# ПРИВЕРЖЕНЦЫ СВОБОДНОГО ПОЛЕТА

Легенды и мифы разных времен и народов рассказывают о многочисленных попытках человека летать с помощью крыльев. Наиболее известна легенда об Икаре и его отце Дедале, дошедшая до нас благодаря известному римскому поэту Овидию, написавшему о ней в своих "Метаморфозах".

Летали не только герои легенд и сказаний, дерзали и простые смертные. А в начале 60-х годов двадцатого столетия научные и популярные издания всего мира уже пестрели о новинке в самолетостроении – гибком крыле, дельтаплане.

Дельтаплан начал свое развитие со сверхлегкого летательного аппарата (СЛА) с крылом треугольной формы, напоминающим своими очертаниями четвертую букву греческого алфавита —  $\Delta$  (дельта). В Англии их называют "хэнгглайдер" (буквально — ручной планер), подчеркивая историческое происхождение от крыльев Лилиенталя.

Первые аппараты, с которыми начиналась популярность дельтаплана, были изготовлены австралийцами. Они были небольших размеров, поэтому для полетов требовались большие скорости. Для свободных полетов площадь крыла пришлось увеличить до  $15 - 17 \text{ m}^2$ , но аэродинамическая схема крыла осталась без изменений. "Классический Рогалло" имел силовой каркас из четырех труб одинаковой длины и угол стреловидности от 50 до 45°. С этой типовой конструкции начались полеты повсеместно. Энтузиастов привлекла легкость сооружения из трубчатого каркаса и прочной ткани. И еще одно достоинство - гибкое крыло может летать на больших углах атаки, не теряя устойчивости и подъемной силы. Отсюда небольшая скорость при взлете и посадке, а значит - короткий разбег и пробег летательного аппарата.

Первым в СССР экспериментальным летательным аппаратом с крылом подобного типа стал гибколет ХАИ-21, созданный в СКБ ХАИ в 1969-

1972 годах группой студентов самолетостроительного факультета во главе с Анатолием Клименко и Владимиром Моисеевым под руководством начальника СКБ А.Ф. Пильника (рис. 1). Эта работа стала и дипломным проектом А. Клименко, который он успешно защитил в 1973 году.



Рис. 1. Гибколет ХАИ-21

ХАИ-21 представлял собой новый тип летательного аппарата, включающий гибкое крыло и мототележку, выполненную из горизонтальной и вертикальной клепаных балок. Позади кресла пилота укрепили модернизированный мотоциклетный двигатель МТ-9 мощностью 32 л.с. с деревянным винтом. Управление аппаратом осуществлялось штурвалом самолетного типа. Шасси трехопорное с управляемым носовым колесом и шнуровой амортизацией.

Строительство этого необычного аппарата завершили весной 1972 года. При стартовом весе 320 кг и крейсерной скорости 90 км/ч предполагалась дальность полета 150 км.

Гибколет ХАИ-21 достойно представлял творчество молодых конструкторов Харьковского авиационного института на ВДНХ СССР, международной выставке "Человек и мир" в Нью-Йорке, Вашингтоне, Ванкувере, Монреале ...

Успех "гибколета" принес опыт и уважение Анатолию Клименко, но не облегчил его жизнь, так как

он всегда выбирал сложные задачи и не искал обходных путей в их решении. По окончании ХАИ Анатолий распределился в КБ О.К. Антонова. Здесь он совместно с коллегой по КБ Н. Калашниковым создает первый в Украине дельтаклуб, становится дельтапланеристом-испытателем. В 1984 году А. Клименко успешно защищает кандидатскую диссертацию по теме: "Разработка и внедрение основ технической подготовки производства серийных дельтапланов". Его научным руководителем был Виталий Евгеньевич Гайдачук, профессор, доктор технических наук, руководитель СКБ ХАИ в середине 60-х годов.

Есть люди, для которых слова "работа" и "жизнь" почти синонимы. Анатолий Клименко старался успеть везде, оставляя в каждом деле след талантливого конструктора, исследователя, производственника (рис. 2).

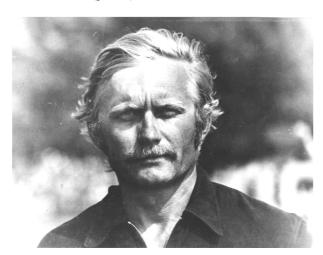


Рис. 2. Выпускник ХАИ 1973 года А.П. Клименко – конструктор, ученый, дельтапланерист-испытатель, создатель ХАИ-21

Младшекурсники, на глазах которых строился первый в СССР аппарат с гибким крылом, поверили в реальность полета на дельтаплане и сами стали инициаторами создания дельтаклуба.

В 1974 году группа студентов: И.В. Качкар, Н.П. Страшко, В.А. Коробко под руководством заведующего лабораторией композиционных материалов А.Ф. Пильника, старших преподавателей Д.П. Шаройко (кафедра аэродинамики) и Л.А. Скопинцева (кафедра прочности) продолжили работы по гибкому крылу. И первый старт с ног с разбега совершил в октябре 1975 года студент 155а группы, ныне заведующий научно-исследовательской лабораторией конструкций и материалов кафедры 403, кандидат технических наук Качкар Игорь Владимирович. Это произошло за окружной дорогой в районе дальнего привода Харьковского авиазавода. Позже это место стали называть дельтапланерной долиной.

За Игорем Качкаром последовали другие небесные первопроходцы из ХАИ. Короткий, в несколько метров, разбег с косогора — и дельтапланерист в воздухе. Беззвучно парят в восходящих потоках аппараты. Прекрасное зрелище!

Спортсмены начали летать! Какими словами передать их чувства? На глазах появлялись слезы радости и благодарности за те минуты единения с гибким крылом (рис. 3).



Рис. 3. Пробные полёты начинающих дельтапланеристов XAИ

Осенью 1976 года в Коктебеле на знаменитой горе Клементьева проходил первый слет дельтапланеристов Украины, в котором приняла участие и команда Харьковского авиационного института. Для участия в слете приказом ректора ХАИ №213 от 03.08.1976 года была определена команда в составе:

- 1) Качкар Игорь Владимирович гр. 165а (пилот);
- 2) Александров Сергей Павлович гр. 136a (пилот);

- 3) Бондарь Виктор Иванович инженер кафедры сопротивления материалов (пилот);
- 4) Силюков Владимир Григорьевич инженер СКБ (пилот);
- Левицкий Валерий Владимирович гр. 210а (механик);
- Лаврова Наталия Дмитриевна гр. 136а (механик);
- 7) Чекес Степан Степанович гр. 232a (механик);
- Бызов Вячеслав Владимирович механик кафедры конструкции ЛА (механик);
- 9) Незнанова Татьяна Алексеевна механик СКБ (механик);
- 10) Страшко Николай Павлович гр. 165 (механик);
- Ожерельев Владимир Валентинович гр.
   137 (механик).

Эта команда по всем показателям была на высоте. Сотни зрителей восхищались необычной конструкцией летательного аппарата, изяществом форм и отделки дельтаплана, а так же показательными полетами самодельных авиаконструкций. 1976 год по праву стал годом рождения дельтапланерного клуба "Икар" Харьковского авиационного института (рис. 4).



Рис. 4. Основатели дельтапланерного клуба XAИ, первый слева – И.В. Качкар

Своеобразную оценку эпохе дельтапланеризма на одном из Крымских соревнований дала прославленная летчица Марина Попович. "Понимаете, — сказала она, — авиация совершила нисходящий ви-

ток. Строили первые самолеты как раз для того, чтобы взлететь, а не просто переместиться, чтобы испытать чувство отрыва от земли, свободного полета, чтобы опробовать другую неведомую стихию. Убеждена, что именно это стремление движет человеком, способным создать что-то значительное в авиации. А нас, летчиков, заковали в высотные костюмы, гермошлемы, отделили от неба металлом и приборами. Вот и родились на новом витке авиации дельтапланы. Дельтаплан может дать чувство полета не одиночкам-спортсменам, а огромным массам людей. Обязательно попробую летать на дельтаплане. Представляете: просто шагаешь по воздуху – и испытываешь прекрасное, вот именно высокое чувство соприкосновения с воздухом!"

По мере распространения дельтапланеризма в его ряды вливались новые молодые экспериментаторы, конструкторы, пилоты. Каждый из них пытался внести в конструкцию что-то свое. Не было пилота, который бы не считал себя разработчиком. Новые схемы рождались как с помощью научного подхода, так и методом "режь и пробуй".

Профессиональный уровень руководителей СКБ ХАИ и результаты Крымских и других "крылатых стартов" по достоинству оценила Федерация дельтапланерного спорта СССР. На имя ректора ХАИ профессора Кононенко В.Г. 25.04.1979 года поступило письмо за подписью председателя технической комиссии ФДС СССР Ю. Апалупа, в котором говорилось: "Федерация дельтапланерного спорта СССР ознакомилась с описанием аэродинамических экспериментов инициативной группы СКБ ХАИ им. Н.Е. Жуковского по изучению характеристик гибкого крыла дельтаплана и считает целесообразным дальнейшее продолжение и углубление изучения вопросов, связанных с данной тематикой". Выводы Федерации дельтапланерного спорта подтвердились на практике (рис. 5).

В 80-е годы дельтапланерный клуб "Икар" был одним из ведущих в проектировании и постройке



Рис. 5. Первые статические испытания гибкого крыла

дельтапланов передовых конструкций. Спортсмены дельтаклуба не раз становились призерами всесоюзных и республиканских первенств. И хотя с распадом Союза деятельность "Икара" не прекращалась, пришлось испытать немало трудностей, прежде всего, из-за отсутствия обновления дельтапланерного парка. Вся учебная нагрузка в начале 90-х легла на два учебных дельтаплана типа "Славутич УТ". Один из них, давно устаревший морально и физически изношенный, пришлось списать в 1994 году. Аппараты типа "Спорт-14" и "Спорт-15" тоже морально старели. Даже с некоторыми доработками они уже никак не могли достойно конкурировать с дельтапланами, разработанными в конце десятилетия. Поддерживаемые в летном состоянии на скромные средства студентов, они, между тем, дали возможность освоить навыки маршрутных полетов новому составу дельтаклуба.

По мере роста спортивного мастерства пилотов, а также с неуклонным старением спортивной техники все острее стоял вопрос ее замены. Новая техника не строилась с 1991 года ввиду отсутствия средств. Постройку учебной техники, привлекая все ресурсы клуба и обратившись за помощью к выпускникам ХАИ, в дельтаклубе смогли возобновить в 1998 году, подняв в воздух новый учебный дельтаплан "Студент", сконструированный Сергеем Сергеевым.

Прошло время, и теперь для обеспечения деятельности клуба спортсмены и учлеты постоянно ведут постройку новой учебной техники, на которой оттачивают свое летное мастерство, а на соревнованиях завоевывают призовые места.

Ежегодно в мае месяце на берегах Днестра, а в августе-сентябре в Крыму проходят традиционные выездные старты и соревнования дельтапланеристов. В эти места приезжают спортсмены из многих регионов. Здесь, по общему убеждению, одни из лучших дельтадромов. Старты с высоких берегов Днестра или с крутого горного откоса горы Клементыева всегда успешны благодаря уникальному сочетанию многих факторов рельефа. Здесь спортсмены ХАИ заполняют славные страницы в истории дельтаклуба "Икар" (рис. 6, 7).



Рис. 6. Старт с берегов Днестра

15 мая 2002 года в ХАИ по факсу пришло благодарственное письмо следующего содержания:

"Федерация дельтапланерного спорта Украины выражает благодарность руководству ХАИ за поддержку команды дельтапланерного клуба "Икар" и предоставлении возможности участия команды в XXIII чемпионате Украины, где команда ХАИ заняла почетное 4 место в командном зачете, несмотря на довольно скромный уровень технического оснащения.

По результатам соревнований следующие спортсмены команды ХАИ повысили свою спортивную квалификацию:

Гриценко М. – 2-й спортивный разряд по дельтапланеризму;



Рис. 7. На горе Климентьева (Крым)

Симонов В. – 2-й спортивный разряд по дельта-планеризму;

Хандожинский Ю. – 2-й спортивный разряд по дельтапланеризму.

Надеемся и дальше видеть перспективную во всех отношениях команду ХАИ среди участников дельтапланерных соревнований.

Секретарь ФДС Украины Сергеев С.П."

Надежды федерации дельтапланерного спорта Украины оправдались. Научный подход к конструированию и оригинальность решений позволяют сегодня коллективу "Икара" строить первоклассную, лучшую в Украине и конкурентоспособную на мировом рынке технику, а на этой технике добиваться новых спортивных успехов (рис. 8, 9).

Уже в июле того же 2002 года при содействии выпускников был введен в эксплуатацию дельтаплан "Студент-16". На этом дельтаплане учлет Артем Казачинский на соревнованиях "Кубка Крыма" 2005 года завоевал второе место, а Сергей



Рис. 8. Дельтапланы строим сами (студент Горпынюк Виталий за работой)



Рис. 9. Дельтапланерист Григоренко Сергей осуществляет замер узлов крепления

Григоренко в 2006 году – первое место. Не без гордости о победах в Крыму в 2006 году пишет в многотиражке университета "За авиакадры" дельтапланерист Александр Сухомлинов: "Ребята из ХАИ были лучшими в Кубке Крыма, завоевав первое и второе места. Ведь не зря "мы лучшие люди страны!"" (рис. 10-13).

В августе 2003 года в клубе был построен еще один дельтаплан, предназначенный для легких пилотов "Студент-13". На нём учлеты уже налетали более 40 часов.

В октябре того же 2003 года был облетан спортивный аппарат высокого класса "Стелс-ХАИ". Как показала трехлетняя эксплуатация постепенно возрастающего парка "Стелсов-ХАИ", этот аппарат является на сегодняшний день самым спортивным



Рис. 10. Участники Крымских соревнований (2006 год), первый справа – руководитель "Икара" А.Н. Тиховский



Рис. 11. DSC06508, спортивное мастерство на соревнованиях в Крыму (2006 год) демонстрируют дельтапланеристы ХАИ

из мачтовых аппаратов. Он не оставляет никаких шансов любому спортивному мачтовому аппарату и достаточно успешно конкурирует с безмачтовыми первых серий.

Сегодня, наряду с разработкой и строительством новых аппаратов, в дельтаклубе "Икар" ведется постоянная учебно-летная работа, замирающая только на период сессий. Учебно-летная работа состоит из еженедельных учебно-тренировочных летных смен, прочтения ежегодного курса лекций и приема зачетов по дельтапланерным дисциплинам. Такой распорядок работы клуба вполне объясним. Дело в том, что во время подготовки к первым полетам у дельтапланериста возникает своеобразный психологи-



Рис. 12. Кубок команды-победительницы на XXVII чемпионате Украины по дельтапланерному спорту, завоеванный спортсменами XAИ в 2006 году



Рис. 13. Грамоты победителям Крымских соревнований 2006 года

ческий барьер, и чтобы его преодолеть, необходим комплекс навыков: отработка движений рук и туловища, обеспечивающих выдерживание угла атаки дельтаплана при разгоне и старте; выработка привычки к положению в подвеске, координирующим управляющим движениям для всех режимов полетов; тренировка в определении расстояния до земли на этапах выравнивания и посадки и, наконец, отработка действий в аварийных ситуациях.

При наземной подготовке для этой цели применяются обычно дельтапланы и трапеции. В дельтаклубе ХАИ широкое распространение получили тренировки на подвесной трапеции (рис. 14, 15).



Рис. 14. Тренаж на трапеции осуществляет руководитель "Икара" А.Н. Тиховский



Рис. 15. Отработку действий в аварийных ситуациях организует инструктор О. Вороньков

При этом учлет может отработать переходы из вертикального положения в горизонтальное, и наоборот, отработать навыки сохранения режима полета, получить и закрепить навыки по выполнению координированных разворотов, выполнению посадки, а так же действиям в аварийных ситуациях.

В составе клуба постоянно тренируются 3-4 спортсмена и 15-20 учлетов. Тренировочные полеты осуществляются с помощью ручной и моторной лебедок.

Местом постоянного проведения учебных полетов для дельтапланеристов ХАИ сегодня является дельтадром близ села Черкасская Лозовая Харьковской области. Тренировочные полеты на буксире обычно проводятся невдалеке от ХАИ – в поселке Жуковского на бывшем аэродроме института.

Сегодня "Икару" 30 лет. Трудно сосчитать, сколько юношей и девушек за эти годы получили путевку в небо, сколько молодых людей, однажды появившись в клубе, навсегда связали свою жизнь с замечательным спортом — дельтапланеризмом. Ведь здесь формируются очень важные черты характера молодого человека: выдержка, воля, решимость.

Возглавляет сегодня дельтаклуб выпускник ХАИ 1998 года, много лет отдавший парашютному спорту в ДОСААФ, Тиховский Алексей Николаевич. Он пользуется большим уважением и авторитетом в клубе и как специалист и как человек. Внимательно относится он всегда к окружающим его учлетам, к их идеям и разработкам, оказывает всяческую помощь и поддержку в их творчестве, многим помогает осуществить свою мечту — увидеть родную Землю с высоты птичьего полета, увидеть взлетающие аппараты, сделанные своими руками. Человек неутомимой энергии и большой любви к дельтапланерному спорту, он и других заражает энергией и любовью.

Свой 30-летний юбилей дельтапланеристы Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского "ХАИ" достойно отметили на XXVII чемпионате Украины по дельтапланерному спорту, завоевав главный приз – Кубок, и в соревно-

ваниях "Кубок Крыма", заняв первое место. Кроме того, первое место в Крыму завоевали руководитель "Икара" Тиховский А.Н. и учлет Сергей Григоренко, а учлет Роман Азёмов завоевал третье место.

В ноябре 2006 года этой замечательной дате была посвящена научно-практическая конференция "Исследование, разработка и проведение летных испытаний дельтапланов и мотодельтапланов". На конференцию приехали представители Украины и России. Среди них те, кто стоял у истоков дельтапланерного клуба ХАИ: Олейник Сергей Леонидович, Тараскин Константин Дмитриевич, Лаврова Наталья Дмитриевна, Нефёдов Юрий Семёнович, Куйдин Леонид Филиппович, Ожерельев Владимир Валентинович, Голованёв Николай Петрович и другие. Выступившие на конференции давали оценку сегодняшнему состоянию и обсуждали проблемы дальнейшего развития дельтапланеризма: испытание и допуск новых разработок к полетам, организация подготовки учлетов самодельных дельтапланов, а также снабжение дефицитными конструкционными материалами (рис. 16).

Много слов благодарности на конференции было высказано в адрес тех, кто создавал "Икар", кто в трудные годы приложил немало усилий для его выживания и кто сегодня, преодолевая все трудности, успешно руководит проектно-конструкторской и учебно-летной работой. Это Игорь Качкар, Пётр Поздняков, Алексей Хомич, Олег Скирко, Алексей Тиховский.

Убеленные сединами ветераны дельтапланерного спорта пожелали сегодняшним приверженцам свободного полета более настойчиво дерзать, творить, пробовать, и чтобы каждый полет приносил только радость.

К 30-летию дельтаклуба в выставочном зале музея была оформлена выставка "человеку – крылья!" Посетители с интересом рассматривали фотоматериалы из коллекции музея и клуба, архивные документы, награды спортсменов. Но особое внимание

их привлекал полномасштабный дельтаплан, на котором икаровцы оттачивают летное мастерство.

В настоящее время дельтаклуб "Икар" является полноценной общественной организацией для привлечения студентов к авиационно-техническому творчеству и авиационному виду спорта. Кроме того, он стал базой проведения практик студентов групп СЛА самолетостроительного факультета НАУ "ХАИ".



Рис. 16. С докладом "Исследование, разработка и проведение летных испытаний дельтапланов и мотодельтапланов" на научно-практической конференции выступает первый руководитель дельтапланерного клуба ХАИ И.В. Качкар

Сделано "Икаром" немало, но предстоит еще больше трудиться, находя способы выживания в нынешней сложной обстановке, чтобы передавать новым поколениям ту жизненную стойкость и силу духа, основы которых были заложены 30 лет назад. Стремление человека летать всем смертям назло неистребимо.

Ведущий инженер отдела УВР А.И. Фирсов

УДК 621.793.7

# В.С. КРИВЦОВ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина

# О ВЫБОРЕ МОДЕЛЕЙ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЛИСТОВЫХ ЗАГОТОВОК В АВИА- И АВТОМОБИЛЕСТРОЕНИИ

Рассматриваются статические упругопластические задачи и соответствующие математические модели, их преимущества и недостатки, а также подходы различных авторов к выбору моделей и их реализации на вычислительной технике. Приведены рекомендации технологу по выбору необходимой модели и метода вычислений.

### упруго-пластическое деформирование, листовые заготовки, авиастроение, автомобилестроение

#### Ввеление

Развитие информационных технологий в современной инженерной деятельности позволяет значительно сократить сроки и снизить затраты на разработку сложных технологических процессов и оборудования, в частности, технологию листовой штамповки. Применение в авиации, автомобилестроении высокопрочных листовых материалов, их обработка с высоким качеством и точностью поверхности в настоящее время базируется на создании математических моделей статического и динамического упруго-пластического деформирования и определении расчетными методами основных технологических параметров. По сравнению с экспериментальной отработкой всех технологических приемов, определением параметров, теоретический подход на основании адекватных моделей позволяет значительно сократить сроки разработки соответствующих технологий и снизить затраты на подготовку производства.

Решению задач моделирования процессов деформирования листовых заготовок посвящено значительное количество работ отечественных и зарубежных авторов [1-3]. Существует также множество расчетных программ и пакетов, которые не всегда в полной мере учитывают реальные физические процессы, происходящие в материале и оснастке

при деформировании листовых заготовок. Опытные, хорошо теоретически подготовленные инженеры, в меньшей мере испытывают затруднения в выборе технологических параметров, но они, как правило, хуже владеют современной вычислительной техникой, чем молодые специалисты. В то же время молодой инженер, хорошо владеющий вычислительной техникой, зачастую плохо представляет физические процессы и испытывает затруднения в выборе наиболее подходящих моделей и соответствующего программного обеспечения для расчетов.

Автор в данной статье предпринял попытку помочь молодому инженеру в решении этой проблемы.

# Задачи пластичности при статическом нагружении заготовки

Свойство пластичности проявляется, когда действующие в материале напряжения превышают предел упругости. При этом в результате растяжения зависимость между напряжениями и деформациями становится нелинейной и является базой при построении теории пластичности. В случае сложного напряженного состояния зависимость между нагрузками и перемещениями перестает быть однозначной и зависит от порядка приложения нагрузок. При этом учет всех возможных форм деформирования приводит к трудноразрешимым математическим

задачам. Для упрощения материалу приписывается ряд свойств, которые в той или иной степени соответствуют реальности [1].

Сначала рассмотрим теоретические схемы решения статических упругопластических задач.

Наибольшее распространение в инженерных приложениях получили деформационная теория пластичности и теория течения. Деформационная теория пластичности была разработана А.А. Ильюшиным [2]. Деформации в ней представляются в виде сумм упругих и пластических. Упругие подчиняются закону Гука, а компоненты пластических деформаций пропорциональны компонентам девиатора напряжений. Коэффициент пропорциональности устанавливается из условия текучести Мизеса. При этом зависимость эквивалентных напряжений от эквивалентных деформаций принимается такой же, как закон деформирования материала при одноосном нагружении.

Указанные формальные соотношения логически вытекают из теоремы А.А. Ильюшина о простом нагружении — внешние нагрузки возрастают пропорционально одному параметру. Для того чтобы выполнялось простое нагружение, материал должен быть несжимаем и зависимость между эквивалентными напряжениями и деформациями степенной. При нагружении, близком к простому, деформационная теория пластичности может давать результаты, согласующиеся с экспериментом [1]. Однако в практике условия пропорционального нагружения могут не выполняться, поэтому большее применение при построении вычислительных схем в последние годы получила теория течения.

Для построения математической модели теории течения упрочняющихся тел весьма плодотворной оказалась модель поверхности нагружения, а уравнение этой поверхности называют функцией нагружения. Если поверхность представляет собой геометрическое место пределов текучести при всевозможных путях нагружения, то ее называют поверх-

ностью текучести. Друкер [3] сформулировал постулат о неотрицательности приращения работы пластической деформации в процессе дополнительного нагружения, из которого следует свойство выпуклости поверхности текучести.

Основные положения теории течения следующие:

- приращение полной девиаторной деформации  $de_{ij} \ \ \text{представляется в виде суммы упругой } \ de_{ij}^e \ \ \text{и}$  пластической  $de_{ij}^p$  компонент;
  - упругие компоненты подчиняются закону Гука;
- из постулата Друкера следует принцип градиентности, в соответствии с которым пластическое течение при активном нагружении развивается по нормали к поверхности текучести.

Принцип градиентности описывается уравнением

$$de_{ij}^{p} = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}, \qquad (1)$$

где  $d\lambda$  — бесконечно малый неотрицательный скалярный множитель, который в общем случае зависит от деформационного упрочнения и истории нагружения —  $\sigma_{ij}$ ,  $d\sigma_{ij}$  u  $e_{ij}$ .

Поверхность текучести описывается цилиндром Мизеса:

$$F(\sigma_{ij}) = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} - \sigma_T^2 = 0, \qquad (2)$$

где  $S_{ij}$  — девиаторные напряжения;  $\sigma_T$  — мгновенный предел текучести.

Тогда

$$de_{ii}^{p} = d\lambda \cdot S_{ij} \,. \tag{3}$$

При записи этих выражений применено правило суммирования по повторяющимся индексам.

По характеру трансформации поверхностей нагружения при упругопластическом деформировании материала судят о закономерностях его деформационного упрочнения. Если свойства материала не зависят от времени, а процесс деформирования — изотермический, то считается, что при произволь-

ной системе напряжений возможны следующие виды упрочнения: изотропное, трансляционное (кинематическое), комбинированное [4].

При разгрузке (пассивное деформирование) пластическая деформация сохраняется, а упругая исчезает. Зависимость напряжений от деформаций будет линейной с углом наклона, определяемым модулем упругости *E*. Если продолжить разгрузку с переходом через ноль, то предел текучести обратного знака снижается настолько, насколько увеличился предел текучести при активном деформировании. Это явление известно как эффект Баушингера и описывается моделью кинематического упрочнения.

В работе [4] отмечено, что эффект кинематического упрочения преобладает на начальной стадии деформирования ( $\varepsilon_p$  < 2%), а при дальнейшем нагружении основное значение приобретает изотропное упрочнение.

В действительности поведение реальных материалов может существенно отклоняться от рассмотренных идеальных моделей, что затрудняет построение адекватных расчетных схем в практике инженерных расчетов.

Нелинейность физического закона приводит к значительным математическим трудностям при решении задач пластичности аналитическими методами. При этом упрощения относятся, прежде всего, к закону деформирования — идеальное упругопластическое и жестко-пластическое тело. Круг аналитически решенных задач ограничен двумерными случаями и каноническими формами областей [1, 5].

Среди численных методов в последние годы, безусловно, доминирует метод конечных элементов (МКЭ). Учитывая универсальность метода и его широкое распространение в виде индустриальных пакетов программ, необходимо обратить внимание на фундаментальные монографии, посвященные численной реализации МКЭ [6-7].

Следует отметить, что в большинстве работ алгоритмы МКЭ построены на основе теории пластического течения. Хотя эта теория в математическом

отношении более сложная, но не имеет ограничений, налагаемых теоремой о простом нагружении [2].

В упругопластической области в методе конечных элементов уравнения равновесия тела записываются для приращений величин перемещений. Искомые приращения напряжений должны удовлетворять при этом условию равновесия. Для решения нелинейной задачи используются три основных итерационных метода:

- метод касательной жесткости;
- метод переменных параметров упругости;
- методы начальных деформаций и напряжений.

Общая идея этих методов состоит в удовлетворении некоторых условий сходимости путем последовательных приближений.

Анализ преимуществ и недостатков методов с точки зрения их точности и вычислительных затрат дан в [8]. Заметим, однако, при исследовании новых технологических процессов ставится цель изучения процессов деформирования деталей, а не создания новых алгоритмов и программ. Поэтому технологу необходимо сделать выбор не только метода, но и программы, наилучшим образом подходящей для целей проектирования нового технологического процесса.

В настоящее время в распоряжении технолога имеется большой выбор индустриальных программ метода конечных элементов. В обзоре [9] приведены краткие характеристики программных комплексов, в большинстве которых реализованы алгоритмы решения нелинейных задач. Однако упругопластические задачи решаются в статической постановке, а динамические – в линейной.

Таким образом, прямо воспользоваться известными программами для достижения поставленной цели невозможно. Необходимо подключение новых алгоритмов и значительные доработки программ.

В качестве примера рассмотрим конечно-элементную программу PAPST [10]. Основу программы составляют кубические 12-ти и 9-ти узловые изопараметрические конечные элементы. В программу

включены алгоритмы решения упругопластических статических задач на основе теории течения и метода касательной жесткости (переменных параметров упругости). При сочетании метода конечных элементов с методом переменных параметров упругости в [10] доказана локальная сходимость, означающая сходимость итерационного процесса, если начальное приближение является произвольным, но достаточно близким к точному. Отсюда следует вывод о важности выбора шага приращения нагрузки в расчетах. Программа [10] позволяет решать задачи пластического деформирования различных деталей из оболочечных заготовок при больших пластических деформациях, что наилучшим образом соответствует поставленным целям. Однако учет динамических эффектов, связанных с высокоскоростным деформированием и наличием формообразующей (в большинстве случаев) поверхности матрицы, требует ее существенной доработки.

