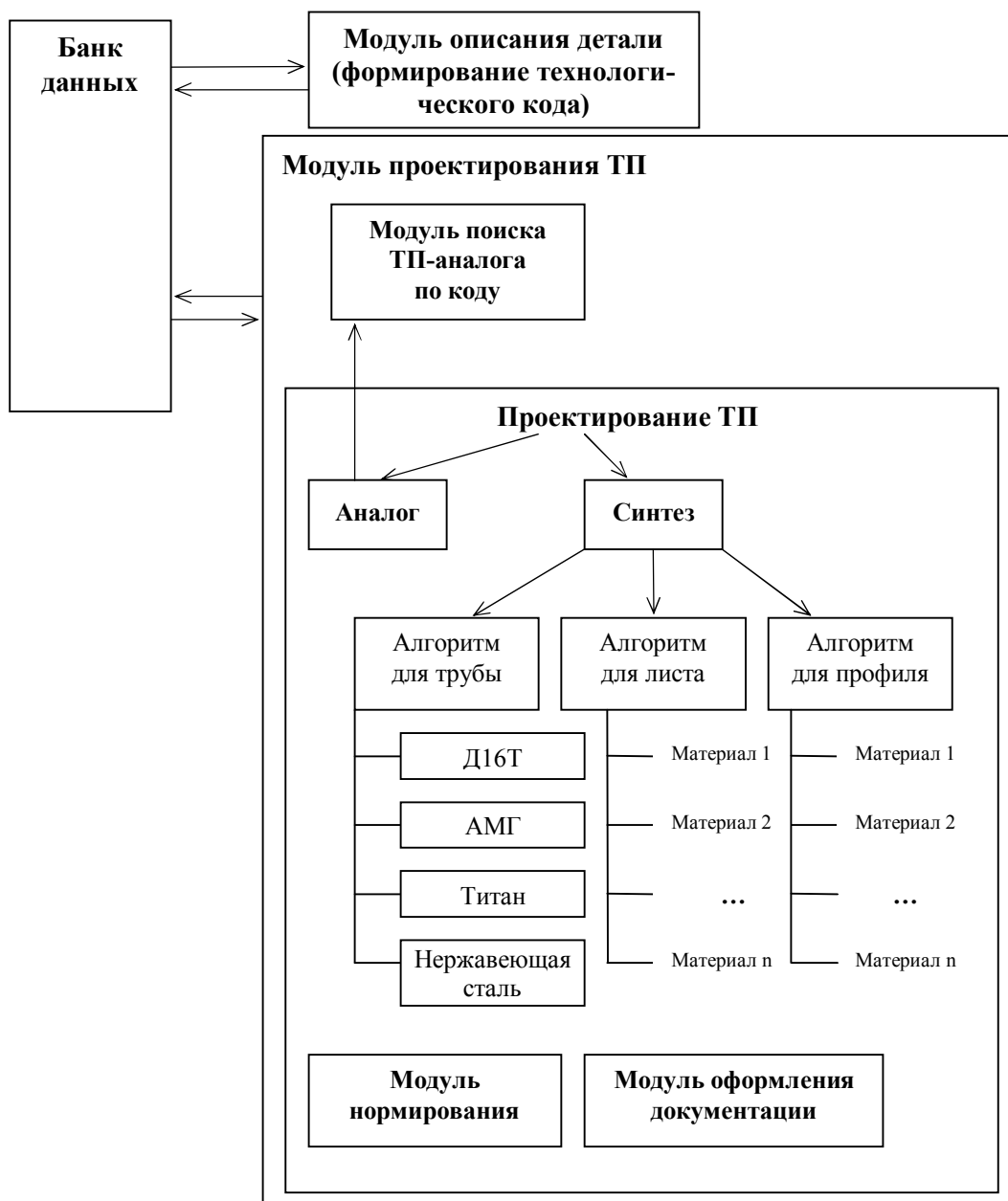


Рис. 1. Схема разрабатываемой технологической системы

Для его функционирования создается система управления, обеспечивающая работу с базами данных и связь между ними.

Модуль описания детали позволяет технологу ввести значения всех необходимых параметров детали из трубы. Введенная информация хранится в электронном виде в базе данных, вместо бумажной карточки. Некоторые из этих параметров автоматически используются в дальнейшем для формирова-

ния кода (табл. 1), который обеспечивает автоматизацию процесса проектирования ТП с минимальным участием человека. Таким образом, еще на этапе описания детали технологом системой формируются правила ее изготовления.

Проектирование технологических процессов может осуществляться двумя способами: с помощью поиска техпроцесса-аналога и с помощью синтеза решений системы и человека.

На рис. 2 изображена схема работы модуля поиска ТП-аналога.

Для поиска детали-аналога технологю требуется

только указать системе, какие параметры детали (знаки кода) должны совпасть (или не совпасть) у новой детали и детали-аналога.

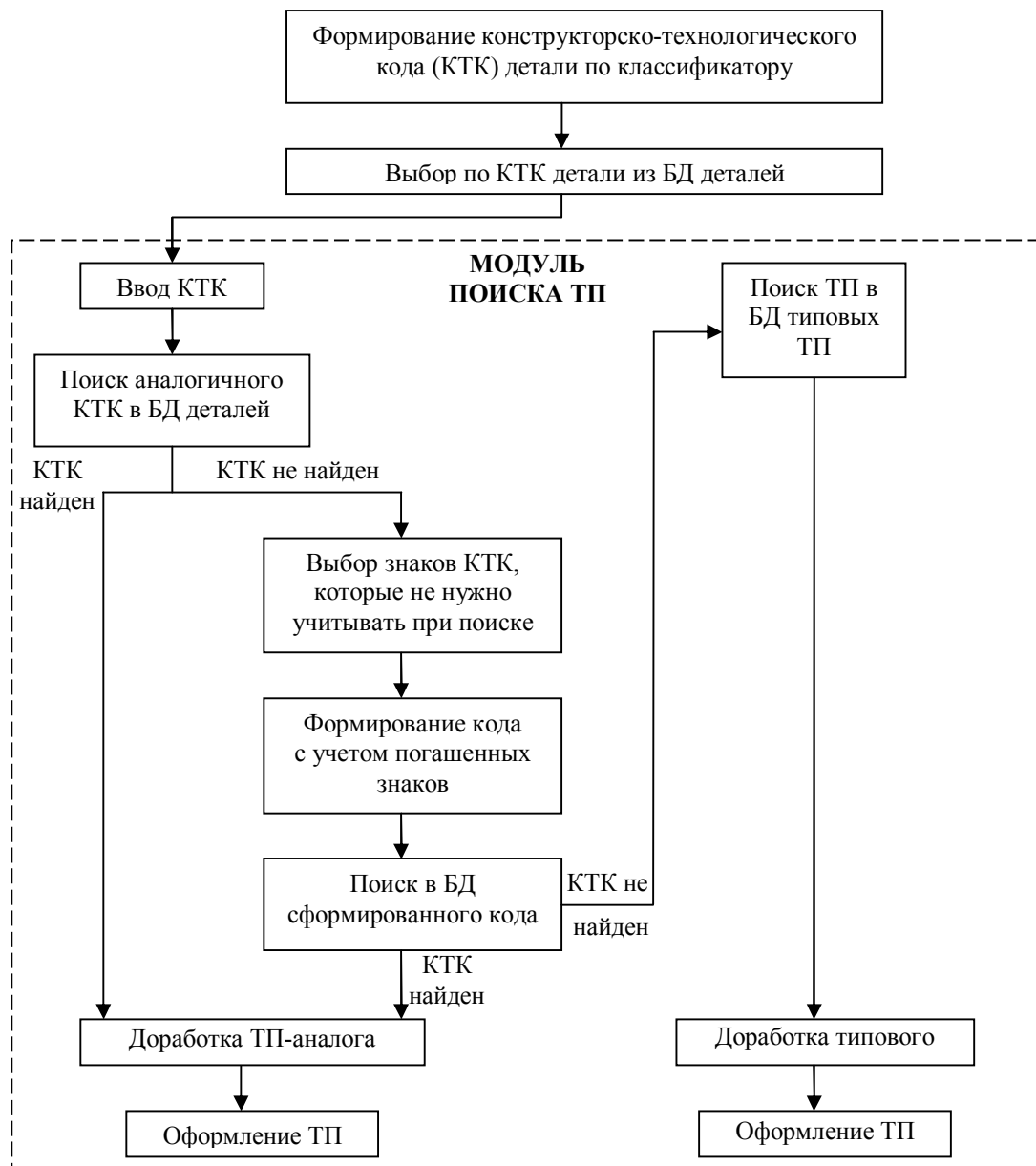


Рис. 2. Алгоритм работы модуля поиска ТП-аналога

Система самостоятельно формирует временный код с учетом выбранных знаков. Этот код служит ключом поиска в БД деталей. Если системе не удастся найти подходящее совпадение, то она предлагает повторить процедуру выбора другой комбинации параметров или перейти к поиску типовой детали и типовых технологических процессов [3].

На примере авиационного трубопровода рас-

смотрим алгоритмы проектирования ТП в автоматизированном режиме.

Основным параметром трубопровода, влияющим на алгоритм проектирования ТП, является материал, из которого он изготовлен. Были разработаны алгоритмы для следующих материалов: Д16Т, АМГ, титана и нержавеющей стали.

Рассмотрим пример алгоритма проектирования

ТП изготовления трубопровода из материала Д16Т.

В ходе разработки алгоритма были выявлены основные параметры, которые влияют на последова-

тельность проектирования трубопровода. Эти параметры представлены в табл. 1. В табл. 2 показаны возможные значения этих параметров.

Таблица 1

Параметры, влияющие на последовательность проектирования трубопровода

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Параметр	Материал	Длина	Тип	Формообр. концов	Особенность конструкции	Наполнитель	Хим. покрытие	Окраска	Контроль

Таблица 2

Значения параметров

Параметр	Значение	Код
Длина	$L > 40$ мм	0
	$L \leq 40$ мм	1
Тип трубы	прямая	0
	гнутая	1
Особенность конструкции	нет	0
	есть	1
Контроль	контроль (чертеж)	0
	контроль (шаблон)	1
	контроль усп	2
Наполнитель	нет	0
	легкоплавкий	1
	сыпучий	2
Формообразование концов	нет	0
	однотипные	1
	разные	2
Окраска	нет	0
	краска	1
	грунтовка	2

Характерной особенностью параметров трубопроводов является то, что многие из них можно классифицировать по тем или иным признакам. Поэтому большинство таблиц в базах данных основано на конструкторских и технологических классификаторах, что позволяет упорядочить информацию о параметре, обеспечить единство терминов и определений и т.д.

Как уже было сказано, параметры, представленные в табл. 1, в ходе выполнения алгоритма формируют цифровой код и позволяют системе самостоя-

тельно делать выбор, по какой ветке алгоритма ей следовать. На рис. 3 показан алгоритм автоматизированного проектирования трубопровода из материала Д16Т.

Подобные алгоритмы разрабатываются и для других видов деталей заготовительно-штамповочного производства: деталей из листа и профиля. Для этих деталей будут выбраны свои параметры, которые будут определять последовательность действий системы при проектировании технологического процесса.

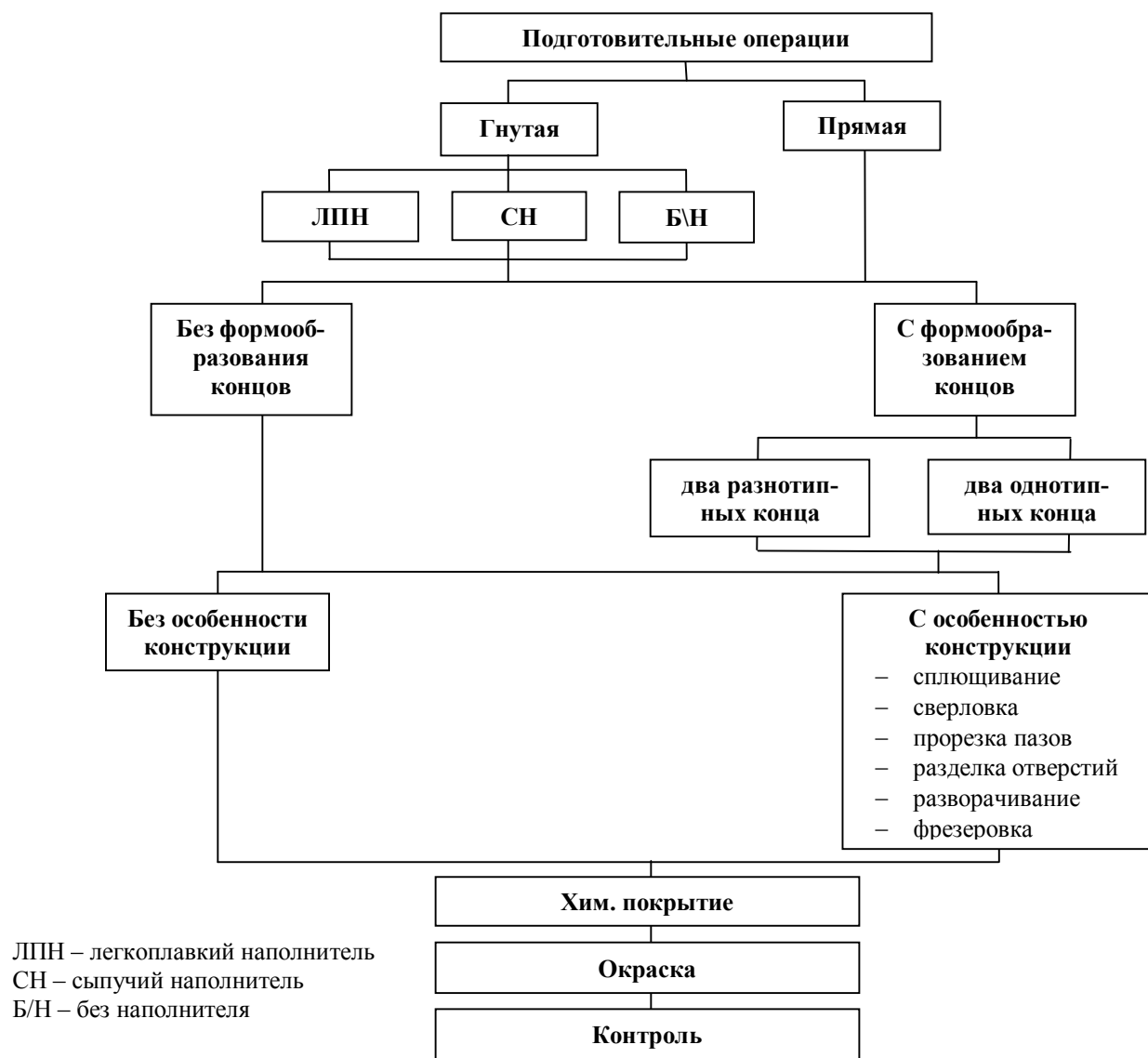


Рис. 3. Алгоритм автоматизированного проектирования ТП трубопровода из материала Д16Т

Литература

1. Автоматизированное проектирование и производство в машиностроении / Ю.М. Соломенцев, В.Г. Митрофанов, А.Ф. Прохоров и др. – М.: Машиностроение, 1986. – 256 с.
2. Автоматизация труда технолога-машиностроителя: Справочное пособие / В.Г. Слипченко, А.П. Гавриш и др. – К.: Техника, 1991. – 112 с.
3. Зайцев В.Е., Данченко В.Г., Мельников М.С. Автоматизация технологической подготовки про-

изводства в заготовительно-штамповочном производстве // Открытые информационные и компьютерные технологии: Сб. научн. тр. – Х.: Национальный аэрокосмический университет «ХАИ», 2006. – Вып. 32. – С. 101-104.

Поступила в редакцию 15.03.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.П. Божко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

УДК 629.735

Y. VOROBYOV, I. PECHENIZKIY, V. GARIN, Y. TSEGELNYK

National aerospace university «KhAI», Ukraine

NUMERICAL SIMULATION OF LAMINATED PLASTICS PULSE RIVETING PROCESS

The list of existent problems within the limits of considered process is brought; the aim and tasks to perform is described; the analysis and analytical model type, the geometrical, physics-mechanical, finite element and contact features of numerical model are viewed; specificity of equations system solution is brought; the part of first approximation results of process computation is shown.

Numerical simulation, laminated plastics, pulse riveting process, finite element method, implicit and explicit solutions, parametrical model, Mooney-Rivlin model, optimization

Problem definition

The mechanics of laminated plastics pulse riveting process in airframe manufacturing application is a complicated and not enough investigated phenomenon of general mounting and assembling technology. The research and further optimization of such interior process parameters via rare natural experiment involves severe difficulties like significant labour expenditures in preliminary and test works; significant financial, time and material expenditures. Hence combined natural [1] and numerical series of experiments assumes to be implemented.

Insufficiently studied aspect of considered technology is the determination of mutual geometrical, physical, mechanical and energy parameters influence which affects on quality of riveted joint [2, 3] (the quality of riveted joint hereafter means the conformity of obtained joint with certain geometrical limitation during simultaneous keeping of strength rates).

To realize a qualitative numerical section of planned experiment it is necessary to get entire parametrical model of dynamic nonlinear contact problem, which will allow to perform the automatic definition and analysis of sought response function.

Finite element method (FEM) (as one of the most accurate and reliable [4]) and method of statistical analysis assumed to be the base of numerical simulations.

Research aim and tasks to perform

The aim of research is the combined natural and numerical experiment determination of optimal process energy parameters in the view of required riveted joint quality ensuring.

To achieve the aim of experiment it is necessary to complete the following tasks: selection of analysis and analytical model type; creation of parametrical solid model; defining parametrical material properties, particularities of finite element (FE) properties and behaviour; creation of FE initial parametrical mesh, defining contact conditions; defining parametrical initial and boundary conditions; solution of initial equations system; variation of initial FE mesh parameters, determination of optimal values ensuring minimum expenditure of CP time and satisfactory convergence of obtained results; creation of post-processor procedures on the base of optimized FE mesh; implicit solution of optimized equations system in an adopted range of varied parameters of the technological process (TP); analysis of results, determination of TP optimal parameters ensuring high quality of riveted joint.

The numerical experiment schedule at present phase covers first six tasks and independent part of post-processing, which will reply to automatic rebuilding of model geometry, reassignment of properties, in-system variables and comparing numerical results with natural ones in preliminary defined checkpoints [3].

Research results

Selection of analysis and analytical model type. Because of geometrical and load symmetry of the process being investigated it is possible to decrease dimensionality of the numerical model using a quarter of the whole 3-D model with the regard at corresponding boundary conditions; 2-D model application is impossible because of the particularities of the composite material mechanical properties.

Components of the numerical model are the rivet, the washer, composite plate (2 items), polyurethane clamping device, tool (riveting set). The bucking bar was taken into account by means of application of the corresponding boundary conditions as reacting force in certain zone of the manufactured head.

The rivet and the washer are subjected to an elastic-plastic deformation. The composite plates and the polyurethane clamping device are subjected to an elastic deformation. The tool is considered as perfectly rigid body moving either with defined initial velocity or at fixed distance for certain period of time.

The ranges of the parameters variation which are mentioned in [3] have been expanded 1.5 times. Besides there was opportunity to modify the following additional parameters: rivet shank diameter and length; Pre-preg quantity and mechanical properties; tool initial conditions (velocity, displacement); material properties; washer and polyurethane clamping device inner and outer diameters; plates dimensions, rivet whole diameter. The range of the varied parameters was expanded and the quantity of such parameters was increased to create analytical model more multifunctional and valid for the wider range of the varied parameters than for the real test was realized.

Creation of parametrical solid model. The components of the numerical model may be represented by the following geometrical parameters (fig. 1). The rivet (position 1) is defined by shank diameter, total length, height of the manufactured head, fillet radius between the manufactured head and the shank of the rivet, fillet

radius near the end of the shank, bottom diameter of the manufactured head, diameter of the shank end. The washer (position 2) is defined by inner diameter, outer diameter, the height, chamfer angle and size of the chamfer. The tool (position 3) is defined by outer diameter, height, spherical dimple diameter, depth of dimple. Elastic washer (position 4) is defined by inner diameter, outer diameter and thickness. The upper composite plate (position 5) is defined by thickness, hole diameter, outer diameter, chamfer size and angle. The lower composite plate (position 6) is defined by thickness, hole diameter, outer diameter.

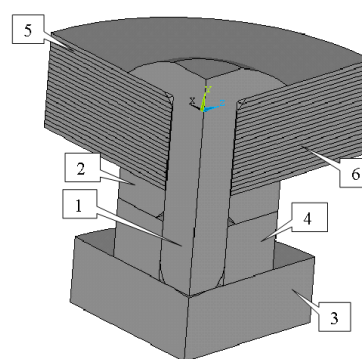


Fig. 1. Solid model of investigated objects: 1 – rivet; 2 – washer; 3 – tool; 4 – elastic washer; 5, 6 – upper and lower laminated plates respectively

Defining parametrical material properties, particularities of FE properties and behaviour. The solution of the dynamic problem of the deformed body needs consideration of the inertia forces. It may be done by means of transferring the magnitudes of density fields (tables 1–3) for every FE node in each component of numerical model into corresponding matrix [5]. The materials of all components are assumed to be isotropic excluding composite.

The behaviour of components (fig. 1, positions 1 and 2) material in numerical model being subjected to plastic deformation and is described by the law of bilinear isotropic strain hardening. The absolute values of the approved properties for material of BT-16 series are given below in table 1 [6].

Because of deforming tool (fig. 1, position 3) is assumed- to be the rigid body only the density matrix $[\rho_i]$

($\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$) is taken into account for defining the properties of the tool.

Behaviour of the elastic washer (fig. 1, positions 4) material – polyurethane CKY-7JI is described by isotropic superplasticity Mooney-Rivlin model [7]. The values of the model parameters are represented below in the table 2.

Behaviour of the composite plate material – Prepreg CE 1250-230-39 is described by anisotropic elastic formulation [5]. The properties of the material model are

represented in the table 3.

Discretization of the space is carried out by volumetrical 10-node FE adapted for meshing of irregular volumes. There is three degree of freedom at every node of each element – displacements in x, y, z directions. After solution of the corresponding equations system the set of the sought quantities is assigned to every node of FE. This set includes the principal stresses, stress intensity, equivalent stresses, strains X, Y, Z, XY, YZ, XZ; the principal strains, strain intensity, equivalent strains.

Table 1

Properties of the material BT-16

Poisson's ratio μ	Young's modulus E , Pa	Yielding limit σ_S , Pa	Yield constant H , Pa	Density ρ , kg/m^3
0,3	$1,1 \cdot 10^{11}$	$8,85 \cdot 10^8$	$1,16 \cdot 10^6$	4600

Table 2

Properties of the material CKY-7JI

Poisson's ratio μ	Young's modulus E , Pa	Material constant C_{01} , Pa	Material constant C_{10} , Pa	Density ρ , kg/m^3
0,499	$2,82 \cdot 10^6$	$1,38 \cdot 10^5$	$5,52 \cdot 10^5$	1259

Table 3

Properties of the material CE 1250-230-39

Lay-up monolayer angle, grade	Poisson's ratio μ			Young's modulus E , Pa			Shear modulus G , Pa			Density ρ , kg/m^3
	XY	YZ	XZ	X	Y	Z	XY	YZ	XZ	
0	0,31	0,04	0,04	75,9	3,9	3,9	0,9	0,9	0,9	1550
45	0,18	0,04	0,18	6,97	3,9	6,97	27,9	0,9	27,9	
-45	0,18	0,04	0,18	6,97	3,9	6,97	27,9	0,9	27,9	

Creation of FE initial parametrical mesh, defining contact conditions. The accuracy of the FEM analysis results depends on characteristic dimension and shape of the FE [5] so the parameters of final meshing of the object under consideration are determined on the base of estimation of the approximation error with the help of several tentative numerical experiments. Finally, approved degree of the object meshing mustn't exceed value for which error equals 5%. The parameters of initial Discretization of region under consideration are

represented in table 4.

Interaction of the contact surfaces of the components of the system under consideration, which are in the region of the existing or possible contact, is described by the following condition: normal contact loads both of the deformed and of deforming body are equal; there are shear stresses on contact surfaces according Coulomb mode [8].

The static and dynamic coefficients of friction for corresponding contact pair are represented in table 5.

Table 4

Discretization degree of volumetrical regions

Volume i / FE volume _i	V_1/ FE ₁	V_2/ FE ₂	V_3/ FE ₃	V_4/ FE ₄	V_5/ FE ₅	V_6/ FE ₆
Value	3700	1500	8500	9500	131500	130500

Table 5

Static and dynamic friction coefficients

Contacting components	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	2-4	2-6	3-4	5-6
Static friction c-t ν_{st}	0,3	0,25	0,4	0,25	0,25	0,4	0,25	0,4	0,25
Dynamic friction c-t ν_{dyn}	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01

Defining parametrical initial and boundary conditions. Using of the FE of the lower dimensionality for modelling implies certain requirements for boundary conditions in the nodes which are at YZ and XY planes respectively. Such requirements are: displacement and constraints in all directions except direction of the main load (ensuring symmetry relatively mentioned planes). For ensuring only the axial movement of the tool and for elimination of the deviation of the rivet axe from the axe of symmetry, the radial displacements and rotational constraints are applied on all nodes at Y-axis.

Deformation of the rivet, stack, washer and elastic washer may be realized in two way: a – by means of nodes displacements at lower end of the striker by a value corresponding to necessary strain rate of the rivet; b – initial velocities assignment to the nodes at lower end of the striker. Both methods are used in solution of the problem under consideration.

At initial moment the striker is fixed. The lower end of the rivet shank is based freely at it. The varying forces during the time reaction are applied at the upper end of the manufactured head which, they simulates interaction with bucking bar. The constraint at all degrees of freedom is assigned at the nodes in lower and upper plates.

The accuracy of the nonstationary process modelling depends on chosen time step. The magnitude of the time interval is chosen on the base of estimation of the relative integral error of time approximation [5]. The several tentative numerical experiments are realized for this purpose. Initially chosen time interval is $T_{cal}/20$,

where T_{cal} – calculated time of the impulse action ($T_{cal}=0,001$ s).

Solution of initial equations system. The solution of the initial system of the formed equations is realized in two stages. The first stage is realized by implicit solver for finding model response on dynamic loading; the second stage is elastic unloading realized by explicit solver. The parts of results are represented in fig. 2 and 3.

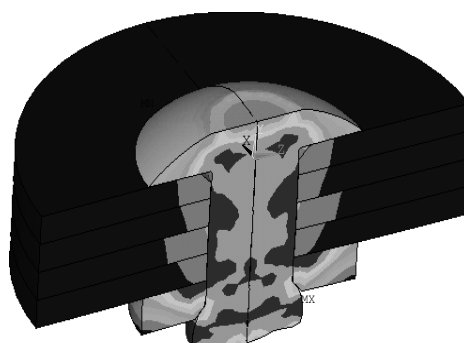


Fig. 2. Stress intensity distribution in the rivet after elastic unloading

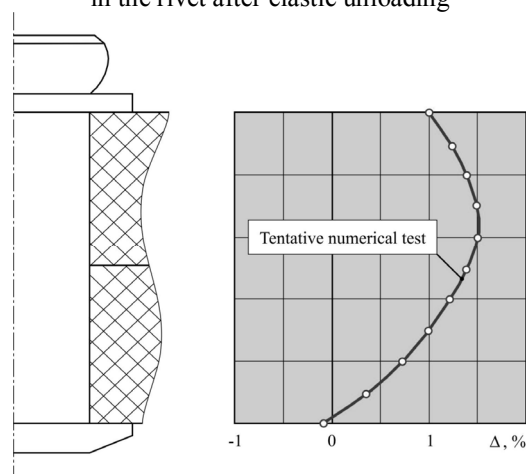


Fig. 3. Radial interference distribution along the rivet shank generatrix

Conclusions

Gained prior numerical model is the base for further development of its structure with the aim of complete verification procedures complex carrying out and establishing of strict analytical relations between investigating geometrical, physics-mechanics and energetic process parameters. The results, gained by prior numerical model even in present level of research, allows to make a conclusion about satisfaction of qualitative conformity with real natural experiment (Fig. 2) [3, 9, 10] of investigated parameters series.

However, the use of developed model at the present phase don't allow to realize the complete full-scale experiment as a result of absence of computer-time costs vs. accuracy of gained results function and incomplete work under complex verification of entire model.

Prospects of further research work

To complete full-scale experiment it is necessary to realize unsolved tasks from "Research aim and tasks to perform" section. In case of complete realization of these tasks, the gained results may become usable for achieving of following aims:

1) verification and optimization of process parameters with similar physics base but with different initial and boundary conditions;

2) optimization and determination of analytical relations between inner technological and design parameters of investigated technological process;

3) guidelines formulation to mechanization and automation of investigated process.

Bibliography

1. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высш. шк., 1990. – 400 с.

2. Чистяк В.Г. Исследование процесса, разработка и внедрение технологии пневмоимпульсной клепки самолетных конструкций высокоресурсными заклепками: Дис... канд. техн. наук. – Х., ХАИ, 1986. – 163 с.

3. Воробьев Ю.А. Разработка технологического процесса и инструмента импульсной клепки авиационных конструкций из углепластика: Дис...канд. техн. наук: 05.07.04. – Х., 2004. – 166 с.

4. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. – М.: Мир, 1986. – 318 с.

5. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.

6. Ильин А.А., Скворцова С.В., Овчинников А.В., Ручина Н.В. Влияние структуры сплава ВТ16 на его технологическую пластичность // Авиационная промышленность. – 2006. – № 3. – С. 43-49.

7. Tussman T., Bathe K-J. A Finite Element Formulation for Nonlinear Incompressible Elastic and Inelastic Analysis. – 385 p.

8. Джонсон К.С. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510 с.

9. Выполнение высокоресурсных заклепочных соединений в углепластике заклепками из титанового сплава: ТР 4115.10-86: Утв. НИАТ 01.09.86: Срок действия установлен с 01.09.86 / НИАТ. – М., 1986. – 23 с.

10. Лепетюха В.С. Исследование, разработка и внедрение технологии клепки импульсными пневмогидравлическими молотками при сборке самолетных конструкций. Дис...канд. техн. наук. – Х., ХАИ, 1976. – 176 с.

Поступила в редакцию 7.05.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ф.В. Новиков, Харьковский национальный экономический университет, Харьков.

УДК 621.9.047.7.785.5

Е.А. ФРОЛОВ¹, А.Л. КОМАРОВА², Л.Г. МАРТЫНЕНКО³¹ *Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского „ХАИ”, Украина*² *Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, Украина*³ *Харьковский торгово-экономический институт**Киевского национального торгово-экономического университета, Украина*

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ПАРОТЕРМИЧЕСКОГО ОКСИДИРОВАНИЯ

Разработан технологический процесс, который позволяет наносить оксидные покрытия на различные изделия из железоуглеродистых сплавов в среде перегретого пара с наложением электрического поля. Определены оптимальные параметры технологического процесса.

технологический процесс, оксидные покрытия, паротермическое оксидирование, электрическое поле, триботехнические свойства, среда перегретого пара

Введение

В настоящее время для улучшения триботехнических свойств изделий аэрокосмической отрасли и транспортного машиностроения широкое применение в производстве нашло паротермическое оксидирование. Это объясняется тем, что среда чистого перегретого пара обладает рядом преимуществ: безвредность; невысокая стоимость; доступность и низкое парциальное давление кислорода.

Паротермическое оксидирование применяется для повышения износостойкости пар трения, повышения стойкости режущего инструмента, сопротивления коррозии, получения электроизоляционных покрытий и др. [1].

Основными параметрами технологического процесса паротермического оксидирования является температура процесса и его продолжительность.

Практика обработки деталей в среде пара показывает, что на структуру покрытий помимо температуры, длительности процесса, существенное влияние оказывают условия нагрева и охлаждения. В этой связи выбору параметров технологического процесса паротермического оксидирования и установлению оптимального соотношения между харак-

тером структуры и уровнем свойств уделяется серьезное внимание. Неправильное проведение обработки может служить причиной получения некачественного покрытия.

Формулирование проблемы

Анализ последних исследований и достижений.

Анализ работ, посвященных исследованию термической обработки изделий в атмосфере перегретого водного пара, показывает, что износостойкость оксидных пленок улучшается, когда они содержат небольшое количества гематита, обладают способностью впитывать смазку и имеют толщину порядка 5 – 10 мкм [2]. Пленки, обладающие такими свойствами, получают парооксидированием при температуре близкой 600 °С. Следовательно, парооксидирование позволяет получать защитные покрытия с высокими триботехническими свойствами на изделиях, которые подвергаются термической обработке: закалке и высокому отпуску. Сформировать защитную пленку, обладающую высокой износостойкостью, на изделиях, которые подвергаются среднему и низкому отпуску, при помощи паротермического оксидирования не представляется возможным.

Как показывает анализ механизма окисления железоуглеродистых сплавов, это обусловлено тем, что при температурах среднего и низкого отпуска при паротермическом оксидировании образуются пленки толщиной менее 1 мкм.

С физической точки зрения, при низких температурах атомы насыщающей среды и металла, на котором образуется оксидный слой, обладают низким уровнем тепловой энергии.

$$W = \frac{3}{2} kT, \quad (1)$$

где k – постоянная Больцмана; T – температура.

При низких энергиях атомов физико-химические процессы, происходящие на границе металл-насыщающая среда и обеспечивающие образование оксидного слоя, замедляются. Образование востита невозможно при тепловой энергии соответствующей температуре ниже 575 °С.

Анализ существующих методов нанесения оксидных пленок показывает, что необходим поиск средств для интенсификации процесса паротермического оксидирования.

Повысить энергию атомов и молекул насыщающей среды и оксида без повышения температуры обрабатываемого изделия возможно, например, при помощи электромагнитного поля.

При паротермическом оксидировании обработка изделий происходит в перегретом паре под избыточным атмосферным давлением. При таких давлениях перевод перегретого пара в состояние плазмы при помощи электрического поля является невыполнимой технической задачей.

Следовательно, используемые в известных методах способы интенсификации процесса поверхностной обработки изделий с помощью электрического поля при парооксидировании неприменимы.

Анализ известных методов поверхностной обработки изделий при помощи электрического поля показывает, что электрическое поле неоднозначно влияет на формирование оксидных пленок. В одних случаях электрическое поле интенсифицирует обра-

зование оксидных пленок, в других – замедляет, и даже может разрушить поверхность покрытия [5]. Этот факт указывает на то, что для различных насыщающих сред, их физического состояния, геометрии поверхности изделия существуют свои оптимальные параметры электрического поля, обеспечивающие интенсификацию процесса образования покрытия.

Чтобы определить оптимальные параметры процесса обработки изделий из железоуглеродистых сплавов при паротермическом оксидировании с наложением электрического поля, необходимо исследовать влияние электрического поля на формирование оксидной пленки в широком диапазоне напряженностей [3].

Для решения поставленных задач необходима разработка технологического процесса паротермического оксидирования с наложением электрического поля.

Постановка задачи. Целью данной работы является разработка технологического процесса нанесения покрытий на железоуглеродистые сплавы в среде перегретого пара с наложением электрического поля и определение его оптимальных параметров.

Решение проблемы

Выбор оптимальных параметров. Процесс нанесения покрытий на поверхность железоуглеродистых сплавов при паротермическом оксидировании зависит от температуры, времени обработки, напряженности электрического поля и полярности потенциала поданного на изделие.

Результаты проведенных исследований позволяют выбрать оптимальные значения этих параметров.

Выбор температурного режима обработки образцов определяется большим количеством исходных требований: необходимым фазовым составом оксидного покрытия, температурой термической обработки изделия, необходимой толщиной защитного покрытия, временем обработки изделия. Если изделие подвергалось ТО: закалке и среднетемпературному отпуску, то с применением электрического

поля при температуре 450 °С и одному часу обработки, толщина защитной пленки будет 5 мкм.

Выбор оптимального напряжения обусловлен целым рядом факторов:

а) пробивным значением напряженности электрического поля в насыщающей среде;

б) условием существенного влияния электрического поля на физико-химические процессы, происходящие при формировании покрытия;

в) необходимой скоростью покрытия.

Проведенные исследования показывают, что электрическое поле начинает оказывать существенное влияние на физико-химические процессы, происходящие при формировании покрытий, при значении напряженности электрического поля больше, чем 10^6 В/м.

Следовательно, значение напряженности электрического поля, равное $2 \cdot 10^6$ В/м удовлетворяет всем необходимым условиям и является оптимальным.

Ограничившись толщиной покрытия в 5 мкм (при этой толщине защитного покрытия слои гематита и магнетита будут практически такими же, как и в защитном покрытии, полученном при 600 °С без электрического поля), находим время обработки изделия равным 60 мин.

Разработка технологического процесса. Технологический процесс должен включать:

- подготовку изделия;
- обработку и проверку качества покрытия.

При подготовке изделия к обработке его необходимо измерить с целью выявления коробления и равномерности нанесения поверхностного слоя в процессе обработки.

Электро-химико-термическая обработка изделия включает следующие операции:

- * прогрев печи;
- * загрузка изделия и герметизация реторты;
- * подача напряжения на изделие;
- * продувка реторты;
- * выход установки на рабочий режим;

* обработка изделия перегретым паром и электрическим полем;

* охлаждение реторты с изделием;

* отключение напряжения от изделия;

* выгрузка изделия.

Обработку проводили на разработанной установке, изготовленной на базе шахтной печи СШП 5,7,5/6 [4].

Контроль температуры обеспечивался с помощью электронного потенциометра. Источником напряжения служил высоковольтный выпрямитель, позволяющий плавно изменять напряжение от 0 до 15 кВ, при токе в электрической цепи не более 100 мА. Источником перегретого пара служила вода, поступающая из емкости через парообразователь в реторту.

Для печи СШП 5,7,5/6 прогрев до температуры 330 °С длится 35 минут. На загрузку деталей и герметизацию реторты, как показали испытания, необходимо 10 минут, учитывая производительность труда рабочих.

После загрузки необходимо подать на детали напряжение с положительным потенциалом и из рабочего пространства реторты вытеснить воздух, так как в присутствии воздуха, при дальнейшем нагреве деталей, на их поверхности будут образовываться нежелательные окислы. Для вытеснения воздуха в рабочее пространство реторты необходимо подавать пар в течение 10 минут.

Учитывая мощность нагревательных элементов печи, выход установки на рабочий режим 450 °С длится 20 минут.

Обработка перегретым водным паром при температуре 450 °С осуществляется в течение 1 часа. После этого необходимо произвести охлаждение печи от 450 до 330 °С, отключить подачу пара и напряжение, выгрузить детали и охладить на воздухе.

Исследуемые образцы были обработаны по технологическому процессу, графически представленному на рис. 1.

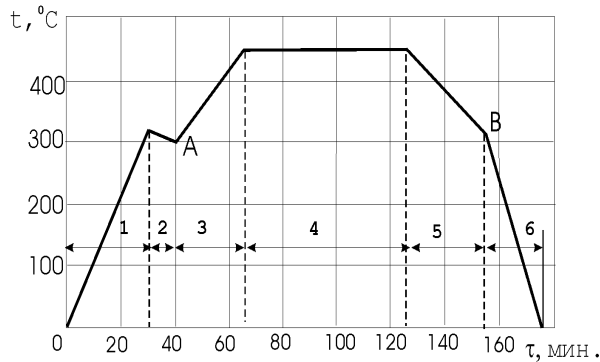


Рис. 1. Схема технологического процесса паротермического оксидирования:

- 1 – прогрев печи;
- 2 – прогрев изделия на воздухе;
- 3 – прогрев изделия в паровоздушной смеси;
- 4 – выход на рабочий режим;
- 5 – обработка в рабочем режиме;
- 6 – охлаждение;
- 7 – охлаждение на воздухе либо в масле;
- А – загрузка изделия;
- В – подача перегретого водного пара;
- С – прекращение подачи водного пара

Результаты испытаний. Для выявления эффективности применения новой технологии были проведены сравнительные испытания защитных покрытий на триботехнические свойства (износостойкость, задиростойкость, прирабатываемость, коэффициент трения). На образцы наносились защитные покрытия по разработанной технологии и технологии чистого пареокидирования. Образцы изготавливались из стали 45.

Сравнительный анализ приведенных результатов исследования показывает, что обработка изделий в атмосфере перегретого пара воды и электрического поля при температуре 450 °С приводит практически к таким же износостойким результатам, как и обработка обычным пареокидированием при температуре 600 °С.

Следовательно, разработанная технология обработки изделий из железоуглеродистых сплавов в атмосфере перегретого водного пара и электрического поля позволяет создавать защитные покрытия на изделиях, которые проходят предварительную термическую обработку: закалку и средний отпуск.

Заключение

Разработан технологический процесс, позволяющий наносить оксидные покрытия на различные изделия из железоуглеродистых сплавов в среде перегретого пара с наложением электрического поля.

Определены оптимальные параметры технологического процесса. Напряженность электрического поля $2 \cdot 10^6$ В/м, время выдержки 1 час, температура 450 °С.

Установлено влияние электрического поля, применяемого при паротермическом оксидировании изделий из железоуглеродистых сплавов, на триботехнические характеристики оксидных пленок.

Литература

1. Гладкова Е.Н. Теоретические основы и технология паротермического оксидирования. – Саратов: СГУ, 1973. – 103 с.
2. Тимофеева Л.А. Наукові та практичні основи екологічно чистої хіміко-термічної обробки залізовуглецевих сплавів із застосуванням водних розчинів солей: Автореф. д-р техн. наук. – К., 1992. – 29 с.
3. Тимофеева Л.А., Комарова А.Л. Управление и интенсификация процессов ХТО с применением электрического поля // Збірник наукових праць УкрДАЗТ. – Х.: УкрДАЗТ, 2004. – Вип. 61. – С. 63-70.
4. Тимофеева Л.А., Солнцев Л.О., Комарова Г.Л., Мартиненко Л.Г. Спосіб нанесення поверхневого шару на вироби з металів та пристрій для його здійснення. Пат. № 25737А от 30.10.98, Україна.
5. Бабад-Захряпин А.А., Кузнецов Г.Д. Химико-термическая обработка в тлеющем разряде. – М.: Атомиздат, 1975. – 175 с.