#### Выводы

На основании вышеизложенного и анализа литературных источников, указанных в статье, можно сделать следующие выводы:

- 1. Специалист, занимающийся разработкой технологических процессов, связанных с упругопластическим деформированием листовых заготовок и производством высокоточных формообразующих деталей, должен уметь обосновать выбор наиболее достоверной модели деформирования материала.
- 2. Из существующих программных средств следует использовать только те, которые наиболее полно и комплексно учитывают особенности выбранной модели.
- 3. При расчетах необходимо помнить, что до сих пор отсутствуют реализованные в программных средствах модели, которые одновременно и комплексно учитывают следующие особенности упруго-пластического деформирования:
  - контактное взаимодействие заготовки с по-

верхностью матрицы и учет при этом сил трения;

- учет физической нелинейности при комбинированном упрочнении материала в процессе пластического деформирования;
- влияние скорости деформаций на предел текучести материала.

# Литература

- 1. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. 2-е изд. М.: Наука, 1998. 712 с.
- 2. Илюшин А.А. Пластичность. М.: Гостехиздат, 1948. 412 с.
- 3. Druker D.C. Basic concept, Plasticity and Viscoelasticity // Handbook of Engineering Mechanics. New York: McCraw Hill, 1962. P. 46-3 46-16.
- 4. Ковальчук Б.И., Лебедь А.А., Уманский С.Э. Механика неупругого деформирования материалов и элементов конструкций. К.: Наук. думка, 1987. 280 с.
- 5. Безухов Н.И. Введение в теорию упругости и пластичности. М.: Стройиздат, 1950. 248 с.
- 6. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. М.: Стройиздат, 1982. 447 с.
- 7. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 541 с.
- 8. Морозов Е.М., Никишов Г.П. Метод конечных элементов в механике разрушения. М.: Наука, 1980.-256 с.
- 9. Метод конечных элементов в механике конструкций / Сост. Н.Н. Калинина, Е.Н. Старыгина. ЦАГИ, 1989. 116 с.
- 10. Gifford L.N., Hilton P.D. Preliminary Documentation of PAPST nonlinear Fracture and Stress Analysis by Finite Elements. D.W. Taylor Naval Ship Research and Development Center, Bethesda, Maryland, 1981. 76 p.

Поступила в редакцию 15.12.2006

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Е. Гайдачук, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков.

УДК 53.082.13

# Т.В. БЫКОВА<sup>1</sup>, М.П. СЕРГИЕНКО<sup>2</sup>, Г.А. ЧЕРЕПАЩУК<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

 $^2 X$ арьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕНЗОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ КАНАЛОВ

Описана система для динамических прочностных испытаний натурных конструкций транспортных средств (самолетов, железнодорожных вагонов, автомобилей) типа ВНП-9 и рассмотрена задача определения динамических характеристик ее измерительных каналов. Предложены методы определения динамических характеристик и приведены результаты экспериментальных исследований измерительных каналов.

измерительный канал, динамические испытания, динамическая характеристика, метод моментов, метод дискретного преобразования Лапласа, метод Прони

#### Введение

Для определения действительной прочности натурные конструкции транспортных средств: самолетов, железнодорожных вагонов, автомобилей подвергаются статическим и динамическим испытаниям. Динамические испытания транспортных конструкций делятся на две группы:

- испытания на сопротивление повторяющимся, действующим в процессе эксплуатации транспортного средства нагрузкам;
- испытания на удар, при которых проверяется способность конструкции выполнять свои функции во время ударного воздействия и после него.

Первая группа испытаний проводится при движении транспортного средства в реальных условиях эксплуатации. Частота наивысшей значимой гармоники, воздействующей на конструкцию переменной нагрузки, не превышает сотни герц, поэтому такой режим испытаний условно называют «медленной динамикой».

Испытания второй группы направлены на исследование способности конструкции противостоять кратковременным нагрузкам. При этом регистрируется процесс, частота наивысшей значимой гармоники которого достигает 1,5 кГц. Режим таких ис-

пытаний назван «быстрой динамикой».

В обоих случаях производится измерение нагрузок, деформаций, моментов сил и перемещений в деталях транспортного средства. В качестве преобразователей механических параметров в электрические применяются тензорезистивные и индуктивные датчики, включенные по мостовой или полумостовой схемам.

# 1. Система сбора, обработки и представления измерительной информации

Для сбора информации с тензометрических датчиков силы, перемещения, давления, индуктивных датчиков перемещения, ускорения, давления, устанавливаемых на испытуемом объекте, в ООО «Инженерное бюро Авиационного института» создана многоканальная измерительная система для динамических испытаний железнодорожных вагонов типа ВНП-9. Она выполняет функции электрического питания датчиков и преобразования измерительных сигналов в цифровые коды с последующей регистрацией и обработкой измерительной информации в компьютере и работает в режиме «медленной» и «быстрой динамики». Технические характеристики системы ВНП-9 представлены в табл. 1.

Таблица 1 **Технические характеристики системы ВНП-9** 

Характеристика	Значение
Количество каналов преобразования, шт.	32
Номинальные значения сопротивления цепей питания тензорезисторных датчиков:	
– режим полного моста, Ом	200, 400, 800
– режим полумоста, Ом	200, 400, 800, 1600
Диапазон изменения индуктивности индуктивных датчиков, мГн	280
Питание датчиков:	
- в режиме «медленной динамики» напряжением переменного тока формы	
«меандр», частотой, амплитудой	507600 Гц, 5 В
<ul> <li>в режиме «быстрой динамики» напряжением постоянного тока величиной</li> </ul>	5 B
Диапазон изменения коэффициента преобразования сигналов измерительных каналов:	
<ul> <li>в режиме работы с тензорезисторными датчиками, мВ/В</li> </ul>	0,13,0
<ul> <li>в режиме работы с индуктивными датчиками, мВ/В</li> </ul>	1,545,0
Диапазон рабочих частот измерительных каналов системы:	
– в режиме «медленной динамики», Гц	0500;
– в режиме «быстрой динамики», Гц	01500
Предел допускаемого значения основной приведенной статической погрешности	
измерительных каналов, %	0,1
Режимы работы системы:	
<ul> <li>при испытании вагонов на соударение;</li> </ul>	<ul><li>"быстрая динамика"</li></ul>
<ul> <li>при испытании вагонов в реальных режимах движения в составе поезда;</li> </ul>	– "медленная динамика"
<ul> <li>контроль смещения нуля и калибровочных точек выбранных каналов</li> </ul>	– режим контроля
Рабочие условия эксплуатации:	
– температура окружающего воздуха, °C	+ 10 + 35
– относительная влажность, не более, %	90

Конструктивно система состоит из двух измерительных блоков, построенных на базе промышленных компьютеров типа IPC-622 [1]. Каждый измерительный блок содержит восемь модулей нормирующих преобразователя (по два измерительных канала в модуле), блок управления и контроля, субблок питания и субблок индикации.

Модуль нормирующих преобразователей (НП) предназначен для приема тензометрических сигналов, их аналогоцифрового преобразования, промежуточного хранения с последующей передачей полученных данных в центральное процессорное устройство промышленного компьютера, а также передачи данных в компьютер верхнего уровня в реальном масштабе времени.

Структурная схема модуля НП представлена на рис. 1.

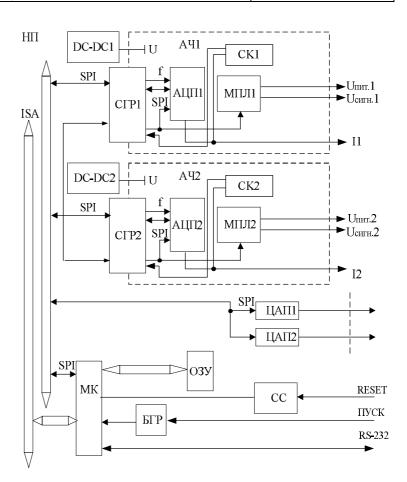


Рис. 1. Структурная схема модуля НП

Модуль НП состоит из цифровой и аналоговой части и содержит в своем составе два идентичных измерительных канала, имеющих гальваническую развязку аналоговой части. Питание для аналоговой части вырабатывают преобразователи DC–DC1 и DC–DC2, а гальваническая развязка сигналов производится с помощью схем гальванической развязки СГР1 и СГР2.

В состав цифровой части входят:

- микроконтроллер МК типа Atmega 128;
- ОЗУ на 2 Мбайта;
- цифро-аналоговые преобразователи ЦАП1 и ЦАП2;
  - схема сброса СС;
  - блок гальванической развязки БГР.

В состав аналоговой части входят:

- аналого-цифровые преобразователи АЦП1 и АЦП2;
- мультиплексоры аналоговых сигналов МПЛ1, МПЛ2;
- схемы контроля СК1 и СК2, контролирующие наличие короткого замыкания в цепях тензометрических датчиков.

Микроконтроллер МК по интерфейсу SPI через схемы гальванической развязки СГР1 и СГР2 управляет работой аналого-цифровых преобразователей АЦП1 и АЦП2.

В зависимости от переданного кода АЦП производят самокалибровку, настройку на измерение постоянного или переменного напряжения, сброс и установку внутренних регистров, настройку на диапазон измерения и непосредственно аналогоцифровое преобразование.

По окончании преобразования МК считывает полученную информацию с АЦП1 и АЦП2 и записывает ее в ОЗУ, а также передает ее на ЦАП1 и ЦАП2 для цифро-аналогового преобразования. Выдача информации производится после окончания всего цикла измерения путем чтения микроконтроллером МК информации, содержащейся в ОЗУ или непосредственно с выхода АЦП.

Программное обеспечение (ПО) системы позволяет выполнять калибровку выбранных каналов по нагрузкам, моментам, перемещениям и деформациям перед началом испытаний, производить опрос каналов в процессе проведения испытаний, вычислять нагрузки, моменты, перемещения и деформации с использованием калибровочных коэффициентов. Кроме того, ПО задает режим измерения («быстрая динамика», «медленная динамика»), производит контроль нуля и калибровочной точки, выбирает тип датчика канала (тензорезистивный, индуктивный) и схему включения (мост, полумост).

# 2. Требования, предъявляемые к метрологическим характеристикам измерительных каналов системы

Основное требование, предъявляемое к измерительным каналам системы – обеспечение заданной точности в рабочей полосе частот.

Ядром каждого измерительного канала системы является АЦП типа «сигма-дельта» на базе микросхемы AD7730 фирмы Analog Devices. Она предназначена специально для работы с мостовыми тензометрическими датчиками, работающими на переменном токе. В своем составе, кроме собственно сигма-дельта модулятора и цифрового фильтра, микросхема содержит источник питания моста и усилитель с программируемым коэффициентом усиления. Основными преимуществами АD7730 являются высокие разрешающая способность (24разряда) и помехозащищенность, а существенным недостатком, который усложняет применение этого АЦП для измерительных каналов, работающих в динамическом режиме - сравнительно низкое быстродействие. Максимальная частота преобразования составляет всего 7,6 кГц. В режиме системы «быстрая динамика» частота наивысшей значимой гармоники входного сигнала достигает 1,5 кГц, т.е. частота дискретизации сигнала превышает частоту сигнала лишь в пять раз. Это вызывает большую динамическую погрешность измерения [2].

Для восстановления результатов измерений, полученных при испытаниях железнодорожных вагонов, применены методы коррекции, основанные на вычислении входных сигналов измерительного канала по полученным выходным и по известной динамической характеристике канала [3]. Динамическая характеристика определяется в процессе разработки программного обеспечения системы путем экспериментального исследования канала.

К динамическим характеристикам [5] относятся дифференциальное уравнение, импульсная и переходная характеристики, передаточная функция и совокупность амплитудно- и фазочастотной характеристик. Взаимосвязь полных динамических характеристик показана в [4]. Вид динамической характеристики и область ее определения зависят от выбранной области решения обратного операторного уравнения [3]. При исследовании каналов системы ВНП-9 определяется переходная характеристика (ПХ). Это связано с простотой организации эксперимента.

# 3. Методы определения переходной характеристики измерительных каналов

Нормированная ПХ измерительного канала, в общем случае, может быть описана выражением:

$$h(t) = \begin{cases} 0, t < 0; \\ 1 - \sum_{m=1}^{M} A_m(t) \exp\left(-\frac{t}{\tau_m}\right), t \ge 0, \end{cases}$$
 (1)

где  $A_m(t)$ ,  $\tau_m$  — коэффициенты и постоянные времени ПХ ( $\tau_1 \geq \tau_m$ ), причем в случае, когда  $\tau_m$  не равны между собой, коэффициенты  $A_m$  постоянны

и 
$$\sum_{m=1}^{M} A_m = 1$$
;  $M$  — порядок модели.

При дискретном измерении ПХ:

$$h\left(j\frac{T}{N}\right) = 1 - \sum_{m=1}^{m} A_m \exp\left(-j\frac{T}{N\tau_i}\right), \qquad (2)$$

$$j = 1, 2, ..., N,$$

где T — время измерения ПХ; N — количество дискретных отсчетов ПХ.

Определение ПХ заключается в вычислении постоянных времени модели, с наибольшей точностью соответствующей экспериментальной ПХ в соответствии с критерием

$$\max_{\substack{\star \\ \tau_m, \tau_{k \text{ var}}}} \left| \Delta h_j \right| = \min, \tag{3}$$

где  $\tau_m$ ,  $\tau_{k\,{\rm var}}^*$  — соответственно постоянные времени исследуемой ПХ и изменяемые постоянные времени модели ПХ (  $k \leq m$  );

 $\Delta h_j = h(t_j) - h^*(t_j)$  — погрешность моделирования ПХ, где  $h(t_j)$  и  $h^*(t_j)$  — нормированные экспериментальная ПХ и ее модель соответственно;

 $t_i$  – моменты дискретизации ПХ.

Определение переходных характеристик, используемых для исследования динамических свойств измерительного канала, может осуществляться следующими методами.

**3.1. Метод моментов.** Метод моментов [6] заключается в описании динамических свойств измерительного канала ограниченным числом (обычно не более трех) начальных моментов  $\alpha_j$  нормированной переходной характеристики

$$\alpha_j = \int_0^\infty t^{j-1} \left[ 1 - h(t) \right] dt . \tag{4}$$

В результате обработки экспериментально полученной ПХ измерительного канала по формуле (4) находят числовые значения начальных моментов, посредством которых можно определить оценки параметров ПХ в зависимости от выбора аппроксимирующей ее модели.

Постоянные времени СИТ рассчитываются по найденным начальным моментам

$$\tau_m = f_m(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m),$$

где функция  $f_m$  определяется моделью переходной характеристики.

Для используемых при экспериментальном исследовании моделей постоянные времени определяются из табл. 2.

Таблица 2

Передаточная Переходная характеристика h(t)Постоянные времени  $\tau_m$ Модель функция H(s)1  $\tau_1 = \alpha_1$  $\tau_1 s + 1$  $1 - \left(1 + \frac{t}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right)$  $\tau_1 = \frac{\alpha_1}{2}$ 2  $(\tau_1 s + 1)^2$  $\tau_1 = \alpha_1 \pm \sqrt{\alpha_1^2 - \alpha_2} \; ;$  $1 - \left(1 + \left(1 - \frac{\tau_3}{\tau_1}\right) \frac{t}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right)$ 3  $\frac{1}{(\tau_{1}s+1)(\tau_{2}s+1)} \left| 1 - \frac{\tau_{1}}{\tau_{1} - \tau_{2}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{1}}\right) - \frac{\tau_{2}}{\tau_{2} - \tau_{1}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{2}}\right) \right| \tau_{1,2} = \frac{\alpha_{1} \pm \sqrt{4\alpha_{2} - 3\alpha_{1}^{2}}}{2}$   $\tau_{1,2} = \frac{1}{4(\alpha_{2} - \alpha_{1}^{2})} \left[\alpha_{3} - 2\alpha_{1}\alpha_{2} \pm (\alpha_{3}^{2} - \alpha_{1}^{2})\right]$ 4  $\left| \frac{\tau_3 s + 1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \right| 1 - \frac{\tau_1 - \tau_3}{\tau_1 - \tau_2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) - \frac{\tau_2 - \tau_3}{\tau_2 - \tau_1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)$  $-12\alpha_1\alpha_2\alpha_3 - 12\alpha_1^2\alpha_2^2 + 16\alpha_2^3 +$  $+8\alpha_1^3\alpha_3)^{1/2}$ ];  $\tau_3 = \frac{\alpha_3 - 4\alpha_1\alpha_2 + 2\alpha_1^3}{2(\alpha_2 - \alpha_1^2)}$ 

Постоянные времени пяти основных моделей СИТ

**3.2. Метод Прони с использованием МНК.** В рамках метода Прони [7] после замен в выражении (2):

$$1 - h \left( j \frac{T}{N} \right) = C_j \,; \tag{5}$$

$$\exp\left(-\frac{T}{N\tau_m}\right) = X_m \,, \tag{6}$$

система (2) преобразуется к виду

$$C_{j} = \sum_{m=1}^{M} A_{m} X_{m}^{j} . (7)$$

Для определения параметров  $A_m$  и  $X_m$  методом Прони необходимо:

- 1) измерить ПХ в N >> 2M точках через интервал дискретизации  $\Delta t = T/N$  и рассчитать параметры  $C_j$  согласно выражению (5);
  - 2) записать систему нормальных уравнений

$$d \cdot b = y \,, \tag{8}$$

где

$$d = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} C_{M+k-1}^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_{M+k-2}C_{M+k-1} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} C_kC_{M+k-1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} C_{M+k-1}C_{M+k-2} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_{M+k-2}^2 \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} C_kC_{M+k-2} \end{bmatrix} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \begin{bmatrix} C_{M+k-1}C_k \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_{M+k-2}C_k \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} C_k^2 \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

матрица коэффициентов нормальной системы уравнений;

$$b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_M \end{pmatrix}, \quad y = - \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} C_{M+k}C_{M+k-1} \\ C_{M+k}C_{M+k-2} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} C_{M+k}C_k \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$
 — искомые

коэффициенты и столбец свободных членов нормальной системы уравнений соответственно;

$$[C_{M+k}] = \sum_{k=1}^{K-M} C_{M+k};$$

$$[C_{M+k-i}] = \sum_{k=1}^{K-M} C_{M+k-i}$$
 – гауссовские суммы;

из системы (8) вычислить вспомогательные параметры  $b_i$  (  $i=1,2,\ldots,M$  ) по формуле

$$b_i = \frac{D_i}{D},\tag{9}$$

где D – главный определитель системы (8);

 $D_i$  — определитель, образующийся путем замены i -го столбца главного определителя столбцом свободных членов;

3) рассчитать  $X_m$  как корни характеристического уравнения

$$\Phi(X) = \sum_{i=0}^{M} b_i X^{M-i} = 0, \qquad (10)$$

в котором  $b_0 = 1$ ;

4) рассчитать по формуле (6) постоянные времени

$$\tau_m = \frac{\Delta t}{\ln X_m};\tag{11}$$

5) определить коэффициенты  $A_m$  путем подстановки найденных значений  $X_m$  в первые M уравнений системы (7).

Недостатком метода Прони является невозможность применения для моделей измерительного канала с кратными корнями.

**3.3. Метод дискретного преобразования Лапла- са.** Метод основан на дискретном преобразовании Лапласа экспериментальной ПХ (2) измерительного канала [8]:

$$H(s) = s \frac{T}{N} \sum_{j=1}^{J} \exp\left(-js \frac{T}{N}\right) h\left(j \frac{T}{N}\right)$$
 (12)

с последующей обработкой результатов МНК.

В выражении (12) H(s) — передаточная функция системы; s — оператор Лапласа.

В большинстве случаев для СИТ, моделируемых инерционными звеньями апериодического типа, передаточная функция может быть описана следующим выражением:

$$H(s) = \left(1 + \sum_{i=1}^{R} s^{i} a_{i+M}\right) / \left(1 + \sum_{i=1}^{M} s^{i} a_{i}\right), M > R, (13)$$

где  $a_i-$  искомые коэффициенты передаточной функции.

Выражение (13) может быть приведено к системе линейных уравнений с (M+R) неизвестными

$$\sum_{i=1}^{M} s_k^{i-1} a_i - \frac{1}{H(s_k)} \sum_{i=1}^{R} s_k^{i-1} a_{i+M} = \frac{1 - H(s_k)}{s_k H(s_k)}, (14)$$

где значения оператора Лапласа определяется в дискретных точках как  $s_k = k\Delta s$  (  $\Delta s$  — период дискретизации оператора Лапласа, k=1...(M+R) ).

Для повышения точности обработки результатов измерительного эксперимента на практике используют количество уравнений k >> (M+R), что делает систему (14) несовместной. Поэтому целесообразно применить к этой системе МНК, в результате чего получаем нормальную систему уравнений с (M+R) неизвестными

$$d \cdot a = y , \qquad (15)$$

где d — матрица коэффициентов системы (15); y — коэффициенты передаточной функции; a — столбец свободных членов системы (15);

$$d = \begin{pmatrix} J & \left[s\right] & \cdots & \left[s^{M-1}\right] & -\left[\frac{1}{H(s)}\right] & -\left[\frac{s}{H(s)}\right] & \cdots & -\left[\frac{s^{R-1}}{H(s)}\right] \\ \left[s\right] & \left[s^2\right] & \cdots & \left[s^M\right] & -\left[\frac{s}{H(s)}\right] & -\left[\frac{s^2}{H(s)}\right] & \cdots & -\left[\frac{s^R}{H(s)}\right] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \left[s^{M-1}\right] & \left[s^M\right] & \cdots & \left[s^{2(M-1)}\right] & -\left[\frac{s^{M-1}}{H(s)}\right] & -\left[\frac{s^M}{H(s)}\right] & \cdots & -\left[\frac{s^{M+R-2}}{H(s)}\right] \\ -\left[\frac{1}{H(s)}\right] & -\left[\frac{s}{H(s)}\right] & \cdots & -\left[\frac{s^{M-1}}{H(s)}\right] & \left[\frac{1}{H^2(s)}\right] & \left[\frac{s}{H^2(s)}\right] & \cdots & \left[\frac{s^R-1}{H^2(s)}\right] \\ -\left[\frac{s}{H(s)}\right] & -\left[\frac{s^2}{H(s)}\right] & \cdots & -\left[\frac{s^M}{H(s)}\right] & \left[\frac{s}{H^2(s)}\right] & \cdots & \left[\frac{s^R}{H^2(s)}\right] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -\left[\frac{s^{R-1}}{H(s)}\right] & -\left[\frac{s^R}{H(s)}\right] & \cdots & -\left[\frac{s^{M+R-2}}{H(s)}\right] & \left[\frac{s^R-1}{H^2(s)}\right] & \cdots & \left[\frac{s^2(R-1)}{H^2(s)}\right] \\ -\left[\frac{s^{R-2}\frac{1-H(s)}{H^2(s)}\right] & \cdots & -\left[\frac{s^{R-2}\frac{1-H(s)}{H^2(s)}\right] \\ -\left[\frac{s^{R-2}\frac{1-H(s)}{H^2(s)}\right] & \cdots & \left[\frac{s^{R-2}\frac{1-H(s)}{H^2(s)}\right] \\ -\left[\frac{s^{R-2}\frac{1-H(s)}{H^2(s)}\right] & \cdots & -\left[\frac{s^{R-2}\frac{1-H(s)}{H^2(s)}\right] \\ -\left[\frac{s^{R-2}\frac{1-H(s)}{$$

$$a = egin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdots \\ a_M \\ a_{M+1} \\ a_{M+2} \\ \cdots \\ a_{M+R} \end{pmatrix}$$
 , а квадратными скобками обозначены

гауссовские суммы:

$$\left[ s^q \right] = \sum_{k=1}^K s_k^q ; \left[ \frac{s^q}{H(s)} \right] = \sum_{k=1}^K \frac{s_k^q}{H(s_k)}; 
 \left[ \frac{s^q}{H^2(s)} \right] = \sum_{k=1}^K \frac{s_k^q}{H^2(s_k)}; 
 \left[ s^q \frac{1 - H(s)}{H(s)} \right] = \sum_{k=1}^K s_k^q \frac{1 - H(s_k)}{H(s_k)}; 
 \left[ s^q \frac{1 - H(s)}{H^2(s)} \right] = \sum_{k=1}^K s_k^q \frac{1 - H(s_k)}{H^2(s_k)}.$$

Система (15) может быть решена различными методами, например, методом Крамера

$$a_i = \frac{D_i}{D} \,, \tag{16}$$

где D — главный определитель системы (15);  $D_i$  — определитель, который получается путем замены в главном определителе i -го столбца на столбец свободных членов.

#### 4. Экспериментальные исследования

Для измерения ПХ измерительного канала системы с генератора сигналов специальной формы подаются прямоугольные импульсы с частотой  $f=100~\Gamma$ ц. Частота дискретизации АЦП измерительного канала составляет  $f_{\partial}=7600~\Gamma$ ц, что позволяет определить ПХ в 5 точках до достижения установившегося режима за время прохождения прямоугольного импульса. В каждой точке было определено значение нормированной ПХ.

Результаты идентификации переходной характеристики измерительного канала методом моментов, методом Прони и методом дискретного преобразования Лапласа для разных аппроксимирующих моделей приведены в табл. 3.

Далее по полученной для каждой модели ПХ была рассчитана амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) с целью сравнения ее с АЧХ, измеренной прямым методом.

Значения максимального отклонения полученной в результате исследований и измеренной АЧХ приведены в табл. 3.

Таблица 3 Результаты вычисления постоянных времени для соответствующих моделей ТХ

			Макси-
	Метод		мальное
Mo-	идентификации	Постоянные	относи-
дель	ПХ	времени, мкс	тельное
			отклоне-
			ние АЧХ
	Метод моментов	$\tau_1 = 41,57655$	0,122
1	Метод Прони	$\tau_1 = 35,42257$	0,150
	Метод Лапласа	$\tau_1 = 42,57390$	0,118
2	Метод моментов	$\tau_1 = 20,78828$	0,172
	Метод Прони	_	1
	Метод Лапласа	$\tau_1 = 40,16477$	0,033
	Метод моментов	$\tau_1 = 76,7641$ ;	
		$\tau_3 = 111,951731$	0,130
3		,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,	ŕ
	Метод Прони	_	_
	Метод Лапласа	_	
4	Метод моментов	_	_
	Метод Прони	_	ı
	Метод Лапласа	$\tau_1 = 37,2836$ ;	0,056
		$\tau_2 = 37,28263$	
5	Метод моментов	_	_
	Метод Прони	_	_
	-	$\tau_1 = 3210,84$ ;	
	Метод Лапласа	$\tau_2 = 38,0516$ ;	0,076
		$\tau_3 = 2990,3114$	
	I	-	

В некоторых случаях результат не был получен ввиду малого числа дискретных отсчетов ПХ.

Измеренная АЧХ (утолщенная линия) и АЧХ, определенные по найденным постоянным времени измерительного канала, для разных моделей (соответственно линии 1-5) показаны на рис. 2.

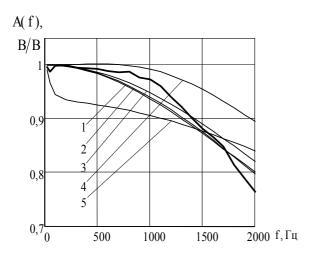


Рис. 2. Измеренная АЧХ измерительного канала и АЧХ, полученные по определенным исследуемыми методами для разных моделей СИТ

Проведенные исследования показали, что наиболее точно измерительный канал описывается апериодическим звеном с передаточной функцией и АЧХ:

$$H(s) = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)^2};$$

$$A(\omega) = \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} ,$$

где  $\omega$  – круговая частота.

При этом постоянная времени составляет  $\tau_1 = 40,\!16477 \ \text{мкс}.$ 

#### Заключение

Коррекция результатов измерений, полученных с помощью измерительных каналов системы ВНП-9, осуществляется по алгоритму, заложенному в ПО компьютера верхнего уровня. Алгоритм коррекции использует информацию об определенной переходной характеристике канала и позволяет вычислять по ней и полученным выходным сигналам измерительных каналов интересующие исследователя входные сигналы системы от тензорезистивных и индуктивных датчиков. Он позволяет скомпенсировать динамическую погрешность каналов и повысить точность измерений в режиме «быстрая динамика».

# Литература

- 1. Черепащук Г.А., Быкова Т.В. Многоканальные измерительные системы для статических и динамических испытаний конструкций // Матер. VII міжн. НТК "АВІА-2006". К.: НАУ, 2006. Т.1 С. 22.53-22.56.
- 2. Новоселов О.Н., Фомин А.Ф. Основы теории и расчета информационно-измерительных систем. М.: Машиностроение, 1991. 336 с.
- 3.Быкова Т. В., Черепащук Г.А. Выбор методов коррекции динамических погрешностей при измерении параметров быстропротекающих процессов // VI Міжн. НТК "Метрологія та вимірювальна техніка (Метрологія-2006)". Х.: Інститут метрології, 2006. Т. 2. С. 384-386.
- 4. Грановский В.А. Динамические измерения: Основы метрологического обеспечения. Л.: Энергоатомиздат, 1984. 220 с.
- 5. ГОСТ 8.256-77 ГСИ. Нормирование и определение динамических характеристик аналоговых средств измерений. Основные положения. М.: Изд-во стандартов, 1980. 8 с.
- 6. Захаров И.П., Сергиенко М.П. Исследование систематической погрешности идентификации динамических характеристик средств измерительной техники методом моментов // АСУ и приборы автоматики. 2004. Вып. 128. С. 28-34.
- 7. Захаров И.П., Сергиенко М.П. Исследование погрешностей идентификации переходных характеристик апериодических измерительных преобразователей методом Прони // Радиоэлектроника и информатика. 2004. № 1(26). С.44-47.
- 8. Захаров И.П., Сергиенко М.П. Определение параметров передаточных функций линейных систем // Системи обробки інформації. Х.: ХВУ. 2004. Вип. 12 (40). С. 73-78.