Поступила в редакцию 29.05.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Е.Б. Кондусова, Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, Харьков.

УДК 532.526

Ю.А. КРАШАНИЦА, F.A. SHALAL*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛЕСНОГО ПРОФИЛЯ
ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА В ВЯЗКОЙ СРЕДЕ**

На базе обобщенных потенциалов для дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, соответствующих законам движения сплошных сред, и оригинального аппарата векторно-тензорного анализа показана однозначная разрешимость начально-краевой задачи формирования кинематических и динамических характеристик при обтекании телесного профиля нестационарным потоком вязкой несжимаемой жидкости в многосвязной области.

законы сохранения, система уравнений Озеена, начально-краевая задача, интегральные представления решений, системы интегральных уравнений, завихренность, давление

Введение

Теория крыла в нестационарном потоке – раздел гидродинамики, занимающийся исследованием взаимодействия колеблющегося или движущегося с ускорением крыла с потоком жидкости или газа.

Эта проблема важна при решении широкого комплекса задач аэроупругости, устойчивости и управляемости летательных аппаратов, особенно на режимах взлета – посадки. До настоящего времени не построено точное решение даже плоской задачи о неустановившемся движении крыла с поверхностью разрыва скоростей, сходящей с задней кромки. Задача о точном решении наталкивается на весьма большие математические трудности. По-видимому, эти разрывные неустановившиеся движения жидкости или газа имеют весьма причудливую и вместе с тем мало устойчивую форму, описываемую с помощью сложных функциональных зависимостей.

Изучение неустановившихся движений актуально для различных практических вопросов, так как часто именно в самом неустановившемся характере явления заключается его сущность [1, 2]. Изучение нестационарных движений необходимо для установления методов расчета вибраций крыльев летательных аппаратов – явления, встречающегося на

практике и представляющего большую опасность при полетах.

Наиболее достоверной и апробированной из существующих математических моделей движения сплошной среды является краевая задача для системы дифференциальных уравнений в частных производных Навье-Стокса.

Однако в настоящее время наиболее перспективной представляется интегрированная компьютерная технология, основанная на идеологии метода граничных интегральных уравнений. Этот метод позволяет сводить краевые задачи для уравнений в частных производных на многообразия меньшей размерности и является одним из классических методов исследования и решения краевых задач математической физики. Он находит широкое применение при построении математических моделей явлений, при доказательстве вопросов существования и единственности решений задач, а также является теоретической основой разработки алгоритмов их численного исследования. Наиболее эффективным методом оказался в случаях внутренних и внешних задач для неограниченных областей с компактными внутренними границами, и позволяет непосредственно определять распределенные аэрогидродинамические характеристики несущих систем, движущихся

щихся также и вблизи поверхности раздела.

Сведение краевой или начально-краевой задачи к интегральному уравнению или к адекватной системе интегральных уравнений позволяет:

- понизить размерность задачи и рассматривать более сложные классы задач, чем те, которые решаются другими методами;

- сразу определять неизвестные величины на границах, не вычисляя их во всем пространстве движения; решения во внутренних точках области иногда находятся интегрированием;

- некоторые гидродинамические нелинейные задачи для дифференциальных уравнений или систем дифференциальных уравнений привести к системе линейных граничных интегральных уравнений относительно неизвестных краевых значений разрываемых параметров задачи или функций от них.

Все это является безусловными преимуществами метода граничных интегральных уравнений перед конечно-разностными методами и методом конечных элементов. Именно поэтому этот метод с успехом используется для решения сложных инженерных задач – плоских и пространственных, стационарных и неустойчивых. Наконец, течения вязкой жидкости, описываемые уравнениями Навье-Стокса, приводят в большинстве случаев формально к корректным краевым задачам, и решения этих задач являются функциями бесконечно дифференцируемыми.

Актуальность рассматриваемых вопросов определяется тем, что, несмотря на рост парка ЭВМ и увеличение их производительности, сложность и объем задач, выдвигаемых практикой, опережают прогресс в развитии вычислительной техники. Следовательно, возрастают требования, предъявляемые к вычислительным алгоритмам, и, прежде всего, к их экономичности, универсальности и точности. Чтобы найти приемлемый компромисс между этими зачастую противоречивыми требованиями, необходимо рассмотреть некоторые подходы к вопросам

конструирования вычислительных алгоритмов.

Таким образом, значительный практический и теоретический интерес вызывает решение задачи обтекания телесного профиля в ограниченном потоке, включая исследование процесса формирования вихревых структур и явления отрыва потока на начальной стадии движения.

Основные уравнения

При отсутствии процессов тепло- и массообмена, внутренних моментов математической моделью широкого круга задач аэродинамики является известная [3] система законов сохранения:

– массы

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\nabla, \rho \mathbf{V}) = 0, \quad (1)$$

– импульса

$$\frac{\partial \rho \mathbf{V}}{\partial t} + (\nabla, (\mathbf{V} * \rho \mathbf{V})) = \rho \mathbf{F} + (\nabla, \hat{\mathbf{T}}), \quad (2)$$

где символом «*» обозначена диада, $\mathbf{F}$ – вектор плотности массовых сил, тензор напряжений

$$\hat{\mathbf{T}} = \hat{\mathbf{I}}(-p + \lambda(\nabla, \mathbf{V})) + \mu(\nabla \mathbf{V} + \nabla' \mathbf{V}), \quad (3)$$

причем тензор

$$\nabla' \mathbf{V} = \begin{vmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{vmatrix}$$

является сопряженным тензору

$$\nabla \mathbf{V} = \begin{vmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial y} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} & \frac{\partial v_y}{\partial z} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{vmatrix},$$

а

$$\lambda = \lambda(p, T); \quad \mu = \mu(p, T) \quad (4)$$

и $\hat{\mathbf{I}}$ – единичный тензор.

Неустановившееся движение вязкой, несжимаемой, нетеплопроводной жидкости

В этом случае уравнение сохранения энергии удовлетворяется, а при отсутствии поля массовых сил $\mathbf{F} = 0$ система (1, 2) приобретает вид

$$(\nabla, \mathbf{V}) = 0, \quad (5)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho (\nabla, (\mathbf{V} * \mathbf{V})) = -\nabla p + \mu \Delta \mathbf{V}, \quad (6)$$

при выполнении естественных граничных

$$\mathbf{V}|_S = \mathbf{U}_S(\mathbf{r}, t) \quad (7)$$

и начальных условий

$$\mathbf{V}|_{t=0} = \mathbf{U}_0(\mathbf{r}). \quad (8)$$

Постановка задачи. Из векторного анализа известно, что для консервативного, в силу (5), вектора скорости $\mathbf{V}$:

$$\Delta \mathbf{V} = (\nabla, \nabla \mathbf{V}) = \nabla (\nabla, \mathbf{V}) - [\nabla, [\nabla, \mathbf{V}]] = -[\nabla, \boldsymbol{\Omega}],$$

а в силу незначительности скоростей на начальной стадии движения инерционные слагаемые в уравнении (6), $(\mathbf{V}, \nabla) \mathbf{V} \approx 0$, что ни в коей мере не ограничивает развития завихренности течения.

Таким образом, система уравнений (5 – 6) принимает следующий вид:

$$(\nabla, \mathbf{V}) = 0;$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{p}{\rho} \right) + \nu [\nabla, \boldsymbol{\Omega}] = 0. \quad (9)$$

Причем на границе раздела и неподвижном профиле скорость течения равна нулю, на границах же движущегося профиля и контрольного объема – скорость – заданный вектор координат и времени. Кроме этого, в некоторый начальный момент времени движение отсутствует.

Применяя операцию ротации к уравнению (9), имеем

$$\frac{\partial \boldsymbol{\Omega}}{\partial t} + \nu [\nabla, [\nabla, \boldsymbol{\Omega}]] = 0, \quad (10)$$

а в силу опять же консервативности вектора $\boldsymbol{\Omega}$ по

определению, окончательная математическая модель задачи выглядит следующим образом:

$$\Delta p = 0; \quad (11)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\Omega}}{\partial t} - \nu \Delta \boldsymbol{\Omega} = 0. \quad (12)$$

Причем, можно считать, что на входных границах контрольного объема известны как давление p , так и завихренность $\boldsymbol{\Omega}$.

Возникновение набегающего потока. Пусть вязкая жидкость заполняет всё пространство внутри контрольного объема между двумя неподвижными горизонтальными плоскостями, находящимися на расстоянии $2h$ друг от друга (рис. 1).

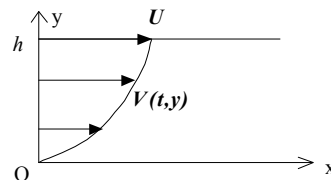


Рис. 1. Профиль поля скоростей невозмущенного потока

Пренебрегая действием силы тяжести, найдём решение системы уравнений (5, 6) при изменении со временем движения жидкости между плоскостями, если

$$\mathbf{V} = i e^{\nu t} U(y), \quad p = e^{\nu t} P. \quad (13)$$

При этом использован вытекающий из уравнения неразрывности факт, что в данном случае U не зависит от x и (5) выполняется автоматически. Тогда система уравнений движения вязкой жидкости (6) будет иметь вид:

$$\left\{ \frac{d^2 U}{dy^2} - U(y) = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x}; \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \right. \quad (14)$$

при выполнении граничных условий:

$$U(0) = U(2h) = 0. \quad (15)$$

Таким образом, задача сводится к интегрированию уравнения (14) при условиях (15), где необходимо учесть, что, в силу второго уравнения системы (14), первое уравнение этой системы имеет постоян-

ную правую часть $\frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x}$. Решение такой задачи

можно найти элементарными методами:

$$U(y) = C_1 chy + C_2 shy - \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x},$$

где произвольные постоянные определяются граничными условиями (15):

$$C_1 = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x}; C_2 = -\frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} thh,$$

и общее решение задачи (14 – 15) записывается в виде

$$U(y) = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} (chy - thhshy - 1). \quad (16)$$

Формула (16) с учетом представлений (13) и даёт закон течения жидкости в контрольном объеме вблизи неподвижной плоской границы $0 < y < h$.

Очевидно, что скалярная завихренность течения (13, 16) определяется выражением

$$\Omega(y) = e^{vt} \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} (thhchy - shy), \quad (17)$$

а максимальная скорость

$$U(y) = -\frac{2}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x} \left(\frac{sh^2 \frac{h}{2}}{chh} \right) \quad (18)$$

и достигается при $y = h$ при $\frac{\Delta P}{\Delta x} < 0$.

Интегральное представление решения задачи о движении профиля вблизи поверхности раздела

Фундаментальные решения. Очевидно, что решения уравнений (5) и (9) целесообразно искать в классах функций

$$\mathbf{V}(r, t) = e^{vt} \bar{\mathbf{V}}(r), \frac{p}{\rho}(r, t) = e^{vt} \frac{\bar{p}}{\rho}(r), \Omega(r, t) = e^{vt} \bar{\Omega}(r). \quad (19)$$

Тогда

$$v\mathbf{V} + \nabla \left(\frac{p}{\rho} \right) + v[\nabla, \Omega] = 0, \quad (20)$$

$$\Delta \left(\frac{p}{\mu} \right) = 0, \quad (21)$$

и

$$\Delta \Omega - \Omega = 0. \quad (22)$$

Здесь следует отметить, что если для уравнения Лапласа (21) элементарное (фундаментальное) решение для пространств любой размерности широко известно и хорошо изучено, к уравнению Клейна-Гордона (22) это относится в меньшей степени.

Действительно, найдем решение этого уравнения в полярной системе координат, зависящее только от расстояния, с учетом того, что в плоском случае $\Omega = k\Omega$:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right) - \Omega = 0, \quad (23)$$

что приводит к уравнению Бесселя нулевого порядка

$$L^*(\Omega) \equiv r^2 \frac{d^2 \Omega}{dr^2} + r \frac{d\Omega}{dr} - r^2 \Omega = 0, \quad (24)$$

решение которого имеет вид [4]:

$$\phi(r) = \frac{1}{2\pi} \int_1^\infty \frac{e^{-r\xi} d\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}}, \quad (25)$$

где $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$.

В самом деле, имеем

$$\begin{aligned} L^*(\phi) &= \int_1^\infty \frac{e^{-r\xi}}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \left(\xi^2 - \frac{\xi}{r} - 1 \right) d\xi = \\ &= \int_1^\infty e^{-r\xi} \sqrt{\xi^2 - 1} d\xi - \int_1^\infty \frac{e^{-r\xi} \xi}{r \sqrt{\xi^2 - 1}} d\xi. \end{aligned}$$

Интегрируя по частям последний из интегралов правой части этого равенства, убеждаемся, что функция $\phi(r)$ удовлетворяет уравнению (24). Полагая $r\xi = \eta$, имеем

$$\begin{aligned} \phi(r) &= \int_r^\infty \frac{e^{-\eta}}{\sqrt{\eta^2 - r^2}} d\eta = \int_r^A \frac{d\eta}{\sqrt{\eta^2 - r^2}} + \\ &+ \int_r^A \frac{e^{-\eta} - 1}{\sqrt{\eta^2 - r^2}} d\eta + \int_A^\infty \frac{e^{-\eta}}{\sqrt{\eta^2 - r^2}} d\eta, \end{aligned}$$

где A – некоторая постоянная. При $r \rightarrow 0$ два последних интеграла правой части этого равенства ограничены, а для первого из интегралов имеем следующее выражение:

$$\ln\left(\eta + \sqrt{\eta^2 + r^2}\right)\Big|_r^A = \ln \frac{A + \sqrt{A^2 + r^2}}{r} = \ln \frac{1}{r} + \dots,$$

где точками обозначены величины, остающиеся ограниченными при $r \rightarrow 0$. Следовательно, $\phi(r)$ при $r = 0$ действительно имеет логарифмическую особенность. Укажем еще поведение функции $\phi(r)$ при $r \rightarrow \infty$. Полагая в равенстве (25)

$$r(\xi - 1) = \eta^2, \quad \xi = 1 + \frac{\eta^2}{r}, \quad \text{получаем}$$

$$\begin{aligned} \phi(r) &= \int_0^\infty \frac{e^{-\eta^2 - r}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\eta^2}{r}\right) - 1}} \frac{2\eta}{r} d\eta = \\ &= e^{-r} \sqrt{\frac{2}{r}} \int_0^\infty \frac{e^{-\eta^2}}{\sqrt{1 + \frac{\eta^2}{2r}}} d\eta = e^{-r} \sqrt{\frac{2}{r}} \left[\int_0^\infty e^{-\eta^2} d\eta + \varepsilon \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right], \end{aligned}$$

и, следовательно, при $r \rightarrow \infty$:

$$\phi(r) = e^{-r} \sqrt{\frac{\pi}{2r}} (1 + \varepsilon), \quad (26)$$

где ε – величина, стремящаяся к нулю при $r \rightarrow \infty$.

Таким образом, показано, что функция $\phi(r)$ (25) в применении к уравнению (22) играет точно такую же роль, как и функция единичного источника $\frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r}$ в применении к двумерному уравнению Лапласа. Поэтому функцию (25) можно назвать функцией единичного источника в точке z_0 для уравнения (22).

Интегральное представление решений системы уравнений (21 – 22). Классическая теория потенциала [4] позволяет выписать интегральные представления решений как уравнения Лапласа (21), так и уравнения Клейна-Гордона (22):

$$p = \frac{1}{2\pi} \oint_L \left(\ln r \frac{\partial p}{\partial n} - p \frac{\partial \ln r}{\partial n} \right) dl; \quad (27)$$

$$\Omega(\mathbf{r}) = \oint_L \left(\phi(\mathbf{r}, \rho) \frac{\partial \Omega(\rho)}{\partial n} - \Omega(\rho) \frac{\partial \phi(\mathbf{r}, \rho)}{\partial n} \right) d\rho l, \quad (28)$$

где фундаментальное решение уравнения (22) модифицированная функция Бесселя нулевого порядка

$$\phi(r) = \frac{1}{2\pi} \int_1^\infty \frac{e^{-r\xi} d\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}}.$$

В представлении (27):

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial n} &= (\mathbf{n}, \nabla p) = (\mathbf{n}, \{-\mu \mathbf{V} - \mu [\nabla, \Omega]\}) = \\ &= -\mu V_n - \mu (\mathbf{n}, [\nabla, \Omega]), \end{aligned}$$

и поэтому окончательно

$$\begin{aligned} p &= -\frac{1}{2\pi} \oint_L (\mu \ln r V_n - \\ &- \mu ([\mathbf{n}, \nabla (\ln r)], \Omega) + p \frac{\partial \ln r}{\partial n}) dl. \end{aligned} \quad (29)$$

В аналогичной ситуации с представлением (28), когда $\mu [\nabla, \Omega] = -\mu \mathbf{V} - \nabla p$, известно [5], что

$$\begin{aligned} [\mathbf{n}, [\nabla, \Omega]] &= (\mathbf{n}, \tilde{\nabla} \Omega) - (\mathbf{n}, \nabla \Omega) = \\ &= (\mathbf{n}, [\nabla [\mathbf{I}, \Omega]]) + \mathbf{n}(\nabla, \Omega) - (\mathbf{n}, \nabla \Omega), \end{aligned}$$

поэтому

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial n} &= (\mathbf{n}, \nabla \Omega) = (\mathbf{n}, [\nabla [\mathbf{I}, \Omega]]) + \mathbf{n}(\nabla, \Omega) + \\ &+ \left[\mathbf{n}, \left\{ \mathbf{V} + \nabla \left(\frac{p}{\mu} \right) \right\} \right]. \end{aligned}$$

В плоском случае, когда $\Omega = \mathbf{k}\Omega = \mathbf{k} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$,

$$\begin{aligned} [\mathbf{n}, [\nabla, \Omega]] &= -[\mathbf{n}, [\mathbf{k}, \nabla \Omega]] = \\ &= -\mathbf{k}(\mathbf{n}, \nabla \Omega) + \nabla \Omega(\mathbf{n}, \mathbf{k}) = \\ &= -\mathbf{k}(\mathbf{n}, \nabla \Omega) = -\mathbf{k} \frac{\partial \Omega}{\partial n} = -\frac{\partial \Omega}{\partial n}. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$[\mathbf{n}, [\nabla, \Omega]] = -\frac{\partial \Omega}{\partial n}. \quad (30)$$

Но по (20) $\mu [\nabla, \Omega] = -\mu \mathbf{V} - \nabla p$ и

$$\frac{\partial \Omega}{\partial n} = -[\mathbf{n}, [\nabla, \Omega]] = [\mathbf{n}, \mathbf{V}] + \frac{1}{\mu} [\mathbf{n}, \nabla p].$$

Тогда:

$$\Omega(\mathbf{r}) = \iint_L \left(\phi(\mathbf{r}, \mathbf{p}) [\mathbf{n}, \mathbf{V}] - \frac{1}{\mu} [\mathbf{n}, \nabla \phi(\mathbf{r}, \mathbf{p})] p - \Omega(\mathbf{p}) \frac{\partial \phi(\mathbf{r}, \mathbf{p})}{\partial n} \right) d\rho dl. \quad (31)$$

Причем в интегральных представлениях (29, 31) ядра $[\mathbf{n}, \nabla(\ln r)]$ не хуже сингулярных в (29), а абсолютное значение

$$\nabla \phi(r) = -\frac{\mathbf{r}}{2\pi} \int_1^\infty e^{-r\xi} \sqrt{\xi^2 - 1} d\xi \quad (32)$$

в (31) представляет собой модифицированную функцию Бесселя первого порядка.

Система граничных интегральных уравнений

$$p = \alpha \frac{1}{2\pi} \iint_L (\mu \ln r V_n - \mu ([\mathbf{n}, \nabla(\ln r)], \Omega) + p \frac{\partial \ln r}{\partial n}) dl; \quad (33)$$

$$\Omega(\mathbf{r}) = \beta \iint_L \left(\phi(\mathbf{r}, \mathbf{p}) [\mathbf{n}, \mathbf{V}] - \frac{1}{\mu} [\mathbf{n}, \nabla \phi(\mathbf{r}, \mathbf{p})] p - \Omega(\mathbf{p}) \frac{\partial \phi(\mathbf{r}, \mathbf{p})}{\partial n} \right) d\rho dl, \quad (34)$$

соответствующих интегральным представлениям, однозначно разрешима при заданных начально-краевых условиях (7 – 8) на границах контрольной области и профиля (рис. 2).

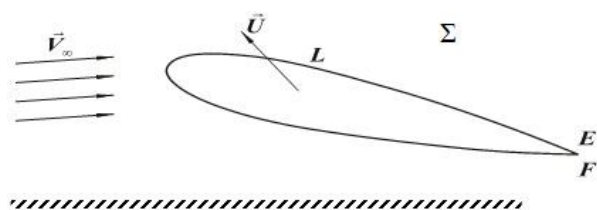


Рис. 2. Телесный профиль в контрольной области вблизи поверхности раздела

Таким образом, в заключение можно утверждать, что уравнение (22) в общем случае почти не отличается от уравнения Лапласа и с точки зрения постановки краевых задач, и с точки зрения методов их

решения. Вся разница здесь по существу сводится к тому, что функция единичного источника в случае уравнения (22) выглядит несколько сложнее по сравнению с функцией единичного источника для уравнения Лапласа.

Заключение

Представлено развитие нового направления численно-аналитического решения класса прикладных задач аэродинамики несущих систем. Развита новый подход и формализм в построении граничных интегральных уравнений эквивалентных соответствующим начально-краевым задачам. Кроме этого аналитическое интегральное представление решений задачи позволяет ставить и решать важнейшие задачи получения экстремальных параметров характеристик несущих систем.

Литература

1. Некрасов А.Н. Теория крыла в нестационарном потоке. – М.: изд-во АН СССР, 1947. – 258 с.
2. Голубев В.В. Лекции по теории крыла. – ГИТТЛ, 1949. – 480 с.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1970. – 904 с.
4. Бицадзе А.В. Краевые задачи для эллиптических уравнений второго порядка. – М.: Наука, 1966. – 204 с.
5. Крашаница Ю.А. Основная задача векторного анализа в механике сплошных сред (сообщение 1) // Вісник Дніпропетровського університету. - Дніпропетровськ, ДНУ, 2000. – Вип. 3, т. 1. – С. 52-56.

Поступила в редакцию 24.05.2007

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. А.В. Бастеев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

УДК 533.6:629.7

И.Н. КЛЮШНИКОВ*Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Украина*

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ГРАНИЧНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛА

Обосновывается возможность применения метода регуляризации Тихонова для нахождения устойчивого численного решения граничных интегральных уравнений в краевых задачах теории потенциала.

граничные интегральные уравнения, регуляризации численных методов решения краевых задач, метод регуляризации Тихонова, теория потенциала

Введение

При проектировании авиационной техники приходится решать задачи обтекания телесных компонентов потоком идеальной несжимаемой жидкости. Такие задачи описываются линейными и квазилинейными дифференциальными уравнениями (ДУ), при решении которых широкое применение получили методы граничных интегральных уравнений [1 – 4], которые позволяют вместо дифференциальных уравнений краевых задач рассматривать интегральные представления решений ДУ. Полученные граничные интегральные уравнения (ГИУ), как правило, являются сингулярными, и при численном решении возникает необходимость в применении регуляризирующих алгоритмов.

Вопросы регуляризации численных методов решения краевых задач математической физики рассматривались в работах [2, 5 – 9].

В настоящей работе обосновывается возможность применения метода регуляризации Тихонова для нахождения устойчивого численного решения ГИУ в краевых задачах теории потенциала.

Регуляризация численных методов решения краевых задач

Рассмотрим краевую задачу Неймана относительно функции потенциала φ :

$$L(\varphi) = 0, \quad (1)$$

где $L(\varphi)$ – линейный (квазилинейный) дифференциальный оператор.

Используя фундаментальное решение (или функцию Грина) дифференциального уравнения (1), приходим к ГИУ [3, 4]:

$$\begin{aligned} \varphi(X) + \iint_S K(X-Y) \cdot \varphi(Y) dS = \\ = f(X), \quad X \in S, \end{aligned} \quad (2)$$

где $K(X-Y)$ – ядро интегрального уравнения;

S – граничная поверхность.

Численное решение ГИУ (2) предполагает дискретизацию граничной поверхности S на малые граничные элементы $\sigma_k : \bigcup_{k=1}^N \sigma_k \approx S$ и параметриче-

ское представление функции потенциала φ по граничным элементам. В результате дискретизации приходим к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\sum_{k=1}^N \varphi_k \cdot A_{jk} = f_j; \quad j = \overline{1, N}, \quad (3)$$

где A_{jk} – элементы матрицы СЛАУ;

f_j – элементы вектора-столбца правой части СЛАУ;

N – размерность СЛАУ.

При решении задач, представляющих практи-

ческий интерес, размерность СЛАУ достигает десяти тысяч и более [10]. При этом вычислительные погрешности могут привести к плохой обусловленности СЛАУ. Кроме вычислительных погрешностей, при численной реализации метода ГИУ имеют место:

- погрешности аппроксимации граничной поверхности S набором малых граничных элементов σ_k ;

- погрешности аппроксимации функции потенциала набором базисных, как правило, кусочно-постоянных, функций;

- погрешности аппроксимации правой части ГИУ (2), включающие погрешности дискретизации граничных условий на S ;

- погрешности, обусловленные разрывом ядра ГИУ вблизи особых линий поверхности S [11].

Алгоритм регуляризации для нахождения устойчивого решения ГИУ II-го рода впервые был предложен Тихоновым А.Н. в работе [12]. Согласно метода регуляризации Тихонова, регуляризованное решение $\tilde{\varphi}$ ГИУ (2) определяется из минимизации функционала

$$M[\tilde{\varphi}] = \|A \cdot \tilde{\varphi} - f\|^2 + \alpha_T \|\tilde{\varphi}\|^2, \quad (4)$$

а для СЛАУ (3) – из решения системы уравнений

$$A^T \cdot A \cdot \tilde{\varphi} + \alpha_T \cdot \tilde{\varphi} = A^T f, \quad (5)$$

где α_T – параметр регуляризации Тихонова.

Параметр регуляризации α_T в работах [5, 12] предлагается определять на основании принципа обобщенной невязки, согласно которого величина α_T находится из решения уравнения:

$$\xi(\alpha_T) = \|A\tilde{\varphi}_\alpha - \tilde{f}\|^2 - \left(\delta_A \|\tilde{\varphi}_\alpha\|^2 + \delta_f \right)^2 = 0, \quad (6)$$

где δ_A, δ_f – погрешности дискретизации, соответственно, интегрального оператора и правой части ГИУ.

С использованием метода регуляризации Тихо-

нова были проведены численные моделирования поля потенциального течения идеальной несжимаемой жидкости. Потенциал скоростей безвихревого течения идеальной жидкости описывается ГИУ Фредгольма II-го рода.

На рис. 1 показана геометрия одного из тел вращения, рассмотренных в численных экспериментах.

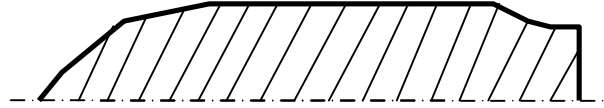


Рис. 1. Внешний контур тела вращения

Поверхность S показанного на рис. 1 тела вращения имеет несколько особых линий – линий разрыва первой производной в местах сочленения головной и хвостовой частей с центральной цилиндрической частью. Разрыв ядра ГИУ вблизи особых линий поверхности S приводит к малой обусловленности матрицы СЛАУ и, как следствие, к неустойчивости численного решения. Как показали численные эксперименты, использование метода сопряженных градиентов [13] для повышения устойчивости алгоритма к вычислительным погрешностям при решении СЛАУ малой обусловленности не позволяет получить устойчивое решение для граничных поверхностей с особыми линиями. На рис. 2 показаны распределения потенциала скоростей по поверхности тела вращения при нулевом угле натекания внешнего потока.

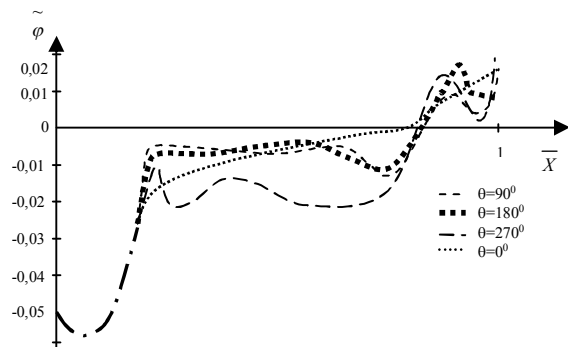


Рис. 2. Распределение потенциала по поверхности тела вращения, полученное при решении СЛАУ методом сопряженных градиентов

Анализ графиков, представленных на рис. 2, позволяет сделать вывод, что по направлению течения внешнего потока за линиями разрыва $S^{(1)}$ решение носит колебательный характер.

Применение метода регуляризации Тихонова позволило получить устойчивое нормальное решение краевой задачи обтекания тел, поверхности которых имеют линии разрыва $S^{(1)}$. Распределение давления по поверхности тела вращения, показанного на рис. 1, полученное при применении регуляризации Тихонова, приведено на рис. 3.

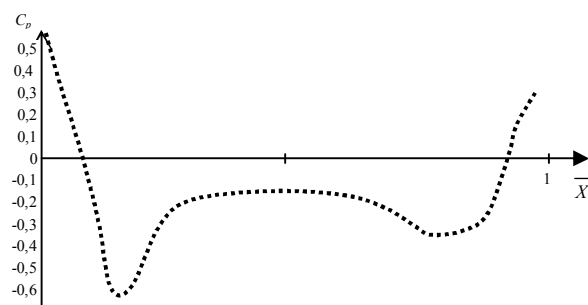


Рис. 3. Распределение давления по поверхности тела вращения, полученное при решении СЛАУ методом регуляризации Тихонова

Выбор параметра α_T по принципу обобщенной невязки сопряжен с определенными трудностями численного характера. Зависимость обобщенной невязки ξ от параметра регуляризации α_T для большинства краевых задач прикладного характера носит нелинейный характер.

На рис. 4 приведен график функции $\xi(\alpha_T)$ применительно к телу вращения относительно простой геометрической формы (рис. 1). Для нахождения корня уравнения (6) необходимо неоднократное решение СЛАУ (5) при различных значениях α_T .

Кроме необходимости многократного решения прямых задач для численной реализации алгоритма выбора α_T по принципу обобщенной невязки существуют также определенные трудности оценки погрешностей аппроксимации ГИУ.

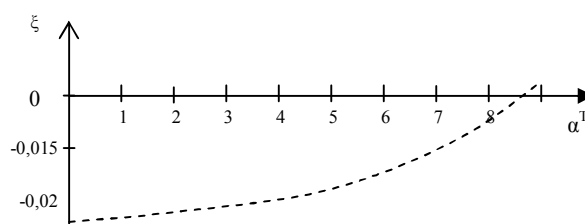


Рис. 4. Сходимость решения уравнения для обобщенной невязки

Поэтому вместо принципа обобщенной невязки автором предлагается находить квазиоптимальное значение параметра регуляризации из условия минимизации функционала

$$\left\| \alpha_T \cdot \frac{d\tilde{\phi}_{\alpha_T}}{d\alpha_T} \right\| \Rightarrow \min. \quad (7)$$

Принцип (7) выбора параметра регуляризации Тихонова обоснован в работах [5, 12], и при его использовании не требуется оценки погрешностей аппроксимации ГИУ. В подтверждение возможности применения принципа (7) свидетельствуют результаты исследований, приведенных в работах [14, 15], согласно которым для линейных условно-корректных задач значения параметра α_T пропорциональны квадратам суммарных погрешностей численных методов.

Полученные в ходе численных экспериментов квазиоптимальные значения параметра α_T практически не отличались от значений α_T , найденных по принципу обобщенной невязки. Отметим, что приведенные на рис. 3 результаты расчетов не противостоят опытным данным [16].

Заключение

В результате исследований установлено, что метод регуляризации Тихонова позволяет находить устойчивое численное решение граничного интегрального уравнения II-го рода для краевых задач теории потенциала. Вместо принципа обобщенной невязки рациональнее использовать квазиоптимальное значение параметра регуляризации Тихонова.

Литература

1. Методы граничных интегральных уравнений. Вычислительные аспекты и приложение в механике // Новое в зарубежной науке. Механика. – М.: Мир, 1978. – Вып. 15. – 210 с.
2. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент в математической физике, аэродинамике, теории упругости и дифракции волн. – М.: ТОО “Янус”, 1995. – 520 с.
3. Алексидзе М.А. Фундаментальные функции в приближенных решениях граничных задач. – М.: Наука, 1991. – 301 с.
4. Бенерджи П., Баттерфилд Р. Метод граничных элементов в прикладных науках: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 494 с.
5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Н. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1974. – 288 с.
6. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Справочное пособие. – К.: Наукова думка, 1986. – 543 с.
7. Довгий С.А., Лифанов И.К. Методы решения интегральных уравнений: теория, приложения. – К.: Наукова думка, 2002. – 343 с.
8. Дворак А.В. Невырожденность матрицы метода дискретных вихрей в задачах пространственного обтекания // Труды ВВИА им. Н.Е. Жуковского. – 1986. – Выпуск 1313. – С. 441-453.
9. Попов В.М. О регуляризации решения системы линейных алгебраических уравнений метода дискретных вихрей // Труды X межд. симпозиума “Методы дискретных особенностей в задачах математической физики”. – Херсон, 2001. – С. 362-366.
10. Петерсон В.Л., Бэйли Ф.Р. Вплотную к практическим задачам // Аэрокосмическая техника. – 1988. – № 12. – С. 203-207.
11. Головкин М.А. Некоторые свойства интегральных уравнений Фредгольма второго рода относительно плотности потенциала двойного слоя в окрестности особых линий замкнутой поверхности // Труды ЦАГИ. – 1982. – Вып. 2152. – С. 38-41.
12. Тихонов А.Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации // Доклады Академии наук СССР. – 1963. – Т. 151, № 3. – С. 501-504.
13. Уилкинсон Дж., Райнш К. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра. – М.: Машиностроение, 1976. – 461 с.
14. Винокуров В.А. Два замечания о выборе параметра регуляризации // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1972. – Т. 12, № 2. – С. 481-483.
15. Страхов В.Н. О выборе констант в правиле Тихонова задания параметра регуляризации при решении линейных условно-корректных задач // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1981. – Т. 21, № 5. – С. 1612-1614.
16. Петров К.П. Аэродинамические характеристики тел каплевидной формы // Труды ЦАГИ. – 1994. – Вып. 2569. – С. 41-50.

Поступила в редакцию 24.04.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Б.Т. Кононов, Харьковский университет Воздушных Сил, Харьков.

УДК 621.391:517:518:510.52

В.А. ИГНАТОВ, С.А. КУДРЕНКО, В.И. НИКУЛИН, М.И. ВЕЛЬДЯСКИНА*Национальный авиационный университет, Киев, Украина***ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ
ОБРАБОТКОЙ СИГНАЛОВ В ИНТЕГРИРОВАННЫХ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ
НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСАХ**

Дано теоретическое обоснование метода оптимального управления обработкой результатов неравноточных измерений по критерию максимального правдоподобия и найдена функция оптимального комплексирования измерительных систем в интегрированных аэрокосмических навигационных комплексах.

неравноточные измерения, интегрированные радиоэлектронные комплексы, оптимальное комплексирование измерительных систем, неоднородные порядковые статистики

Введение

Одним из приоритетных направлений применения концепции CNS/ATM ATN является повышение точности измерения основных навигационных параметров движения воздушных судов – местоположения (position), скорости (velocity), ускорения (acceleration) – бортовыми, наземными и спутниковыми навигационными системами [1, 2]. В дальнейшем такие системы названы коротко как МСУ (местоположение, скорость ускорение) системы (PVA systems). Повышение точности достигается применением методов комплексирования систем [3 – 6]. С теоретической точки зрения это обозначает применение оптимальной обработки результатов неравноточных измерений.

Подобная проблема актуальна также: в теории приближенных вычислений, при обработке результатов эксперимента, при контроле и диагностировании [2], во многих других случаях, когда в измерениях применяют датчики, которые построены на различных физических принципах и имеют из-за этого различные погрешности измерений.

Во всех этих случаях необходимо иметь теоретическое обоснование того, как можно получить наилучшую общую оценку измеряемого параметра по результатам измерений неравноточных датчиков.

Элементы этой теории разрабатывают многие специалисты, в том числе в области математической статистики и теории статистических решений, где рассматриваемая проблема известна как проблема обработки выборок из неоднородных порядковых статистик [4]. Однако полученные результаты, как правило, ориентированы на доказательство асимптотического свойства получаемых оценок – свойство давать все более точные оценки с ростом объема выборок (числа датчиков). На практике приходится иметь дело с относительно небольшим числом датчиков: от 3 до 10, что не позволяет воспользоваться этими результатами.

Цель работы. Дать теоретическое обоснование метода оптимального управления обработкой результатов неравноточных измерений по критерию максимального правдоподобия и найти функцию оптимального комплексирования измерительных систем в интегрированных аэрокосмических навигационных комплексах.

Постановка задачи.

1. Известными предполагаются следующие данные:

1.1. Математическая модель результата косвенных измерений Y_i i -й системой истинного значения X_0 навигационного параметра в момент времени t измерений

$$Y_i(t) = X_0(t) + \xi_i(t), \quad i = 1, m, \quad (1)$$

где m – общее число систем, которые участвуют в формировании комплекса;

$\xi_i(t)$ – случайная абсолютная погрешность прямых измерений.

1.2. Предполагается, что истинное значение измеряемого параметра в (1) есть величина, детерминированная и постоянная, а погрешность представляет собой гауссов стационарный сигнал с известными числовыми характеристиками.

1.3. Математическое ожидание погрешности:

$$M[\xi_i(t)] = 0, \quad (2)$$

дисперсия:

$$D[\xi_i(t)] = \sigma_i^2, \quad i = 1, m. \quad (3)$$

2. По этим данным необходимо разработать метод оптимального управления обработкой результатов неравноточных измерений по критерию максимального правдоподобия и найти функцию оптимального комплексирования измерительных систем в интегрированных аэрокосмических навигационных комплексах.

Решение задачи

Вначале задачу решим для простейшего случая $m = 2$, а затем обобщим полученное решение на случай $m > 2$.

Случай $m = 2$. Рассмотрение этого случая начнем с теоремы 1, которая содержит необходимые условия несмещенности и эффективности оптимальной комплексной оценки в неравноточных косвенных измерениях.

Теорема 1. Если в неравноточных косвенных измерениях выполняются следующие необходимые условия:

А. Измерительные преобразователи всех каналов имеют линейные гауссовские характеристики преобразования результатов прямых измерений в результаты косвенных измерений.

В. Числовые характеристики начального ис-

тинного значения X_{00} параметра определяют соотношения

$$M[X_{00}] = 0, \quad D[X_{00}] = 0. \quad (4)$$

С. Числовые характеристики текущего истинного значения X_0 определяют соотношения

$$M[X_0] = X_0, \quad D[X_0] = 0. \quad (5)$$

Д. Результат i -го косвенного измерения в соответствии с утверждением Леммы 1 [7] может быть представлен в виде

$$Y_i(t) = X_0(t) + \xi_i(t), \quad i = 1, 2, \quad (6)$$

где ξ_i – абсолютная погрешность i -го результата прямых измерений.

Е. Числовые характеристики i -й погрешности определяют соотношения

$$M[\xi_i] = 0, \quad D[\xi_i] = D[Y_i], \quad i = 1, 2. \quad (7)$$

Ф. Числовые характеристики i -го результата (6) косвенных измерений в начальной точке Y_{i0} определяют соотношения

$$M[Y_{i0}] = 0, \quad D[Y_{i0}] = 0, \quad i = 1, 2. \quad (8)$$

Г. Числовые характеристики комплексной оценки $Z(Y_1, Y_2)$ косвенных измерений в начальной точке Y_{10}, Y_{20} определяют соотношения:

$$\begin{aligned} M[Z(Y_{10}, Y_{20})] &= 0, \\ D[Z(Y_{10}, Y_{20})] &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Н. Условие нормировки коэффициентов преобразования каналов:

$$\sum_{i=1}^2 \frac{dz}{dy_{i0}} = \sum_{i=1}^2 g_i = 1, \quad (10)$$

где $\frac{dz}{dy_{i0}}$ – математическое ожидание i -й производной в начальной точке Y_{i0} .

И. Условие оптимальности комплексной оценки $Z(Y_1, Y_2)$:

$$\frac{dD[Z]}{dg_i} = 0, \quad i = 1, 2, \quad (11)$$

где $D[Z]$ – дисперсия комплексной оценки.

Ж. Условие достижения минимума $D[Z]$ в точке Z_{opt} :

$$\frac{d^2 D[Z]}{dg_i^2} > 0, \quad i = 1, 2, \quad (12)$$

то тогда и только тогда комплексная оценка

$$Z(Y_1, Y_2) = \sum_{i=1}^2 g_{iopt} Y_i \quad (13)$$

является оптимальной по критерию максимального правдоподобия, несмещенной и эффективной, а оптимальные коэффициенты определяются соотношениями:

$$g_{1opt} = \frac{D(Y_2)}{D(Y_1) + D(Y_2)} = \frac{1}{1 + D(Y_1)/D(Y_2)}; \quad (14)$$

$$g_{2opt} = \frac{D(Y_1)}{D(Y_1) + D(Y_2)} = \frac{1}{1 + D(Y_2)/D(Y_1)}; \quad (15)$$

минимальное значение дисперсии оптимальной комплексной оценки (13):

$$D_{\min}[Z_{opt}] = g_{iopt} D[Y_i] = 1 / \sum_{i=1}^2 1 / D[Y_i]. \quad (16)$$

Доказательство. Используем условие А и представим $Z(Y_1, Y_2)$ в виде разложения в ряд Маклорена, в котором оставим только линейные члены:

$$Z(Y_1, Y_2) = f(Y_{10}, Y_{20}) + \frac{df}{dy}(Y_1 - Y_{10}) + \frac{df}{dy_1}(Y_2 - Y_{20}). \quad (17)$$

Для доказательства несмещенности оценки (13) выполним операцию определения математического ожидания (17) и учтем условия В – Г для соответствующих математических ожиданий, получим:

$$M[Z(Y_1, Y_2)] = M\left[\frac{df}{dy}(Y_1 - Y_{10}) + \frac{df}{dy_1}(Y_2 - Y_{20})\right] = M\left[\frac{df}{dy} + \frac{df}{dy_1}\right]X_0. \quad (18)$$

При выполнении условия нормировки Г (10):

$$M[Z(Y_1, Y_2)] = X_0, \quad (19)$$

следовательно, оценка (16) является несмещенной.