Поступила в редакцию 4.12.2006

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. И.В. Руженцев, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

УДК 536.246

# И.И. ПЕТУХОВ, М.Л. УГРЮМОВ, Ю.А. СКОБ, А.Ю. ЛИСИЦА, В.Н. СЫРЫЙ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина

# ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОХЛАЖДАЮЩЕЙ СРЕДЫ В СКОРОМОРОЗИЛЬНОМ ТУННЕЛЕ

Разработана упрощенная математическая модель процесса смешения испаряющегося криоагента с воздухом при его распыле в замкнутое пространство с принудительной вентиляцией. Представлены результаты расчета поля температуры охлаждающей среды в разных сечениях скороморозильного туннеля.

численное исследование, скороморозильный туннель, жидкий азот, параметры потока, нестационарное трехмерное течение

#### Введение

Скороморозильное оборудование, использующее криогенный метод, основано на проточной схеме организации процесса, которая предусматривает одноразовое использование рабочего тела. Им может быть любой не реагирующий с продуктом сжиженный газ (кислород, углекислота, азот и др.). Наиболее перспективным и широко используемым хладагентом является азот, кипящий при атмосферном давлении при температуре минус 196 °C.

Перспективность азотных систем охлаждения определяется возможностью обеспечения широкого диапазона температур и скоростей охлаждения, надежностью в эксплуатации, точностью регулирования температурного режима, автономностью, отсутствием загрязнения окружающей среды. Азотные системы, в том числе и скороморозильные туннели, нашли широкое применение во многих областях. В авиционно-космической технике они используются для соединения деталей и узлов в охлажденном состоянии (посадка на "холодно") с целью обеспечения надежной работы при реальных температурах эксплуатации. Можно проводить испытания как отдельных деталей, так и агрегатов для выявления дефектов в работе при низких температурах. Широкое применение они нашли и в пищевой промышленности, могут применяться в военных технологиях.

Оптимизация режимных параметров процесса для конкретного вида и формы исследуемого образца может быть выполнена варьированием геометрией проточной части туннеля, положением перегородок и вентиляторов для создания направленного движения охлаждающей среды, а также способом распыла жидкого криоагента. Из-за дороговизны скороморозильного оборудования и хладагента натурное исследование следует дополнить численным моделированием замораживания объекта и параметров охлаждающей среды.

**Целью данной работы** является разработка упрощенной математической модели процесса смешения испаряющегося криоагента с воздухом при его распыле в замкнутое пространство с принудительной (или естественной) вентиляцией.

#### Математическая модель

Адекватное описание физического процесса смешения нереагирующих газов и дальнейшего поведения смеси возможно только в нестационарной постановке. В настоящее время численное моделирование таких процессов осуществляют путем решения осредненных по Рейнольдсу-Фавру уравнений Навье-Стокса, дополненных моделью турбулентности [1 – 3]. Большинство моделей описывают сложные типы течений (с интенсивными отрывами потока или большими градиентами давления и тем-

пературы) с разной степенью адекватности. Поэтому актуально построение новых моделей и их экспериментальная проверка.

В результате структурного анализа рассматриваемого процесса, декомпозиции полной математической модели принято в качестве предположения допущение о том, что основное влияние на процесс оказывает конвективный массообмен, и для его описания достаточно использования усеченных уравнений Навье-Стокса, полученных путем отбрасывания вязких членов.

Расчетной областью  $\Omega$  является параллелепипед с прямолинейными образующими, расположенный в декартовой системе координат с основанием в плоскости XOZ, а ось Y которой ориентирована в направлении, противоположном действию сил тяжести Земли. Расчетная область разбивается на пространственные ячейки, причем размеры граней подбираются в соответствии с характерным размером расчетной области.

Система уравнений, описывающая нестационарное трехмерное течение двухкомпонентной смеси газов в декартовой системе координат (x, y, z) имеет вид [4, 5]:

$$\frac{\partial \vec{a}}{\partial \tau} + \frac{\partial \vec{b}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{c}}{\partial y} + \frac{\partial \vec{d}}{\partial z} = \rho \vec{f} , \qquad (1)$$

где  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{f}$  – вектор – столбцы вида:

$$\vec{a} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, E]^T;$$

$$\vec{b} = [\rho u, P + \rho u^2, \rho u v, \rho u w, (E+P)u]^T;$$

$$\vec{c} = [\rho v, \rho u v, P + \rho v^2, \rho v w, (E+P)v]^T;$$

$$\vec{d} = [\rho w, \rho u w, \rho v w, P + \rho w^2, (E+P)w]^T;$$

$$\vec{f} = [0, 0, -g, 0, -g v]^T;$$

 $\tau$  – время; u, v, w – составляющие вектора скорости; P,  $\rho$  – давление и плотность; E – полная энергия единицы объема смеси газов.

$$E = \rho \left( e + \frac{1}{2} \left( u^2 + v^2 + w^2 \right) \right);$$

e — внутренняя энергия единицы массы газа компоненты вектора;  $\overrightarrow{f}$  — суть проекции распределенных объемных источников; g — ускорение свободного падения.

Закон переноса компоненты смеси с учетом скорости диффузии имеет вид [6]:

$$\frac{\partial(\rho Q)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u Q)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v Q)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w Q)}{\partial z} = \rho_{Qt}, \quad (2)$$

где Q — относительная массовая плотность примеси (отношение плотности газообразного вещества примеси к плотности смеси);  $\rho_{Qt}$  — интенсивность изменения плотности примеси вследствие диффузии (в соответствии с законом Фика,

$$\rho_{Ot} = div(\rho \vartheta_D gradQ) ;$$

 $\vartheta_D$  — коэффициент диффузии определялся по методике, предложенной М.Е. Берляндом.

Система уравнений (1, 2) является незамкнутой. Дополним ее уравнениями, определяющими теплофизические свойства компонент смеси [5]. Для идеального политропного газа величина е связана с P и  $\rho$  смеси зависимостью:  $e = \frac{P}{(k-1)\rho}$ .

Векторное уравнение (1) является следствием законов сохранения массы, импульса и энергии, которые могут быть представлены в интегральной форме для каждой расчетной ячейки:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V} \vec{a} dV + \oiint_{\sigma} \hat{A} \vec{d\sigma} = \iiint_{V} \rho \vec{f} dV , \qquad (3)$$

где V — объем элементарной расчетной ячейки;  $\sigma$  — граничная поверхность ячейки с внешнюю нормалью  $\overline{n}$  ( $\overrightarrow{\sigma} = \sigma \overrightarrow{n}$ );  $\hat{A}$  — тензор плотности потока консервативных переменных  $\overrightarrow{a}$ , столбцами которого являются векторы  $\overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}$  и  $\overrightarrow{d}$ , соответственно.

Закон переноса компоненты смеси (2) может быть также представлен в интегральной форме для каждой расчетной ячейки

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V} \rho Q dV + \oiint_{\sigma} \rho \vec{Q} \vec{q} \vec{d} \vec{\sigma} = \iiint_{V} \rho_{Qt} dV. \tag{4}$$

Уравнения (3, 4) допускают возникновение и существование поверхностей разрыва двух видов: ударных волн и тангенциальных разрывов. Функции, удовлетворяющие уравнениям (3, 4), можно рассматривать в качестве обобщенных решений уравнений газовой динамики. Использование интегральных законов сохранения в качестве исходных для построения разностных уравнений обеспечивает построение разрывных решений без выделения разрывов.

При постановке граничных условий полагается, что расходная составляющая скорости не превосходит скорость звука. Граничные условия на входе будем задавать на поверхностях граней, примыкающих к границам расчетной области, через которые в расчетную область поступает атмосферный воздух. Набегающий поток на входе определяется величинами: полной энтальпии

$$I_{00} = \frac{k}{k-1} \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2);$$
 (5)

функции энтропии

$$S_0 = \frac{P}{\rho^k} \,; \tag{6}$$

направлением вектора скорости потока – углами  $\alpha_x$  ,  $\alpha_z$  ;

относительной массовой плотностью примеси Q ( $Q \le 1$ ), если поступает газообразное вещество примеси, например, газообразный азот.

Параметры потока на входе определяются из равенств (5,6) при заданных  $\alpha_x$ ,  $\alpha_z$  с привлечением соотношения для "левого" инварианта Римана [5,7]. На непроницаемых участках, ограничивающих расчетную область поверхностей, выполняются условия непротекания:  $q_n = 0$ .

Граничные условия на выходе будем задавать на поверхностях граней, примыкающих к границам расчетной области, через которые предполагается вытекание смеси. В выходных областях, кроме ат-

мосферного давления  $P_a$ , задаваемого либо взятого из эксперимента, использовались соотношения для "правого" инварианта Римана [5, 7]. В качестве начального приближения в ячейках расчетной области задавались параметры потока внутри занимаемого объема, соответствующие условиям на входе в расчетную область.

Система уравнений (1 — 6) решалась численно модифицированным методом С.К. Годунова. На базе [8] разработан программный продукт, реализующий описанную методику. Он представляет собой интегрированную интерактивную среду пользователя, объединяющую в себе все исполнимые модули САЕ (Computer-Aided Engineering), и реализует следующие функции: генерацию исходных данных, редактирование файлов данных, просмотр файлов данных, запуск выполняемых модулей, визуализацию файлов данных.

# Результаты численного исследования и их обсуждение

В качестве иллюстрации применения разработанной модели и реализующей ее программы рассмотрены результаты расчета параметров охлаждающей среды в скороморозильном туннеле, изображенном на рис. 1.

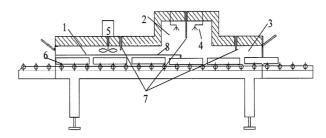


Рис. 1. Скороморозильный туннельный аппарат: 1 — секция предварительного охлаждения; 2 — секция замораживания; 3 — секция выравнивания температуры; 4 — блок форсунок для подачи ЖА; 5 — вентилятор; 6 — лотки с замораживаемым продуктом; 7 — неподвижные термопары; 8 — подвижные термопары в лотке с продуктом

Он состоит из трех последовательно расположенных секций: предварительного охлаждения, замораживания и выравнивания температуры и имеет следующие внутренние размеры: длина -2.31 м, ширина -0.66 м, высота в секции замораживания -0.4 м, в остальных секциях -0.16 м.

Подача жидкого азота осуществляется в верхней части секции замораживания через блок, включающий два ряда из четырех форсунок.

Результаты расчетов поля температуры смеси в продольном по плоскости симметрии и поперечном в секции замораживания сечениях туннеля представлены на рис. 2. Результаты хорошо согласуются с данными натурных экспериментов.

В опыте криоагент подавался с расходом 0,01 кг/с.

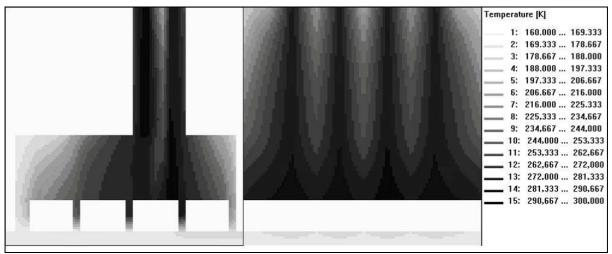


Рис. 2. Поле температуры в секции замораживания в продольном и поперечном сечениях скороморозильного туннеля

# Литература

- 1. Венгер К.П., Пчелинцев С.А. Быстрое замораживание пищевых продуктов с использованием азотного туннельного скороморозильного аппарата // Online-журнал "Холодконсультант". 2001-2002 [Электр. ресурс]. Режим доступа: http://www.holod konsultant.ru.
- 2. Шенг Дж. С. Обзор численных методов решения уравнений Навье-Стокса для течений сжимаемого газа // Аэрокосмическая техника. 1986. №2. С. 65-92.
- 3. Ершов С.В. Математическое моделирование трехмерных вязких течений в турбомашинах современный взгляд // Проблемы машиностроения. 1998. Т.1, № 2. С. 76-93.
- Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. –
   М.: Наука, 1970. 904 с.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т.6. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. – 736 с.
- 6. Митасов Ю.Д., Редько А.Ф., Скоб Ю.А., Угрюмов М.Л. Численное моделирование процесса

- распространения продуктов горения при пожаре в зданиях с атриумами // Науковий вісник будівництва: 3б. наук. пр. Х.: ХДТУБА, ХОТВ АБУ. 2001. Вип. 14. С. 258-262.
- 7. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
- 8. Угрюмов М.Л., Чернишов Ю.К., Скоб Ю.А., Прокоф'єв С.А. Комп'ютерна інтерактивна система аеродинамічного аналізу і удосконалення вінців турбомашин «Експерт»: Свідоцтво про державну реєстрацію виключної правомочності особи на твір ВП № 666, Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут» (Україна). Дата реєстрації 27.10.2000; Дата видачі 27.11.2000.

Поступила в редакцию 22.12.2006

**Рецензент:** д-р физ.-мат. наук, проф. А.В. Бастеев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков.

УДК 536.21: 536.48

#### Г.Г. ЖУНЬ

Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", Украина

# ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ТЕПЛО-МАССООБМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ В ТЕПЛОЗАЩИТЕ КРИОСОСУДОВ ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ ЕЕ ХАРАКТЕРИСТИК

Установлено, что эффективность теплозащитной конструкции криососудов и криоемкостей, широко используемых в ракетно-космической и криогенной технике для хранения и использования жидких  $N_2$ ,  $H_2$  и He, в значительной степени определяется совершенством теплообмена внутри и на поверхности их дренажных горловин.

криососуд, экранно-вакуумная теплоизоляция, теплообмен, горловина, термопары, теплопроводность

Криососуды и криоемкости с теплозащитой из пакетов экранно-вакуумной теплоизоляции (ЭВТИ) в настоящее время в больших количествах применяются в ракетно-космической и криогенной технике, криомедицине, криобиологии и животноводстве для длительного хранения и использования жидких  $N_2$ ,  $H_2$  и He. Значительное увеличение применения таких криоемкостей с ЭВТИ произойдет в результате намечаемого в ближайшие годы использования в авиации, автомобилях и в других транспортных средствах жидкого  $H_2$  и  $CH_4$  в качестве альтернативного экологически чистого моторного топлива [1, 2]. В связи с этим расширяются исследования особенностей тепло-массообменных процессов в пакетах ЭВТИ на криососудах, с целью разработки на основании полученных результатов комплекса научно-обоснованных конструкций и технологий для совершенствования данной теплозащиты и сведения к минимуму потерь из них жидких криоагентов.

Согласно теоретических работ [3, 4] тепловая эффективность криососудов и криоемкостей должна в значительной степени определяться степенью использования в них холода испарившихся паров жидких криоагентов для уменьшения суммарных теплопритоков через их теплозащитные конструкции с

пакетом ЭВТИ. Начинается использование данного охлаждающего эффекта внутри их дренажных горловин и определяется совершенством теплообмена (а) между парами криоагента и стенкой горловины. Экспериментальных методов исследования такого процесса в неизотермической по высоте горловине не существовало. Имелись лишь экспериментальные результаты по среднеинтегральным коэффициентам теплообмена для всей горловины криососуда в целом [5, 6]. При этом коэффициенты теплообмена а в данных работах были получены для условий в горловине, резко отличающихся от истинных. В частности, в работе [5] по всей длине горловины специально поддерживалась постоянная температура при помощи нагревателей. Возможность использования полученных таким образом среднеинтегральных значений параметров а для описания теплообмена внугри горловины не была проверена. Не исследовалась также возможная взаимосвязь между процессами теплообмена внутри горловины с парами криоагента и на ее поверхности со смонтированными вдоль нее торцами пакета ЭВТИ.

В связи с этим была впервые разработана экспериментальная методика и изготовлена установка для исследования в криососуде возможной взаимосвязи между процессом теплообмена внутри неизотерми-

ческой горловины с парами криоагента на пяти ее отдельных кольцевых локальных участках (каждый высотой 0,01 м, поверхностью  $\Delta F$ ) и на ее наружной поверхности с торцами ЭВТИ посредством теплопроводности через стенку. Каждый локальный участок находился (как следует из рис. 1) на определенном расстоянии от холодного конца горловины.

Локальный коэффициент теплообмена ( $\alpha_{J}$ ) на каждом участке определялся по уравнению [7 – 9]:

$$\alpha_{\pi} = \frac{Q_{\pi}}{\Lambda F \cdot \Lambda t}.$$
 (1)

При этом тепловой поток  $Q_{\mathcal{I}}$  для каждого участка стеклопластиковой горловины находился по соотношению [7-9]:

$$Q_{\pi} = \frac{\lambda_{cp} \cdot \Delta F \cdot \Delta T}{\delta} \,. \tag{2}$$

Из уравнения (2) следует, что для определения параметра  $Q_{\mathcal{I}}$  (при известной средней теплопроводности  $\lambda_{CP}$  материала горловины в поперечном сечении на каждом участке) необходимы экспериментальные данные по перепаду температуры  $\Delta T$  по ее толщине  $\delta$  на каждом локальном участке. Для нахождения коэффициента теплообмена  $\alpha_{\mathcal{I}}$  по уравнению (1) требуются также опытные результаты по разности температур  $\Delta t$  между стенкой горловины и потоком криоагента в центре горловины до каждого локального участка.

В настоящих исследованиях для измерения перепадов температур  $\Delta t$  и  $\Delta T$  использовались медьконстантановые термопары. Они изготавливались по описанной в [10] методике. Схема размещения термопар в горловине опытного криососуда представлена на рис. 1.

Перепад температуры по толщине горловины  $\Delta T$  измеряли с помощью термостолбика, состоящего из 7-ми дифференциальных термопар [11] с точностью  $\pm 0,03$  К. Спаи каждой термопары данного термостолбика припаивались к отдельным пластинкам 5 из медной фольги (размером  $0,01\times0,01$  м), которые приклеивались на внутренней и наружной поверх-

ности горловины на соответствующих локальных участках.

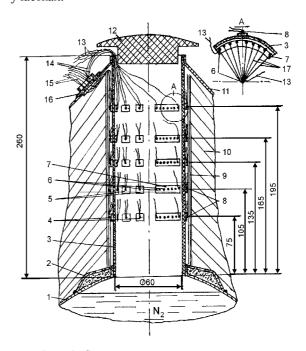


Рис. 1. Схема размещения спаев термопар на локальных участках в горловине опытного криососуда X-34Б: 1, 11 – внутренняя и наружная стенки опытного криососуда, соответственно; 2 – вакуумный адсорбционный насос; 3 – стеклопластиковая горловина; 4 – термостолбик из 7 термопар для измерения перепада температур ΔТ по толщине стенки горловины; 5 – пластинки из медной фольги с термопарами; 6 – термостолбик из 25 термопар для измерения перепада температур Δ*t* между стенкой горловины и газовым потоком в ее центре; 7 – мед-

распределения температуры вдоль горловины; 9 — подмоточный слой на горловине из стекловуали ЭВТИ-7; 10 — слои пакета ЭВТИ; 12 — крышка полистироловая; 13-15 — провода термопар; 16 — штуцер для герметизации выводов термопар из межстенной полости криососуда; 17 — деревянные шпильки диаметром 1 мм для фиксирования спаев термостолбика термопар по центру горловины

ный сегмент из уголка толщиной  $8 \cdot 10^{-4}$  м для креп-

ления термостолбика; 8 - термопары для измерения

Провода для соединения спаев данных термостолбиков пропускались через штуцер 16, который после окончания монтажа опытного криососуда заливался специальным герметиком.

Разность температуры  $\Delta t$  измеряли с помощью термостолбиков 6 из 25-ти дифференциальных термопар с точностью  $\pm 0,02$  К. Спаи данных термопар приклеивались к медному сегменту уголкового профиля 7 высотой 0,01 м. К нему прикреплялись

также деревянные шпильки 17, на концах которых фиксировались спаи термостолбика 6 для определения перепада температуры между газовым потоком и горловиной.

Распределение температуры по высоте горловины исследовалось с помощью спаев температур 8, которые приклеивались к ее наружной поверхности. Для исключения теплопритоков по проводам термопар последние приклеивались к наружной (или внутренней) стенке горловины и выводились из холодной зоны по спирали.

После окончания монтажа термопар и изолирования криососуда слоями ЭВТИ далее следовали его сборка, проверка на герметичность и термовакуумная дегазация по технологии, описанной в [12]. Изготовленный таким образом опытный криососуд соединялся с измерительным блоком на экспериментальном стенде [12]. Перед экспериментами криососуд заполнялся жидким азотом до отметки, которая была на 0,03±0,01 м ниже холодного конца горловины. Через ~10 суток в теплоизоляции криососуда устанавливалось тепловое равновесие, и начинались эксперименты.

Для выявления возможной взаимосвязи между теплообменом внутри горловины с парами криоагента и сопряженным теплообменом на наружной поверхности горловины (который определяет степень использования холода паров в пакете ЭВТИ) в опытных криососудах монтаж торцов данной теплоизоляции вдоль горловины осуществлялся при различных усилиях натяжения ( $P_y$ ) [13], состояниях поверхности горловины (с подмоточным слоем или без него), схемах распределения торцов ЭВТИ вдоль горловины, а также с применением других технологий.

В настоящих исследованиях на криососудах с жидким  $N_2$  установлено, что при использовании части охлаждающего эффекта паров данного криоагента (П), равного, например, только 72 % от предельного теоретического [4] (т.е. при неполном таком

теплообмене снаружи горловины) перепады температуры на локальных участках  $\Delta T$  и  $\Delta t$  характеризуются на рис. 2 зависимостями 2' и 3' соответственно. В случае применения разработанных конструкций и технологий, обеспечивающих максимальное экспериментальное использование холода паров (при котором параметр  $\Pi \approx 96$ %) на каждом локальном участке перепады температур  $\Delta t$  уменьшаются, а для  $\Delta T$ , наоборот, увеличиваются. Это следует из анализа на рис. 2 зависимостей 3 и 2 соответственно.

Определенные по уравнению (1) из исследованных экспериментальных результатов температурные зависимости коэффициентов теплообмена с парами азота на локальных участках  $\alpha_{\mathcal{A}}(T)$  представлены на рис. 3 кривыми 1' и 1, соответственно для полного и неполного теплообмена на наружной поверхности горловины с торцами ЭВТИ.

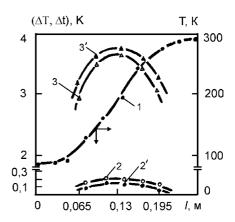


Рис. 2. Изменение температуры в горловине опытного криососуда: 1 – распределение температуры по длине (l) горловины; 2, 2 – перепад температуры ( $\Delta T$ ) по толщине стенки на локальных участках горловины; 3, 3 – разность температуры ( $\Delta t$ ) между средним значением этого параметра на локальном участке и в центре для его газовой фазы;

- 2', 3' криососуд с неполным сопряженным теплообменом между наружной поверхностью горловины и торцами ЭВТИ;
- 1, 2, 3 высокоэффективный криососуд с полным наружным сопряженным теплообменом

При этом необходимые величины тепловых потоков  $Q_{\mathcal{I}}$  для локальных участков найдены по уравнению (2) с использованием средних коэффициентов теплопроводности  $\lambda_{CP}$  для стеклопластика гор-

ловины в перпендикулярном направлении на 5-ти локальных участках (начиная от холодного конца), равных 0,2, 0,21, 0,23, 0,24 и 0,29 Вт/(м·К) [14]. Погрешность определения локальных коэффициентов теплообмена  $\lambda_{\pi}$  для данных участков составила  $\pm 32$ , 25, 25, 30 и 32 %.

Из полученных результатов впервые установлено, что в криососудах существует взаимосвязь между процессами теплообмена внутри горловины с парами криоагента и на ее поверхности с торцами смонтированного пакета ЭВТИ. С повышением такого теплообмена снаружи горловины увеличивается его интенсивность и с парами криоагента внутри горловины на каждом локальном участке. Для криососуда с жидким азотом повышение теплообмена снаружи горловины от неполного (соответствующего  $\sim$ 72 %) до полного (с  $\Pi \approx 96$  %) обуславливает увеличение среднеинтегральной величины коэффициента теплообмена  $\alpha$  с парами данного криоагента с  $\sim$ 4,2 до предельной величины  $\sim$ 5,8 Вт/(м $^2$ ·К).

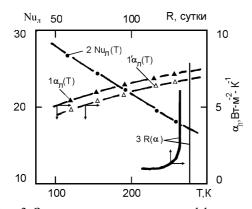


Рис. 3. Зависимость локальных коэффициентов теплообмена ( $\alpha_{\pi}$ ) с парами  $N_2$  внутри горловины и их чисел Нуссельта ( $Nu_{\pi}$ ) от температуры, а также ресурса криососуда (R) от среднеинтегрального значения  $\alpha$ . 1, 2, 3 и 1' — криососуды с полным и неполным теплообменом снаружи горловины, соответственно

Измеренная экспериментальная зависимость  $\alpha_{\mathcal{A}}(T)$  1 для такого полного теплообмена в криососуде с жидким азотом аппроксимируется полиномом

$$\alpha_{\pi}(T) = 2,5757 + 0,1139T - 5,2313 \cdot 10^{-4} T^2 + 8,347 \cdot 10^{-7} T^3,$$
 (3)

который был использован при разработке теории теплового расчета криососудов.

Используя экспериментальную зависимость  $\alpha_{\Lambda}(T)$  1 для случая максимального наружного теплообмена были определены также для горловины криососуда величины чисел Нуссельта для локальных участков ( $Nu_{\Lambda}$ ) по уравнению из [7]:

$$Nu_{\pi} = \alpha_{\pi} \cdot d / \lambda_{N_{2}}, \qquad (4)$$

где d — внутренний диаметр горловины (равный 0.06 м), а  $\lambda_{N2}$  — средняя величина коэффициента теплопроводности паров  $N_2$  для локальных участков горловины.

Полученные значения  $Nu_{\it Л}$  (с погрешностью  $\pm 27...36$  %) представлены на рис. 3 кривой 2. Их зависимость от температуры аппроксимируется полиномом

$$Nu_{\pi}(T) = 34,3387 - 6,2745 \cdot 10^{-2} T - 1,5442 \cdot 10^{-4} T^2 + 5,1136 \cdot 10^{-7} T^3.$$
 (5)

Ввиду низкой скорости движения паров  $N_2$  в горловине криососуда (равной  $(3...9)\cdot 10^{-4}$  м/с) число Рейнольдса менее 3,7...9,7, а обусловленное внутренней конвенцией число Нуссельта не должно превышать 3,66...4,12 [7]. В нашем случае экспериментальные значения числа Нуссельта (как видно из рис. 3) в 1,7...7 раз выше, что свидетельствует о преобладающем влиянии на теплообмен в горловине исследуемого криососуда X-345 естественной конвенции [7].

Полученная в данных исследованиях экспериментальная зависимость  $\alpha_{\pi}(T)$  1 (рис. 3) позволила выполнить тепловой расчет по теории В.Ф. Гетманца криососуда X-34Б с учетом эффективности теплообмена испарившегося азота со стенкой горловины. В результате установлено, что интенсивность теплообмена в горловине при полном теплообмене на ее наружной поверхности с торцами ЭВТИ достаточно высока и близка к идеальной. Это обуславливает практически полное использование холода паров  $N_2$  в горловине.

Неидеальность теплообмена данных паров со стенкой горловины начинает заметно сказываться лишь при значениях  $\alpha < 5,3$  Вт/(м<sup>2</sup>K), что следует из анализа зависимости ресурса работы криососуда (R) от  $\alpha$  (кривая  $R(\alpha)$  3 на рис. 3).

#### Выводы

Экспериментально показано, что многоэлементную теплозащитную конструкцию на криососудах (состоящую из дренажной горловины, вакуумного адсорбционного насоса и пакта ЭВТИ) следует рассматривать как единую систему, в которой процессы тепло-массообмена имеют сложный многомерный сопряженный взаимосвязанный характер, что следует учитывать при их оптимизации и создании теорий.

### Литература

- 1. Кириллов Н.Г. Концепция производства природного газа для автотранспортных средств // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2001. 1.0000 —
- 2. Кириллов Н.Г. Жидкий водород как альтернативное моторное топливо для автомобильного транспорта Российской федерации // Холодильный бизнес.  $2006. \mathbb{N} 2. \mathbb{C}. 12-16.$
- 3. Каганер М.Г. Тепловая изоляция в технике низких температур. М.: Энергия, 1966. 276 с.
- 4. Getmanets V.F., Michalchenko R.S., Yurchenko P.N., Zhun' G.G., Stears H. A shieldless method for cryogenic cold-vapor supply usage: Theory and practice // Cryogenics. 1999. No. 39. P. 985-987.
- 5. Горбачев С.П. Теоретическое и экспериментальное исследование теплообмена в горловине криогенного сосуда // Аппараты и машины кислородных и криогенных установок. 1975. Вып. 17. С. 70-80.

- 6. Демичев А.Г. Исследование теплообмена в горловине, методика расчета и разработка криостатов и комплексных криогенных систем. Автореф. дисс... канд. техн. наук: 01.04.14 / ФТИНТ АН УССР. X., 1980. 22 с.
- 7. Пастухов Б.С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М.: Энергия, 1967. 562 с.
- 8. Каганер М.С., Семенова Р.С. Исследование переноса тепла по горловине сосуда для жидкого кислорода // Инж.-физ. журн. 1964. Т. 7, № 8. С. 97-102.
- 9. Справочник по теплообменникам: Пер. с англ. под ред. Б.С. Пастухова, В.К. Шикова. М.: Энергоиздат, 1987. Т.1. 624 с.
- 10.Жунь Г.Г., Подольский А.Г., Шалаев В.И. Исследование теплофизических параметров криобиологических сосудов "Харьков-34Б" // Криогенные системы: Разработки и исследования. К.: Наук. думка, 1984. С. 35-40.
- 11.Скотт Р.Б. Техника низких температур. М.: Изд-во иностр. литер., 1962. 414 с.
- 12.Жунь Г.Г., Подольский А.Г., Шалаев В.И., Джанашвили В.О. Криобиологические сосуды с улучшенными тепловыми характеристиками // Процессы и аппараты криогенной технологии и кондиционирования. Л.: ЛТИ им. Ленсовета, 1985. С. 59-64.
- 13.Жунь Г.Г. Оптимизация технологии монтажа теплоизоляционных слоев ЭВТИ криососудов // Придніпровський науковий вісник. Сер.: Машинобудування. 1998. № 28 (95). С. 24-30.
- 14. Кожевников И.Г., Новицкий Л.А. Теплофизические свойства материалов при низких температурах. М.: Машиностроение, 1982. 328 с.