Для доказательства эффективности оценки (13) выполним операцию определения ее дисперсии и учтем при этом условия В – F для соответствующих дисперсий, получим

$$D[Z(Y_1, Y_2)] = D[f(Y_1, Y_2)] + D\left[\frac{df}{dy_1}(Y_1 - Y_{10})\right] +$$

$$+ D\left[\frac{df}{dy_1}(Y_2 - Y_{20})\right] = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{df}{dy_{i0}}\right)^2 D(Y_i) = \sum_{i=1}^2 g_i^2 D(Y_i). \quad (20)$$

Учтем в (20) условие (12), обозначив $g_1 = g$, а $g_2 = 1 - g$, получим:

$$D_z(g) = g^2 D_1 + (1 - g)^2 D_2. \quad (21)$$

Выберем такое оптимальное значение g , при котором выполняется условие I (11) и будет достигаться минимальное значение дисперсии:

$$g_{opt} = \arg \min_{g \in [0,1]} D_z(g). \quad (22)$$

Классическую задачу поиска экстремума функции одной переменной решим стандартным методом. Найдем значение первой производной функции (21) по g , приравняем результат нулю, получим уравнение оптимизации

$$2g_{opt} D_1 - 2(1 - g_{opt}) D_2 = 0. \quad (23)$$

Из решения этого уравнения найдем

$$g_{opt} = D_2 / (D_1 + D_2) = \frac{1}{1 + D_1 / D_2}. \quad (24)$$

Так как вторая производная функции (20):

$$\frac{\delta^2}{\delta g^2} D_z(g) = 2(D_1 + D_2) > 0, \quad (25)$$

условие J выполняется и найденное значение g_{opt} доставляет минимум функции (20), равный

$$D_{2\min}(g_{opt}) = \frac{D_1 D_2}{D_1 + D_2} = g_{opt} D_1 = (1 - g_{opt}) D_2, \quad (26)$$

следовательно, оценка является эффективной, что и требовалось доказать.

Полученный результат позволяет ввести три очевидных показателя эффективности оптимального комплексирования МСУ систем.

Индексный показатель максимального значения (мажоранта) эффективности оптимального комплексирования:

$$W_1 = \frac{\max(D_1, D_2)}{D_{2\min}} = \frac{1}{g_{opt}} = 1 + \frac{D_1}{D_2},$$

$$D_1 > D_2. \quad (27)$$

Индексный показатель среднего значения эффективности оптимального комплексирования для случая, когда вместо оптимальной оценки

$$Z_{2opt} = g_{opt}Y_1 + (1 - g_{opt})Y_2 \quad (28)$$

используется среднеарифметическое значение результатов двух измерений

$$X_{20} = (Y_1 + Y_2) / 2, \quad (29)$$

$$W_2 = \frac{D_{20}}{D_{2min}} = \frac{(D_1 + D_2)^2}{4D_1D_2} = \frac{(1 + D_1/D_2)}{4D_1/D_2}. \quad (30)$$

Индексный показатель минимального значения эффективности (миноранта) оптимального комплексирования, когда вместо оценки (13) используется измеренное значение на выходе того датчика, который имеет меньшую погрешность

$$W_3 = \frac{\min(D_1, D_2)}{D_{2min}} = 1 + \frac{D_1}{D_2}, \quad D_1 < D_2, \quad (31)$$

Обозначим безразмерное отношение D_1/D_2 через U , $U \in [1, \infty)$. Выразим показатели эффективности оптимального комплексирования как функции U :

$$\begin{aligned} W_1 &= 1 + U, \\ W_2 &= \frac{(1 + U)^2}{4U}, \\ W_3 &= 1 + \frac{1}{U}. \end{aligned} \quad (32)$$

Установим взаимосвязи между этими показателями. Так как $U = W_1 - 1$, то:

$$\begin{aligned} W_1 &= W_2 / (W_2 - 1), \\ W_2 &= W_1^2 / 4(W_1 - 1), \\ W_3 &= W_1 / (W_1 - 1). \end{aligned} \quad (33)$$

На рис. 1 показаны графики функций (32) в зависимости от U . С ростом U от 1 (случай равноточных измерений) и до ∞ (случай комплексирования с эталонной системой, у которой $D_2 = 0$) наблюдается пропорциональное увеличение W_1 . Это обозначает, что применение комплексной оценки (13) дает максимальный выигрыш по точности, пропорциональный отношению дисперсий.

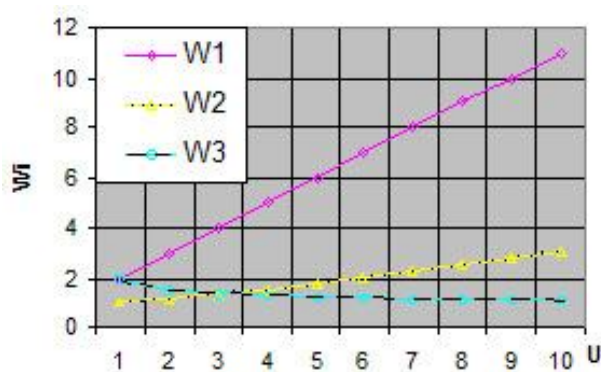


Рис. 1. Графики функций (32)

Применение оптимальной оценки (13) по сравнению со средним арифметическим значением (29) дает увеличение показателя эффективности во столько раз (кривая 2), во сколько раз квадрат среднеарифметического значения дисперсий измерений превышает квадрат среднегеометрического значения этих дисперсий. Применение метода замещения (кривая 3) тем эффективнее, чем больше отличаются между собой дисперсии измерений. При $U = 1$ $D_1 = D_2$ измерения являются равноточными и формулы (32) приводят к известным результатам $W_1(1) = W_3(1) = 2$, $W_2(1) = 1$. Таким образом, оптимальное комплексирование «грубой» и «точной» измерительных систем с использованием несмещенной оценки (13) с коэффициентом (24) обеспечивает достижение минимального значения общей дисперсии измерений (26) и является тем более эффективным, чем больше отличаются между собой погрешности систем комплекса.

Рассмотрим два характерных примера оптимального комплексирования аэрокосмических навигационных систем.

Пример 1. Рассмотрим, что дает оптимальное комплексирование первичных и вторичных радиолокаторов при измерении высоты полета самолетов как объектов управления.

Среднеарифметическая погрешность измерения дальности R трассовыми радиолокаторами на высотах полета $H = (10 - 20)$ км составляет примерно $\sigma_R = (0,2 - 0,25)$ км. Среднеарифметическая погреш-

ность σ_{H2} передачи высоты H ответчиками вторичных радиолокаторов по показаниям пилотажных приборов самолетов составляет примерно $\sigma_{H2} \approx 37,5$ м. Выполним по этим данным оптимальное комплексирование и оценим его эффективность по формулам (33).

Для определения среднеарифметической погрешности измерения высоты полета самолетов трассовыми радиолокаторами учтем, что между дальностью действия R и высотой H полета самолетов существует зависимость

$$H = R \sin[\arctg(H / \sqrt{R^2 - H^2})] = R \sin \beta. \quad (33)$$

При $R = 400$ км, $H = 10$ км, $\operatorname{tg}(10/400) \approx 0,25$, $\beta \approx 14^\circ$, $\sin 14^\circ \approx 0,2419$. Применяя линейную аппроксимацию (33) для оценки среднеквадратической погрешности измерения высоты трассовыми радиолокаторами, получим

$$\sigma_{H2} = \sqrt{0,2419^2 \times 250^2} \approx 60,475 \text{ м.}$$

Таким образом:

$$D_{H1} \approx 3657 \text{ м}^2;$$

$$D_{H2} \approx 1406,25 \text{ м}^2;$$

$$U \approx 2,6;$$

$$g_{opt} \approx 0,72226, 1 - g_{opt} \approx 0,27774;$$

$$D_{2\min} \approx 0,72226 \times 1406,25 \approx 0,27774 \times 3657 \approx 1015,82 \text{ м}^2;$$

$$\sigma_{2\min} \approx 31,87 \text{ м};$$

$$W_1(2,6) \approx 3,6;$$

$$W_2(2,6) \approx 1,24615;$$

$$W_3(2,6) \approx 1,38461.$$

Отсюда следует, что по сравнению со среднеарифметической оценкой оптимальное комплексирование позволяет примерно на 25% уменьшить дисперсию радиолокационных измерений высоты полета, что является особо актуальным при уменьшении диапазонов эшелонирования и использовании принципа «free flight».

Пример 2. Рассмотрим особенности оптимального комплексирования систем GPS и INS [5]. Для спутниковой системы GPS среднеквадратическая

погрешность доплеровского измерителя скорости $\sigma_{v2} \approx 0,001$ м/с. Для бортовой автономной системы инерциальной навигации INS среднеквадратическая погрешность измерителя скорости $\sigma_{v1} \approx 0,5$ м/с за один час полета. Определим эффективность оптимального комплексирования GPS и INS по измерению скорости.

Рассчитаем безразмерный параметр U и весовые коэффициенты (24) оценки (28):

$$U = \sigma_{v1}^2 / \sigma_{v2}^2 = 0,5^2 / 0,001^2 \approx 2500,$$

$$g_{opt} = \sigma_{v2}^2 / (\sigma_{v1}^2 + \sigma_{v2}^2) = 0,001^2 / (0,5^2 + 0,001^2) \approx 0,00039984;$$

$$1 - g_{opt} = 0,99960016.$$

Определим значения $D_{2\min}$, $\sigma_{2\min}$ и показателей эффективности $W_1 - W_3$:

$$D_{2\min} \approx g_{opt} \times \sigma_{v1}^2 \approx 0,00039984 \times 0,25 \approx 0,000099960016;$$

$$\sigma_{2\min} = 0,009998 \text{ м/с};$$

$$W_1 = 1 + U = 1 + 2500 = 2501;$$

$$W_2 = (1 + U)^2 / 4U = (1 + 2500)^2 / 4 \times 2500 = 625,5;$$

$$W_3 = 1 + 1/U = 1 + 1/2500 = 1,0004.$$

Рассчитаем вклад σ_{v1}^2 в общую дисперсию D_{20} :

$$\Delta D_1 = g_{opt}^2 \times D_1 \approx (0,00039984)^2 \times 0,25 \approx 0,0000003996.$$

Определим относительную погрешность метода замещения:

$$\Delta = \Delta D_1 / D_{20} \approx 0,0000003996 / 0,000099960016 \approx (0,00039975986) \approx 0,04\%.$$

Следовательно, корректировка результатов измерения скорости INS по результатам измерения скорости GPS, выполняемая через каждый час полета, обеспечивает требуемую нормативно-техническими документами точность определения путевой скорости.

Случай $m > 2$. Используя индуктивный метод, нами доказано, что в этом случае

$$g_{i,opt} = D_i / \sum_{k=1}^m D_k = \left[\sum_{k=1}^m D_k / D_i \right]; \quad (34)$$

$$D_{m,\min}(g_{1,opt}g_{m,opt}) = D_1 \left[\sum_{k=1}^m D_k / D_1 \right]. \quad (35)$$

Исследование этого интересного общего случая является предметом отдельной работы.

Выводы

1. Глубокое исследование простейшего случая двух неравноточных измерений позволяет дать теоретическое обоснование метода оптимального управления обработкой результатов неравноточных измерений по критерию максимального правдоподобия, найти функцию оптимального комплексирования измерительных систем в интегрированных аэрокосмических навигационных комплексах для общего случая $m > 2$.

2. Результаты расчетов приведенных примеров, которые имеют и самостоятельное значение, позволяют сделать однозначный вывод о том, что в случае комплексирования радиолокаторов наиболее эффективным является их совместное использование, а в случае комплексирования систем GPS и INS более эффективно использование метода замещения. Он приводит к относительной среднеквадратической погрешности, меньшей 0,2%. Иначе говоря, результаты измерений INS целесообразно корректировать примерно через каждый час полета по результатам спутниковых измерений GPS, которые могут рассматриваться как эталонные.

3. Введенные критерии эффективности (32), (33) позволяют всесторонне оценить техническую эффективность оптимального комплексирования. Дальнейшее развитие теории оптимального комплексирования предполагает построение целевых функционалов, в которых отражаются также социальная и экономическая эффективности, например, влияние комплексирования на безопасность полетов, регулярность воздушных сообщений, массогабаритные характеристики спутников и оборудования, затраты всех видов ресурсов.

Литература

1. Игнатов В.А. Теория информации и передачи сигналов: Учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1991. – 280 с.
2. Игнатов В.А., Боголюбов Н.В. Управление информационной избыточностью систем диагностирования и контроля // Контроль и управление техническим состоянием авиационного и радиоэлектронного оборудования воздушных судов гражданской авиации: Сб. научн. тр. – К.: КИИГА, 1990. – С. 3-13.
3. Андрусак А.І., Дем'янчук В.С., Юр'єв Ю.М. Мережа авіаційного зв'язку. – К.: НАУ, 2001. – 448 с.
4. Гутер Р.С., Овчинский Б.В. Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта. – М.: Физматгиз, 1962. – 356 с.
5. Richard E. Phillips, George T. Schmidt. GPS/INS Integration // System Implications and Innovative Applications of Satellite Navigation, AGARD – LS – 207, Advisory Group for Aerospace Research and Development. – Neuilly-sur-Seine, France, June 1996.
6. Greenspan, R.L. GPS/Inertial Overview // Aerospace Navigation Systems, AGARD – AG – 331, Advisory Group for Aerospace Research and Development. – Neuilly-sur-Seine, France, June 1995.
7. Необходимые условия оптимального управления обработкой сигналов в интегрированных аэрокосмических навигационных системах / В.А.Игнатов, С.А. Кудренко, В.И. Никулин, М.И. Норица // Вісник НАУ. – К.: НАУ, 2006. – Вип. 3. – С. 110-118.

Поступила в редакцию 6.06.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.А. Крашаница, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.

УДК 533.27:519.63

Ю.А. СКОБ*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗРЫВОВ ГАЗО-ВОЗДУШНЫХ СМЕСЕЙ В АТМОСФЕРЕ

Представлены постановка задачи и алгоритм численного моделирования процессов движения газо-воздушной смеси в атмосфере, ее взрыва с учетом химического взаимодействия и дальнейшего распространения продуктов сгорания в открытом пространстве со сложным рельефом местности. Рассмотрен ряд тестовых расчетов, моделирующих взрывы пропана и водорода.

моделирование, смешение газов, взрыв, химическое взаимодействие, атмосфера

Введение

Современные производственные циклы на предприятиях авиационно-космической промышленности используют такие взрывоопасные газы, как водород, ацетилен, пропан и др. Различные неисправности в оборудовании, разрушение емкостей хранения этих веществ приводят к выбросу их в атмосферу, формированию взрывоопасных смесей с воздухом. В результате этого возникает реальная угроза воспламенения газовых смесей, сопровождаемого химическим взаимодействием их компонент, детонационных взрывов, и, как следствие, значительного материального ущерба и человеческих жертв.

Физический эксперимент, моделирующий вышеперечисленные газодинамические явления, является дорогостоящим мероприятием, трудно переносимым на реальные условия в производственных цехах и испытательных стендах предприятий авиационно-космической промышленности. Как правило, для прогнозирования нагрузок на конструкции, возникающих при взрыве, определяют избыточное давление и импульс ударной волны с использованием полумпирических уравнений регрессии [1 – 3]. Однако, экспериментальные данные были получены в открытом пространстве без учета сложного рельефа местности. Существующие в настоящее время методы численного моделирования перехода горения в

детонацию, например [4], разработаны для модельных задач. Поэтому проблема создания математической модели, адекватно описывающей нестационарные процессы формирования взрывоопасных газо-воздушных смесей в трехмерном пространстве, их взрыва, с учетом химического взаимодействия компонент смесей, и дальнейшего рассеяния продуктов сгорания в атмосфере является актуальной. Компьютерная система, которая реализует данную математическую модель, позволит анализировать и прогнозировать трехмерные поля концентрации взрывоопасной примеси, термодинамические параметры смеси во времени (до и после взрыва) и пространстве, оценивать возможные разрушения от взрывов.

Математическая модель

Адекватное описание физических процессов смешения нереагирующих газов с воздухом и дальнейшего распространения смеси при истечении струи в открытое пространство или замкнутое помещение с принудительной (или естественной) вентиляцией возможно только с использованием системы нестационарных уравнений Навье-Стокса для сжимаемого газа. Ограниченные возможности нынешних компьютеров не позволяют эффективно осуществлять прямое численное решение этих уравнений. В настоящее время, численное моделирова-

ние турбулентных течений осуществляют путем решения осредненных по Рейнольдсу-Фавру уравнений Навье-Стокса, дополненных моделью турбулентности [5, 6]. Однако большинство моделей турбулентности не описывают с одинаковой степенью адекватности различные типы течений. Особенно это касается течений с интенсивными отрывами потока и/или большими градиентами давления температуры. Поэтому существует необходимость построения новых моделей и расчетных схем для численного моделирования такого рода течений.

Целью данной работы является разработка упрощенной математической модели, адекватно описывающей нестационарные процессы формирования взрывоопасных газоздушных смесей в трехмерном пространстве, их взрыва (с учетом химического взаимодействия компонент смесей) и дальнейшего рассеяния продуктов сгорания в атмосфере, а также алгоритма численного моделирования этих процессов.

В результате структурного анализа такого течения и декомпозиции полной математической модели газодинамического процесса принято в качестве предположения допущение о том, что основное влияние на процесс оказывает конвективный обмен массой, импульсом и энергией. Таким образом, для описания процессов смешения двухкомпонентного газа в рассматриваемом случае достаточно использовать усеченные уравнения Навье-Стокса, полученные путем отбрасывания вязких членов (приближение Эйлера с использованием источниковых членов).

Расчетной областью Ω является параллелепипед с прямолинейными образующими (рис. 1), расположенный в правой декартовой системе координат (X, Y, Z) с основанием в плоскости XOZ (ось Y ориентирована в направлении, противоположном действию сил тяжести Земли). Расчетная область разбивается на пространственные ячейки, причем размеры граней подбираются в соответствии с характерным

размером особенностей расчетной области (шероховатости обтекаемой поверхности, размерностью обтекаемых объектов).

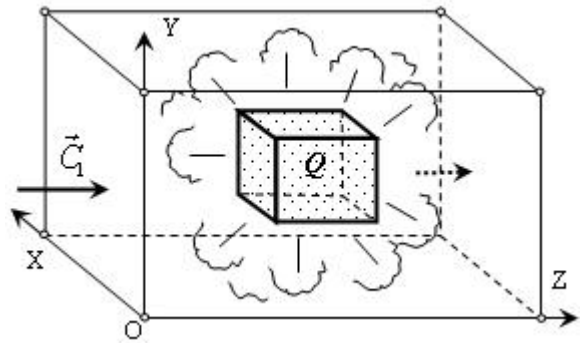


Рис. 1. Расчетная схема взрыва газового облака

Полная система уравнений, описывающая нестационарное трехмерное течение двухкомпонентной смеси газов в данной постановке имеет вид [7, 8]:

$$\frac{\partial \vec{a}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{b}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{c}}{\partial y} + \frac{\partial \vec{d}}{\partial z} = \rho \vec{f}, \quad (1)$$

где $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{f}$ – вектор-столбцы вида:

$$\vec{a} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, E]^T, \quad (2)$$

$$\vec{b} = [\rho u, P + \rho u^2, \rho uv, \rho uw, (E + P)u]^T, \quad (3)$$

$$\vec{c} = [\rho v, \rho vu, P + \rho v^2, \rho vw, (E + P)v]^T, \quad (4)$$

$$\vec{d} = [\rho w, \rho wu, \rho wv, P + \rho w^2, (E + P)w]^T, \quad (5)$$

$$\vec{f} = [0, 0, -g, 0, -gv]^T; \quad (6)$$

t – время; u, v, w – составляющие вектора скорости $\vec{q}$; P, ρ – давление и плотность; E – полная энергия единицы объема смеси газов

$$E = \rho \left(e + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \right); \quad (7)$$

e – внутренняя энергия единицы массы газа; компоненты вектора $\vec{f}$ – суть проекции распределенных объемных источников; g – ускорение свободного падения.