Поступила в редакцию 5.01.2007

**Рецензент**: д-р техн. наук, проф. В.Ф. Гетманец, Научно-технологический институт транскрипции, трансплантации и репликации, Харьков.

УДК 629.735

#### В.С. СИМОНОВ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина

# ПРОЕКТИРОВАНИЕ ФЮЗЕЛЯЖА САМОЛЕТА С ЗАМКНУТЫМ ПО ПОЛУ СИЛОВЫМ КОНТУРОМ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

Рассмотрены два подхода к уменьшению массы конструкции фюзеляжа пассажирских и транспортных самолетов. Первый – использование массивной конструкции пола вместо нижнего полусвода для замыкания силового контура поперечного сечения фюзеляжа. Второй – распределение материала вдоль контура поперечного сечения с учетом уровня напряжений в его различных частях. Для двух видов силовых контуров (1 – замкнутый по нижней обшивке, 2 – по полу) приведено сравнение усилий, возникающих в поперечном сечении фюзеляжа под действием внешних нагрузок.

фюзеляж, снижение массы, контур поперченного сечения, композиционный материал (КМ), эпюры напряжений, напряженно-деформированное состояние (НДС)

#### Введение

Одной из главных задач при проектировании ЛА остается минимизация массы его конструкции, что влечет за собой снижение эксплуатационных расходов, повышение летных качеств и возможность увеличения массы полезной нагрузки.

Основной вклад в массу конструкции самолета вносит фюзеляж. При этом наиболее нагруженными частями его всегда оказываются верхний и нижний полусводы, поэтому для уменьшения массы фюзеляжа целесообразным будет разбиение силового контура на 4 части: верхнюю, нижнюю и две одинаковые боковые панели, с последующей оптимизацией структур КМ и толщин.

К значительному увеличению массы конструкции самолета ведет наличие в ней вырезов. Как известно, все вырезы нуждаются в подкреплении дополнительными конструктивными элементами. Для пассажирских самолетов дополнительное увеличение массы влечет за собой необходимость герметизации салона.

В пассажирских и транспортных самолетах пол представляет собой массивную конструкцию, поскольку он должен воспринимать усилия, возникающие под действием полезной нагрузки. В связи с вышесказанным логичным решением по уменьшению массы конструкции самолета будет исключение нижней части фюзеляжа из силового контура последнего, т.е. перспективным является замыкание силового контура фюзеляжа по полу, что позволит изготовить нижнюю обшивку из легких трехслойных панелей и, кроме того, исключает необходимость герметизации люков в этой части фюзеляжа.

# 1. Математическая модель НДС фюзеляжа

**1.1.** Средние по толщине стенки продольные нормальные напряжения. Традиционно регулярная часть фюзеляжа пассажирского и транспортного самолетов представляет собой стрингерный полумонокок с постоянным по всей длине силовым контуром поперечного сечения в форме окружности или эллипса [1-3]. Сечения со срезанной дугой окружности нижней частью используются при  $d_{\phi} < 2,9$  м и в основном у самолетов-высокопланов, у которых такое «срезание» низа фюзеляжа позволяет уменьшить длину стоек шасси и расстояние от поверхности аэродрома до пола кабины, например у самолета Ан-24 [3] (рис. 1). В этом случае точки пересечения окружностей на противоположных сторонах конту-

ра соединяются между собой силовыми элементами (например, балками пола).

Как уже говорилось ранее, наиболее нагруженными частями фюзеляжа (вследствие растяжения и сжатия от изгибающих моментов и осевой силы и действия избыточного давления) всегда оказываются верхний и нижний полусводы. В большинстве случаев боковые панели воспринимают касательные усилия, а также местные аэродинамические нагрузки. Разобьем контур на 4 панели: верхнюю, нижнюю и 2 одинаковых боковых (см. рис. 1), структура и толщина которых различны. Такое разбиение в дальнейшем позволит оптимизировать толщины и структуры КМ панелей по массе.

Не рассматривая на первом этапе потерю устойчивости обшивки, представим фюзеляж как гладкую оболочку, в которой действуют внутренние усилия  $N_{\alpha}$ ,  $N_{\beta}$ ,  $q_{\alpha\beta}$ . При этом будем считать, что пол не участвует в восприятии этих усилий, а служит только для передачи сил от полезной нагрузки к шпангоутам и лонжеронам. В любом поперечном сечении фюзеляжа все нагрузки сводятся к осевой силе  $N_x$ , двум изгибающим моментам  $M_z$ ,  $M_y$ , крутящему моменту  $M_x$ , двум перерезывающим силам  $Q_z$ ,  $Q_y$  и внутреннему избыточному давлению p (рис. 2).

Следуя теории тонкостенных композитных стержней [4], примем плоскостной закон распределения деформации стенки оболочки  $\varepsilon_x$  по сечению:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_\alpha = a \quad z + b \quad y + c \,, \tag{1}$$

где a, b, c – константы, определяющиеся из уравнений равновесия.

Закон Гука для нормальных средних напряжений в нашем случае запишется следующим образом:

$$\begin{split} \sigma_{\alpha} &= E_{\alpha} \quad (\varepsilon_{\alpha} + \mu_{\beta \alpha} \quad \varepsilon_{\beta}); \\ \sigma_{\beta} &= E_{\beta} \quad (\varepsilon_{\beta} + \mu_{\alpha \beta} \quad \varepsilon_{\alpha}), \end{split} \tag{2}$$

где  $E_{\alpha}$ ,  $E_{\beta}$  — соответственно продольный и окружной модули упругости стенки оболочки;

 $\epsilon_{\alpha}$ ,  $\epsilon_{\beta}$  — соответственно продольные и окружные нормальные деформации бесконечно малого элемента стенки оболочки;

 $\mu_{\alpha\beta},~\mu_{\beta\alpha}$  – коэффициенты Пуассона стенки оболочки.

С другой стороны, средние по толщине стенки оболочки напряжения определяются из соотношений:

$$\sigma_{\alpha} = \frac{N_{\alpha}}{\delta};$$

$$\sigma_{\beta} = \frac{N_{\beta}}{\delta},$$
(3)

где  $\delta$  – толщина панели.

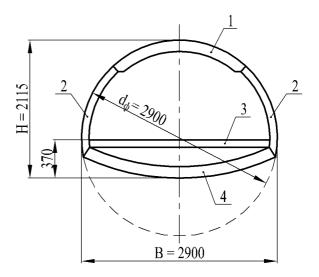


Рис. 1. Поперечное сечение фюзеляжа самолета (размеры и форма сечения соответствуют самолету Ан – 24):

- 1 верхняя панель;
- 2 боковая панель;
- 3 пол (не включен в силовой контур);
- 4 нижняя панель (нижний обвод фюзеляжа)

Окружные усилия определяются только геометрией контура и внутренним избыточным давлением, т.е.

$$N_{\beta} = p\rho$$
, (4)

где p — давление;  $\rho$  — радиус кривизны в рассматриваемой точке контура.

Приравнивая левые части (3) и (2) и исключая из первого уравнения деформацию  $\varepsilon_{\beta}$ , с учетом (4) получим выражение для определения продольных мембранных усилий в стенке оболочки:

$$N_{\alpha} = \delta E_{\alpha} \left( 1 - \mu_{\alpha\beta} \mu_{\beta\alpha} \right) \varepsilon_{\alpha} + \mu_{\alpha\beta} p \rho . \tag{5}$$

Равнодействующими продольных усилий  $N_{\alpha}$  яв-

ляются изгибающие моменты  $M_z$ ,  $M_y$  и продольная сила  $N_x$ , действующие в сечении оболочки. Уравнения равновесия будут выглядеть так:

$$\begin{split} N_{x} &= \iint N_{\alpha} ds; \\ M_{z} &= \iint N_{\alpha} y ds; \\ M_{y} &= -\iint N_{\alpha} z ds, \end{split} \tag{6}$$

где s — окружная координата, откладываемая вдоль контура (рис. 2).

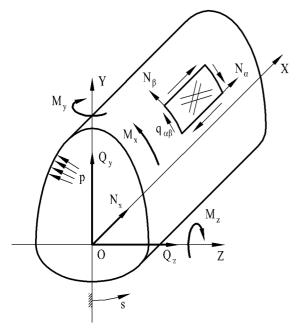


Рис. 2. Силовые факторы, действующие в поперечном сечении фюзеляжа

Подставляя (1) в (5), а затем (5) в (6) и решая полученную систему уравнений относительно неизвестных коэффициентов a, b, c, получим зависимость распределения усилий  $N_{\alpha}$  по контуру поперечного сечения оболочки:

$$N_{\alpha} = \delta C \left[ \frac{\Phi_1}{S} + k \left( \frac{\overline{\Phi}_2}{D_{z0}} - y + \frac{\overline{\Phi}_3}{D_{y0}} - z \right) \right] + \mu_{\alpha\beta} p \rho , \quad (7)$$

где  $C = E_{\alpha} \left( 1 - \mu_{\alpha\beta} \mu_{\beta\alpha} \right)$  — жесткость панели, которая зависит от ФМХ монослоев, из которых состоит панель и от структуры панели;

$$\begin{split} &\Phi_1 = N_x + pF - N_{xp};\\ &\overline{\Phi}_2 = \Phi_2 - y_0 \Phi_1;\\ &\overline{\Phi}_3 = \Phi_3 - z_0 \Phi_1;\\ &\Phi_2 = M_z - M_{zp} + pFy_{0p}; \end{split}$$

$$\begin{split} &\Phi_{3} = - \Big( M_{y} + M_{yp} + pFz_{0g} \Big); \\ &N_{xp} = p \prod \mu_{\alpha\beta} \rho ds; \\ &M_{zp} = p \prod \mu_{\alpha\beta} \rho y ds; \\ &M_{yp} = p \prod \mu_{\alpha\beta} \rho z ds; \end{split}$$

 $z_0, y_0$  – координаты центра жесткости контура;

F — площадь, ометаемая контуром поперечного сечения оболочки;

 $D_{z0}$ ,  $D_{y0}$  — механические моменты инерции контура поперечного сечения оболочки относительно его центральных осей;

$$\begin{split} & \bar{z} = z - z_0 - n_z \left( y - y_0 \right); \ n_z = \frac{D_{zy0}}{D_{z0}}; \\ & \bar{y} = y - y_0 - n_y \left( z - z_0 \right); \ n_y = \frac{D_{zy0}}{D_{y0}}; \end{split}$$

 $D_{zy0}$  — механический центробежный момент инерции поперечного сечения оболочки относительно его центральных осей.

Подставив (7) в первое выражение из (2), получим окончательную формулу для расчета средних по толщине стенки продольных нормальных напряжений в зависимости от контурной координаты с

$$\sigma_{\alpha} = C \left[ \frac{\Phi_1}{S} + k \left( \frac{\overline{\Phi}_2}{D_{z0}} \bar{y} + \frac{\overline{\Phi}_3}{D_{y0}} \bar{z} \right) \right] + \frac{\mu_{\alpha\beta} p \rho}{\delta}. \tag{8}$$

Так как целью работы является проектирование фюзеляжа самолета с силовым контуром поперечного сечения, замкнутым по полу, рассмотрим подробней эту задачу. На рис. 3 нижняя обшивка служит только лишь аэродинамическим обводом фюзеляжа, т.е. она не включена в силовой контур последнего и, следовательно, имеет меньшую массу, чем на рис. 1.

Формула (8) остается неизменной для всех панелей контура, представленного на рис. 3, кроме панели пола, для которой выражение (4) несправедливо.

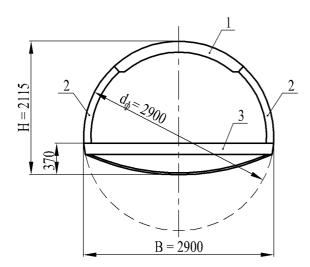


Рис. 3. Контур поперечного сечения фюзеляжа, замкнутый по полу:

- 1 верхняя панель;
- 2 боковая панель;
- 3 нижняя панель (пол);
- 4 нижний обвод фюзеляжа

Поскольку панель 3 является плоской безмоментной пластиной, то согласно теории пластин [4] мембранные напряжения  $N_{\beta}$ , возникающие в панелях 1 и 2 от давления, здесь будут отсутствовать. Тогда для панели 3 формула (8) примет вид:

$$\sigma_{\alpha} = C \left[ \frac{\Phi_1}{S} + k \left( \frac{\overline{\Phi}_2}{D_{z0}} \bar{y} + \frac{\overline{\Phi}_3}{D_{y0}} \bar{z} \right) \right]. \tag{9}$$

1.2. Средние по толщине стенки касательные напряжения. Контур оболочки однозамкнутый и является статически определимым. Для определения потока касательных усилий разрежем профиль поперечного сечения оболочки в точке пересечения координатной оси ОУ с нижней частью контура (рис. 4). Метод определения касательных усилий хорошо представлен в [4].

При разрезе контура в его стенке возникнет распределенный поток касательных усилий  $q_{\alpha\beta}$ , который определяется согласно формуле:

$$q_{\alpha\beta} = Q_z F_z(s) + Q_y F_y(s) + \frac{M_x}{2F}, \qquad (10)$$

где  $Q_z$ ,  $Q_y$ ,  $M_x$  — перерезывающие силы и крутящий момент в сечении оболочки X = const (рис. 4);

$$F_{z}(s) = -\frac{k}{D_{y0}} \left[ \overline{S}_{y}(s) - \frac{1}{2 \cdot F} \iint \overline{S}_{y}(s) r ds \right];$$

$$F_{y}(s) = -\frac{k}{D_{z0}} \left[ \overline{S}_{z}(s) - \frac{1}{2 \cdot F} \iint \overline{S}_{z}(s) r ds \right];$$

 $\overline{S}_{z}\,,\,\,\overline{S}_{y}\,\,$  — механические статические моменты инерции отсеченной части контура в принятой системе обхода контура;

r – длина перпендикуляра, опущенного из принятого полюса (в нашем случае точка О на рис. 4) на касательную к контуру поперечного сечения в текущей точке.

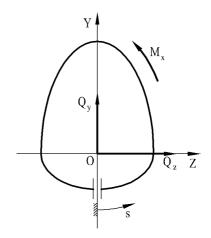


Рис. 4. Однозамкнутый контур поперечного сечения оболочки

Средние по толщине стенки касательные напряжения, возникающие в контуре, определяются аналогично (2), т.е. с учетом (10) получим:

$$\tau_{\alpha\beta} = \frac{1}{\delta} \left( Q_z F_z \left( s \right) + Q_y F_y \left( s \right) + \frac{M_x}{2 F} \right). \tag{11}$$

**1.3.** Структуры панелей. Проблема оптимального армирования изолированной композитной структуры рассмотрена в работе [5]. Решение проблемы дает основание не рассматривать всевозможные структуры и комбинации углов армирования в интервале  $0^{\circ} \leq \varphi \leq 90^{\circ}$ , а остановиться на ограниченном семействе возможных оптимальных структур:  $[\pm \varphi]$ ,  $[\pm \varphi_1, \ \pm \varphi_2]$  (включая частные случаи  $[0^{\circ}, \pm \varphi]$ ,  $[90^{\circ}, \pm \varphi]$ ,  $[0^{\circ}, 90^{\circ}]$ ,  $[0^{\circ}, 90^{\circ}, \pm \varphi]$ ).

Здесь рассматривается силовой контур, состоящий из 3-х панелей, которые в общем случае имеют

разную толщину и структуру. Поскольку панели не являются изолированными, то НДС контура в одинаковой мере зависит от структуры каждой из панелей. Решение такого типа задач на сегодняшний день довольно слабо разработано, что и вносит основную новизну в проводимые исследования.

# 2. Сравнение напряжений

По приведенной выше методике произведем расчет средних по толщине стенки напряжений, возникающих в двух типах контуров (см. рис. 1 и 3).

Примем координаты точек сочленения верхней и боковых панелей относительно центра верхней дуги окружности равными  $z_{up} = 814$  мм,  $y_{up} = 1200$  мм и симметричными относительно оси ОУ.

Нагрузки, прикладываемые к контуру, будут следующими:

$$N_x = 830 \text{ kH};$$

 $M_z = -1000 \text{ kH·m};$ 

 $M_v = 1200 \text{ kH·m};$ 

 $M_x = 500 \text{ кH·м};$ 

 $Q_z = 100 \text{ кH·м};$ 

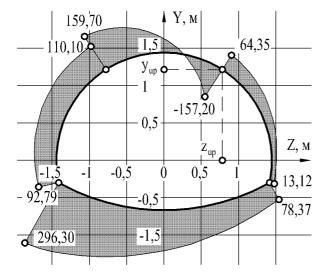


Рис. 5. Эпюра распределения средних продольных нормальных напряжений по контуру поперечного сечения фюзеляжа, замкнутого по нижней общивке

$$Q_v = -200 \text{ kH·m};$$

$$p = 0.33 \text{ M}\Pi a.$$

Характеристики материала монослоев панелей приведены ниже.

Углепластик однонаправленный:

 $E_1$  = 100 ΓΠα;

 $E_2$  = 10 ΓΠα;

 $G_{12} = 6 \Gamma \Pi a;$ 

 $\mu_{12} = 0.35$ ;

 $\delta_0 = 0.08 \text{ MM}.$ 

При этом толщину панелей примем равной:

$$\delta = 3.04 \text{ MM}.$$

Структура панели –  $[\pm \phi]$ , где угол  $\phi$ :

для верхней панели 30°;

для боковой панели 45°;

для нижней панели 15°.

В результате расчета получены эпюры распределения напряжений по контуру. На рис. 5 и 6 представлены эпюры для контура, замкнутого по нижнему полусводу фюзеляжа, а на рис. 7 и 8 для контура, замкнутого по полу (нижний полусвод не показан, так как он не входит в силовой контур).

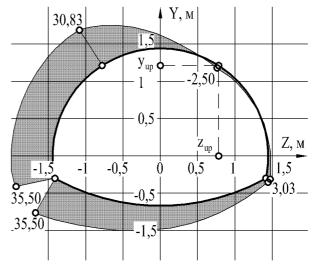


Рис. 6. Эпюра распределения средних касательных напряжений по контуру поперечного сечения фюзеляжа, замкнутому по нижней обшивке

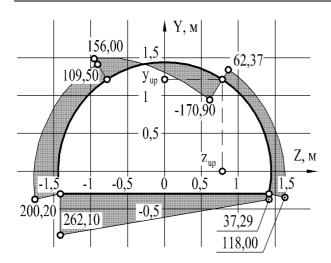


Рис. 7. Эпюра распределения средних продольных нормальных напряжений по контуру поперечного сечения фюзеляжа, замкнутому по полу

#### Заключение

Эпюры на рис. 5 – 8 подтвердили тот факт, что в верхней и нижней частях контура поперечного сечения фюзеляжа самолета возникают напряжения большие, чем в боковых частях. Следовательно, перспективным направлением дальнейших исследований будет разработка алгоритма оптимизации толщин и структур КМ панелей контура с целью выравнивания уровня напряжений по всему контуру, что равносильно эффективному использованию материала. Оптимизация структур должна проводиться на основании результатов исследований, о которых говорится в [5].

Эпюры также показали, что в замкнутом по полу контуре уровень напряжений выше, чем в контуре, замкнутом по нижнему обводу, однако незначительно. Это в некоторой степени подтверждает предположение о том, что масса фюзеляжа с силовым контуром, замкнутым по полу, будет ощутимо меньше, чем с контуром, замкнутым по нижнему обводу.

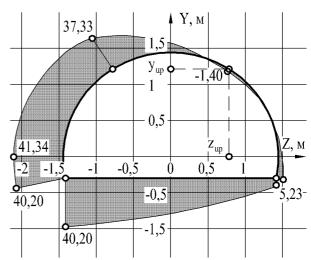


Рис. 8. Эпюра распределения средних касательных напряжений по контуру поперечного сечения фюзеляжа, замкнутому по полу

# Литература

- 1. Войт Е.С., Ендогур А.И. Проектирование конструкций самолетов. М.: Машиностроение, 1987. 416 с.
- 2. Гребеньков О.А. Конструкция самолетов. М.: Машиностроение, 1984. 240 с.
- 3. Егер С.М. Проектирование самолетов. М.: Машиностроение, 1983. 616 с.
- 4. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
- 5. Карпов Я.С. Результаты решения некоторых фундаментальных задач конструирования и проектирования изделий из композиционных материалов // Авиационно-космическая техника и технология. 2005. №7 (23). С. 96-127.

Поступила в редакцию 14.12.2006

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Я.С. Карпов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков.

УДК 621.391:517:518:510.52

# В.А. ИГНАТОВ, С.А. КУДРЕНКО, В.И. НИКУЛИН, М.И. НОРИЦА

Национальный авиационный университет, Киев, Украина

# ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ЧИСЛА ВЫСОКОТОЧНЫХ СТРУКТУР СТРУКТУРНО-ИЗБЫТОЧНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ ИЗ ОТНОСИТЕЛЬНО НЕТОЧНЫХ СИСТЕМ

Рассмотрены показатели эффективности комплексов неравноточных измерений, задача сравнения комплексов между собой и определения степени их близости к комплексам равноточных измерений. Приведен численный алгоритм решения поставленной задачи с помощью введения характеристического числа  $m_0$ .

способ оптимального комплексирования, неравноточная система, неравноточные измерения, характеристическое число

#### Введение

Концепция интегрирования неоднородных результатов МСУ (места расположения, скорости, ускорения) измерений (PVA measurements) в авиации не нова. Простейшим примером комплексирования двух систем является комплекс «GPS/INS integration» [1-3]. Более сложным является пример измерения высоты полета воздушного судна по результатам измерения его высоты шестью - семью различными МСУ системами (PVA systems). Например, бортовым датчиком барометрической высоты, бортовым радиовысотомером, наземной радионавигационной системой "Omega", спутниковой системой измерения местоположения Global Position System (GPS), первичным обзорным радиолокатором (PSR), вторичным обзорным радиолокатором (SSR), спутниковой системой мобильной связи (AMSS).

Как показали наши исследования, использование избыточного числа измерений, а по существу избыточного объема сигналов, позволяет успешно создавать высокоточные структурно-избыточные информационно-измерительные комплексы из относительно неточных систем.

Все известные методы комплексирования можно

условно разделить на три класса:

- методы мажоритарной обработки избыточных неравноточных измерений;
- методы использования среднеарифметического значения, которые не учитывают различную точность датчиков;
- методы замещения результатами измерения более точными датчиками результатов измерения менее точными датчиками.

Каждый из указанных классов имеет свои достоинства и недостатки. Выбор подходящего метода комплексирования в каждом конкретном случае без теоретического обоснования представляет собой трудоемкую и малоизученную проблему.

Краткое рассмотрение предыстории МСУ комплексирования показывает актуальность, теоретическую ценность и практическую значимость решения проблемы оптимального управления обработкой сигналов в интегрированных навигационных системах.

**Цель работы.** Определить необходимые условия несмещенности, состоятельности и асимптотической эффективности комплексных оценок, оценить сравнительную эффективность применения оптимальных оценок, достоинства и недостатки предлагаемого способа оптимального комплексирования.

Постановка задачи. Известно, что высокоточные структурно-избыточные информационно-измерительные комплексы формируются из относительно неточных систем. Требуется определить такие собственные характеристики этих комплексов, которые позволяют сравнивать эффективность разнородных комплексов между собой.

#### Решение задачи

Для комплексов с неравноточными системами полезно ввести характеристическое число  $m_0$  следующим образом. Обозначим дисперсии измерений так, чтобы выполнялось условие

$$D[Y_1] > D[Y_2].$$

Будем рассматривать эти дисперсии как первые два члена убывающей арифметической прогрессии с разностью

$$d = D[Y_1] - D[Y_2],$$

тогда из условия:

$$D[Y_1] - d(m_0 - 1) = 0$$

можно найти такой номер  $m_0$  «виртуального канала», который обладает нулевой дисперсией измерения, т.е. имеет нулевую погрешность:

$$m_0 = 1 + \frac{D[Y_1]}{d} = \frac{2u - 1}{u - 1}.$$
 (1)

Исследуем предельные свойства функции  $m_0(u)$  :

$$\lim_{u \to 1} m_0(u) \to \infty, \tag{2}$$

$$\lim_{u \to \infty} m_0(u) \to 2. \tag{3}$$

Сингулярный случай (2) соответствует асимптотическому приближению d к нулю, т.е. приближению неравноточных измерений к равноточным измерениям. Сингулярный случай (3) соответствует асимптотическому приближению d к  $D(Y_1)$ . Он показывает приближение комплекса из большого числа неравноточных измерений к комплексу всего из двух систем. При этом одна система асимптотически приближается к эталонной так, что ее погреш-

ность стремится к нулю. Это предельный случай грубо-точных измерений, когда одна система позволяет определить приближенное значение параметра, а вторая система позволяет оценить значение с высокой точностью. Так как  $m_0 \in [2,\infty]$ , это число удобно использовать как интегральную характеристику различных неравноточных комплексов, которая позволяет сравнивать их между собой.

В свою очередь, величину u можно рассматривать как обратную функцию для (1), т.е. как функцию характеристического числа комплекса:

$$u = \frac{m_0 - 1}{m_0 - 2} \,. \tag{4}$$

Соотношения (1) и (4) образуют пару преобразований, которая полностью описывает комплексы неравноточных измерений, в которых отношения дисперсий соседних измерений одинаковы.

Установим связи и отношения введенных интегральных характеристик комплексов неравноточных измерений с показателями точности. Показатель точности  $h_i$  *i*-го измерения  $Y_i$  и его дисперсия  $D[Y_i]$  связаны соотношениями:

$$h_i = 1/\sqrt{2D[Y_i]}, \qquad D[Y_i] = 1/h_i^2.$$

В классической теории неравноточных измерений вводят «нормальную меру точности»:

$$h = \sqrt{\frac{2\sum_{i=1}^{m} g_i (X_0 - Y_i)^2}{m-1}} = \sqrt{2D[Z_m]},$$

весовые коэффициенты  $g_i$  находят из условия

$$g_i = \frac{{h_i}^2}{{h^2}}, i = 1, m,$$

оценку параметра ищут в виде:

$$Z(m) = \sum_{i=1}^{m} g_i Y_i / \sum_{i=1}^{m} g_i$$
,

но при этом оставляют открытым вопрос выбора h для случая, когда  $g_i$  неизвестны.

В роли индексного показателя повышения точности измерения удобно использовать величину

$$W_4 = \frac{\max h_i}{\min h_i} = \frac{\sigma \min[Zopt(m)]}{\sigma(Y_1)}.$$
 (5)

Величина (5) показывает, какую долю составляет минимальное среднеквадратическое значение оптимальной комплексной оценки относительно среднеквадратического значения наихудшего измерения. Она показывает относительное уменьшение поля допуска оптимальной оценки по сравнению с полем допуска для первого измерения.

$$W_4 = \sqrt{\frac{1}{W_1}} = \sqrt{1 - \frac{1}{W_2}} = \sqrt{\frac{1}{1 + u}} = \sqrt{\frac{m_0 - 2}{2m_0 - 3}}$$
. (6)

Удобно учитывать оба знака корня в (6), чтобы наглядно иллюстрировать сужение поля допуска. На рис. 1 показаны графики  $W_4(u)$ ,  $W_4(m_0)$ , отрицательная ветвь  $W_4(u)$  обозначена как  $W_5(u)$ , отрицательная ветвь  $W_4(m_0)$  обозначена как  $W_5(m_0)$ .

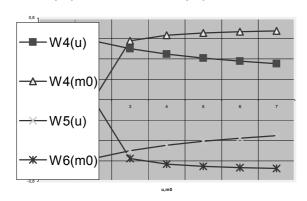


Рис. 1. Графики функций  $W_4(u)$ ,  $W_4(m_0)$ ,  $W_5(u)$ ,  $W_6(m_0)$ 

Можно заметить, что как функция аргументов и и  $m_0$  величина  $W_4$  имеет следующие предельные свойства:

$$\lim_{u \to \infty} w_4(u) = 1/\sqrt{2};$$

$$\lim_{u \to \infty} W_4(u) = 0;$$

$$\lim_{u \to \infty} w_4(m_0) = 0;$$

$$\lim_{u \to 2} W_4(m_0) = 1/\sqrt{2}.$$

Перейдем к рассмотрению случая m>2.

Случай *m*>2. Пронумеруем дисперсии в порядке их убывания. Получим ранжированную последова-

тельность  $D[Y_1], D[Y_m],$  для которой справедливо условие

$$D[Y_i] > D[Y_{i+1}], i = 1,m.$$
 (7)

Аппроксимируем убывающую последовательность дисперсий арифметической прогрессией по методу наименьших квадратов:

$$D_0(i) = D_0(1) + d_0(i-1), i = 1, m,$$
 (8)

где  $D_0(i)$  — оптимальная оценка i-го члена прогрессии, полученная путем оптимизации  $D_0(1)$  и  $d_0$  из условия минимизации суммы:

$$S[D_0(1), d_0] = \sum_{i=1}^m [D_0(1) + d_0(i-1) - D(Y_i)]^2$$
.