Закон переноса компоненты смеси (горючий газ, продукты сгорания) с учетом скорости диффузии имеет вид [9]:

$$\frac{\partial(\rho Q)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u Q)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v Q)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w Q)}{\partial z} = \rho Q, \quad (8)$$

где Q – относительная массовая плотность примеси (отношение плотности газообразного вещества примеси к плотности смеси), ρQ – интенсивность изменения плотности примеси вследствие турбулентной диффузии в соответствии с законом Фика $\rho Q_t = \text{div}(\rho \vartheta_D \text{grad} Q)$ (коэффициент турбулентной диффузии ϑ_D определялся по методике, предложенной М.Е. Берляндом [10]).

Система уравнений (1 – 8) является незамкнутой. Дополним ее уравнениями, определяющими тепловые свойства компонент смеси [9]. Для идеального политропного газа величина e связана с P и ρ смеси зависимостью: $e = \frac{P}{(k-1)\rho}$.

При постановке граничных условий полагается, что расходная составляющая скорости не превосходит скорость звука. Граничные условия на входе будем задавать на поверхностях тех граней, примыкающих к границам расчетной области, через которые в расчетную область поступает атмосферный воздух. Набегающий поток на входе определяется величинами:

– полной энтальпии

$$I_{00} = \frac{k}{k-1} \frac{P}{\rho} + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2}; \quad (9)$$

– функции энтропии

$$S_0 = \frac{P}{\rho^k}; \quad (10)$$

– направлением вектора скорости потока (углами $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$);

– относительной массовой плотностью примеси Q ($Q \leq 1$, если поступает газообразное вещество примеси, например, угарный газ CO).

Параметры потока на входе определяются из равенств (3, 4) с учетом заданных $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ с привлечением соотношения для “левого” инварианта

Римана [8, 11]. На непроницаемых участках, ограничивающих расчетную область поверхностей, выполняются условия «непротекания»: $q_n = 0$, где $\vec{n}$ – вектор нормали к рассматриваемой границе. Граничные условия на выходе будем задавать на поверхностях тех граней конечно-разностных ячеек, которые примыкают к границам расчетной области и через которые предполагается вытекание или втекание смеси. В выходных областях, кроме атмосферного давления P_A , задаваемого либо взятого из эксперимента, использовались соотношения для “правого” инварианта Римана [8, 11].

В начальный момент времени во всех «газообразных» ячейках расчетной области принимаются параметры окружающей среды. В ячейках, занимаемых облаком газообразной примеси, которое образовалось в результате мгновенного выброса, относительная массовая концентрация примеси принимается равной $Q = 1$ (100%). В ячейках с испарением или истечением газа задается закон изменения расхода примеси.

Модель взрыва смеси газов

Масса горючего, участвующего в горении, определяется для расчетных ячеек с концентрацией примеси, попадающей в диапазон между минимальным и максимальным концентрационными пределами воспламеняемости $Q_{\min} \leq Q \leq Q_{\max}$:

$$m'' = \sum (\rho Q \Delta V). \quad (11)$$

Масса горючего, не участвующего в горении, определяется для расчетных ячеек с концентрацией примеси $Q > Q_{\max}$:

$$m_0'' = \sum (\rho Q \Delta V). \quad (12)$$

Общая масса смеси в объеме, где произойдет горение, определяется для расчетных ячеек с концентрацией примеси $Q > Q_{\min}$:

$$m = \sum (\rho \Delta V). \quad (13)$$

С другой стороны, общая масса смеси m включает массы окислителя m' , горючего, участвующего m'' и не участвующего m_0'' в горении:

$$m = m' + m'' + m_0'' . \quad (14)$$

Отсюда масса окислителя в смеси равна:

$$m' = m - m'' - m_0'' . \quad (15)$$

Массовые концентрации компонент смеси, осредненные по объему расчетной области, определяются:

$$Q'' = \frac{m''}{m} ; \quad (16)$$

$$Q_0'' = \frac{m_0''}{m} ; \quad (17)$$

$$Q' = \frac{m'}{m} = 1 - Q'' - Q_0'' . \quad (18)$$

Коэффициент избытка воздуха α в смеси равен

$$\alpha = \frac{m'}{\vartheta_0 m''} = \frac{1 - Q'' - Q_0''}{\vartheta_0 Q''} , \quad (19)$$

где $\vartheta_0 = \frac{m'_{th}}{m''}$ – стехиометрическое число; m'_{th} – масса воздуха, теоретически необходимая для полного сгорания 1 кг топлива.

Задаем нижнюю теплоту сгорания горючей смеси H_u из таблиц теплофизических свойств веществ. Молярная масса μ_{np} и коэффициент адиабаты k_{np} продуктов сгорания определяются на основе гипотезы обратимости реализующихся химических реакций.

В случае, когда $\alpha \geq 1$, теплофизические свойства газовой смеси после взрыва определяются по формулам:

$$\mu = \frac{1}{\frac{1 - (\vartheta_0 + 1)Q'' - Q_0''}{\mu'} + \frac{(\vartheta_0 + 1)Q''}{\mu_{np}} + \frac{Q_0''}{\mu''}} ; \quad (20)$$

$$C_p = [1 - (\vartheta_0 + 1)Q'' - Q_0'']C'_p + (\vartheta_0 + 1)Q''C_p^{np} + Q_0''C_p'' ; \quad (21)$$

$$C_v = [1 - (\vartheta_0 + 1)Q'' - Q_0'']C'_v + (\vartheta_0 + 1)Q''C_v^{np} + Q_0''C_v'' ; \quad (22)$$

$$k = \frac{C_p}{C_v} . \quad (23)$$

В случае, когда $\alpha < 1$, теплофизические свойства газовой смеси после взрыва определяются по формулам:

$$\mu = \frac{\vartheta_0}{\frac{(1 + \vartheta_0)Q'}{\mu_{np}} + \frac{\vartheta_0 - (1 + \vartheta_0)Q'}{\mu''}} ; \quad (24)$$

$$C_p = (1 - Q_{np})C_p'' + Q_{np}C_p^{np} ; \quad (25)$$

$$C_v = (1 - Q_{np})C_v'' + Q_{np}C_v^{np} ; \quad (26)$$

$$k = \frac{C_p}{C_v} . \quad (26)$$

В обоих случаях газодинамические параметры смеси (давление, температура, плотность) равны:

$$P = \frac{H_u m''_{th} (k - 1)}{V} + P_a = \frac{H_u (1 - Q'' - Q_0'') m'' (k - 1)}{\vartheta_0 Q'' V} + P_a ; \quad (27)$$

$$T = \frac{PV\mu}{mR_{yn}} ; \quad (28)$$

$$\rho = \frac{m}{V} . \quad (29)$$

В дальнейшем предполагается, что взрыв происходит мгновенно, горение происходит в постоянном объеме, занимаемом взрывоопасной смесью с концентрацией горючего в пределах воспламеняемости. После взрыва в локализованном объеме газодинамические параметры двухкомпонентной смеси (воздух и горючее) изменялись на газодинамические параметры трехкомпонентной смеси (воздух, продукты сгорания и остаток горючего).

Алгоритм численного решения

Векторное уравнение (1) является следствием законов сохранения массы, импульса и энергии, которые могут быть представлены в интегральной форме для каждой расчетной ячейки:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V a dV + \oint_{\vec{\sigma}} \hat{A} d\vec{\sigma} = \iiint_V \rho f dV , \quad (30)$$

где V – объем элементарной расчетной ячейки; $\vec{\sigma}$ – ограничивающая поверхность данной ячейки, кото-

рая имеет внешнюю нормаль $\vec{n}$ ($\vec{\sigma} = \sigma \vec{n}$); $\hat{A}$ – тензор плотности потока консервативных переменных a , столбцами которого являются векторы $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$, соответственно.

Закон переноса каждой компоненты смеси (8) может быть также представлен в интегральной форме для каждой расчетной ячейки:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho Q dV + \iint_{\sigma} \rho Q q d\sigma = \iiint_V \rho Q dV. \quad (31)$$

Численное решение основных уравнений основывается на использовании схемы распада произвольного разрыва. Уравнения (30, 31) допускают возникновение и существование поверхностей разрыва двух видов: ударных волн и тангенциальных разрывов. Функции, удовлетворяющие уравнениям (30, 31), можно рассматривать в качестве обобщенных решений уравнений газовой динамики. Использование интегральных законов сохранения массы, импульса, энергии и концентрации газообразной примеси в качестве исходных для построения разностных уравнений обеспечивает построение разрывных решений без выделения разрывов.

Совокупность газодинамических параметров во всех ячейках в момент времени t^n представляет собой известное решение на временном слое с индексом n . Параметры в момент времени $t^{n+1} = t^n + \tau$ (на слое $n+1$) рассчитывались посредством применения явных разностных аппроксимаций для соотношений (5) в рамках интегроинтерполяционного метода С.К. Годунова [11]. На первом этапе непрерывное распределение параметров заменяется кусочно-постоянными средн-интегральными значениями в каждой расчетной ячейке. При этом границы ячейки представляют собой неустойчивые поверхности произвольного разрыва, которые распадаются на устойчивые волновые элементы: ударную волну, контактную поверхность и волну разрежения. Для каждого такого разрыва определяются потоки массы, импульса и

энергии через грани газовых ячеек. В момент взрыва в объеме расчетной области, занимаемом взрывоопасной смесью с концентрацией примеси в диапазоне между минимальным и максимальным концентрационными пределами воспламеняемости $Q_{\min} \leq Q \leq Q_{\max}$, газодинамические параметры двухкомпонентной смеси (воздух и горючее) мгновенно изменялись на газодинамические параметры трехкомпонентной смеси (воздух, продукты сгорания и остаток горючего). Параметры смеси после взрыва определялись по формулам (11 – 29). Устойчивость конечно-разностной схемы обеспечивается за счет выбора величины шага по времени τ .

На основе математической модели создана компьютерная система инженерного анализа газодинамических процессов формирования взрывоопасной смеси, ее взрыва и рассеяния продуктов сгорания в атмосфере, которая использована в исследовательском программном комплексе «Fire». Программа позволяет прогнозировать изменение концентрации примеси, избыточного давления и температуры во времени и пространстве с использованием персональных компьютеров в практически приемлемое время.

Верификация математической модели взрыва газовой смеси

Выбросы горючих газообразных химических веществ в атмосферу и их сгорание приводит к распространению в атмосфере ударных волн, поражению персонала и разрушению жизненно важных объектов. Обычно для прогнозирования нагрузок на конструкции производственных строений, генерируемых взрывом, используется избыточное давление во фронте ударной волны.

Для верификации математической модели газодинамического процесса взрыва газовых облаков в атмосфере проводилось сравнение результатов численного моделирования с экспериментальными данными [2]. Моделировался взрыв облака стехиомет-

рической пропано-воздушной смеси при параметрах эксперимента: объем облака горючей смеси – 1495 м³; энергия взрыва – 4640 МДж.

В работе [2] на основе экспериментов при взрыве облаков ацетилена, пропана и метана с воздухом и пропана и метана с кислородом была получена регрессионная зависимость давления во фронте ударной волны от расстояния от эпицентра для заданной энергии взрыва:

$$\Delta P_{\phi} = \frac{0,6 \cdot 10^{-1}}{R_0} + \frac{1,4 \cdot 10^{-2}}{R_0^2} + \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{R_0^3}$$

при $R_0 \geq 0,3$;

$$\Delta P_{\phi} = \frac{0,052}{R_0^{1,7}} \quad \text{при } 0,08 \leq R_0 < 0,3,$$

где $R_0 = \frac{R}{E^{1/3}}$ – динамический радиус; R – расстояние от эпицентра взрыва; E – энергия взрыва.

На рис. 2 приведены результаты расчетов параметров среды после взрыва облака пропана, которые достаточно с приемлемой точностью согласуются с экспериментальными данными и с регрессионной зависимостью [2].

Расчет взрыва облака водорода

Моделировался взрыв водородо-воздушной смеси на станции заправки транспортных средств водородным топливом как наиболее опасный аварийный сценарий с точки зрения потенциальных катастрофических последствий, угрожающих оборудованию станции, персоналу и населению близлежащих жилых построек [12].

Раздаточная станция имеет большую цистерну с жидким водородом (5,7 м³).

Криогенная цистерна питает три пакета по 12 баллонов высокого давления общим объемом 799,2 м³, в которых хранится газообразный водород при температуре окружающей среды.

Взрывоопасная смесь формируется в результате мгновенного выброса всего объема сжатого газооб-

разного водорода из баллонов раздачи и дальнейшего его рассеяния в потоке набегающего со скоростью 1 м/с воздуха.

Масса водорода в облаке в момент взрыва была равна 63 кг.

Как и следовало ожидать, в пространстве между зданиями происходит увеличение давления.

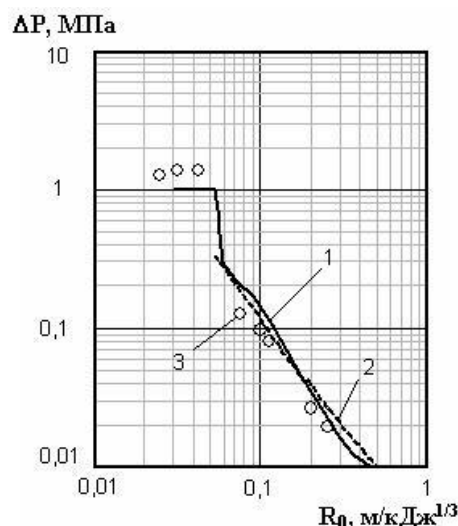


Рис. 2. Распределение избыточного давления во фронте ударной волны:
1 – результаты расчета;
2 – регрессионная зависимость;
3 – экспериментальные данные

Расчетное избыточное давление среды на стенках жилых зданий, расположенных в правой части расчетной области (рис. 3, а) составило 28 кПа, что позволяет предположить возможность серьезных разрушений зданий жилого массива.



Рис. 3. Поле давлений при взрыве водорода:
а – вид сверху у поверхности земли (плоскость XOZ); б – вид сбоку (плоскость YOZ)

Заключение

Разработана математическая модель газодинамических процессов формирования двухкомпонентной взрывоопасной газовой смеси, ее взрыва и рассеяния продуктов сгорания в атмосфере. Конечно-разностная схема разработана для случая трехмерной системы уравнений движения газовой динамики, дополненной законами сохранения массы газовой примеси и продуктов сгорания. Разработан алгоритм расчета теплофизических параметров смеси газов, образующихся в результате мгновенного взрыва. Рассмотрен алгоритм численного решения полученной разностной схемы на основе метода С.К. Годунова. Разработана компьютерная система, моделирующая взрывы обогащенных и обедненных взрывоопасных газовых смесей в атмосфере. Верификация математической модели показала приемлемую ее точность в сравнении с известными экспериментальными данными.

Выполнено численное моделирование взрыва облака газообразного водорода. Полученные результаты расчетов качественно отвечают ожидаемой физической картине и количественно могут быть использованы для прогноза возможных разрушений близлежащих строений.

Литература

1. Взрывные явления. Оценки и последствия: В 2-х кн. / Бейкер У. и др.; Под ред. Я.Б. Зельдовича, Б.Е. Гельфанда. – М.: Мир, 1986. – 319 с.
2. Когарко С.М., Адушкин В.В., Лямин А.Г. Исследование сферической детонации газовых смесей // Научно-технические проблемы горения. – 1965. – №2. – С. 22-34.
3. Борисов А.А., Гельфанд Б.Е., Цыганов С.А. О моделировании волн давления, образующихся при детонации и горении газовых смесей // Физика горения и взрыва. – 1985. – №2. – С. 163-165.

4. Парр-Сантос М.Т., Кастро-Руис Ф., Мендес-Буено Ц. Численное моделирование перехода горения в детонацию // Физика горения и взрыва. – 2005. – Т. 41, № 2. – С. 108-115.
5. Шенг Дж. С. Обзор численных методов решения уравнений Навье-Стокса для течений сжимаемого газа // Аэрокосмическая техника. – 1986. – № 2. – С. 65-92.
6. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2-х т. – М.: Мир, 1990. – 726 с.
7. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.-ры, 1970. – 904 с.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебн. пос. В 10 т. – Т.6. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. – 736 с.
9. Митасов Ю.Д., Редько А.Ф., Скоб Ю.А., Угрюмов М.Л. Численное моделирование процесса распространения продуктов горения при пожаре в зданиях с атриумами // Науковий вісник будівництва. – 2001. – Вип. 14. – С. 258-262.
10. Берлянд М.Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. – Л.: Гидрометеиздат, 1975. – 448 с.
11. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов, А.Н. Крайко, Г.П. Прокопов. – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит.-ры, 1976. – 400 с.
12. Safety and Security Analysis: Investigative Report by NASA on Proposed EPA Hydrogen-Powered Vehicle Fueling Station. Assessment and Standards Division Office of Transportation and Air Quality U.S. Environment Protection Agency, EPA420-R-04-016 October 2004. – 45 p.

Поступила в редакцию 24.04.2007

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. А.В. Бастеев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

УДК 621.454:532.525

В.В. СПЕСИВЦЕВ¹, Ю.В. СПЕСИВЦЕВА²¹ *Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*² *Fachhochschule Bonn-Rhein-Sieg, Deutschland*

НОВЫЙ ПОДХОД К ТЕОРИИ ОТРЫВА СТРУИ РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ ОТ СТЕНКИ СОПЛА НА РЕЖИМАХ ПЕРЕРАСШИРЕНИЯ

Предложен новый подход к теории отрыва, основанный на физических возможностях перерасширения газа в свободной струе. Для согласования параметров камеры сгорания и струи вводится поправка на дополнительный импульс, действующий на газ в раструбе сопла. Рассчитанные значения критического отношения давлений в сечении отрыва согласуются с многочисленными экспериментами при аэродинамических продувках конических сопел. Рассогласования теоретических и экспериментальных значений не превышают 6% в диапазоне чисел Маха набегающего потока $M = 1 \dots 2$.

ракетный двигатель, раструб сопла, режим перерасширения, свободная струя, отрывное течение

Введение

С изменением внешних условий полета ракеты, а также при регулировании тяги двигателя (при изменении давления в камере p_k) возникают нерасчетные режимы его работы. В зависимости от давлений в камере сгорания и окружающей среды возможны три режима работы сопла ракетного двигателя (РД). Это расчетный режим $p_a = p_n$, т.е. когда давление на срезе сопла равно давлению окружающей среды; режим недорасширения $p_a > p_n$ и режим перерасширения $p_a < p_n$. Ранее считалось, что на режиме перерасширения поток газа отрывается от стенки сопла в том сечении, где его давление в потоке становится равным атмосферному давлению, т.е. считалось, что сопло на этом режиме является саморегулирующимся. Однако экспериментальные исследования показали, что только при падении давления на срезе сопла до значений $p_a < (0,4 \dots 0,2) p_n$ нормальный режим перерасширения нарушается, происходит отрыв потока от стенки сопла и часть сопла оказывается неработающей [1].

Современное состояние вопроса. Причиной отрыва потока объясняется наличие пограничного слоя, по дозвуковой части которого возмущения из

внешней среды имеют возможность передаваться вверх по потоку.

Для оценки предельной степени нерасчетности ($m_{пред}$) Г.Н. Абрамович предложил использовать формулу для прямого скачка, который устанавливается в сечении отрыва. Расчеты проводят по известным параметрам в этом сечении. Для типичного случая значения предельной степени нерасчетности, вычисленное по этой формуле, составляет около 20, что значительно больше реальных значений, равных 3...4 [2]. Поэтому схема отрыва при вхождении прямого скачка в сопло является ошибочной. Анализ результатов экспериментов в соплах с отрывом показал, что можно выделить две количественные характеристики отрывного течения: это – отношение давления за скачком, вызывающим отрыв, p_2 к давлению в невозмущенном потоке p_1 перед сечением отрыва, а также отношение давления окружающей среды p_n к давлению p_2 . Зная эти две характеристики течения, можно найти положение сечения отрыва и распределение давления в области отрыва, а по ним рассчитать тягу. Отмечается, что при углах раствора сверхзвуковой части сопла $2\beta \geq 30^\circ$ давление за скачком равно давлению ок-

ружающей среды, т.е. $p_n = p_2$ [3]. Многочисленные экспериментальные исследования отрывных течений позволили установить, что отношение $m_{пред} = p_2 / p_1$ в сечении отрыва соответствует так называемому критическому отношению давлений. Оно не зависит от типа течения в сверхзвуковом потоке и является некоторой обобщающей закономерностью отрывных течений. В работе [3] приведена зависимость критического отношения давлений от числа Маха ($M_{ск}$) набегающего потока перед мостообразной системой скачков уплотнения. Там же на графике проведена линия регрессии, аппроксимирующая экспериментальные точки. Она имеет вид

$$m_{пред} = 1 + 0,725(M_{ск} - 1). \quad (1)$$

Отклонения экспериментальных значений $m_{пред}$ от аппроксимирующей прямой составляют (15...20)% в диапазоне изменения $M_{ск} = 1...3,5$. Эти результаты были получены при продувках воздухом конических сопел в аэродинамических трубах. Данных по отрыву при течении в соплах продуктов сгорания РД нет.