Используем (8) для доказательства условий существования и единственности оптимального решения при неравноточных измерениях.

*Теорема о существовании оптимальных решений.* 

Если:

А. Условия А-J теоремы о необходимых условиях выполняются для всех неравноточных измерений.

В. Ранжированную последовательность известных дисперсий, удовлетворяющих условию (7), можно аппроксимировать арифметической прогрессией (8).

С. Характеристическое число  $m_0$  выборки из результатов неравноточных измерений удовлетворяет неравенству:

$$m_0 = 1 + \frac{D_0(Y_1)}{d_0} \ge 3$$
, (9)

то для всех m, которые удовлетворяют неравенству

$$3 \le m \le m_0 \tag{10}$$

существуют оптимальные значения оценок истинного значения параметра:

$$\begin{split} &Z_{opt}Y_{1,}Y_{m} = Z_{opt}(Y_{1,}Y_{m-1}) + \\ &+ \frac{D_{\min}\left[Z_{opt}(Y_{1},Y_{m-1})\right]}{D_{\min}\left[Z_{opt}(Y_{1},Y_{m-1})\right] + D(Y_{m})} \left[Z_{opt}(Y_{1},Y_{m-1})Y_{m}\right], \end{split} \tag{11}$$

которые имеют минимальные значения дисперсий:

$$D_{\min} \left[ Z_{opt}(Y_1, Y_m) \right] = \frac{D(Y_m)}{D_{\min} \left[ Z_{opt}(Y_1, Y_m) \right]} \times \\ \times D_{\min} \left[ Z_{opt}(Y_1, Y_{m-1}) \right].$$
(12)

Доказательство. Так как арифметическая прогрессия (8) является убывающей, для доказательства справедливости рекуррентных соотношений (11), (12) достаточно доказать, что минимальное значение дисперсии оптимальной оценки, полученное на предыдущем шаге, всегда меньше дисперсии неравноточного измерения на следующем шаге.

Покажем справедливость этого утверждения для первых трех измерений. Для этого необходимо доказать справедливость неравенства

$$D_{\min} \left[ Z_{opt}(Y_1, Y_2) \right] = \frac{D_0(1)}{D_0(1) + D_0(2)} D_0(2) < D_0. (13)$$

Учтем то, что аппроксимированные значения дисперсий неравноточных измерений связаны условием (8), тогда из (13) получим:

$$D_0(1)[D_0(1) - d_0] < [D_0(1) - 2d_0][2D_0(1) - d_0].$$

Раскрывая скобки и выполняя простейшие преобразования этого неравенства, получим окончательно:

$$(D_0(1) - 2d_0)^2 > 0, D_0^2(3) > 0.$$
 (14)

Из справедливости неравенства (14) следует справедливость рекуррентных соотношений (11) и (12) при m=3. Применяя метод индукции для m>3 для всех m, которые удовлетворяют неравенству (10), получим аналоги неравенства (14) для дисперсий с этими номерами, что и требовалось доказать.

Рассмотрим результаты экспериментального цифрового имитационного моделирования неравноточных измерений. Оптимальное комплексирование результатов выполнено при следующих модельных исходных данных:

$$X_0 = 1,0$$
;  $D_0(1) = 0,04$ ;  $d_0 = -0,0025$ ;  
 $m_0 = [D_0(1)/d_0] + 1 = 9$ .

В табл. 1, которая содержит одиннадцать строк и десять столбцов, показаны результаты реализации неравноточных измерений и их оптимального комплексирования.

Таблица 1 Результаты эксперимента и их оптимального комплексирования

m	1	2	3
$Y_{\mathrm{m}}$	0,98	1,02	0,95
D(m)	0,04	0,035	0,03
V(m),%	20	18,7	17,32
Z(m)	0,98	0,998666	0,980000
$D_{min}(m)$	0,04	0,01867	0,01151
$V_0(m),\%$	20,4	13,68	10,9
$V_0(m)/V(m)$	1,02	0,7355	0,62933
$W_4,\%_0$	100	68,32	53,6
$E_m$ ,%	-2	2	-5
E <sub>0</sub> ,%	-2	-0,133	-1,999

m	4	5	6
$Y_m$	1,04	1,01	1,005
D(m)	0,025	0,02	0,015
V(m),%	15,81	14,1	12,25
Z(m)	0,998912	1,002046	1,002854
$D_{min}(m)$	0,00788	0,005653	0,004105
$V_0(m)$ ,%	8,88	7,5	6,389
$V_0(m)/V(m)$	0,56167	0,53191	0,52155
$W_4,\%$	44,3	37,59	32,03
$E_m$ ,%	4	1	0,5
E <sub>0</sub> ,%	-0,1088	0,204	0,285

m	7	8	9
$Y_m$	0,996	0,999	1,000
D(m)	0,01	0,005	0,000
V(m),%	10,0	7,07	0,000
Z(m)	1,000889	1,000194	1,000
$D_{min}(m)$	0,002911	0,00184	0,000
$V_0(m)$ ,%	5,39	4,288	0,000
$V_0(m)/V(m)$	0,539	0,6065	0,000
$W_4,\%$	26,9	21,44	0,000
$E_m$ ,%	-0,4	-0,1	0,00
$E_0$ ,%	0,0889	0,0194	0,000

Первая строка, как обычно, содержит номер измерения *т*. Реализации неравноточных измерений, сглаженные значения их дисперсии и коэффициентов вариации отображены, соответственно, во второй – четвертой строках.

В пятой – седьмой строках отражены, соответственно, результаты оптимального комплексирования с помощью рекуррентных соотношений (11), (12):  $Z_{opt}(m), D_{min}(m), V_0(m)$ .

В восьмой строке дано отношение коэффициентов вариации оптимальных оценок и измерений.

В девятой строке показано изменение показателя эффективности оптимального комплексирования. Десятая и одиннадцатая строки показывают, как изменялись значения относительных погрешностей в этой реализации эксперимента.

Анализ этих экспериментальных результатов показывает, во-первых, справедливость предложенных теоретических положений, а во-вторых, высокую эффективность оптимального комплексирования даже при относительно низкой точности первичных измерительных систем.

#### Заключение

- 1. Заслуживает особого внимания использование понятия характеристического числа  $m_0$  (1) комплекса неравноточных измерений. Это число однозначно связано со всеми показателями эффективности комплекса и позволяет не только успешно сравнивать такие комплексы между собой, но и определять степень их близости к комплексам равноточных измерений.
- 2. Условия АВС, (9), (10) теоремы о существования оптимальных решений для общего случая  $2 < m < m_0$  позволяют построить рекуррентные соотношения (11), (12). Они полезны не только для оптимального управления обработкой результатов неравноточных измерений, но и могут найти применение в решении задач приближенных вычислений,

контроля, диагностирования, оценивания надежности и других. Очевидные преимущества применения (11), (12) заключаются в сокращении объемов памяти вычислительных устройств и в возможности выбора требуемого числа систем в зависимости от условия обеспечения заданной точности измерений.

#### Литература

- 1. Richard E. Phillips, George T. Schmidt GPS/INS Integration // System Implications and Innovative Applications of Satellite Navigation, AGARD LS 207, Advisory Group for Aerospace Research and Development, Neuilly sur Seine, France, June 1996.
- 2. Greenspan R.L. GPS/Inertial Overview // Aerospace Navigation Systems, AGARD AG 331, Advisory Group for Aerospace Research and Development, Neuilly sur Seine, France, June 1995.
- 3. Игнатов В.А., Маркевич С.К. Динамический логико-вероятностный метод исследования особых ситуаций в полете // Методы обоснования характеристик технологических процессов эксплуатации радиоэлектронного оборудования воздушных судов гражданской авиации. К.: КИИГА, 1988. С. 3-14.
- 4. Игнатов В.А., Боголюбов Н.В. Управление информационной избыточностью систем диагностирования и контроля // Контроль и управление техническим состоянием авиационного и радиоэлектронного оборудования воздушных судов гражданской авиации. К.: КИИГА, 1990. С. 3-13.

Поступила в редакцию 1.12.2006

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Г.Ф. Конахович, Национальный авиационный университет, Киев.

УДК 621.45: 533.6

# Е.С. БАРЫШЕВА, Л.Г. БОЙКО

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина

# МЕТОД РАСЧЕТА ТЕЧЕНИЯ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ КОМПРЕССОРАХ С ОСЕРАДИАЛЬНЫМИ ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ ЛОПАТКАМИ

Предложен усовершенствованный вариант метода поверочного расчета двумерного до- и трансзвукового течения в центробежном компрессоре, предназначенный для исследования осерадиальных ступеней с пространственным профилированием лопаток. Представлены результаты численного исследования течения в модельном центробежном компрессоре. Приведены суммарные характеристики и структура течения в рабочем колесе. Представлено сопоставление с результатами экспериментальных исследований и расчетов других авторов.

осесимметричное течение, центробежный компрессор, осерадиальное рабочее колесо, суммарные характеристики, структура течения, сопоставление с экспериментом

#### Введение

Осерадиальные центробежные компрессорные ступени находят широкое применение в авиационных газотурбинных двигателях, в агрегатах турбонаддува двигателей внутреннего сгорания, а также в стационарном компрессоростроении. По мере роста нагруженности ступеней растет уровень скоростей течения, достигая около- или сверхзвукового уровня. Экспериментальные методы исследования и доводки таких ступеней являются весьма энергоемкими и дорогостоящими. Существующие методы расчета различаются уровнями сложности. Для каждого этапа проектирования и доводки используются соответствующие методы моделирования течения: одномерного [1], двумерного [2], трехмерного [3, 4]. В комплексе они дополняют друг друга, обеспечивая наиболее полное и достоверное отображение картины течения. На этапе проектирования при выборе геометрических параметров для проведения многовариантных расчетов предпочтение отдается методам расчета в двумерной постановке.

**Целью** данной работы является построение усовершенствованного метода расчета, предназначенного для моделирования течения в ступени центробежного компрессора (ЦБК) с рабочими колеса-

ми осерадиального типа с пространственным профилированием лопаток, а также его апробация.

## 1. Метод расчета

На основе подхода, представленного в [5], разработан усовершенствованный вариант метода поверочного расчета осесимметричного течения в центробежных ступенях, предназначенный для исследования компрессоров с осерадиальными проточными частями и пространственными лопатками на до- и трансзвуковых режимах работы.

В основу метода положено решение системы уравнений Эйлера в стационарной постановке:

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{w}) = 0,$$

$$(\vec{w} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{w} + 2\vec{\omega} \times \vec{w} + \vec{\omega} \times \vec{u} + \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} p = 0,$$

$$\vec{\nabla} \cdot [\vec{w} \cdot (\rho E + p)] = 0,$$

где  $\rho$  – плотность;

 $\vec{w}$  – вектор относительной скорости;

 $\vec{u}$  – вектор окружной скорости;

p — давление;

$$E = c_v \cdot T + (w^2 - u^2)/2$$
,

T – температура;

 $c_{\scriptscriptstyle \mathcal{V}}$  – теплоемкость при постоянном объеме.

Решение задачи ищется в обобщенной криволинейной системе координат ( $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\varphi$ ) (рис. 1).

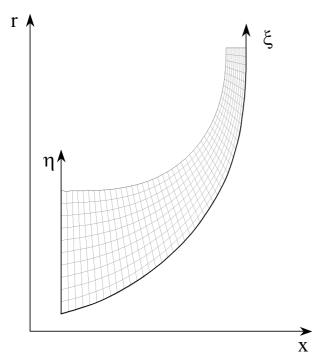


Рис. 1. Расчетная сетка

Использование представления о функции тока  $\psi$  позволяет, аналогично [5], свести систему к дифференциальному уравнению второго порядка, которое после ряда преобразований принимает вид:

$$\frac{\partial P}{\partial \eta} - \frac{\partial Q}{\partial \xi} = U + P \cdot A_{\eta} - Q \cdot A_{\xi}, \qquad (1)$$

где для областей, занятых лопаточными венцами:

$$\begin{split} P &= \frac{1}{\rho \chi \sqrt{g}} \left( \gamma_{\xi \xi} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} - \gamma_{\xi \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right); \\ Q &= \frac{1}{\rho \chi \sqrt{g}} \left( \gamma_{\xi \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} - \gamma_{\eta \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right); \\ A_{\eta} &= \frac{1}{w^2} \left( \frac{\partial H}{\partial \eta} - T \frac{\partial S}{\partial \eta} \right); \\ A_{\xi} &= \frac{1}{w^2} \left( \frac{\partial H}{\partial \xi} - T \frac{\partial S}{\partial \xi} \right); \\ U &= 2u \cdot \left( n_{\eta} \frac{\partial r}{\partial \xi} - n_{\xi} \frac{\partial r}{\partial \eta} \right); \\ \gamma_{\xi \xi} &= g_{\xi \xi} + r^2 \cdot n_{\xi}^2; \\ \gamma_{\eta \eta} &= g_{\eta \eta} + r^2 \cdot n_{\xi}^2; \\ \gamma_{\xi \eta} &= g_{\xi \eta} + r^2 \cdot n_{\xi} \cdot n_{\eta} . \end{split}$$

Для свободных каналов:

$$\begin{split} P &= \frac{1}{\rho \chi \sqrt{g}} \left( g_{\xi \xi} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} - g_{\xi \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right); \\ Q &= \frac{1}{\rho \chi \sqrt{g}} \left( g_{\xi \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} - g_{\eta \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right); \\ A_{\eta} &= \frac{1}{v_m^2} \cdot \left( \frac{\partial H}{\partial \eta} - T \cdot \frac{\partial S}{\partial \eta} - \frac{\Gamma}{r^2} \cdot \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} \right); \\ A_{\xi} &= \frac{1}{v_m^2} \cdot \left( \frac{\partial H}{\partial \xi} - T \cdot \frac{\partial S}{\partial \xi} - \frac{\Gamma}{r^2} \cdot \frac{\partial \Gamma}{\partial \xi} \right); \\ U &= 0. \end{split}$$

где χ – коэффициент загромождения проточной части лопаточными венцами;

д – определитель метрического тензора;

H – ротальпия;

 $\Gamma$  — циркуляция;

S – энтропия;

r — радиус;

 $V_m$  — проекция абсолютной скорости на меридиональную плоскость;

 $n_{\xi}$ ,  $n_{\eta}$  — проекции вектора нормали к срединной межлопаточной поверхности  $S_2$ , введенной аналогично [6], на оси  $\xi$ ,  $\eta$ .

С помощью девятиточечного шаблона это дифференциальное уравнение аппроксимируется конечно-разностными уравнениями второго порядка точности:

$$\begin{split} P_{i,j+1/2} - P_{i,j-1/2} - h \cdot (P \cdot A_{\eta})_{i,j} - Q_{i+1/2,j} + \\ + Q_{i-1/2,j} + h \cdot (Q \cdot A_{\xi})_{i,j} = h \cdot U_{i,j}. \end{split}$$

Для решения полученной системы уравнений используется метод Зейделя.

Решение уравнения (1) на околозвуковых режимах затруднено тем, что плотность является неоднозначной функцией расхода.

В предлагаемом подходе эта неоднозначность преодолевается путем использования проекции уравнения движения в форме Крокко на вектор относительной скорости, что позволяет расширить область применения метода.

В этом случае уравнение для определения плотности принимает вид:

$$w^{\xi} \frac{\partial \rho}{\partial \xi} + w^{\eta} \frac{\partial \rho}{\partial \eta} = \rho \cdot F ,$$

где 
$$F = \frac{1}{k-1} \cdot \frac{1}{I} \left( w^{\xi} \frac{\partial I}{\partial \xi} + w^{\eta} \frac{\partial I}{\partial \eta} \right);$$

I – энтальпия;

k — показатель изоэнтропы.

Для численного интегрирования полученного уравнения применена неявная одношаговая схема. Полученная система уравнений решается методом прогонки.

Для обеспечения устойчивости счета при переходе через звуковую линию в предлагаемом методе аналогично работам [7, 8] использовано представление об искусственной сжимаемости.

Тогда выражение для коррекции плотности имеет вид:

$$\widetilde{\rho} = \rho - \mu \frac{\partial \rho}{\partial s} \Delta s ,$$

$$\mu = \max \left[ 0, C_{\mu} \cdot \left( 1 - 1 / M^{2} \right) \right] ,$$

$$C_{\mu} = 1 \dots 2 ,$$

где s — направление вдоль линии тока.

Вязкие свойства потока учитываются косвенно, в уравнение движения аналогично [9] вводится дополнительный член, который имитирует воздействие диссипативных сил на течение.

Для расчета обтекания осерадиальных пространственных лопаток на до- и трансзвуковых режимах работы в алгоритм метода введены обобщенные полуэмпирические зависимости для учета потерь, включая волновые, и углов отставания, отличные от использовавшихся в [5].

Сложная пространственная геометрия лопаток рабочих колес требует детального описания их поверхностей для определения срединной межлопаточной поверхности, проекций вектора нормали на координатные оси, толщин лопаток в окружном направлении и других параметров лопаточных венцов.

Для этого разработан соответствующий алгоритм подготовки и задания геометрических параметров лопаточных венцов и проточной части.

В предложенном алгоритме лопатка центробежного РК полностью является описанной при задании: обводов проточной части в меридиональной плоскости; распределения геометрического угла лопатки  $\beta_n$ ; распределения угловой координаты  $\phi$  в цилиндрической системе координат; распределения толщины лопаток в окружном направлении по срединной поверхности лопатки.

Необходимые для расчета геометрические параметры пера лопатки, в зависимости от способа ее задания, в данном методе можно получить либо из конструкторской документации, если заданы их распределения вдоль втулочной и периферийной поверхностей; либо с помощью твердотельного моделирования лопатки, если ее поверхность задана координатами профилей.

В отличие от разработанных ранее и ставших классическими методов [6, 10, 11], предложенный метод базируется на конечно-разностных схемах повышенной точности, позволяет детально описывать поверхности лопаток с помощью достаточно мелких расчетных сеток, дополнен полуэмпирическими обобщенными зависимостями для учета потерь и углов отставания. Данный метод позволяет получать поля параметров в любой точке проточной части, а также суммарные характеристики ступени и ее элементов. В свете этого он может быть отнесен к новому поколению методов расчета двумерных течений, которые применяются как в процессе проектирования для выбора рациональных конструктивных решений, так и для поверочного расчета на этапах доводки.

#### 2. Апробация метода расчета

Предложенный выше алгоритм реализован в соответствующем программном комплексе (ПК) АхСВт. Апробация модернизированного ПК проведена в несколько этапов.

**Модельная ступень 1.** На примере модельной ступени 1 (рис. 2), состоящей из рабочего колеса (РК), лопаточного диффузора (ЛД) и обратного направляющего аппарата (ОНА), исследовано влияние искусственной сжимаемости на суммарные характеристики ступени, представленные в виде зависимости политропических напора  $\psi_n^*$  и КПД  $\eta_n^*$  по полным параметрам от условного коэффициента расхода  $\Phi_0$ , на двух частотах вращения ( $M_{u2}$ = 0,8 и  $M_{u2}$ = 0,92, рис. 3). Выполненные расчеты показывают, что введение искусственной сжимаемости позволяет моделировать течение в ступени в трансзвуковом диапазоне режимов обтекания, а также ока-

зывается необходимым в процессе вычислений при высоких дозвуковых скоростях, так как расчет производится с помощью итераций, где величины скоростей могут достигать звуковых и более значений.

Расчет течения в модельной ступени 2. Апробация метода расчета и комплекса программ проведена на тестовом низкоскоростном ЦБК с осерадиальным колесом, диаметр на выходе из которого  $D_2 = 1,524$  м. Расчет проводился при стандартных атмосферных условиях на входе, частота вращения n=1862,4 об/мин.

На рис. 4 представлена проточная часть ступени и ее трехмерная модель.

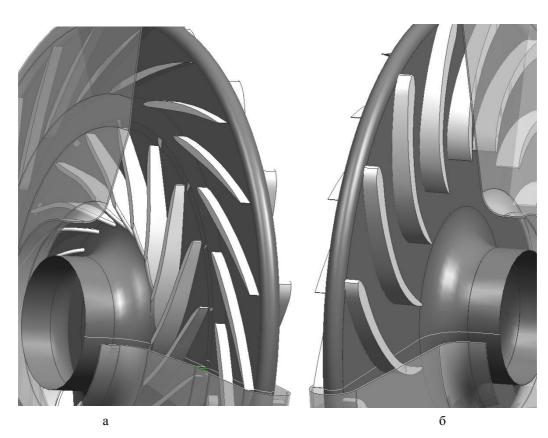


Рис. 2. Твердотельная модель центробежной ступени 1 a-PK и ЛД;  $\delta-OHA$ 

В результате моделирования течения получено удовлетворительное согласование расчетной и экспериментальной [12] суммарных характеристик рабочего колеса, построенных в виде зависимостей степени повышения полного давления  $\pi^*$  и КПД  $\eta^*$  от расхода  $G_6$ , рис. 5. Там так же приведено сопос-

тавление с результатами расчетов других авторов [12].

Представленный подход позволяет рассмотреть структуру течения в любой точке проточной части ступени как в межлопаточных каналах, так и в свободных от лопаток областях течения.

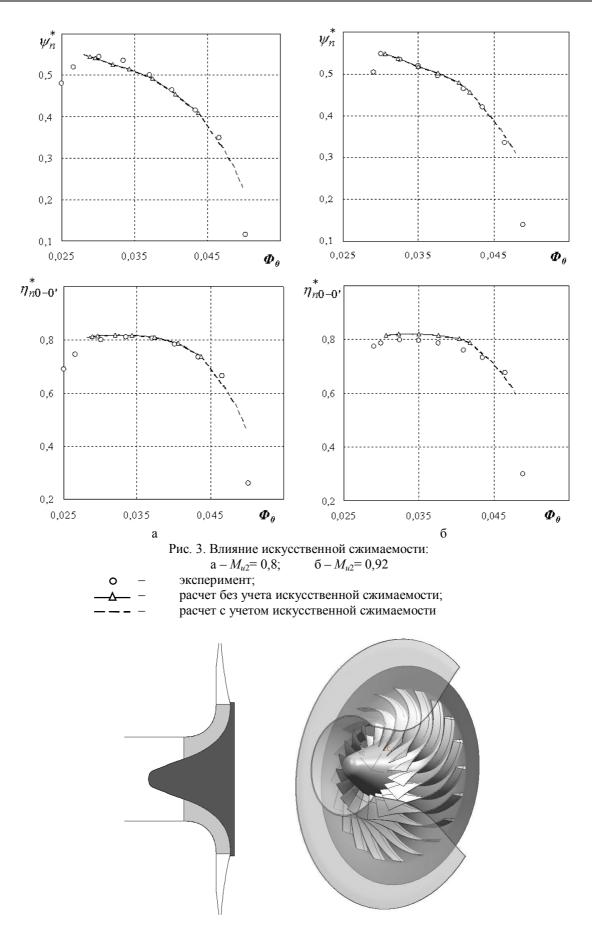
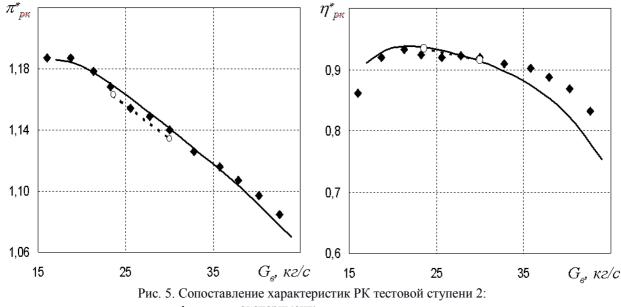


Рис. 4. Проточная часть и трехмерная модель тестовой ступени 2



- эксперимент;
 - о - - расчет [12];
 - расчет по представленному методу

На рис. 6 представлены изолинии чисел Маха (в PK — число Маха в относительном движении, в каналах — в абсолютном) на расчетном режиме. Здесь наблюдается безударный вход на лопатки PK. На рис. 7 приведены распределения по высоте проточной части углов натекания  $i_1$  на входе в PK на двух режимах: расчетном и меньшем расчетного.

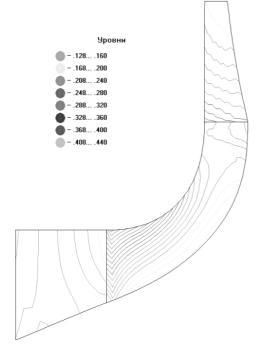
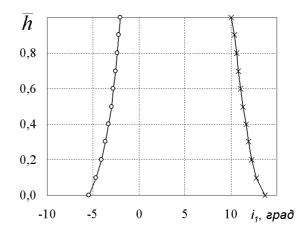


Рис. 6. Изолинии чисел Маха тестовой ступени на расчетном режиме



#### Заключение

Материалы, представленные в данной статье, а также другие результаты, полученные авторами в процессе апробации метода расчета, позволяют сделать вывод о работоспособности предложенного метода и о возможности его использования для численного исследования трансзвуковых течений в проточной части ступени центробежного компрессора с радиальными и осерадиальными про-

странственными лопатками в широком диапазоне режимов работы в процессе проектирования и доводки.

#### Литература

- 1. Анисимов С.А. Газодинамический расчет центробежных компрессоров поэлементным методом. Л.: Машиностроение, 1974. 136 с.
- 2. Галеркин Ю.Б. Экспериментальные исследования и развитие методов проектирования, основанных на анализе пространственного потока // Тр. науч. школы компрессоростроения СПб ГПУ. СПб.: ГПУ, 2005. С. 185-205.
- 3. Милешин В.И., Орехов И.К., Старцев А.Н. Метод проектирования и доводки осевых и центробежных компрессоров на основе расчета 3D вязкого течения в рамках уравнений Навье-Стокса и решения обратных задач газовой динамики в квазитрехмерной постановке // Научный вклад в создание авиационных двигателей. В 2-х кн. Кн.2. / Под ред. В.А. Скибина, В.И. Солонина. М.: Машиностроение, 2000. С. 144-159.
- 4. Ершов С.В., Русанов А.В. Численный метод расчета трехмерных вязких течений в осерадиальных турбомашинах // Проблемы машиностроения. 1999. Т. 2, № 1-2. С. 27-33.
- 5. Метод поверочного расчета течения в проточной части центробежного компрессора и его апробация / Л.Г. Бойко, А.Е. Демин, Е.С. Барышева, К.В. Фесенко, Ю.С. Бухолдин, В.Н. Довженко // Авиационно-космическая техника и технология. 2005. № 2 (18) С. 42-48.

- 6. Жуковский М.И. Аэродинамический расчет потока в осевых турбомашинах. Л.: Машиностроение, 1967. 287 с.
- 7. Хафез Лоувелл. Численное решение уравнения для функции тока в случае трансзвуковых скоростей // Аэрокосмическая техника. 1983. Т. 1, Neq 11. C. 63-73.
- 8. Сюй Ни Ду. Численное решение уравнения для функции тока в трансзвуковых течениях // Энергетич. машины и установки. 1988. № 4. С. 34-38.
- 9. Численное исследование двумерного течения в проточной части ступени центробежного нагнетателя / Л.Г. Бойко, Е.С. Барышева, К.В. Фесенко, Ю.С. Бухолдин, В.Н. Довженко // Вестник двигателестроения. 2006. № 3. С. 8-13.
- 10. Сальников В.С. Метод расчета течения газа и несжимаемой жидкости в турбомашинах с помощью ЭЦВМ. М.: ЦИАМ, 1967, техн. отчет № 294. 32 с.
- 11. Дорфман Л.А. Численные методы в газодинамике турбомашин. Л.: Энергия, 1979. 270 с.
- 12. Chriss R.M. Experimental and Computational Results From the NASA Lewis Low-Speed Centrifugal Impeller at Design and Part-Flow Conditions / R.M. Chriss, M.D. Hathaway, J.R. Wood // ASME Journal of Turbomachnery. 1996. Vol. 118. P. 55-65.

Поступила в редакцию 9.01.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. А.В. Амброжевич, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков.

УДК 629.7.014-519.064.5

#### А.С. ВАСИЛЕНКО, С.А. КИРИЧЕНКО

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина

# МЕТОДИКА РАСЧЕТА СИСТЕМЫ ЭНЕРГОСНАБЖЕНИЯ РЕТРАНСЛЯТОРА-АЭРОПЛАТФОРМЫ

Одной из важнейших задач при разработке ретрансляторов-аэроплатформ является расчет системы энергоснабжения. Аналогичные расчеты проводятся для космических аппаратов, но они не могут быть использованы из-за различий объектов. Поэтому возникла необходимость в разработке методики расчета для аэроплатформ. Изложенная в статье методика позволяет осуществлять оценку потребных параметров солнечных и химических батарей для различных видов аэроплатформ. Численные расчеты, приведенные в статье, подтверждают правильность предложенной методики. В заключение даны рекомендации применимости полученных результатов.

система энергоснабжения, ретранслятор-аэроплатформа, батарея фотоэлектрическая, батарея химическая, уравнение энергобаланса, коэффициент запаса

#### Введение

Кардинальным решением в обеспечении информационных услуг урбанизированных районов стала разработка нового вида систем широкополосного беспроводного доступа, названных телекоммуникационными системами на базе высокоподнятых аэроплатформ [1]. Основная идея состоит в реализации различных видов связи с помощью ретрансляционной станции, размещенной на специальной платформе, на высоте (20...30) км, т.е. в области стратосферы. Проекты таких систем разрабатываются ведущими промышленными странами (Япония, США, Германия и др.), поскольку они будут использоваться не только как платформы для ретрансляторов систем связи, включая цифровое радио- и телевещание, но и в качестве средств наблюдения (мониторинга) за поверхностью Земли, движением наземных, воздушных и морских объек-TOB.