На основе полученной в эксперименте зависимости критического отношения давлений от числа Маха набегающего потока была разработана полуэмпирическая теория расчета параметров РД, работающего на режиме перерасширения. Эту методику используют в инженерных расчетах до настоящего времени (см., например, [3]).

Суть предлагаемого подхода к теории

В настоящей работе предлагается **подход к теории отрыва струи от стенки сопла ракетного двигателя**, базирующаяся на рассмотрении течения газа в свободной струе, которое имеет свои особенности, и течения газа в канале при одинаковых исходных данных. При этом предполагается, что поперечное сечение струи за соплом не зависит от сечения среза

сопла и определяется только параметрами течения газа в свободной струе. Если располагаемый перепад давлений на сопле ($\Pi_0 = p_k / p_n$) превышает критический ($\Pi_{кр} = 1/\pi(1)$), то в струе за соплом наблюдается бочкообразный участок. Рассмотрим качественное изменение структуры течения газа за соплом (рис. 1).

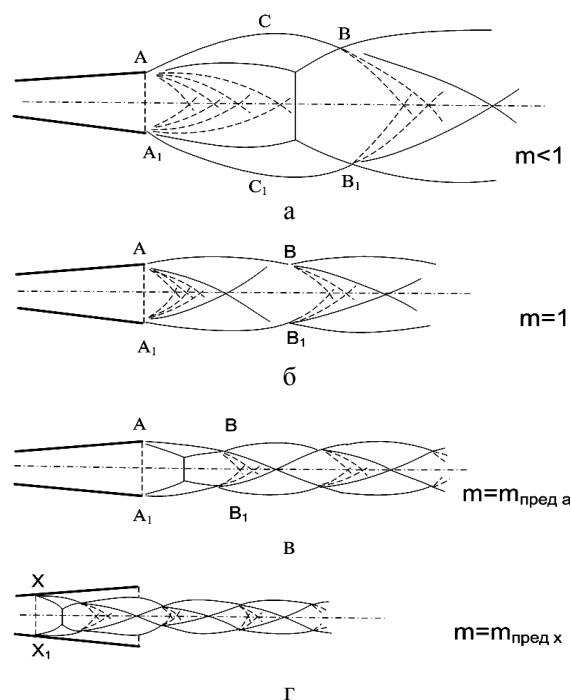


Рис. 1. Структуры бочкообразных участков струи, соответствующие режимам работы сопла:

- а – недорасширения;
- б – расчетному;
- в – перерасширения без отрыва;
- г – перерасширения с отрывом

При безотрывном течении (рис. 1, а, б, в) входное сечение бочки присоединено к срезу сопла AA_1 ($m < m_{пред}$). В случае отрыва струи бочкообразный участок в струе сохраняется (рис. 1, г), но входное сечение бочки присоединено к промежуточному сечению раструба сопла XX_1 . Плоскость XX_1 разделяет две формы течения газа: перед плоскостью – течение в канале раструба сопла; за плоскостью – течение в свободной струе. При отрыве в сопло входит первая бочка, которая включает в себя систему волн и скачков уплотнения, в том числе и мостообразную систему.

Рассмотрим особенности течения газа в первой бочке.

Запишем одномерные уравнения, связывающие параметры газа в сечениях бочки свободной струи через газодинамические функции, используя законы сохранения массы, энергии и импульса. Для составления уравнений баланса используем текущее сечение бочки и сечение, в котором параметры газа известны (коэффициент скорости газа λ и площадь сечения F). В качестве исходного выберем минимальное сечение бочки, где поток одномерный. Принимаем индекс для обозначения параметров в этом сечении m (λ_m, F_m).

Уравнения неразрывности, записанные через полные и статические давления газа в струе, принимают вид [4]:

$$q(\lambda) = \frac{1}{\sigma} \frac{1}{f} q(\lambda_m); \quad (2)$$

$$y(\lambda) = \Pi_0 \frac{f_a}{f} q(\lambda_a). \quad (3)$$

При составлении уравнения (3) в качестве исходного сечения выбирается сечение струи, где статическое давление газа p равно заданному статическому давлению. Так, при $p = p_n$, газ имеет параметры одномерного газового потока, равные параметрам на срезе сопла (точка a) при расчетном режиме истечения. Параметры в точках u, u' соответствуют изобарическим сечениям бочки. Параметры исходного сечения в этом случае: $\lambda_a; f_a = F_a / F_m$. Уравнение сохранения импульса запишем в виде выражения

$$z(\lambda) = z(\lambda_m) + \left(\frac{\kappa + 1}{2} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \frac{f - 1}{\Pi_0 q(\lambda_m)}. \quad (4)$$

Уравнения содержат две неизвестные величины: относительную площадь сечения струи $f = F / F_m$ и коэффициент абсолютной скорости в этом сечении λ . На рис. 2 построены зависимости (2), (3) и (4) (кривые 1, 3, 2) при $\sigma = 1$, которые представляют собой диаграмму состояния струи, рассчитанную

для $\Pi_0 = 46,5$. Пересечение кривых 1 и 2 дает две пары значений переменных f и λ , удовлетворяющих обоим уравнениям, первая точка m соответствует исходным параметрам газа, вторая точка c дает значение в максимальном (среднем) сечении первой бочки.

Это одномерные сечения, скорость газа в них имеет осевое направление.

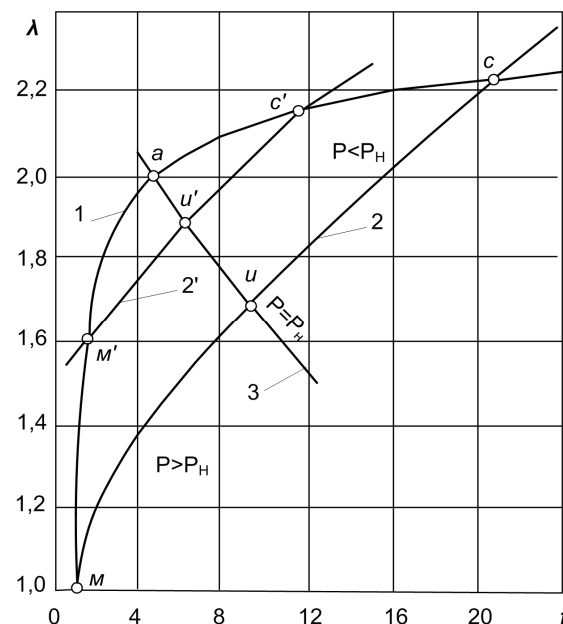


Рис. 2. Диаграмма состояния газа в сечениях струи:

- 1 – уравнение неразрывности, записанное через полное давление (2);
- 2 – уравнение сохранения импульса (4);
- 3 – уравнение неразрывности, записанное через статическое давление (3);

точка m соответствует срезу сопла с $M_a = 1,0$

В остальных промежуточных сечениях – скорость λ имеет некоторый угол α с осью потока. В промежуточных сечениях бочки вектор скорости имеет радиальную составляющую $\lambda_R = \lambda \sin \alpha$. В работе [4] проведены расчеты параметров газа в сечениях бочки по уравнениям (2), (4) с учетом радиальной составляющей λ_R . Получено условие совместного решения уравнений (2), (4) на участке $m - a - c$, которое выражается определенными зависимостями $\cos \alpha = \varphi(f)$ и $\lambda_R = \psi(f)$. В точках m и c имеем $\alpha = 0$ и $\lambda_R = \lambda \sin \alpha = 0$. Если попытаться определить величину угла α , принимая пло-

щади сечений больше F_c или меньше F_m , то окажется, что $\cos \alpha > 1$, а радиальная составляющая скорости – мнимая величина. Это указывает на физическую невозможность такого течения и, следовательно, на то, что в начальном участке нерасчетной струи площадь поперечного сечения не может стать меньшей площади сечения F_m (минимального сечения бочки) или большей площади F_c , являющейся максимальной площадью сечения первой бочки струи.

Уравнения движения газа в свободной струе составлены из условия постоянства давления окружающей среды p_n на внешней границе струи. Под действием этого давления происходит ускорение газа в первой половине бочки от λ_m до λ_c (процесс $m - a - c$), либо торможение его во второй половине бочки от λ_c до λ_m в выходном сечении (процесс $c - a - m$).

При истечении струи из сопла с раструбом ускорение газа происходит в сверхзвуковой части сопла и, дополнительно с перерасширением, в распределенной волне разрежения (участок $a - c$, здесь $p < p_n$). Если учесть дополнительный импульс, создаваемый раструбом сопла, то уравнение (4) на графике будет иметь вид кривой 2', а минимальному и среднему сечениям новой бочки будут соответствовать точки m' и c' . При i -х режимах течения разделяющие плоскости занимают промежуточные сечения бочек (от точек m_i до точек c_i в соответствии с i -ми режимами течения), пока возможности расширения поперечного сечения бочки не будут исчерпаны. В пределе эта плоскость займет положение, соответствующее максимальному (среднему) сечению бочки, т.е. $F_a = F_c$. В первой бочке будет происходить только торможение потока. Это значит, что она будет включать в себя только систему скачков уплотнения. Волна разрежения вырождается. Дальнейшее повышение p_n приведет к уменьшению F_c и при $F_c < F_a$ среднее

сечение бочки окажется присоединенным к сечению сопла внутри раструба, где $F_c = F_x$.

Кривая 3 на графике (рис. 2) построена по уравнению (3) при статическом давлении, равном давлению p_n . Ветви кривых 1 и 2 ниже кривой 3 соответствуют значениям давлений в сечениях бочки, где $p > p_n$ (режимы недорасширения), а верхние ветви – $p < p_n$ (режимы перерасширения).

Итак, предельным режимом при перерасширении, предшествующем отрыву струи от стенок сопла, будет режим, когда $F_a = F_c$, т.е. режим, когда площади максимального сечения бочки и среза сопла равны.

Основные соотношения

Использование уравнения (4) для струи, истекающей из раструба, требует введения поправки на дополнительный импульс, получаемый газом от стенки сопла.

Поправку на дополнительный импульс, создаваемый стенкой сопла по сравнению с импульсом в критическом сечении, необходимо вводить, так как вместо внешнего давления p_n на границах струйки в канале действует переменное давление p от стенки сопла. Дополнительная сила, действующая на струю в направлении движения, равна силе избыточного давления на стенку раструба сопла

$$P_\partial = \int_{\Delta F} (p - p_n) dF. \quad (5)$$

Подынтегральное выражение преобразуется с использованием газодинамических функций к пяти интегралам с пределами интегрирования по λ от 1 до λ_a . Четыре интеграла можно выразить через элементарные функции, а пятый – нет, так как он относится к классу интегралов от биномиального дифференциала. Пятый интеграл решается численно.

Представим дополнительную силу в относительном виде

$$\bar{P}_\partial = \frac{P_\partial}{p_n F_{кр}} = \frac{\Delta I_\partial}{\beta}, \quad (6)$$

где ΔI_∂ – дополнительный импульс, сообщаемый газу стенкой сопла; β – расходный комплекс.

Используя выражения для расходного комплекса и критической скорости потока, получим выражение импульса в минимальном (квазивходном) сечении бочки через коэффициент скорости

$$\lambda_{ex} = 1 + \frac{1}{\kappa \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}} \bar{P}_\partial. \quad (7)$$

Параметры газа во втором минимальном (выходном) сечении бочки идентичны параметрам входного сечения в соответствии с принятым условием $\sigma = 1,0$ (см. уравнение (2)). С ростом интенсивности системы скачков уплотнения во второй половине бочки площади минимальных сечений AA_1 и BB_1 могут существенно отличаться (рис. 1, а) за счет потерь полного давления ($\sigma < 1,0$).

Теперь для определения перепада давлений в бочке между входным и максимальным сечениями по известным значениям параметров в этих сечениях воспользуемся уравнением сохранения импульса (4) для свободного течения. Преобразуем уравнение (4), подставив известные $\lambda_{ex}, F_{ex}, \lambda_a, F_a$ (a – сечение отрыва на срезе сопла), а необходимый перепад давлений выразим уравнением

$$P_{oc} = \left(\frac{\kappa + 1}{2} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \frac{f_{ex} - 1}{[z(\lambda_{ex}) - z(\lambda_c)] q(\lambda_c)}, \quad (8)$$

где $f_{ex} = F_{ex} / F_c$.

Под действием перепада $P_{oc} = p_\kappa / p_n$ и наружного давления p_n в струе происходит увеличение скорости газа от λ_{ex} до λ_a . В канале сопла для достижения скорости λ_a при безотрывном течении необходим перепад давлений $P_{oa} = p_\kappa / p_a$

$$\lambda_a = \sqrt{\left[1 - \left(\frac{1}{P_{oa}} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}}. \quad (9)$$

Искомое значение $m_{пред}$ определится из отношения

$$m_{пред} = \frac{P_{oa}}{P_{oc}} = \frac{p_\kappa}{p_a} \frac{p_n}{p_\kappa} = \frac{p_n}{p_a}, \quad (10)$$

так как $p_a = p_1$ – давление в потоке перед бочкой (перед сечением отрыва), $p_n = p_2$ – давление за сечением отрыва (давление окружающей среды). Полученное значение $m_{пред}$ будет соответствовать предельному режиму безотрывного течения на срезе сопла ($m_{пред a}$). При $\lambda_a = \lambda_x$ вычислим значение $m_{пред x}$ для сечения x раструба сопла (для среза работающего участка сопла при отрыве). Степень нерасчетности действующего участка сопла определится отношением

$$n_x = 1 / m_{пред x}. \quad (11)$$

Проверка адекватности

Для проверки адекватности проводились вычисления $m_{пред}$ с использованием основных соотношений теории с последующим сравнением полученных результатов с экспериментальными данными, представленными уравнением (1). Заметим, что эти данные получены при продувках конических сопел воздухом. Сравнение опытных и расчетных данных проводились как для рабочего тела воздух ($\kappa = 1,4$), так и для других газов: продуктов сгорания ракетных топлив ($\kappa = 1,15; \kappa = 1,25$), газов и паров ($\kappa = 1,3$), углекислого газа ($\kappa = 1,67$). Опытное значение $(p_2 / p_1)_{on}$ сравнивалось с теоретическим значением $(p_2 / p_1)_T$ и определялось отклонение эксперимента от теории в процентах

$$\gamma = \frac{(p_2 / p_1)_{on} - (p_2 / p_1)_T}{(p_2 / p_1)_T} 100\%.$$

В табл. 1 представлены результаты вычислений отклонений экспериментальных данных от теоретических, рассчитанных для различных газов. Как видно из табл. 1, эксперимент ($\kappa = 1,40$) хорошо согласуется с теорией в диапазоне чисел Маха $M_x = 1,0 \dots 2,0$.

Таблица 1

Отклонения результатов экспериментальных данных от теоретических при различных числах Маха

Число Маха, M_x	Отклонения γ в % для газов с отношением теплоемкостей k				
	1,15	1,25	1,30	1,40	1,67
1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1,50	6,93	6,53	6,35	6,00	5,27
1,75	4,06	3,74	3,60	3,36	2,82
2,00	-0,53	-0,71	-0,77	-0,89	-1,06
2,50	-5,47	-10,51	-10,55	-10,52	-10,09
3,00	-18,25	-19,28	-19,47	-19,54	-18,82

Отклонения не превышают 6%.

При дальнейшем увеличении чисел Маха отклонения линии регрессии от теории увеличивается до -20%. Для чисел $M > 5,0$ погрешность регрессии достигает -50%.

Большой разброс экспериментальных точек, наблюдаемый в области больших чисел Маха (на графике [3]), подтверждает правдоподобность теории. Поэтому использование линейной регрессии допустимо только для $M_x \leq 2,0$, что обеспечивает погрешности $\gamma \leq 6\%$.

Для иллюстрации влияния нерасчетных режимов работы ракетного двигателя на его выходные параметры проведем расчет с исходными данными из примера [3], которые приведены в табл. 2.

Таблица 2

Исходные данные для расчета параметров РДТТ

Отношение теплоемкостей рабочего тела сопла, k	1,15
Давление в камере РДТТ p_k , МПа	3,92
Давление на срезе сопла p_a , МПа	0,049
Угол раствора сверхзвуковой части сопла 2β , °	30

Давлению на срезе сопла соответствует высота полета $H = 5700$ м.

Результаты расчетов параметров РДТТ, работающего на различных режимах, сведены в табл. 3.

Таблица 3

Параметры РДТТ, работающего на различных высотах в атмосфере и под водой

Тяга, отнесенная к тяге расчетного режима		
На высоте 5700 м	На уровне моря	Под водой на глубине 100 м
1,00	0,823	0,545

Заключение

1. Перерасширение газа в соплах с раструбом зависит от физической возможности изменения поперечного сечения газа в свободной струе, когда на ее границах действует давление окружающей среды.
2. Площадь сечения отрыва в сопле всегда равна максимальному сечению бочки.
3. В целях согласования параметров камеры сгорания с параметрами газа в струе в уравнения ее движения необходимо ввести поправку на одномерный дополнительный импульс, действующий на газ со стороны стенки раструба сопла в направлении движения.
4. Адекватность подтверждается большим количеством экспериментальных данных по исследованию условий отрыва в конических соплах при аэродинамических продувках.
5. Состав рабочего тела не очень сильно влияет на параметры отрыва.

Литература

1. Синярев Г.Б., Добровольский М.В. Жидкостные ракетные двигатели. – М.: Оборонгиз, 1955. – 486 с.
2. Алемасов В.Е., Дрегаллин А.Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей. – М.: Машиностроение, 1980. – 533 с.
3. Веницкий А.М. Ракетные двигатели на твердом топливе. – М.: Машиностроение, 1973. – 347 с.
4. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. – М.: Наука, 1969. – 624 с.

Поступила в редакцию 1.06.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.В. Соловей, Институт Проблем машиностроения НАН Украины, Харьков.

УДК 621.671:532.528

В.А. ЗАДОНЦЕВ¹, С.И. ДОЛГОПОЛОВ², Т.А. ГРАБОВСКАЯ², В.А. ДРОЗД²¹ *Институт транспортных систем и технологий НАНУ, Украина,*² *Институт технической механики НАНУ и НКАУ, Украина*

ВЛИЯНИЕ РАСПОЛОЖЕНИЯ ДАТЧИКОВ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КАВИТИРУЮЩИХ НАСОСОВ

Экспериментально установлено, что место установки датчиков давления на испытательном стенде оказывает существенное влияние на результат определения коэффициента усиления насоса. Расчетным путем показано, что возрастание модуля коэффициента усиления насоса при увеличении частоты колебаний обусловлено расположением датчика давления на некотором расстоянии от непосредственного входа в шнековый преднасос.

энергоустановка летательного аппарата, шнекоцентробежный насос, кавитация, частотные испытания, гидродинамическая модель, коэффициент усиления, импеданс

Введение

Насосы современных энергоустановок летательных аппаратов (ЭУЛА) работают в режиме скрытой кавитации [1], когда малый объем (по сравнению с объемом проточной части насоса) кавитационных каверн на входе проточной части насоса не оказывает заметного влияния на напор, потребляемую мощность и экономичность насоса. Однако наличие кавитационных каверн на входе в шнековые преднасосы может привести к самовозбуждению низкочастотных кавитационных автоколебаний, к качественному изменению динамических характеристик насоса – входного импеданса, комплексного коэффициента усиления насоса по давлению [1]. Кроме того, кавитационные явления в насосах энергетических установок при запуске ЭУЛА могут привести к кавитационному срыву работы насосов или к недопустимым забросам параметров [2].

В настоящее время для решения задач динамики ЭУЛА используются результаты динамических стендовых испытаний насосов трех видов [3]: частотные испытания (с пульсатором на входе или выходе из насоса) для определения импедансов и коэффициентов усиления насоса либо элементов его передаточной (переносной) матрицы в зависимости

от режимных параметров насоса, испытания в режимах кавитационных автоколебаний и испытания в режиме переходных процессов. На практике большее распространение получили частотные испытания насосов [1, 4 – 6].

Следует также иметь в виду, что конструкции натурных насосов часто не позволяют устанавливать датчики давления непосредственно на входе и выходе из насоса из-за того, что насосы имеют сложные пространственные подводы и отводы жидкости. А в работах по определению экспериментальных передаточных матриц кавитирующих насосов [4, 6] отмечается важность внесения поправок на влияние гидравлической системы. Дополнительную сложность вносят обратные течения на входе в насос, когда кавитационные каверны образуются не только в межлопастных каналах, но и перед шнеком.

В работах [1, 5] представлены результаты определения экспериментальных частотных характеристик кавитирующего насоса: импеданса на входе в насос Z_1 и коэффициента усиления насоса k_p . Показано, что модуль коэффициента усиления насоса k_p увеличивается с увеличением частоты колебаний, достигая максимума при определенном значении частоты.

Для согласования экспериментальных и расчетных данных по частотам кавитационных колебаний, а также по коэффициентам усиления кавитирующего насоса в модели динамики насоса был использован коэффициент инерционности кавитационной каверны на участке роста высоты кавитационной каверны $J_{ки}$ [1, 5]. Однако результаты дальнейших исследований показали [7], что согласование экспериментальных и расчетных частот кавитационных колебаний в гидравлических линиях с различными акустическими длинами может быть достигнуто без использования коэффициента инерционности $J_{ки}$. Установлено также [8], что теоретическая передаточная матрица кавитирующего насоса, полученная с учетом распределенности параметров каверны, также может быть описана без коэффициента инерционности $J_{ки}$.

Целью данной статьи является экспериментальное и теоретическое определение частотных характеристик кавитирующих насосов с учетом мест установки датчиков.

1. Объект, методика проведения и результаты экспериментальных исследований

Объектом исследования является шнекоцентробежный насос разработки КБ Энергетического машиностроения, который имеет трехзаходный шнековый преднасос постоянного шага, большой размер (наружный диаметр шнека 15,62 мм) и производительность ($0,11 \text{ м}^3/\text{с}$ для стендовых условий) по сравнению с исследованными ранее насосами, для которых проводились автономные частотные испытания [1, 5]. Исследуемый насос выполнен с боковым кольцевым подводом жидкости, имеет коэффициент быстроходности 83,3 и густоту решетки шнекового преднасоса 2,54.

Частотные испытания исследуемого насоса проводились на гидравлическом стенде ГКБ “Южное”. Стенд выполнен по замкнутой схеме и предназначен

для проведения испытаний по определению статических (напорной и кавитационной) характеристик насосов.

Для проведения динамических испытаний насоса стенд был дополнен системой задания на входе в насос возмущающего гармонического воздействия. Принципиальная гидравлическая схема стенда для частотных испытаний насоса и схема размещения датчиков представлены на рис. 1.

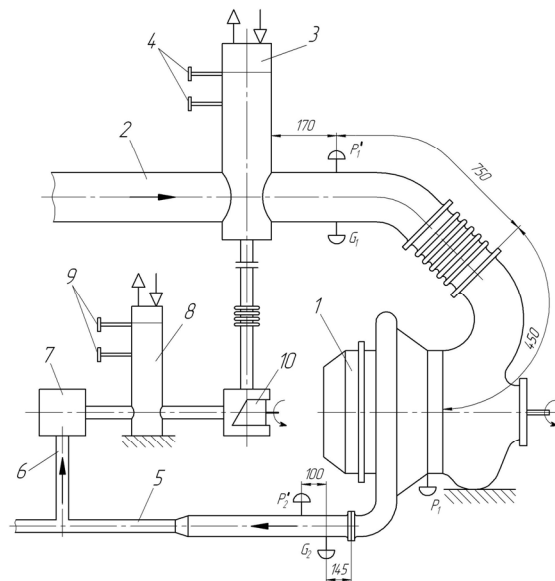


Рис. 1. Принципиальная гидравлическая схема стенда для частотных испытаний исследуемого насоса: 1 – насос; 2 – питающий трубопровод; 3 – проточный ресивер; 4 – датчики уровня жидкости; 5 – напорный трубопровод; 6 – байпасный трубопровод; 7 – дроссель; 8 – проточный ресивер; 9 – датчики уровня жидкости; 10 – пульсатор дроссельного типа

В исследуемый насосный агрегат 1 жидкость из антикавитационного бака стенда (на схеме не показан) поступает по питающей магистрали 2, в которой установлен проточный ресивер 3, предназначенный для акустического “отсечения” части питающего трубопровода при испытаниях в режиме кавитационных автоколебаний. При частотных испытаниях ресивер 3 был заполнен жидкостью, что контролировалось датчиками уровня 4. Выходной патрубок насоса 1 соединен с гидрофором стенда (на схеме не показан) напорной магистралью 5.

Для проведения частотных испытаний малоразмерных лопастных насосов [1] задание возмущаю-

щего сигнала обычно производится пульсатором, установленным непосредственно в питающем или напорном трубопроводах исследуемого насоса. При этом происходит воздействие на весь поток жидкости в трубопроводе. Для исследуемого насоса была использована схема задания возмущений по байпасному трубопроводу, предложенная в работе [9]. При этом жидкость высокого давления отбиралась на выходе из насоса и направлялась по байпасному трубопроводу 6 (до 10 % от суммарного расхода жидкости) через проточный ресивер 8 и пульсатор дроссельного типа 10 на вход в насос. Воздушная подушка в проточном ресивере 8, контролируемая датчиками уровня жидкости 9, акустически “отсекает” часть байпасного трубопровода 6 и предотвращает проникновение динамического воздействия жидкости по байпасному трубопроводу на вход в насос.

Пульсатор дроссельного типа, выполненный в виде срезанного под углом стакана, помещенного в статор, за счет частичного перекрытия щели создает переменное гидравлическое сопротивление. Амплитуда пульсаций регулируется степенью перекрытия щели пульсатора. Приводом пульсатора служит двигатель постоянного тока. Система управления за счет регулирования частоты вращения вала пульсатора позволяет задавать возмущения в частотном диапазоне от 5 до 30 Гц.

Динамические параметры испытаний регистрировались с помощью индуктивных датчиков давления типа ДД-10 и датчиков мгновенных расходов жидкости (ДМРЖ) разработки ИТМ НАНУ [2]. В основу работы ДМРЖ положен принцип измерения перемещения тел обтекания. Эти датчики имеют широкий частотный диапазон измерения мгновенного расхода (до 100 Гц), высокую точность (погрешность измерения по амплитуде не превышает 6 % и по фазе 8° при максимальной частоте пульсаций) и могут использоваться в агрессивных, криогенных, непрозрачных, электропроводных и др.

жидкостях. Схема установки этих датчиков приведена на рис. 1.

Проведен гармонический анализ результатов испытаний, который показал, что составляющие высших гармоник в исходном сигнале, как правило, пренебрежимо малы по сравнению с первой гармоникой. Поэтому искомые частотные характеристики определялись по первым гармоникам исходного сигнала.

Частотные испытания насоса проводились с акустически длинным питающим трубопроводом (ресивер 3 на рис.1 полностью заполнен жидкостью) в следующих диапазонах изменения режимных параметров насоса [1]: число кавитации $k^* = 0,08 - 0,16$, параметр режима $q = 0,25 - 0,42$.

В качестве примера на рис. 2 и 3 (позиции 1)

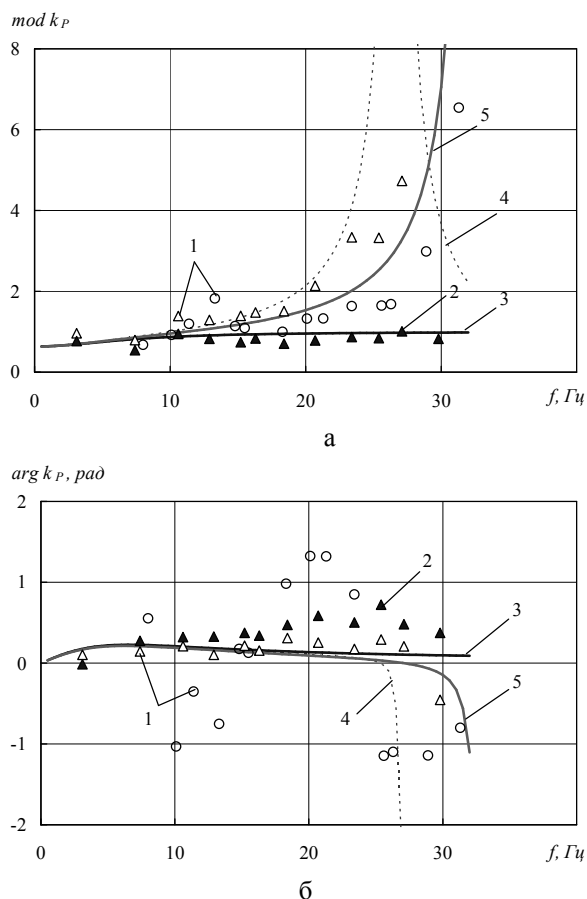


Рис. 2. Коэффициент усиления насоса: (а – модуль; б – аргумент): 1 – эксперимент ($l=1200$ мм расстояние до входа в насос); 2 – эксперимент ($l=0$); 3 – расчет по формуле (2); 4 – расчет по формуле (2) с учетом $J_{кин}$; 5 – расчет по формуле (6)

представлены результаты экспериментального определения коэффициента усиления насоса и импеданса на входе в насос для одного из режимов работы насоса (число кавитации $k^* = 0,12$, параметр режима $q = 0,34$). При этом коэффициент инерционного сопротивления, обусловленный наличием обратных течений на входе в насос, J_{OT} , полученный по формулам работы [7], составляет 1,5 % от коэффициента инерционного сопротивления питающего трубопровода J_1 и далее не учитывается,

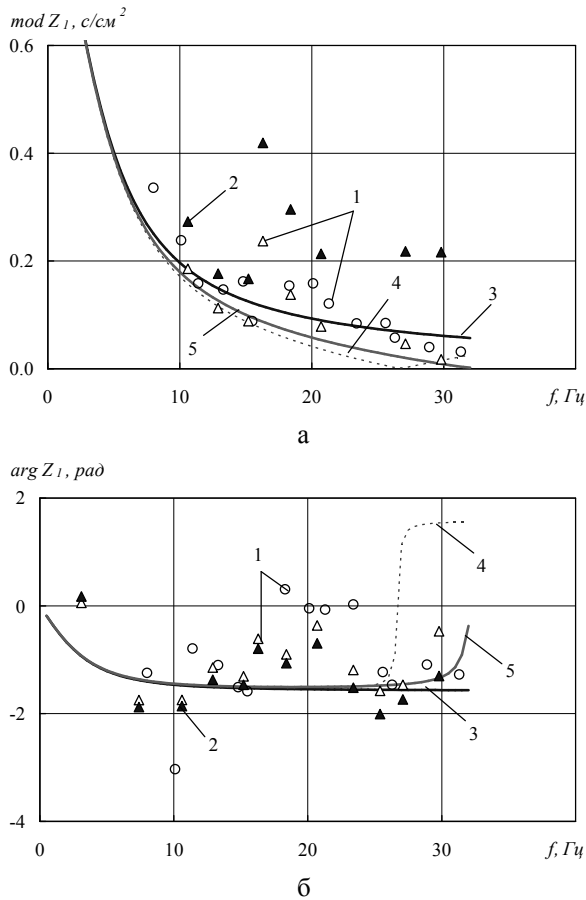


Рис. 3. Импеданс на входе в насос (а – модуль; б – аргумент): 1 – эксперимент ($l=1200$ мм расстояние до входа в насос); 2 – эксперимент ($l=0$); 3 – расчет по формуле (3); 4 – расчет по формуле (3) с учетом $J_{ки}$; 5 – расчет по формуле (7)

как и влияние обратных течений на показания датчиков давления и расхода на входе в насос. Из этих рисунков видно, что полученные частотные характеристики качественно согласуются с полученными ранее [1, 5] соответствующими частотными характеристиками, в частности, модуль коэффициента

усиления увеличивается, а модуль импеданса уменьшается с увеличением частоты колебаний вынужденного возмущения.

2. Теоретическое определение частотных характеристик насосов

Для теоретического определения коэффициента усиления насоса k_p и импеданса Z_1 была использована гидродинамическая модель динамики кавитирующих насосов [1, 7], которая включает уравнения движения жидкости в питающем трубопроводе, динамики кавитационных камер, баланса расходов в проточной части насоса, выражение для давления на выходе из насоса и уравнение движения жидкости в напорном трубопроводе. После преобразования по Лапласу эта линейная гидродинамическая модель имеет вид

$$\begin{cases} \delta \bar{p}_1 + [R_1 + p \cdot (J_1 + J_{OT})] \cdot \delta \bar{G}_1 = 0; \\ \delta \bar{p}_1 = B_1 \cdot (1 + p \cdot T_K) \cdot \delta \bar{V}_K + B_2 \cdot \delta \bar{G}_1; \\ \gamma \cdot p \cdot \delta \bar{V}_K = \delta \bar{G}_2 - \delta \bar{G}_1; \\ \delta \bar{p}_2 = \delta \bar{p}_1 + s_2 \cdot \delta \bar{G}_2 + \varepsilon \cdot \delta \bar{V}_K + r \cdot \delta \bar{G}_1; \\ \delta \bar{p}_2 = Z_2 \cdot \delta \bar{G}_2, \end{cases} \quad (1)$$

где p – переменная преобразования Лапласа; δ – символ, указывающий на малые отклонения рядом стоящего параметра от установившегося значения; p_1 , G_1 – давление и расход на входе в насос; R_1 – коэффициент линеаризованного гидравлического сопротивления питающего трубопровода; B_1 , V_K , B_2 , T_K – упругость, объем, сопротивление и постоянная времени кавитационных камер [1, 7]; γ – удельный вес жидкости; s_2 – тангенс угла наклона касательной к напорной характеристике насоса; ε , r – тангенсы углов наклона касательных к двухпараметрической кавитационной функции насоса [1]; p_2 , G_2 – давление и расход на выходе из насоса; Z_2 – импеданс напорного трубопровода.

Из системы уравнений (1) для случая задания вынужденного периодического возмущения на входе в насос могут быть получены теоретические вы-

ражения для коэффициента усиления k_p и импеданса на входе в насос Z_1 :

$$k_p = \frac{1 + \left(r - \frac{\varepsilon}{\gamma \cdot p}\right) \cdot \frac{1}{B_2 - \frac{B_1}{\gamma \cdot p} \cdot (1 + p \cdot T_K)}}{1 - \frac{s_2 + \frac{\varepsilon}{\gamma \cdot p}}{Z_2} + \frac{\left(r - \frac{\varepsilon}{\gamma \cdot p}\right) \cdot \frac{B_1}{\gamma \cdot p} \cdot (1 + p \cdot T_K)}{B_2 - \frac{B_1}{\gamma \cdot p} \cdot (1 + p \cdot T_K)}}; \quad (2)$$

$$Z_1 = \frac{B_2 - \frac{B_1}{\gamma \cdot p} \cdot (1 + p \cdot T_K) \cdot \left[1 - \frac{r - \frac{\varepsilon}{\gamma \cdot p}}{Z_2 - s_2 - \frac{\varepsilon}{\gamma \cdot p}}\right]}{1 - \frac{B_1}{\gamma \cdot p} \cdot \frac{1 + p \cdot T_K}{Z_2 - s_2 - \frac{\varepsilon}{\gamma \cdot p}}}, \quad (3)$$

$$\text{где } k_p = \frac{\delta \bar{p}_2}{\delta \bar{p}_1}; \quad Z_1 = \frac{\delta \bar{p}_1}{\delta \bar{G}_1}.$$

Результаты расчетов по формулам (2) и (3) представлены на рис. 2 и 3 (позиции 3) и показывают, что если расчетный импеданс Z_1 удовлетворительно согласуется с экспериментальным, то теоретический и экспериментальный коэффициенты усиления k_p существенно различаются: экспериментальный модуль k_p увеличивается намного больше с увеличением частоты колебаний, чем теоретический. Если в гидродинамической модели кавитирующих насосов использовать коэффициент инерционности кавитационных каверн $J_{ки}$, то уравнение динамики кавитационных каверн (второе уравнение в системе (1)) примет вид

$$\delta \bar{p}_1 = B_1 \cdot (1 + p \cdot T_K) \cdot \delta \bar{V}_K + (B_2 + p \cdot J_{ки}) \cdot \delta \bar{G}_1,$$

а в выражениях для k_p и Z_1 вместо кавитационного сопротивления B_2 будет стоять выражение $B_2 + p \cdot J_{ки}$. Использование в гидродинамической модели кавитирующих насосов коэффициента инерционности кавитационных каверн $J_{ки}$ позволяет качественно согласовать результаты теоретических и экспериментальных исследований: расчетный модуль k_p с учетом $J_{ки}$ увеличивается как и экспериментальный при увеличении частоты колебаний (см. рис. 2 и 3, позиции 4). Однако, как отмечалось

во введении данной статьи, в более поздних работах [7, 8] показано, что при исследовании кавитационных явлений в насосах нет необходимости в использовании коэффициента $J_{ки}$. Поэтому был проведен учет того, что датчики давления располагаются на некотором расстоянии от непосредственно входа и выхода из насоса

$$\delta \bar{p}_1' = \delta \bar{p}_1 + (R_1' + p \cdot J_1') \delta \bar{G}_1, \quad (4)$$

$$\delta \bar{p}_2' = \delta \bar{p}_2 - (R_2' + p \cdot J_2') \delta \bar{G}_2, \quad (5)$$

где p_1' , p_2' – давление жидкости в месте установки датчиков давления на входе и выходе из насоса; R_1' , J_1' – коэффициенты линеаризованного гидравлического и инерционного сопротивлений питающего трубопровода от места установки датчика давления до непосредственно входа в насос; R_2' , J_2' – коэффициенты линеаризованного гидравлического и инерционного сопротивлений напорного трубопровода от выхода из насоса и места установки датчика давления.

С использованием выражения (4) и (5) были получены формулы для определения частотных характеристик k_p' и Z_1' с учетом некоторого удаления датчиков давления от входа и выхода из насоса

$$k_p' = k_p \cdot \frac{1 - \Delta Z_2' / Z_2}{1 + \Delta Z_1' / Z_1}, \quad (6)$$

$$Z_1' = Z_1 - \Delta Z_1', \quad (7)$$

$$\text{где } k_p' = \frac{\delta \bar{p}_2'}{\delta \bar{p}_1'}; \quad Z_1' = \frac{\delta \bar{p}_1'}{\delta \bar{G}_1};$$

$$\Delta Z_1' = R_1' + p \cdot J_1'; \quad \Delta Z_2' = R_2' + p \cdot J_2'.$$

Результаты расчета по формулам (6) и (7) представлены на рис. 2 и 3 (позиции 5) и показывают удовлетворительное согласование теоретических и экспериментальных частотных характеристик исследуемого кавитирующего насоса k_p' и Z_1' . Таким образом, расчетным путем показано, что возраста-

ние модуля коэффициента усиления насоса связано с расположением датчика давления на некотором расстоянии от непосредственно входа в насос.

Для подтверждения этого вывода были проведены дополнительные экспериментальные исследования. В корпусе насоса дополнительно установлен датчик давления, который максимально приближен к входу в шнековый преднасос. Результаты определения искомых частотных характеристик k_p и Z_1 представлены на рис. 2, 3 (позиции 2). Расчеты, проведенные по формулам (2) и (3), в целом удовлетворительно согласуются с этими экспериментальными данными.

Заключение

Таким образом, экспериментально установлено, что место установки датчика давления на входе в насос может оказывать существенное влияние на результат определения коэффициента усиления насоса по давлению. Показано, что возрастание модуля коэффициента усиления насоса при увеличении частоты колебаний может быть обусловлено не коэффициентом инерционности кавитационной каверны на участке роста высоты кавитационной каверны, а расположением датчиков давления на входе и выходе на некотором расстоянии от непосредственного входа и выхода из насоса.

Результаты проведенного исследования могут быть полезны при планировании и проведении частотных испытаний насосов, а также при анализе и интерпретации их результатов, корректном сопоставлении теоретических и экспериментальных данных.

Литература

1. Пилипенко В.В., Задонцев В.А., Натанзон М.С. Кавитационные автоколебания и динамика гидросистем. – М.: Машиностроение, 1977. – 352 с.
2. Динамика жидкостных ракетных двигательных установок и продольная устойчивость жидкост-

ных ракет-носителей / В.В. Пилипенко, В.А. Задонцев, Н.И. Довготько и др. // Техническая механика. – 2001. – № 2. – С. 11-37.

3. Zadontsev V., Pilipenko V. Dynamic Testing of Cavitating Liquid Propellant Rocket Engine Centrifugal Pumps with Inducers // 47-th International Astronautical Congress, Oct. 7-11 1996. China, JAF-96-S.2.04 – P. 4.

4. Бреннен Н. Экспериментальные исследования динамики кавитирующих насосов // Тр. амер. о-ва инж.-мех. ТОИР – 1978. – Т. 100, № 2. – С. 136-147.

5. Ходурский В.Е. Некоторые результаты по обобщению частотных испытаний шнекоцентробежного насоса // Гидрогазодинамика энергетических установок. – К.: Наук. думка, 1982. – С. 74-77.

6. Проявление масштабных эффектов в динамических передаточных функциях кавитирующих преднасосов / Бреннен, Мейсснер, Ло и др. // Тр. амер. о-ва инж.-мех. ТОИР – 1982. – Т. 104, № 4. – С. 88-94.

7. Пилипенко В.В., Долгополов С.И. Экспериментально-расчетное определение коэффициентов уравнения динамики кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах различных типоразмеров // Техническая механика. – 1998. – Вып. 8. – С. 50-56.

8. Пилипенко В.В., Кваша Ю.А., Фоменко П.В. Частотные характеристики шнекоцентробежного насоса в режиме частичной кавитации // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1991. – № 5. – С. 135-141.

9. Дрозд В.А., Ходурский В.Е. Частотные испытания высокооборотных шнекоцентробежных насосов большой производительности // Динамика гидросистем энергетических установок летательных аппаратов. – К.: Наук.думка, 1991. – С. 52-57.

Поступила в редакцию 31.05.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Н.Д. Коваленко, Институт технической механики НАНУ и НКАУ, Днепропетровск.