Как известно, в качестве аэроплатформ могут быть использованы аэростаты, дирижабли, беспилотные летательные аппараты (БПЛА) и даже специальные воздушные шары [2, 3]. Следует отметить положительные свойства каждого из вида ретранс-

ляторов-аэроплатформ. Преимущество аэростатов и дирижаблей состоит в том, что они способны на длительное время зависать в заданной зоне, которая по Рекомендациям Международного Союза Электросвязи F.1500, определяется как цилиндр с радиусом 400 м и высотой 1,4 км. Кроме того, они, безусловно, являются наиболее экономичными аппаратами воздухоплавания, способные поднимать полезный груз до 1000 кг.

Что касается беспилотных летательных аппаратов — электролетов, то они являются незаменимыми для осуществления мониторинга земной поверхности, и также могут быть успешно использованы для ретрансляции в телекоммуникационных системах при решении задачи длительного обеспечения электроэнергией для барражирования в определенной зоне и обеспечения энергией бортовой аппаратуры ретранслятора. Поэтому в каждом конкретном случае решается вопрос о целесообразности использования той или иной высокоподнятой аэроплатформы.

Формулирование проблемы. Источником электроэнергии для таких ретрансляторов-аэроплатформ могут служить системы энергоснабжения (СЭС), вырабатываемые бортовой топливной энергоуста-

новкой или солнечными батареями (БФ – батарея фотоэлектрическая). Учитывая наибольшую эффективность солнечных батарей на высокоподнятых стратосферных платформах, находящихся в зоне высокого уровня солнечного излучения, в последние годы усиленно ведутся работы по созданию полностью автономных длительно летающих аэроплатформ (от полугода до 5 лет), полет которых и работу всей бортовой аппаратуры обеспечивают солнечные батареи (системы БФ). На Украине, которая географически размещена между 46° и 52° северной широты с достаточно хорошей освещенностью, разработка таких аэроплатформ целесообразна и технико-экономически обоснована.

Ключевой проблемой при использовании стратосферных высокоподнятых аэроплатформ остается поддержание их стабильного положения в пространстве «зависания». Несмотря на то, что скорость ветра в районе (14...30) км составляет всего (10...20) м/с, а воздушные потоки в стратосфере относительно постоянны, что облегчает отработку устойчивого положения, все же имеются некоторые сезонные и территориальные перепады скорости и направления ветра, которые требуют учета при долговременной эксплуатации такого ретранслятора.

Анализу и расчетам СЭС ретрансляторааэроплатформы (РА) следует уделить особое внимание, поскольку хорошо отработанная теория и практические расчеты СЭС космических аппаратов (спутников, ракетно-космических систем) не может быть использована в силу отличий этих объектов [3]. Прежде всего, в РА солнечная энергия БФ используется не только для питания бортовой аппаратуры, но также и для обеспечения тяги аэроплатформы для полета или стабилизации ее положения в течение длительного времени. Во-вторых, РА работает постоянно, т.е. круглосуточно в течении 24 часов, а заряд БФ осуществляется на протяжении дня (т<sub>о</sub>), когда только и работают солнечные батареи. Поэтому задача разработки методики расчета СЭС ретранслятора-аэроплатформы, решению которой посвящена эта статья, является актуальной.

**Общие положения.** С учетом географического расположения Украины для расчетов выбираем наиболее неблагоприятное время по продолжительности светового дня (минимальный энергоприход для солнечных батарей). Этому соответствует зимнее время, а точнее день – 22 декабря, когда продолжительность дня  $\tau_0$  = 8 ч, а ночи  $\tau_n$  = 16 ч за сутки.

Итак, энергетическая система ретрансляторааэроплатформы основана на солнечных и химических батареях, причем солнечные батареи — это основной или первичный генератор электроэнергии PA, а аккумуляторные батареи (БХ) являются вторичными источниками и обеспечивают энергоснабжение в течение ночи  $(\tau_n)$ .

#### Решение проблемы

Для разработки методики расчета СЭС ретранслятора-аэроплатформы необходимо:

- а) записать уравнение энергобаланса между системой энергоснабжения РА и нагрузкой;
- б) определить выражения для энергий, входящих в уравнение энергобаланса;
- в) получить выражение для определения потребной мощности БФ;
  - г) определить проектировочные параметры БФ;
  - д) определить параметры химических батарей.

Составление уравнения энергобаланса. Для определения мощности батареи фотоэлектрической составляется уравнение энергобаланса между СЭС ретранслятора-аэроплатформы и нагрузкой, которое в первом приближении записывается выражением:

$$W_{\delta\phi\delta} = K_1 \cdot W_{H_{\delta}} + K_2 \cdot W_{\delta x_3 \delta} =$$

$$= K_1 \cdot W_{H_{\delta}} + K_2 \cdot K_3 \cdot W_{H_{H}},$$
(1)

где  $W_{\delta\phi\delta}$  — энергия, выработанная фотоэлектрической батареей в течение дневного (светового) промежутка времени суток;

 $W_{H_0}$  — энергия, потребляемая нагрузкой (тяговыми электродвигателями и бортовой аппаратурой) в течении дневного времени суток;

 $W_{H_H}$  — энергия, потребляемая нагрузкой в ночное время суток;

 $W_{\delta x_3 \partial}$  — энергия, потребляемая химическими батареями в режиме заряда в дневное время суток;

 $K_1$ ,  $K_2$  и  $K_3$  — коэффициенты запаса, учитывающие потери передачи энергии от БФ к нагрузке, к БХ и от БХ в режиме заряда, разряда и хранения соответственно.

Для нормальной работы СЭС ретрансляторааэроплатформы необходимо выполнение условия

$$K_2 \cdot W_{\delta x_3 \partial} = K_2 \cdot K_3 \cdot W_{H_H} = K_4 \cdot W_{\delta x_{DH}}, \qquad (2)$$

где  $W_{бхрн}$  — энергия, отданная химическими батареями в режиме разряда в ночное время суток;

 $K_4$  – коэффициент запаса, учитывающий потери энергии при хранении и передаче к нагрузке в режиме разряда БХ.

Выражение (1) описывает равенство энергии, вырабатываемой БФ в течение дня, сумме энергий, затраченных на работу нагрузки и накопленной в БХ на световом участке суток. Условие (2) вытекает из выражения (1) и характеризует равенство энергий, заряженной БХ и энергии БХ в режиме разряда и хранения для питания нагрузки в ночное время с учетом коэффициентов потерь в передаче энергии.

Составляющие энергоприхода и энергорасхода в СЭС можно представить следующими уравнениями.

Энергия, вырабатываемая фотоэлектрическими батареями в течение дня:

$$W_{\delta\phi\delta} = \frac{P_{\delta\phi} \cdot \tau_{\delta}}{\eta_{\delta\phi-\mu} \cdot \eta_{\delta\phi-\delta x}}, \qquad (3)$$

где  $P_{\delta\phi}$  – текущая мощность солнечных батарей;

 $\eta_{\delta\phi-H} = (0.92...0.95)$  — коэффициент, учитывающий потери в передаче энергии от БФ к нагрузке (фидеры питания, блокирующие диоды, контактные группы и т.д.) с учетом регулирования мощности БФ;

 $\eta_{\delta\phi-\delta x} = (0.89...0.92)$  — коэффициент, учитывающий потери в передаче энергии от БФ к аккумуля-

торным батареям (зарядные вольтодобавочные устройства);

 $\tau_{a}$  – дневное (световое) время суток.

Энергия, потребляемая нагрузкой за дневное время суток:

$$W_{H_{\partial}} = \frac{P_{H} \cdot \tau_{\partial}}{\eta_{\delta d - H}}, \tag{4}$$

где  $P_{\scriptscriptstyle H}$  — текущая мощность, потребляемая нагрузкой.

Энергия, запасаемая аккумуляторными батареями в течение дня:

$$W_{\delta x 3 \partial} = \frac{(P_{\delta \phi} - P_{H})}{\eta_{\delta \phi - \delta x}} \,. \tag{5}$$

Энергия, отдаваемая аккумуляторными батареями в ночное время суток:

$$W_{\tilde{o}xpH} = \frac{P_H \cdot \tau_H}{\eta_{\tilde{o}x-H} \cdot \eta_{\tilde{o}x}}, \tag{6}$$

где  $\eta_{\delta x-\mu} = (0.82...0.92)$  – коэффициент, учитывающий потери в передаче энергии от БХ к нагрузке (разрядные вольтодобавочные устройства);

 $\eta_{\delta x}$  = (0,75...0,94) — коэффициент, учитывающий эффективность накопления энергии в БХ, хранение и саморазряд БХ и зависящий от значений зарядных и разрядных токов (для больших значений токов берутся меньшие значения коэффициентов);

 $\tau_{H}$  — ночное время суток.

Очевидно, что при решении уравнения энергетического баланса на первом шаге вычислений невозможно с достаточной точностью вычислить потребную мощность БФ. Однако, приняв упрощения по учету передачи энергии в БХ и обратно для режимов работы их заряда и разряда, можно определить мощность БФ из условия:

$$P_{\delta\phi} = \frac{1}{\tau_{\partial}} \cdot \left( \frac{P_{H} \cdot \tau_{\partial}}{\eta_{\delta\phi-H}} + \frac{P_{H} \cdot \tau_{H}}{\eta_{\delta\phi-H} \cdot \eta_{\delta\phi-\delta x} \cdot \eta_{\delta x-H} \cdot \eta_{\delta x}} \right). \tag{7}$$

**Проектировочные параметры БФ.** Теперь необходимо определить проектировочные параметры

БФ: площадь БФ, рабочий ток, размеры и конфигурацию БФ.

Площадь БФ определяется следующим выражением:

$$S_{\delta\phi} = \frac{P_{\delta\phi}}{E_{\Sigma} \cdot \eta \cdot k_{ocs}}, \tag{8}$$

где  $E_{\Sigma}$  — плотность потока солнечного излучения на заданной высоте,  $\mathrm{Br/m}^2$ ;

 $\eta$  – коэффициент полезного действия солнечных батарей ( $\eta$  = 12%);

 $k_{oce}$  — интегральный среднесуточный коэффициент освещенности БФ (для электролета  $k_{oce}$  = 0,5).

Рабочий ток БФ можно вычислить из условия

$$I_{\delta\phi} = \frac{P_{\delta\phi}}{U_{C \ni C} + \Delta U_{\Sigma}},\tag{9}$$

где  $U_{C \ni C} = U_{\text{const}} = 28,5 \; \text{В} \;$  для бортовой аппаратуры РА;

 $\Delta U_{\Sigma}$  =(2...3) В – суммарные потери напряжения.

Следует отметить, что размеры фотоэлектрической батареи рассчитывают, исходя из конструктивных ограничений (площадь крыла, фюзеляжа, сферы шара и т.д.) и выбирают рационально в каждом конкретном случае аэроплатформы.

Определение параметров БХ. Далее определяются параметры БХ. Потребная емкость аккумуляторных батарей, т.е. минимально необходимая для удовлетворения энергетического баланса, находится из условия

$$Q_{\varepsilon\delta x} = \frac{W_{\delta x\_nomp}}{U_{C \ni C} + \Delta U_{\Sigma}},\tag{10}$$

где  $W_{\delta x\_nomp}$  — энергия, потребляемая нагрузкой в ночное время суток.

С учетом того, что продолжительность и надежность работы аккумулятора во многом зависит от его глубины разряда и значений рабочих параметров (температура, величина токов заряда — разряда и т.д.), емкость аккумуляторной батареи, устанавливаемой в СЭС, определяется из условия ограничения глубины разряда:

$$Q_{\delta x} = \frac{Q_{\varepsilon \delta x}}{\gamma_{p}}, \qquad (11)$$

где  $\gamma_p$  — глубина разряда аккумулятора, которая обычно находится в пределах (0,4...0,5).

Для обеспечения потребной емкости аккумуляторных батарей необходимо определить количество аккумуляторов m, включенных параллельно, из условия:

$$m = \frac{Q_{\delta x}}{Q_{1\delta x}},\tag{12}$$

где  $Q_{1\delta x}$  – емкость одного комплекта БХ.

Также для обеспечения требуемого напряжения  $U_{CCC}$  необходимо определить число аккумуляторов  $n_{ak}$ , включенных последовательно:

$$n_{a\kappa} = \frac{U_{C \ni C}}{U_{HOM}},\tag{13}$$

где  $U_{\text{ном}}$  — номинальное напряжение единичного аккумулятора.

На этом анализ методики расчета СЭС считается законченным, а результаты представлены в итоговой табл. 1.

#### Заключение

Проведенные исследования позволили предлометодику расчета СЭС ретрансляторааэроплатформы, в которой решены проблемы выбора параметров БФ и БХ, исходя из требуемого энергетического обеспечения объекта. Численные значения, полученные с помощью предложенной методики расчета, приводят к выводу о целесообразности разработки ретранслятора-аэроплатформы на базе аэростата или дирижабля. Рекомендации основаны на потребной площади БФ и массогабаритных параметрах БХ, так как поверхность аэростата позволяет разместить требуемое количество солнечных батарей, а большая грузоподъемность - установить химические аккумуляторы для поддержания нужного режима работы СЭС ретранслятора-аэроплатформы в ночное время суток.

Таблица 1 Итоговая сводка результатов расчета по предложенной методике

Баллистические параметры:	$T = 24$ ч; $\tau_c = 8$ ч (288	$800c$ ); $\tau_{H} = 164 (5760$	00c)	
Принятые коэффициенты: ηб	$_{p-h} = 0.95;  \eta_{\delta\phi-\delta x} = 0$	,92; $\eta_{\delta x-\mu} = 0,92$ ; $\eta_{\delta x}$	= 0,75	
Рассчитанные параметры:	1			1
Возможные варианты $P$ н $(P \ni \partial s + P \delta a)$	Рэдв=3 кВт; Рба=100 Вт	<i>Рэдв</i> =2 кВт; <i>Рба</i> =100 Вт	Рэдв=1кВт; Рба=500 Вт	Рэдв=2 кВт; Рба=500 Вт
<i>Wн</i> ∂, кВт·ч	26,11	17,68	12,63	21,05
<i>Wбхрн</i> , кВт∙ч	71,88	48,7	34,78	57,97
$Pб\phi$ , к $B$ т	13,54	9,2	6,55	10,9
$\mathit{Wб}\phi_{\scriptscriptstyle\partial}$ , к $\mathrm{B}\mathrm{T}^{\centerdot}$ ч	124	83,98	59,99	99,98
<i>Wбхзд</i> , кВт∙ч	90,82	61,52	43,94	73,24
Проектировочные параметры	ь БФ и БХ:			•
$S \delta \phi$ , м $^2$	168,5	114	81,5	135,8
Ібф, А	443,9	300,82	215	358
Wпотр_нагр=Рн· т <sub>н</sub> , кВт·ч	49,6	33,6	24	40
<i>Qɛбх</i> , А·ч	1626	1102	786,9	1311
<i>Qбх</i> , А·ч	3252	2204	1574	2622
Параметры Li-ion аккумулято	рров: 200 А·ч ~5,5 г	κτ~3,6 B		<u>.</u>
т, шт.	16	11	8	14
<i>п<sub>ак</sub></i> , шт.	9	9	9	9
Масса, кг	792	544,5	396	693

# Литература

- 1. Кравчук С.О., Ильченко М.Ю. Аероплатформи для телекомунікаційних систем / Наукові вісті НТУУ "КПІ". К.: НТУУ "КПІ", 2003. №1. С. 5-15.
- 2. Ильченко М.Е., Бунин С.Г., Войтер А.П. Сотовые радиосети с коммутацией пакетов. К.: Наук. думка, 2003. 22 с.
- 3. Материалы корпорации Angel. [Электрон. pecypc]. Режим доступа: http://www.angelhalo.com. (5.02.2006).

4. Оценочные расчеты параметров ракетно-космических систем: Учеб. пособие к курсовому проектированию по общему устройству и конструированию объектов аэрокосмической техники / К.В. Безручко, Н.В. Белан, С.В. Губин, Е.А. Исаев и др. — Х.: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. — 33 с.

Поступила в редакцию 11.01.2007

**Рецензент:** канд. техн. наук, доц. Ю.А. Шепетов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков.

УДК 621.181:662.9

# П.М. КАНИЛО $^{1}$ , В.В. СОЛОВЕЙ $^{1}$ , В.Е. КОСТЮК $^{2}$ , К.В. КОСТЕНКО $^{1}$

<sup>1</sup> Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Украина <sup>2</sup> Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

# ВОДОРОДНО-КИСЛОРОДНО-ПЛАЗМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ СЖИГАНИЯ НИЗКОРЕАКЦИОННЫХ ЭНЕРГОНОСИТЕЛЕЙ

Отмечены топливно-энергетические проблемы Украины, обусловленные ограниченностью нефтегазовой сырьевой базы, низким качеством доступных органических топлив (низкореакционные высокозольные угли) и несовершенством традиционных технологий их сжигания (дополнительное использование мазута или природного газа). Обоснована необходимость создания в Украине энерготехнологических комплексов, использующих водородно-кислородно-плазменные технологии сжигания и переработки низкореакционных энергоносителей, а также — производства на их основе синтетических жидких и газообразных топлив. Показана актуальность разработки теоретических основ, методов расчета и анализа рабочих процессов устройств, реализующих указанные технологии. Предложен подход к математическому и физическому моделированию физико-химических процессов в таких устройствах на примере горелки с водородно-кислородной и СВЧ-плазменной термохимической подготовкой пылеугольной аэросмеси.

низкореакционые топлива, водород, кислород, СВЧ-плазма, комплексные технологии сжигания, физико-химические процессы, методы расчета и анализа

#### Введение

Аэрокосмическая промышленность, как наиболее наукоемкий сектор отечественной экономики, располагает огромным потенциалом для внедрения высоких технологий в смежные отрасли экономики, в частности, энергетику, трубопроводный транспорт, металлургию, муниципальное хозяйство и т.п. В первую очередь, это касается водородных и плазменных технологий.

Тепловые электрические станции (ТЭС), работающие на низкосортных углях типа АШ, являются в настоящее время базовыми для энергетической отрасли Украины. Ключевое значение в балансе первичных энергоресурсов Украины приобретает уголь, поскольку любые иные топлива, используемые для производства электроэнергии (мазут, природный газ, уран), — это импортируемые топлива, ставящие отечественную энергетику в зависимость от его поставщиков. По оценкам Минуглепрома Украины, отечественных балансовых запасов углей при годовом объеме добычи 100 млн.т хватит на 500 лет и

более.

Проблема использования в энергетике низкореакционных углей типа донецких антрацитов обостряется по мере увеличения их зольности. В связи с изменением условий угледобычи и уменьшением толщины угольных пластов качество угля, поступающего на электростанции, ухудшается: зольность возросла с 20 до 30 %, а теплота сгорания снизилась с 24 до 17 МДж/кг. В таких условиях устойчивое воспламенение, горение, а также нормальное шлакоудаление возможно только в условиях мазутной или газовой подсветки факела, доля которых по теплу достигает 30 – 40 %. При этом ухудшается выгорание антрацита, так как кислород поглощается более активным газом или мазутом, и доля углерода при уносе возрастает.

Успешное сжигание антрацитов с зольностью до 30 % и более может достигаться в технологиях кипящего слоя, но их промышленное внедрение требует больших капитальных затрат. Одной из менее затратных технологий является предварительная термохимическая подготовка (ТХП) угля, смысл кото-

рой заключается в высокоскоростном (104  $10^5$  °К/с) нагреве угольной пыли (всей или части): высокотемпературными продуктами сгорания природного газа или мазута [1], потоком воздушной плазмы [2, 3] или СВЧ-энергией [4 – 9]. В результате ТХП угольной пыли образуется высокотемпературная двухфазная смесь, которая состоит из летучих, газообразных продуктов частичной газификации, продуктов сгорания и коксового остатка с характеристиками, сильно отличающимися от характеристик исходного топлива. Этот процесс может быть как одно-, так и многостадийным. Указанные технологии могут реализоваться, как правило, в модернизированном стандартном грелочном устройстве и не потребуют значительных изменений в транспортных магистралях и конструкциях котлоагрегата. Однако перечисленные технологии ТХП угольной пыли не смогут обеспечить безманевренный цикл работы ТЭС, т.е. работу энергоблоков на наиболее экономически выгодных режимах, в том числе при снижении уровня потребления электроэнергии.

Итак, зависимость мировой экономики (в том числе экономики Украины) от сырьевых ресурсов возрастает. Ограниченность запасов природного газа и нефти, снижение качества добываемого в Украине угля диктует необходимость создания микро- и мак-

роэнерготехнологических комплексов, использующих плазменные технологии и обеспечивающих производство водорода и кислорода для:

- эффективного сжигания на ТЭС высокозольных низкореакционных углей без применения природного газа и мазута [4 11];
- аккумулирования энергии (производство водорода и кислорода) с целью выравнивания графика нагрузки ТЭС и АЭС [10, 11];
- сокращения энергоемкости продукции за счет включения в энерготехнологические циклы низкореакционных энергоносителей, сопутствующих основному производству (например, доменный газ, синтез-газ, биогаз и т.п.);
- дополнительного производства синтетических жидких и газообразных топлив для приоритетных отраслей их потребления (на основе термохимической переработки низкореакционных органических энергоносителей с использованием водяного пара, водорода и кислорода, а также применения плазменных технологий [10, 11]).

Возможные схемы водородно-кислородно-плазменных энерготехнологических комплексов на базе угольных ТЭС и АЭС приведены на рис. 1.

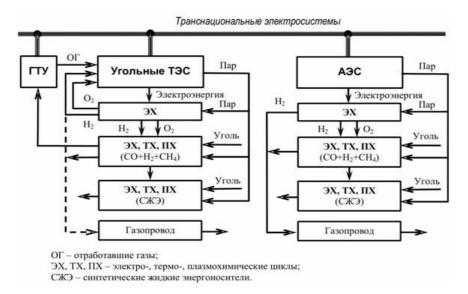


Рис. 1. Угольно-водородно-кислородно-плазменные энерготехнологические комплексы

Формулирование проблемы. Водород и кислород, благодаря своим уникальным физикохимическим свойствам, обладают значительным потенциалом в отношении промотирования горения низкореакционных топлив и, в частности, низкосортных углей. Основные действующие факторы: высокая температура и скорость горения, широкие концентрационные пределы и низкая энергия воспламенения, высокий коэффициент диффузии водоособенно родно-воздушных И водороднокислородных смесей [10, 11]. В настоящее время энерго- и ресурсосберегающие аспекты использования водорода и кислорода для сжигания низкореакционных топлив служат новыми стимулами к проведению дальнейших фундаментальных и прикладных исследований в области создания наукоемких энерготехнологий.

Актуальность разработки теоретических основ, методов расчета и анализа рабочих процессов горелочных устройств, реализующих водородно-кислородно-плазменные технологии сжигания низкореакционных топлив, в значительной мере обусловлена конечностью нефтегазовых ресурсов, научно-технической новизной [8 – 11] и энергоэкологической эффективностью рассматриваемых технологических процессов.

# **Теоретические подходы к описанию** физико-химических процессов

В настоящее время одним из наиболее экономичных и удобных способов детального анализа сложных физических и химических процессов становится численный эксперимент. Достигнутые в последние десятилетия успехи в развитии вычислительной техники и численных методов моделирования турбулентных реагирующих течений позволяют надеяться на решение задач теоретического исследования основных аспектов рабочего процесса устройств, реа-

лизующих водородно-кислородно-плазменные технологии сжигания низкореакционных топлив, в постановках, достаточно реалистичных для обоснованного снижения объема экспериментальных работ при их доводке.

При математическом моделировании физикохимических процессов водородно-кислородноплазменной ТХП пылеугольной аэросмеси должны быть описаны следующие наиболее значимые явления (рис. 2):

- турбулентное течение и конвективный теплообмен;
- механика многофазных турбулентных течений, включающая турбулентное рассеивание частиц и обмен массой, количеством движения и энергией между фазами;
  - турбулентное смешение;
  - выход летучих;
  - гомогенное горение летучих и водорода;
  - гетерогенное горение коксового остатка;
  - радиационный теплообмен;
  - гетерогенные реакции активации водорода.

Кроме того, если представляют интерес явления шлакования, образования сажи, промежуточных химических компонентов, экологически вредных веществ, то потребуются дополнительные подмодели.

Конструкция и расчетный режим работы реактора позволяют полагать рабочую среду в нем двухфазной полидисперсной многокомпонентной смесью реагентов (воздуха, угольных частиц, водорода и кислорода) и продуктов гомогенных и гетерогенных химических реакций, газы — термодинамически совершенными, течение несущей газовой фазы — трехмерным, неизотермическим, турбулентным, квазистационарным, несжимаемым, а множество угольных частиц — неплотным. Последнее допущение делает возможным раздельное описание газовой и дисперсной фаз: в постановках Эйлера и Лагранжа соответственно (так называемый траекторный под-

ход). Такой подход позволяет наиболее естественно описать полидисперсность частиц и их рассеивание турбулентными вихрями. При этом обмен массой, количеством движения, энергией и химическими компонентами между фазами может быть учтен с

помощью модели «частица – источник в ячейке», в соответствии с которой присутствие частиц в потоке проявляется через дополнительные источниковые члены в уравнениях сохранения газовой фазы.

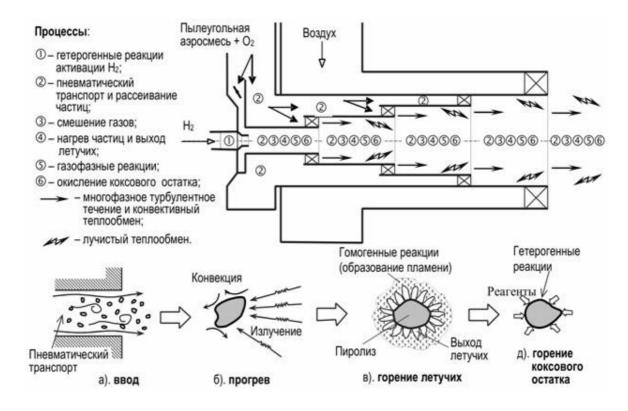


Рис. 2. Схема реактора водородно-кислородной ТХП пылеугольной аэросмеси и основные процессы в нем

В рамках принятых допущений поведение газовой фазы описывается полной системой трехмерных осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса, замыкаемой полуэмпирической моделью турбулентности к-є типа. Входящие в уравнения источниковые члены вычисляются с помощью моделей гомогенного (турбулентного) горения водорода, выхода и гомогенного (турбулентного) горения летучих, гетерогенного горения коксового остатка и модели межфазного взаимодействия "частица — источник в ячейке". Связь между термодинамическими переменными устанавливает уравнение состояния смеси идеальных газов. Весь диапазон начальных размеров угольных частиц (полагаемых сферическими) делится на конечное число дискретных интервалов;

каждый из них представляется средним диаметром, для которого выполняется расчет траектории и тепломассообмена. При этом каждая моделируемая частица представляет собой "пакет" частиц с одинаковыми траекториями. Последние определяются интегрированием уравнений движения материальных точек, подверженных действию сил тяжести и аэродинамического сопротивления. Тепломассообмен угольных частиц может быть описан тремя моделями: моделью теплообмена инертной частицы; моделью выхода летучих и моделью выгорания коксового остатка [12]. Дифференциальные уравнения в частных производных газовой фазы должны быть дополнены соответствующими граничными, а обыкновенные дифференциальные уравнения "представи-

тельных" частиц и химической кинетики — соответствующими начальными условиями, после чего они могут быть решены известными численными методами [13-15].

Учитывая, что численная реализация описанной выше математической модели потребует больших затрат вычислительных ресурсов, химия горения должна быть значительна упрощена и детальные кинетические схемы с сотнями реакций не могут быть включены. Упрощенный кинетический механизм горения может включать следующие одноступенчатые реакции [16]:

- первичный пиролиз угля с образованием коксового остатка, летучих и смол;
- окисление коксового остатка с образованием оксида углерода;
- окисление легких летучих с образованием оксида углерода, водорода и водяного пара;
- окисление смол с образованием оксида углерода и водорода;
- окисление оксида углерода с образованием диоксида углерода;
- окисление водорода с образованием водяного пара.

Окисление водорода происходит очень быстро, в связи с чем скорость последней реакции в первом приближении можно полагать бесконечно большой. В противном случае необходимо включить в модель кинетическую схему окисления водорода.

Скорости химических реакций могут быть рассчитаны по уравнению Аррениуса.

Для учета взаимодействия между химическими процессами и турбулентностью могут быть использованы два подхода: основанный на концепции разрушения турбулентного вихря, и основанный на использовании функции плотности распределения вероятности [17].

Модели разрушения вихря основаны на допущении, что масштаб времени, необходимый для сме-

шения реагентов, больше, чем временной масштаб в условиях, контролируемых исключительно кинетикой. Согласно этим моделям реакция происходит в том случае, когда топливо и окислитель смешаны, т.е. при столкновении молекул реагентов. Топливо, окислитель и продукты сгорания полагаются содержащимися в мелких вихрях, которые должны разрушиться перед тем, как может произойти смешение. Модель, основанная на концепции разрушения вихря, предложенная Магнуссеном (EDC), обеспечивает возможность включать в схему реакции детальные кинетические механизмы химических реакций (т.е. промежуточные химические компоненты). Модель EDC основана на идее, что диссипация энергии турбулентности в тепло и смешение на молекулярном уровне (а значит, и химические реакции), происходят в тонких структурах, которые могут быть описаны как реакторы идеального смешения. Пространство внутри расчетной ячейки полагается заполненным тонкими структурами и окружающим их течением. Все гомогенные реакции полагаются протекающими в тонких структурах. Для определения скорости реакции в тонких структурах определяются массовая доля, занимаемая тонкими структурами у\* и среднее время пребывания реагирующей среды в тонких структурах т\*.

Методы, основанные на функции плотности распределения вероятности (ПРВ), описывают взаимодействие химических процессов и турбулентности статистически. Осредненные по Фавру значения обобщенной переменной ф (например, температура или концентрация химического компонента) рассчитываются как

Функция плотности распределения вероятности  $\widetilde{p}(\phi)$  описывает вероятность того, что значение пе-

ременной ф находится между ф и  $\phi + \Delta \phi$ , и обычно аппроксимируется  $\beta$ -функцией. Реагирующая система может быть описана с помощью переменной, получившей название "коэффициент смеси":

$$z = (Y - Y_0)/(Y_F - Y_0),$$

где У – массовая доля элемента;

индексы F и  $\mathcal O$  относятся к топливу и окислителю соответственно.

Коэффициент смеси является консервативным скаляром, поэтому на него влияют диффузия и конвекция, но не влияет скорость реакции. Благодаря этому удается избежать сложных вычислений источникового члена, обусловленного химической реакцией. Однако, эта модель наиболее приемлема в ситуациях, когда скорость реагирования определяется турбулентностью, что противоречит выдвинутой нами гипотезе о преобладании цепного механизма высокоскоростного горения над тепловым при водородно-кислородной ТХП низкореакционных топлив.

В связи с этим для моделирования процессов водородно-кислородной ТХП пылеугольной аэросмеси предлагается использовать модель, основанную на концепции разрушения вихря EDC, которая может учитывать турбулентное смешение в комбинации с детальной химической кинетикой.

# Экспериментально-исследовательская установка

В ИПМаш НАН Украины (г. Харьков) разработан стенд для исследования процессов сжигания пылеугольного факела с использованием водорода (в том числе прошедшего металлогидридную активацию), кислорода и СВЧ-плазмы (рис. 3).

Стенд включает в себя:

 трубчатый реактор водородно-кислородноплазменной ТХП угольной пыли с системами подачи воздуха, водорода, кислорода и других газов;

- систему подачи угольной пыли, обеспечивающей ее расход от 1 до 15 г/с;
- СВЧ-генератор мощностью 5 кВт с циркулятором и волноводной системой;
- коаксиальный СВЧ-плазмотрон, расположенный в верхней части реактора;
- измерительную аппаратуру для контроля параметров функционирования систем стенда (давлений, температур, расходов);
- систему отбора и анализа проб продуктов сгорания;
- контрольно-измерительную аппаратуру для исследования процессов ТХП угольной пыли.

Реактор имеет цилиндрическую форму высотой 1 м и диаметром 0,125 м. Стенки его сделаны водоохлаждаемыми и изнутри футерованы огнеупорным корундовым бетоном, обеспечивающим минимальные потери СВЧ-энергии в камере. В корпусе реактора имеются смотровые окна со съемными освинцованными термостойкими стеклами, через которые контролируются процессы, происходящие в реакционной зоне.

Золошлаковые частицы из нижней части реакционной камеры сбрасываются в золосборник. Более тонкая очистка газов осуществляется в циклоне.

# Выводы и перспективы дальнейших разработок в данном направлении

- 1. Дан анализ топливно-энергетических проблем Украины, обусловленных ограниченностью нефтегазовой сырьевой базы, низким качеством доступных органических топлив (низкореакционные высокозольные угли) и несовершенством традиционных технологий их сжигания, связанных с дополнительным использованием импортируемого природного газа или мазута, стоимость которых постоянно растет.
  - 2. Предложены и запатентованы принципиально

новые СВЧ-плазменные и водородно-кислородноплазменные технологии сжигания высокозольных низкореакционных углей без применения природного газа или мазута.

3. Отмечено, что водородно-кислородно-

плазменные технологии обеспечат работу энергетических блоков ТЭС на наиболее экономичных режимах, и это будет также способствовать повышению их параметрической надежности и ресурса при снижении экологохимической опасности.

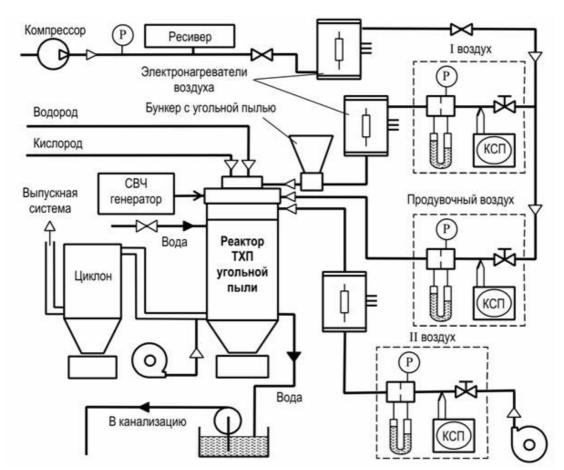


Рис. 3. Схема стенда с экспериментальной водородно-кислородной пылеугольной горелкой

- 4. Обоснована необходимость создания в Украине энерготехнологических комплексов, использующих водородно-кислородно-плазменные технологии сжигания и переработки низкореакционных энергоносителей, а также производства на их основе синтетических жидких и газообразных топлив.
- 5. Показана актуальность разработки теоретических основ, методов расчета и анализа рабочих процессов устройств, реализующих указанные технологии, в том числе предложен подход к математическому и физическому моделированию физико-

химических процессов в таких устройствах на примере горелки с водородно-кислородной и СВЧплазменной термохимической подготовкой пылеугольной аэросмеси.

#### Литература

- 1. Степанов А.В., Кухарь В.П. Достижения энергетики и защита окружающей среды. К.: Наук. думка, 2004. 207 с.
- 2. Карпенко Е.И., Мессерле В.Е. Введение в плазменно-энергетические технологии использова-

ния твердых топлив. – Новосибирск: Наука, 1997. – 119 с.

- 3. Оптимизация процесса сжигания энергетических углей с использованием плазменных технологий / В.Е. Мессерле, А.С. Аскарова, А.Б. Устименко, Е.И. Карпенко // Теплоэнергетика. 2004. № 6. С. 60-65.
- Использование СВЧ-энергии для сжигания высокозольных антрацитов на ТЕС / П.М. Канило, Н.И. Расюк, К.В. Костенко и др. // Экотехнологии и ресурсосбережение. 2001. № 3. С. 3-7.
- Исследование СВЧ-плазменной технологии сжигания низкосортных углей / Д.М. Ваврив,
   В.И. Казанцев, П.М. Канило и др. // Теплоэнергетика. – 2002. – № 12. – С. 39-45.
- 6. Microwave plasma combustion of coal / P.M. Kanilo, V.I. Kazantsev, N.I. Rasyuk // Fuel (82). 2003. P. 187-193.
- СВЧ-плазменная технология сжигания низкосортных углей / П.М. Канило, В.Е. Костюк, К.В. Костенко и др. // Пробл. машиностроения. – 2004. – Т. 7, № 2. – С. 72-77.
- 8. Пат. на корисну модель 8305 Україна, МПК<sup>7</sup>.F23Q5/00. Спосіб НВЧ-плазмової технології запалювання і стабілізації згоряння вугілля / Д.М. Ваврів, П.М. Каніло, М.І. Расюк та ін. (Україна); ІПМаш НАН України; U 2005 04380; заявл. 10.05.05; опубл. 15.07.05; бюл. № 7. 5 с.
- 9. Исследование процесса сжигания угольной пыли в экспериментальной СВЧ-плазменной горелке / Д.М. Ваврив, П.М. Канило, В.Е. Костюк и др. // Проблемы машиностроения. 2005. Т. 8, № 3. С. 79-86.
- 10. Альтернативные технологии сжигания низкореакционных углей в теплоэнергетических установках без дополнительного использования мазута или природного газа / П.М. Канило, Д.М. Ваврив, В.Е. Костюк и др. // Авиационно-космическая техника и технология. 2006. № 10(36). С. 82-90.

- 11. Пат. на корисну модель 18409 Україна, МПК<sup>7</sup>.F23Q5/00. Спосіб спалювання низькосортного вугілля / Ю.М. Мацевитий, П.М. Каніло, В.В. Соловей та ін. (Україна); ІПМаш НАН України; U 2006 03987; заявл. 10.04.06; опубл. 15.11.06; бюл. № 11. 5 с.
- 12. Волков Э.П., Зайчик Л.И., Першуков В.А. Моделирование горения твердого топлива. М.: Наука, 1994. 320 с.
- Приходько А.А. Компьютерные технологии в аэрогидродинамике и тепломассообмене. К.: Наук. думка, 2003. 380 с.
- 14. Кравченко И.Ф., Костюк В.Е., Педаш Ю.В. Численное исследование гидродинамического и теплового взаимодействия факела пускового воспламенителя с воздушным потоком внутри жаровой трубы // Вестник двигателестроения. 2005. № 2. С. 37-43.
- 15. Костюк В.Е., Коваленко А.Н. Численное моделирование рабочего процесса СВЧ-плазменной горелки // Збірник наукових праць Інституту проблем моделювання в енергетиці. К.: ІПМЕ НАНУ. 2004. Вип. 25. С. 94-101.
- 16. Heikkinen J.M. Characterisation of Supplementary Fuels for Co-combustion with Pulverised Coal. MSc. Dissertation, Environmental and Energy Engineering Tampere University of Technology, Tampere, Finland, 2005.–183 p.
- 17. Poinsot T., Veynante D. Theoretical and Numerical Combustion. Philadelphia: R.T. Edwards Inc., 2001. 490 p.

#### Поступила в редакцию 19.01.2007

**Рецензент**: д-р техн. наук, проф. Д.Ф. Симбирский, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

УДК 665.6

#### О.В. КРАВЧЕНКО

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Украина

# ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ УГЛЕВОДОРОДНЫХ СОЕДИНЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НОВЫХ КАВИТАЦИОННЫХ УСТРОЙСТВ

Рассмотрены новые энергоэффективные подходы к решению проблемы переработки органических соединений с целью получения топлив, обладающих высокими потребительскими свойствами и экологическими показателями. Разрабатываемые технологии основаны на кавитации в жидких средах. Экспериментально показано влияние этого явления на физико-химические свойства обрабатываемых эмульсий и суспензий на основе жидких углеводородных соединений.

#### физико-химические процессы, кавитация, форсунка, математическое моделирование

#### Введение

В сложных для Украины топливно-энергетических условиях требуется совершенствование существующих и разработка новых эффективных энерго- и ресурсосберегающих технологий в области переработки нефтепродуктов, получения синтетического жидкого топлива – котельного и моторного, и в том числе высококачественного авиационного.

Использование новых видов топлива позволит обеспечить снижение себестоимости выпускаемой продукции и повысить экологическую чистоту окружающей среды. Предлагаемые новые технологии базируются на применении высокоэффективных устройств, в которых реализуются принципы дискретно-импульсного ввода энергии и гидродинамического кавитационного воздействия, к которым относятся, прежде всего, роторно-пульсационные аппараты (РПА) и гидровихревые или акустические преобразователи. Сейчас к таким устройствам выдвигаются требования не только получения высококачественных мелкодисперсных эмульсий и суспензий, но и за счет протекания в них физико-химических процессов и придания конечному продукту новых потребительских свойств.

Совершенствование данного типа устройств и разработка на их основе новых технологий базируется на фундаментальных и прикладных исследованиях в области математического моделирования гидродинамики многокомпонентных потоков в сложнополостных системах.

# Исследование кавитационного влияния и механохимической активации на углеводородные эмульсии

На основании теоретических исследований процессов, протекающих в сложнополостных системах [1, 2], создана экспериментальная установка (рис. 1) для проведения базовых исследований по влиянию гидрокавитационного воздействия на обрабатываемые среды, к которым можно отнести изучение:

- особенностей получения устойчивых эмульсий и новых соединений на основе тяжелой нефти для ее эффективной транспортировки с целью снижения вязкости;
- влияния кавитации в процессах гидрокрекинга на увеличение глубины переработки нефти и выхода легких фракций, уменьшение содержания серы;
- процессов гидрокавитационной обработки моторных и котельных топлив с целью улучшения их качеств (уменьшение галогенсодержащих солей,

минеральных остатков, свободной воды, обессмоливание, повышение октанового числа, дегазация и т.д.).

Принцип действия установки заключается в том, что поток среды подвергается воздействию экстремальных кавитационных полей и, практически, по всему объему гидропотока обеспечивается диспергирование, а в зонах коллапса кавитационных пузырьков – до молекулярного уровня [3 – 5].

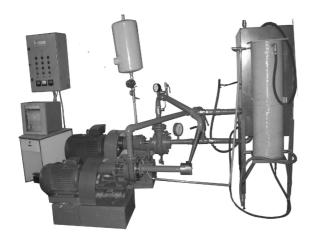


Рис. 1. Экспериментальная установка по исследованию гидрокавитационного воздействия на жидкие углеводороды их эмульсии

Интенсификация кавитационных процессов достигается за счет последовательного воздействия на среду пульсаций давления, микровихрей и кумулятивных струй, сначала в модернизированном (в соответствии с оригинальной методологией) прецизионном РПА, а затем в уникальном гидродинамическом преобразователе с тороидальной камерой расширения [4, 5].

Поток обрабатываемой среды подается насосом в РПА, коаксиальные цилиндры которого (статоры и роторы — 4 ступени) имеют перфорации (отверстия и препятствия), число которых увеличивается от внутренней пары цилиндров ротора и статора к наружной с соответствующим уменьшением ширины прорезей. Наибольшие гидродинамические преобразования происходят в зазоре между ротором и статором и прилегающих к нему зонах прорезей, а амплитуда пульсационных явлений возрастает с

уменьшением радиального зазора, величина которого не превышает 0,2 мм. При работе устройства в зазоре между ступенями его статора и ротора возникают высокоградиентные течения в сочетании с периодическими радиальными пульсациями, приводящими к резкому изменению направления потока и образованию устойчивых микровихрей и зон кавитации, в центрах которых значительное время (несколько десятков периодов) удерживается обрабатываемая среда в состоянии высокочастотного вращения в направлении вихря.

Физико-химические преобразования с наибольшей эффективностью происходят в зонах коллапса кавитационных пузырьков, в связи с чем в гидропотоке необходимо в первую очередь организовать развитую пузырьковую кавитацию. Желательно, чтобы вектора скоростей движения кумулятивных микроструек, образующихся при всхлопывании пузырьков, располагались в плоскости, параллельной граням рабочих органов кавитатора.

В данном случае значительная часть энергии, выделяющейся при схлопывании пузырьков, расходуется не на эрозионное разрушение поверхностей устройств, а на целевое воздействие, т.е. на диспергирование потока. При этом увеличивается время всхлопывания кавитационного пузырька и возрастает вероятность его захвата в микровихревое образование и удерживания в зоне реакции.

В зависимости от поставленной задачи исследования в схему установки предусмотрено включение гидровихревого преобразователя, который так же, как и РПА, осуществляет гидродинамическое диспергирование потока.

В результате двойной кавитационной обработки среды снижаются ограничения на прохождение химических реакций, связанных с наличием межфазных границ, обрабатываемый поток доводится до уровня ультрадисперсии, частично — молекулярной, при которой предварительно несмешиваемые субстанции после кавитационного воздействия стано-

вятся условно сорастворимыми на молекулярном уровне.

Вода под воздействием кавитационных полей диссоциирует на ионы  $H^+$  и гидроксильные группы  $OH^-$ , которые тут же участвуют в протекании химических процессов синтеза новых углеводородов. Генерируемые ионы  $H^+$  участвуют в процессе гидрогенизации, а группы  $OH^-$  — в процессах образования спиртов, накопление которых только улучшает свойства целевого продукта.

Необходимая концентрация воды в органической среде поддерживается последовательным увеличением ее доли по мере образования более легких фракций.

После многократного (если это необходимо) прохождения по замкнутому контуру обработанный поток центрифугируется, после чего отделяется нужный продукт.

При уменьшении скорости потока или увеличении зазора высокоградиентные течения, микровихревые образования и зоны кавитации разрушаются, действие кавитационных полей ослабевает.

В зависимости от поставленной задачи (переработка нефти и нефтепродуктов, ожижение угля и пр.), в технологическом процессе могут быть использованы один или несколько РПА и гидровихревых преобразователей, соединенных последовательно и работающих по замкнутому циклу.

Экспериментальная проверка эффективности работы установки проведена путем кавитационной модификации дизельного топлива и газоконденсата. Обработка исходного материала производилась при удельных энергозатратах (0,4-0,5) кВт/ч на  $1\pi$  топлива. Кавитационное воздействие на данные виды топлива без добавления воды не привело к результатам, свидетельствующим о существенной их модификации, поэтому особая роль в модификации органических топлив отводится воде. Именно она под воздействием кавитационных полей диссоциирует на ионы  $H^+$  и  $OH^-$ , обуславливающие протекание

реакций гидролиза и гидрогенизации, что приводит к образованию легких фракций органических энергоносителей.

При добавлении в топливо воды в количестве от 3 до 15 % (об) обнаружен существенный эффект, прямо пропорциональный количеству добавленной воды.

При обработке дизельного топлива наблюдается:

- до 15 % (об) темного осадка, который содержит гудрон, жирные кислоты, остаток высокомолекулярных соединений;
- до 40 % (об) дизельной фракции, располагающейся над темным осадком. Полученное дизельное топливо соответствует ГОСТ;
- в верхней части продукта находится светлая фракция, в количестве до 40 % (об), которая идентифицируется как керосин со следующими характеристиками:
- при температуре 200 °C выкипает 25 % (об) этой фракции;
  - при температуре 280 °C − 98 % (об);
- плотность фракции 0,82 г/см $^3$ , что соответствует ГОСТу для керосина.

При обработке газоконденсата исходный материал имел следующие характеристики: начало кипения 36 °C; при температуре 159 °C выкипает 98 % (об); конец кипения 215 °C; кубовый остаток 1,5 % (об). Октановое число (по моторному топливу) – 58.

После обработки термодинамические характеристики газоконденсата не изменились, а октановое число возросло до 92.

Приведенные примеры носят иллюстративный характер и далеко не исчерпывают возможностей установки.

# Физико-химическое действие кавитационной обработки

Объяснение наблюдаемых эффектов при обработке органического сырья в кавитационных установках объясняется следующими постулатами:

- большинство химических превращений под действием гидродинамической кавитации происходит в водных растворах. Под влиянием высокоскоростной кумулятивной струйки молекулы воды переходят в возбужденное состояние и расщепляются на радикалы  $H^+$  и  $OH^-$ , а также ионизируются с образованием гидратированных ионов, т.е. ионов с присоединенными к ним нейтральными молекулами воды. Если скорости кумулятивных струек велики (жесткий режим кавитации), то помимо высвобождения ионов в значительной степени повышается активность самой воды за счет присутствия химических радикалов и соединений. Дополнительная дегазация водных растворов при кавитации выводит воду из упорядоченного состояния, освобождаются водородные связи молекул воды и клатратные полости. Экспериментально доказано [6], что при кавитационной обработке происходит повышение активности дистиллированной воды с малым содержанием примесей, которые реагируют со свободными радикалами, небольшое повышение активности водопроводной воды с большим содержанием примесей и растворенных газов, а также значительное повышение активности извести за счет высвобождения ионов  $Ca^{++}$ ;

- кавитационное воздействие приводит к расщеплению тяжелых компонентов топлив и повышению выхода более легких фракций, в результате чего происходит образование фракции керосина и восстановление фракции дизельного топлива, соответствующей ГОСТ. При увеличении удельных энергозатрат продолжается преобразование дизельного топлива в керосин и образование бензиновой фракции;

 кавитационное расщепление, в основном, легких фракций газоконденсата, требует существенно более высоких удельных энергозатрат, чем в проведенном эксперименте, и оптимизационных решений.

Увеличение октанового числа происходит в результате того, что кавитационный процесс сопрово-

ждается разложением молекул воды, добавляемой в топливо:

$$H_2O \rightarrow H^+ + OH^-$$
.

Водород в значительном количестве расходуется на достройку углеводородных соединений, в том числе на гидрогенизацию (гидрирование) — присоединение водорода к остаткам разорванных связейнепредельных высокомолекулярных кислот, аналогично известному способу гидрогенизации жиров:

Продукты реакции выпадают в осадок. Остальной объем воды приобретает сильнощелочные свойства, вследствие чего идет процесс гидролиза (гидролитического расщепления) высокомолекулярных соединений, аналогично процессу гидролиза жиров, проходящему при высокой температуре и высоком давлении или в присутствии специальных катализаторов:

триглицерид глицерин высокомолекулярная кислота

Гидрогенизация и гидролиз идут с поглощением энергии, поэтому с началом процесса замедляется рост температуры среды, затем наступает период ее стабилизации. Дальнейший рост температуры наблюдается после завершения физико-химических преобразований.

Все эти особенности описанных выше процессов наблюдались и при экспериментальной гидрокавитационной обработке водно-углеводородной эмульсии.

#### Заключение

Экспериментально показано влияние явления кавитации на физико-химические свойства обрабатываемых эмульсий и суспензий на основе жидких углеводородных соединений.

Более глубокое изучение описанных выше явлений открывает широкие перспективы для использования их при создании новых технологий, таких как бескаталитический крекинг нефти с заранее заданным содержанием определенных фракций с увеличением глубины ее переработки, управляемая модификация топлив с целью улучшения их потребительских свойств, создания альтернативных топлив, а также в многочисленных технологиях пищевой, фармацевтической и перерабатывающей отраслей.

#### Литература

- 1. Суворова И.Г. Математическое моделирование потока жидкости методом R-функций / И.Г. Суворова, О.В. Кравченко // Системні технології. Дніпропетровськ, 2006. Вип. 4 (45). С. 57-69.
- 2. Кравченко О.В. Нетрадиционные энерготехнологии эффективного получения и использования искусственных композитных жидких топлив / О.В. Кравченко, И.Г. Суворова, Я.В. Смирнов,

- С.С. Холобцев // Авиационно-космическая техника и технология. – 2006. – № 10 (36). – С. 91-97.
- 3. Заявка № 200500188 МПК<sup>7</sup> С10 G15/00, 15/08 (UA). Способ кавитационной гидрогенизации и гидролиза углеводородов и устройство для его осуществления / И.И. Мирошниченко, Ю.М. Мацевитый, И.И. Мирошниченко, О.В. Кравченко, А.А. Тарелин. Приоритет 10.01.05.
- 4. Заявка № 2005 10753 Україна, МПК<sup>7</sup> В01F 7/00, С 10 G 7/06. Спосіб переробки мазуту та роторно-кавітаційний диспергатор для його здійснення / І.І. Мирошниченко, І.Г. Суворова, Ю.М. Мацевитий, О.В. Кравченко, А.О. Тарелін, І.І. Мірошниченко (Україна). Заявл. 14.11.05.
- 5. Пат. на корисну модель №18922,МПК<sup>7</sup> В01F 3/08, В 63 В59/00, Україна "Змішувач-форсунка" / І.Г. Суворова (Україна), О.В. Кравченко (Україна). № U200606857; Заяв. 19.06.2006; Опубл. 15.11.06, Бюл. № 11. 4 с.
- 6. Ткаченко А.Н. Производство избыточной энергии / А.Н. Ткаченко, И.М. Федоткин, В.А. Тарасов. К.: Техніка, 2002. 331 с.

Поступила в редакцию 29.01.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Д.Ф. Симбирский, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

УДК 621.312/314

#### А.М. ПАНЧЕНКО

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

## АВАРІЙНІ СИТУАЦІЇ В СИСТЕМІ ЕЛЕКТРОЖИВЛЕННЯ ЛІТАКА

Запропонований математичний опис перехідних процесів, що виникають в автономній системі електропостачання літака при виникненні аварійних ситуацій, та способи підвищення надійності роботи системи аварійного захисту.

ударний струм, система автоматичного захисту, тривалість перехідного процесу, режим короткого замикання

#### Вступ

Постановка проблеми. В автономних системах електропостачання космічних апаратів, літаків, де співвідношення ваги і потужності є досить важливим, необхідно мати джерело електричної енергії, яке здатне забезпечити як номінальні режими роботи, так і перехідні. В зв'язку з відсутністю чіткої методики, яка б описувала перехідні режими при виникненні короткого замикання в системі і реакції на неї автоматики та релейного захисту, в ряді випадків ідуть шляхом завищення встановленої потужності як генератора, так і привідного механізму, що негативно впливає на масогабаритні показники.

На визначення необхідної установленої потужності генератора бортової системи електропостачання літака впливає багато факторів, одним із них є здатність генеруючої установки забезпечити надійну роботу при аварійних ситуаціях в бортовій системі. Відомо, що значення ударних струмів синхронного генератора при виникненні короткого замикання може перебільшувати номінальний струм у десятки разів, в той же час при певній комбінації споживачів можуть виникнуть перехідні процеси, максимальні струми яких будуть наближатися до значень ударних струмів. З іншого боку, ці струми є досить короткочасними, що потребує або ускладнювати систему захисту, або завищувати установлену потужність генератора. Способу розрахунку перехідних проце-

сів при виникненні короткого замикання генератора, або різкої зміни навантаження, який би враховував значення активного опору в колі статору, на даний час не існує.

Відомо, що явище несподіваного короткого замикання (НКЗ) є досить складне, тому для пояснення процесів, що при цьому відбуваються, використовують рівняння і припущення, які істотно відрізняються від режиму усталеного короткого замикання (КЗ). Тобто фізично синхронний генератор один і той же, але фізичні і математичні моделі, що використовуються при цих двох процесах, різні. Також не існує критерію того, при якому значенні активного опору статорного кола можна користуватися моделлю НКЗ, а при якому - моделлю усталеного КЗ, оскільки при складанні рівнянь для НКЗ, штучно активний опір прирівнюється до нуля. Зрозуміло, що в дійсності це не так, по-перше, активний опір статорної обмотки завжди присутній, і він істотно впливає на перехідний процес, по-друге, сама точка короткого замикання може мати досить різний активний опір. На даний час існує дві крайні методики розрахунку перехідних процесів синхронного генератора. Перша – це НКЗ, коли взагалі не враховується активний опір статорного кола, і друга – це усталений режим КЗ, коли перехідні процеси закінчились і в певних випадках активний опір враховують. Але різниця між поняттям короткого замикання і різкою зміною навантаження є досить умовною. При зміні навантаження також виникають характерні перехідні процеси і зведення їх до одного із вказаних процесів дає низьку точність результату. Пропонується єдина система диференційних рівнянь, що описують перехідні режими, починаючи з режиму металевого короткого замикання на шинах генератора, змінюючи навантаження як активного, так індуктивного характеру і закінчуючи обривом кола живлення, тобто встановлення нескінченно великого опору в колі статора.

Аналіз літератури. Як відмічалося вище, більшість авторів [1 – 6] розглядають процес НКЗ при умові відсутності активного опору. Що лишає можливості визначити його вплив на процеси при НКЗ. Ряд авторів для пояснення явищ, що при цьому мають місце, вводять поняття понадпровідності на короткий проміжок часу. За загальноприйнятою методикою рівняння складаються в системі координат *d*-*q*, струми статора і ротора представляються декількома складовими, що відповідно описуються окремими рівняннями, для вирішення яких застосовуються графоаналітичні методи [1, 2]. Такий підхід не може забезпечити достатньої точності і очевидності отриманих результатів.

**Мета статті**. Автором пропонується математичний опис роботи синхронного генератора єдиною системою рівнянь, що описують режим НКЗ, усталений режим КЗ та режим нормальної роботи. В якому із перерахованих процесів знаходиться генератор, визначається лише часом та активним опором статорного кола. До речі, існуючий розподіл зазначених режимів є досить штучний в тому сенсі, що чіткої грані між ними не існує, а в кожному конкретному випадку встановлюється умовно. Результатом рішення таких рівнянь буде миттєве значення струму статора.

## Основний матеріал

Відомо, що при металевому КЗ трифазний синхронний генератор можна розглядати як однофазний,

оскільки в кожній із фаз відбуваються аналогічні явища з врахуванням зсуву в часі. На рис. 1 приведена модель, що складається з нерухомого контуру *s*, що символізує коло статора, та рухомий контур *r* — коло ротора. В подальшому розглядаємо синхронний генератор з неявно вираженими полюсами. Очевидно, якщо вісі контурів співпадають, то їх взаємоїндукція буде максимальною, при взаємо перпендикулярній орієнтації контурів їх магнітний зв'язок буде дорівнювати нулю.

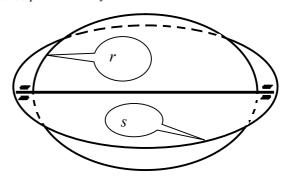


Рис. 1. Два магнітно зв'язані контури

Можемо записати закон зміни в часі взаємоїндукції контурів при обертанні контуру r з швидкістю  $\omega$ :

$$M(t) = \frac{1}{2} M_0 [1 + \cos(2\omega t + \varphi)],$$
 (1)

де  $M_0$  – максимальне значення взаємоїндуктивності;

ф – початкова фаза;

ω – швидкість обертання контуру.

У виразі (1) подвійна частота під знаком косинуса обумовлена тим фактом, що за один оберт максимальне значення взаємоїндукції виникає двічі через кожні 180°. Також враховується, що взаємоїндуктивність не може мати від'ємного значення. Беручи до уваги, що в колі статора (контур *s*) протікає змінний струм, можемо записати закон зміни потокозчеплення від статорного струму

$$\Psi_{s}(t) = i_{s}(t) \cdot M(t). \tag{2}$$

При розгляді фізичних моделей явища НКЗ рядом авторів [3] використовується аналогія понадпровідності контурів статора і ротора на якомусь проміжку часу, інші автори [1, 2, 4 – 6] вводять до-

сить складні фізичні моделі, де магнітні потоки на якомусь проміжку часу змінюють свої контури. Характерним є той факт, що всі автори роблять одне і теж припущення про незмінність потокозчеплення на певному інтервалі часу після НКЗ, хоча чим визначається ця тривалість при відсутності активного опору в моделі – сказати складно.

На думку автора, для пояснення процесів при НКЗ достатньо користуватися законом, який свідчить, що при змінній індуктивності і змінному струмі потокозчеплення стрибком не змінюється. Тобто для ЕРС, що наводиться в колі ротора, можна записати

$$E_{r}(t) = \frac{d\Psi_{s}(t)}{dt} = i'_{s}(t) \cdot M(t) + i_{s}(t) \cdot M'(t) . \tag{3}$$

У виразі (3) виконано диференціювання потокозчеплення, обумовленого струмом статора, як складної функції. Підставляючи значення M(t) із виразу (1) в (3), отримаємо ЕРС, що наводиться в роторі за рахунок змінного струму статора та зміни значення взаємоїндуктивності контурів, надалі цю ЕРС будемо називати трансформаторною:

$$E_{r}(t) = i_{s}'(t) \cdot \frac{1}{2} M_{0} \left[ 1 + \cos(2\omega t + 2\varphi) \right] - i_{s}(t) \cdot M_{0} \sin(2\omega t + 2\varphi).$$
(4)

Відповідно струм, створений  $E_r(t)$  в роторі, по аналогії з трансформатором наведе відповідну  $E_s(t)$  в статорі, запишемо для неї вираз

$$E_S(t) = \frac{d\Psi_{tr}(t)}{dt} = i'_{tr}(t) \cdot M(t) + i_{tr}(t) \cdot M'(t)$$
,

де  $\Psi_{tr}$  – потокозчеплення, обумовлене трансформаторною складовою струму ротора;

 $i_{tr}$ ,  $i_{tr}$  — трансформаторна складова струму ротора та його похідна.

Можемо записати вираз для трансформаторної EPC в колі статора, обумовленої трансформаторним струмом ротора

$$E_{str}(t) = i_{tr}(t) \cdot \frac{1}{2} M_0 [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)] - i_{tr}(t) \cdot M_0 \omega \sin(2\omega t + 2\varphi).$$
 (5)

Як базовою будемо користуватися відомою формулою балансу напруг трансформатора, лише введемо індексацію, притаманну синхронному генератору:

$$\begin{cases} U_{0} \sin(\omega t + \varphi) = L_{s} i_{s}^{'} + i_{s} r_{s} - M_{0} i_{tr}^{'}; \\ M_{0} i_{s}^{'} = L_{r} i_{tr}^{'} + i_{tr} r_{r}, \end{cases}$$
(6)

де  $i_s$ ,  $i_s$ ,  $i_{tr}$ ,  $i_{tr}$  — значення струмів первинної і вторинної обмоток та їх похідні;

 $r_s$  – активний опір первинної обмотки (статор);

 $r_r$  – активний опір вторинної обмотки (ротор);

ω – кутова частота;

ф – фаза напруги;

 $U_0$  – амплітудне значення напруги живлення;

 $L_s$ ,  $L_r$ ,  $M_0$  — відповідно індуктивності первинної, вторинної, та взаємоїндуктивність обмоток трансформатора.

Безпосереднє рішення рівняння (6), запропоноване в роботі [7], дає можливість враховувати не лише індуктивність розсіювання, як це виконується традиційно, а й визначити вплив на перехідні процеси фактичних індуктивностей первинної та вторинної обмоток. Відмінність формули (6) для її застосування до синхронного генератора полягає в тому, що у трансформаторі взаємоїндуктивність не змінна, а в нашому випадку за рахунок зміни взаємного положення статора і ротора вона змінюється за законом (1). Також, якщо в трансформаторі напруга підводиться зовні, то в генераторі вона наводиться за рахунок взаємного переміщення магнітного потоку збудження і контуру статора, тобто

$$E_s(t) = \omega \cdot I_0 L_z \sin(\omega t + \varphi), \qquad (7)$$

де  $I_0$  – постійний струм збудження, що забезпечує номінальне значення напруги генератора на холостому ході;

 $L_z$  – індуктивність обмотки збудження генератора.

При обертанні контуру ротора в магнітному потоці, обумовленому струмом статора в ньому, як встановлено в роботі [8], наводяться обертові струми, які, в свою чергу, в статорі наводять обертову

EPC, напрямок якої направлений проти причини, що її викликала, тобто врівноважує EPC статора, можемо записати

$$E_s(t) = r_s i_s(t) + L_s i_s'(t) - E_{tr}(t) + E_v,$$
 (8)

де  $E_{\nu}$  — обертова EPC, яка пропорційна обертовому струму ротора, індуктивності ротора та швидкості обертання. Враховуючи той факт, що максимум зазначеної EPC буде, коли контури розміщенні взаємо перпендикулярно, можемо записати синусоїдальний закон зміни величини  $E_{\nu}$ :

$$E_{v}(t) = \omega L_{z} i_{v}(t) \sin(\omega t + \varphi). \tag{9}$$

Таким чином, можемо записати рівняння балансу напруг статорного кола, беручи до уваги вирази (5, 7, 8, 9):

$$\omega \cdot I_0 L_z \sin(\omega t + \varphi) = r_s i_s + L_s i_s' -$$

$$- \left[i_{tr}'(t) \cdot \frac{1}{2} M_0 \left[1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)\right] - (10)\right]$$

$$- i_{tr}(t) \cdot M_0 \omega \sin(2\omega t + 2\varphi) + \omega L_z i_y(t) \sin(\omega t + \varphi).$$

У рівнянні (10) ми маємо три невідомі величини: струм статора, трансформаторну і обертову складову струму ротора. Беручи до уваги рівняння (4), можемо записати баланс напруг для трансформаторного струму ротора:

$$i_{s}'(t) \cdot \frac{1}{2} M_{0} \left[ 1 + \cos(2\omega t + 2\varphi) \right] -$$

$$-i_{s}(t) \cdot M_{0} \omega \sin(2\omega t + 2\varphi) = r_{r} i_{tr} + L_{z} i_{tr}'.$$
(11)

Тепер запишемо баланс напруг для обертового струму ротора, обумовленого струмом статора

$$\omega L_s i_s(t) \sin(\omega t + \varphi) = r_r i_v + L_z i_v. \tag{12}$$

Об'єднавши рівняння (10, 11, 12), запишемо систему рівнянь для синхронного генератора:

$$\begin{cases} \omega \cdot I_0 L_z \sin(\omega t + \varphi) = r_s i_s + L_s i_s' - \\ -[i'_{tr} \cdot \frac{1}{2} M_0 [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)] - \\ -i_{tr} \cdot M_0 \omega \sin(2\omega t + 2\varphi)] + \omega L_z i_v \cdot \sin(\omega t + \varphi); \\ i'_s \cdot \frac{1}{2} M_0 [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)] - \\ -i_s \cdot M_0 \omega \sin(2\omega t + 2\varphi) = r_r i_{tr} + L_z i'_{tr}; \\ \omega L_s i_s \sin(\omega t + \varphi) = r_r i_v + L_z i'_v. \end{cases}$$
(13)

Маємо систему трьох диференційних рівнянь з трьома невідомими — статорний струм, трансформаторний та обертовий струм ротора. Розглядаємо випадок, коли НКЗ виникає при умові роботи генератора на холостому ході. Це значить, що початкові умови по усім трьом струмам є нульовими. Визначивши початкові умови по струмам, ми тим самим задаємо і початкові умови по потокозчепленню, тобто початкові умови по потокозчепленню незалежно від кута виникнення КЗ завжди будуть також нульовими. Тим самим виконуємо один із законів комутації, що потокозчеплення стрибком не змінюється. Рішення системи рівнянь (13) для випадку, коли момент виникнення НКЗ відповідав куту 0°, приведений на рис. 2.

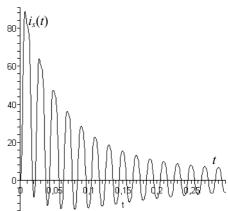


Рис. 2. Коротке замикання при фазі 0°

Випадок коли НКЗ виникає при фазі 90°, представлений на рис. 3.

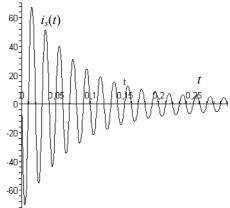


Рис. 3. Коротке замикання при фазі 90°

Тобто характер перехідного процесу і максимально можливий ударний струм істотним чином залежить від фази виникнення НКЗ. На рис. 4, 5, 6 наведені приклади, коли активний опір в колі статора змінювався від режиму холостого ходу до 0,1 Ом, 10 Ом і 100 Ом відповідно. Було встановлено, що при збільшенні активного опору становиться не суттєвою фаза початку перехідного процесу.

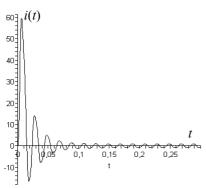


Рис. 4. Опір статорного кола 0,1 Ом

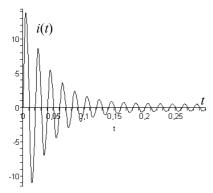


Рис. 5. Опір статорного кола 10 Ом

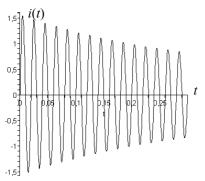


Рис. 6. Опір статорного кола 100 Ом

#### Висновки

Запропонований спосіб визначення ударних струмів дозволить встановити такий алгоритм черговості спрацювання споживачів бортової системи електропостачання літака, при якому їх значення не будуть наближатися до значень спрацювання системи захисту. Уточнені значення струмів короткого замикання та тривалості їх дії дозволять підвищити

селективність роботи системи захисту і тим самим підвищити надійність роботи бортової системи електропостачання.

На відміну від традиційних способів розрахунку перехідних процесів отримана єдина система диференційних рівнянь, що охоплює весь спектр перехідних процесів, що можуть виникнути в процесі експлуатації літака від зміни навантаження (включаючи зміну характеру навантаження) до несподіваного короткого замикання. При цьому використовуються досить обмежена кількість параметрів, які можуть бути визначені в умовах експлуатації.

#### Література

- Ковач К.П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1936. 743 с.
- 2. Казовский Б.Я. Переходные процессы в электрических машинах переменного тока. Академия наук СССР, 1962. 624 с.
- 3. Костенко М.П., Пиотровский Л.М. Электрические машины. Л.: Энергия, 1972. 543 с.
- 4. Ульянов С.А. Электромагнитные переходные процессы. М.-Л.: Энергия, 1964. 703 с.
- 5. Шуйский В.П. Расчет электрических машин. Л.: Энергия, 1968. 731 с.
- 6. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. М.: Высш. шк., 2001. 403 с.
- 7. Панченко А.М. Особливості вмикання навантаженого трансформатора // Збірник наукових праць XBУ. X.: XBУ. 2003. № 6. C. 48-54.
- 8. Панченко А.М. Математична модель асинхронного двигуна // Системи озброєння і військова техніка. 2006. № 2 (6). С. 55-58.

Надійшла до редакції 23.01.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Б.Ф. Самойленко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків. УДК 519.876.2 + 658.012

## О.Е. ФЕДОРОВИЧ, А.В. ПРОХОРОВ, Е.М. ЖИГУЛИНА

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина

# ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ АНАЛИЗА ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКТАМИ С УЧЕТОМ РИСКОВ

Предложена имитационная модель с механизмами динамического параметрического и структурного изменения, которая позволяет учесть влияние множества внешних и внутренних факторов риска при определении показателей проекта создания сложных наукоемких изделий модернизации и развития аэрокосмического производства, за счет совместного моделирования процессов реализации проекта и процессов реализации мероприятий устранения последствий проявления факторов риска с учетом вероятностного характера их возникновения.

имитационное моделирование, риск, методы управления риском, дефицит, типовые блоки, динамическое изменение модели, резервный фонд, профиль финансирования

#### Введение

При управлении проектами создания сложных наукоемких изделий модернизации и развития аэрокосмического производства необходимо заранее учитывать неопределенности и риски, если при равных возможных условиях реализации затраты и результаты по проекту различны, что в общем случае заключается в планировании и реализации действий по реагированию на негативные или позитивные рисковые события, которые с некоторой долей вероятности могут проявиться в ходе выполнения проекта. Такие риски, как несоблюдение сроков реализации проекта, превышение стоимости и т.п., как правило, присутствуют в любых проектах [1]. Автоматизация процессов идентификации, моделирования, анализа и принятия решений, планирования реагирования на риски значительно повышает как эффективность работы менеджеров, так и реализуемость и прибыльность проекта.

# 1. Особенности планирования и управления проектами с учетом факторов риска

1.1. Проблемы моделирования рисков при управлении проектами. На сегодняшний день существует большое число программных пакетов, реализующих различные методы и подходы к анализу и оценке влияния рисков, поддерживающих те или иные процессы управления рисками. Среди основных инструментальных средств, используемых при управлении рисками, следует отметить программные пакеты Microsoft Project и Primavera. Microsoft Project имеет описательный механизм рисков с привязкой к работам проекта, другим рискам и дальнейшей возможностью влияния на текущую задачу, а также решает задачи ввода оптимистических и пессимистических оценок длительности работ с последующим расчетом средневзвешенной оценки длительности по методу PERT [2]. Но последний обладает рядом недостатков, одним из которых является то, что продолжительность работы может изменяться между двумя границами (пессимистической и оптимистической оценками) и при этом не учитывается, что можно осуществлять управление путем выделения на ее выполнение больших или меньших ресурсов. Кроме того, описанные инструменты управления рисками не входят в базовую конфигурацию пакета, а поставляются отдельно по значительной стоимости.

Среди отличительных особенностей Primavera перед Microsoft Project можно отметить наличие средств моделирования последствия влияния рисков по методу Монте-Карло, назначение ответственных за риски, моделирование для каждого риска ситуации "что-если" и расчет потенциального ущерба от рискового события. Однако при таком подходе для получения достоверного статистического распределения результатов моделирования необходимо сделать очень большое число проходов, и риски учитываются укрупненно, путем изменения значений результирующих показателей проекта (объема продаж, цены, затрат и др.) на прогнозируемую вероятностную величину.

Авторами предлагается подход, основанный на использовании метода дискретно-событийного имитационного моделирования с механизмами динамического структурного и параметрического изменения модели, что позволяет легко и гибко учитывать влияние факторов риска на реализацию проекта и дает наиболее качественные результаты для оценки процессов управления рисками в организационной структуре участников проекта.

**1.2. Учет и управление рисками проекта.** Все риски с точки зрения их влияния на проект можно

подразделить на внешние (рыночные, политические, финансовые и т.д.) и внутренние (научно-технические, технологические, производственные и т.д.) факторы [3].

С точки зрения особенностей учета влияния перечисленных факторов риска, можно выделить следующие категории рисков: недостижения требуемого качества, риски, связанные с отказами обеспечивающих ресурсов, затратные риски (удорожание обеспечивающих ресурсов), риски, связанные с динамикой финансирования (недостаточное и несвоевременное финансирование проекта), а также рыночные риски (изменение спроса и предложения).

Данные группы рисков в конечном итоге могут оказывать влияние на структуру работ по проекту, организационную структуру исполнителей, объем финансирования и время реализации. Характер влияния каждой группы выделенных факторов представлен на рис. 1, из которого видно, что большинство влияний сводится к увеличению объема финансирования и продолжительности проекта.

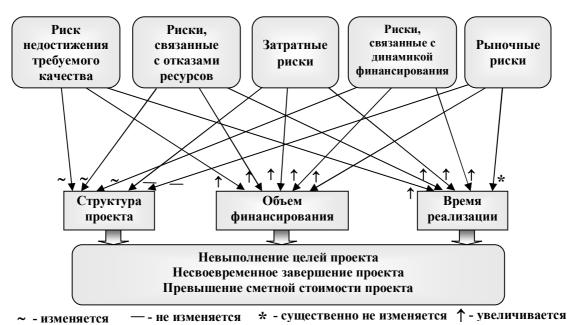


Рис. 1. Особенности проявления факторов риска проекта

Указанные риски должны рассматриваться в комплексе, с учетом их взаимного влияния (включая мультипликативный эффект проявления рисков, положительно или отрицательно коррелированных

по отношению друг к другу). Это приводит к необходимости разработки подхода, учитывающего совместное влияние множества разнородных факторов риска на технико-экономические показатели проек-

Таблица 1

та. Применительно к рассмотренной ранее классификации проектных рисков, в табл. 1 приведены методы снижения их влияния на проект.

Среди применяемых методов управления риском можно выделить четыре типа:

1. Методы уклонения от риска (отказ от услуг не-

надежных партнеров, сомнительных проектов и др.).

- 2. Методы локализации риска (сокращение сферы действия).
- 3. Методы распределения риска (распределение общего риска путем объединения (с разной степе-

Основные проектные риски и методы их снижения

В					
Риск	Методы снижения				
	Технологические				
Риск не завершить работу вовремя	увеличение установленного времени выполнения работы				
Риск отказа (выхода из строя) ресурса	определение источников привлечения заменяющих ресурсов				
	привлечение страховых ресурсов				
	реализация процессов восстановления ресурсов				
	составление сетевого плана, не слишком чувствительного к выходу из				
D	строя наиболее труднозаменимых ресурсов				
Риск выполнения работы с ненадлежащим качеством	мониторинг качества				
RayeerBom	управление качеством страхование потерь из-за повторного выполнения работ, выполненных с				
	ненадлежащим качеством				
	составление плана, мало зависящего от работ, риски качества для которых				
	самые высокие				
	Финансовые				
т иск ооссеснивания активов	диверсификация активов страхование активов				
Риск потери инвестора/возникновение	страхование проекта				
финансовых трудностей у инвестора	диверсификация инвесторов				
Риск недооценки затрат	учёт надбавки на непредвиденные затраты при финансовом планировании				
тиск недооценки затрат	страхование непредвиденных затрат				
	страхование проекта				
Риск недооценки/задержки поступлений	страхование финансовых рисков				
т пек педооцения задержин поступления	создание собственных финансовых резервов				
	открытые кредитные линии				
Риск потерь средств в обороте	страхование потерь в обороте				
	создание собственных финансовых резервов				
	открытые кредитные линии				
Риск штрафных санкций	страхование ответственности				
	создание собственных финансовых резервов				
	открытые кредитные линии				
Организационные					
Риск нетрудоспособности	избыточность штатов				
***	страхование проекта				
Риск утечки кадров	высокая оплата труда				
•	неустойки при разрыве трудовых договоров				
	социальный пакет				
	управление социальным климатом в трудовом коллективе				
	повышение квалификации				
	страхование ответственности должностного лица за счёт фирмы				
Риск профессиональной непригодности	повышение квалификации				
Прочие виды рисков					
Логистические риски	создание материальных запасов				
	определение ответственности и штрафных санкций				
	составление плана, мало зависящего от устойчивости наиболее рискован-				
	ных поставок				
Обстоятельства непреодолимой силы	страхование проекта				
	параллельное выполнение множества проектов, в разной степени завися-				
	щих от обстоятельств непреодолимой силы				
	обеспечение экстренных и аварийно-спасательных мероприятий				

нью интеграции) с другими участниками; диверсификация (деятельности, рынка сбыта, закупок сырья и материалов и др.) с обеспечением отрицательной корреляции доходности и рентабельности части проектов, реализуемых предприятием).

4. Методы компенсации риска (самострахование – образование на предприятии специального резервного фонда и обеспечение возможности покрытия убытков за счет части собственных оборотных средств, хеджирование – создание встречных коммерческих, кредитных, валютных и иных требований и обязательств, лимитирование за счет установления предельных сумм расходов, продаж, кредита, различные формы и виды страхования, в том числе страхование ответственности).

Страхование является наиболее универсальным способом парирования рисков [5]. При этом единственным критерием целесообразности использования страхования является цена страховки. Страхование способно перекрыть все риски, которые не удается или же слишком дорого парировать. Страхование не устраняет причин и не снижает вероятности рисковых ситуаций, но позволяет заменить неопределенно большие по величине и по времени внеплановые финансовые потери из прибыли на небольшие страховые платежи, включаемые в себестоимость продукции.

#### 2. Имитационная модель анализа процессов управления проектами с учетом рисков

Предлагаемая система имитационного моделирования динамики процессов управления проектами обеспечивает реализацию следующих функций: автоматизированное построение имитационной модели бизнес-процессов, исключающее промежуточные фазы генерации кода и компиляции, на основе визуально сформированной структуры работ по проекту; объектно-ориентированное моделирование с воз-

можностью «интеллектуальной» настройки параметров и поведения типовых элементов модели, динамическое структурное и параметрическое изменение модели в результате проявления факторов риска и др.

Динамические процессы в имитационных моделях существуют в виде взаимодействия ряда составляющих, которыми являются заявки, устройства, очереди, события [4]. Заявки, управляемые механизмами моделирования дискретных событий, проходят через блоки модели и обрабатываются ими, аккумулируя статистику по временным, стоимостным и другим показателям на каждом шаге моделирования. Выделенные ресурсы предназначены для ограничения исполняемых операций в исследуемой системе. Для описания, назначения и собственно для реализации всех видов ресурсов, используется элемент системы – устройство. С каждым устройством связывается элемент статистики - очередь. При построении модели анализа процессов управления проектами используются стандартные блоки, перечень которых приведен в табл. 2. Необходимая настройка осуществляется путем наследования определенных структурных свойств, признаков и поведения от базовых классов типовых блоков. Многоуровневая модель с любой степенью детализации формируется путем задания вложенных моделей. В имитационную модель также включаются сигналы управления, предназначенные для обеспечения возможности внешнего управления логикой работы отдельных структурных элементов. Присутствие в блоках имитационной модели логических правил (в качестве модели представления знаний используется исчисление предикатов первого порядка), позволяет описывать поведение типового блока в различных ситуациях и дает возможность адаптировать модель на конкретные условия, исследуемый объект и возникающие риски. При этом осуществляется взаимодействие с подсистемой принятия решений,

Таблина 2 Типовые блоки имитационной модели

Блок	Входы	Выходы	Описание функций
Генератор заявок	0	1- <i>n</i>	Используется для генерации заявок, поступающих в систе-
(БГЗ)			му. Пользователь специфицирует интенсивность генерации
			заявок, редактируя параметры блока.
Задача (БЗ)	1 <i>-n</i>	1- <i>n</i>	Используется для представления любой активности. Блок
			задачи можно подвергать декомпозиции без ограничений,
			уровень за уровнем.
Останов (БО)	1 <i>-n</i>	0	Служит для отметки завершения конкретной последова-
			тельности выполнения задач.
Генератор рисковых	0	1 <i>-n</i>	Предназначен для моделирования наступления рисковых
ситуаций (БГРС)			ситуаций.

которое заключается в отправке запроса на проведение логического вывода, а полученный результат интерпретируется как решение о выборе направления дальнейшего хода моделирования.

Блок задачи (процесс или работа) - основной элемент модели (имеет набор характеристик (временные, стоимостные, признак вложенности, приоритеты, условия синхронизации, ресурсы, директивные сроки и условия выполнения, риски и т.д.) который меняется в зависимости от задачи моделирования).

Для каждой задачи на этапе идентификации рисков (указывается возможность присутствия риска для задачи из классификационного перечня) задается вероятность данного риска («0» - событие не возникает, «25%» - событие, скорее всего, не возникнет, «50%» - о вероятности возникновения или невозникновения события определенно сказать нельзя, «75%» – событие, скорее всего проявится, «100%» - событие реализуется наверняка), опасность данного риска, т.е. насколько существенными окажутся последствия наступления неблагоприятного события (катастрофический, критический, повышенный, минимальный риски), важность риска как произведение вероятности на опасность его наступления. Кроме того, для каждого риска могут быть заданы следующие параметры: фаза выполнения задачи, где проявляется риск (начальная, непосредственно выполнение, завершение); тип и размер убытка (например, в виде требуемых дополнительно

затрат или ресурсов); признак застрахованности для данного риска (указывается источник (собственный резервный фонд или третье лицо); сумма, порядок выплаты и размер процента (для внешнего страхования)).

Блок генератора рисковых ситуаций соединяется с блоком задач и предназначен для моделирования наступления рисковых ситуаций. Наличие встроенных статистических функций позволяет моделировать вероятностные процессы, связанные с возникновением различных рисковых ситуаций. Оператор может разместить их на модели как вручную, так и выбрать режим автоматического размещения (в этом случае блок будет присоединен к задачам, для которых были идентифицированы риски, по одному на каждый вид риска). Заявка, инициирующая наступление рисковой ситуации, поступает на блок задач, где формируются основные параметры, характеризующие данный риск, в том числе механизм динамического изменения имитационной модели (структурный или параметрический).

#### 3. Механизмы динамического изменения модели при проявлении факторов риска

На рис. 2 представлены основные механизмы динамического структурного и параметрического изменения модели, как результат проявления факторов риска. Рассмотрим механизмы моделирования некоторых типичных рисковых ситуаций при реализации проектов.

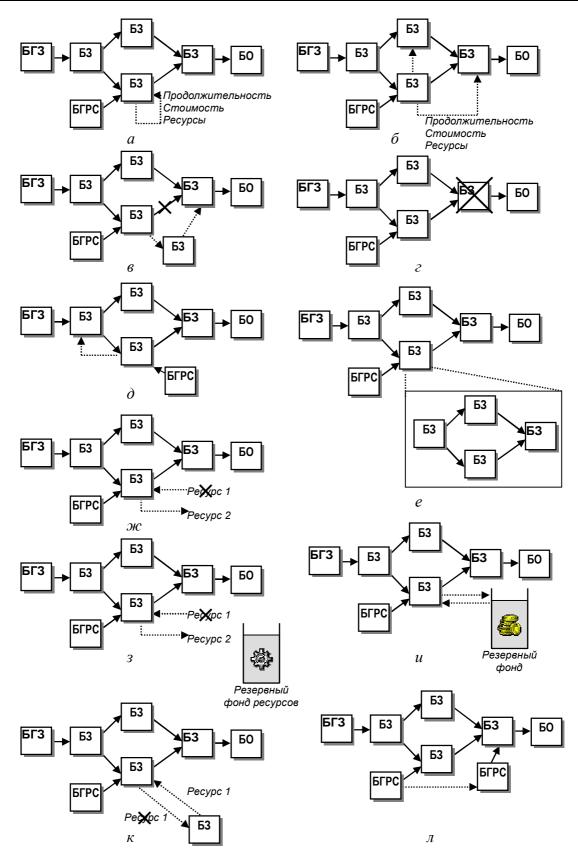


Рис. 2. Основные механизмы динамического изменения имитационной модели:

a – изменение параметров задачи;  $\delta$  – изменение параметров других задач;  $\delta$  – добавление новой задачи; z – исключение задачи;  $\partial$  – возвратная связь ( повторение множества работ); e – комплекс (вложенная модель) фонда; u — покрытие риска за счет резервного фонда;  $\kappa$  — восстановление ресурса;  $\pi$  — взаимовлияние рисков (повышение/уменьшение вероятности)

Ресурсные риски связаны с возможностью нехватки или недоступности обеспечивающих ресурсов для выполнения работы.

При моделировании рисковых ситуаций для ресурсов выбирается (прямым указанием или случайным образом) отказавший ресурс (устройство), который переходит в состояние "отказ". Механизмы моделирования восстановления ресурса в данном случае следующие: передача работы свободному ресурсу; ремонт собственными силами; передача на ремонт; передача выполнения работы на другое предприятие. Каждый из указанных вариантов восстановления чаще всего предполагает целый комплекс дополнительных работ (вложенная модель), включающий не только основную операцию восстановления, но и вспомогательные работы (демонтаж, транспортировка, диагностика, покупка, монтаж нового, пуско-наладочные работы и др.).

Выбор того или иного варианта восстановления осуществляется в соответствии с логическими правилами, заданными для данной задачи, и зависит от разных критериев: по параметрам ресурса (допускающий или нет восстановление, наработка на отказ, время восстановления), возможность самостоятельного восстановления, наличие свободного ресурса, наличие данного ресурса в резервном фонде предприятия, срочность работы (если работа имеет свободный резерв, то желательно, чтобы работы по восстановлению были выполнены в этот промежуток времени).

В случае, когда недостаточно данных для точного описания необходимого комплекса мероприятий по восстановлению ресурса, используется обычный параметрический механизм изменения имитационной модели, который может заключаться в увеличении сроков начала работ, в которых используется данный ресурс. Система моделирования имеет механизм, который предполагает организацию поиска среди множества альтернативных вариантов (устройств, очередей, заявок и др.). Так, например, альтернативными устройствами (исполнители, ресурсы) являются такие устройства, которые имеют условия, обеспечивающие возможность приема на обработку поступающих заявок данного типа.

В качестве сценариев поиска могут быть заданы различные критерии: наименьшей стоимости; требуемого значения коэффициента соответствия или компетентности; наименьшего коэффициента использования; наименьшего или наибольшего приоритета; кратчайшей очереди и др. Правила поиска задаются в виде моделей знаний, а поиск осуществляется логическим интерпретатором подсистемы принятия решений, реализующим логический вывод.

Система поддерживает функции ведения календаря для ресурсов на основе установки ограничений по времени (установка доступности ресурса по минутам, часам, дням, неделям и т.д.). При этом могут устанавливаться временные окна/периоды, даты, когда ресурс доступен. Эти параметры могут быть заданы до начала процесса моделирования для имитации воздействия на проект плановых регламентных ремонтных и профилактических работ или сформированы в ходе моделирования автоматически блоками генерации рисковых ситуаций.

Кроме того, варьированием пороговых значений страховых запасов и резервных фондов достигается моделирование различных вариантов реализации проекта для выбора рациональных стратегий управления, позволяющих избежать «замораживания» значительных финансовых ресурсов и объемов товарно-материальных ценностей, которые могут быть использованы предприятием на другие цели (например, инвестиции, новые технологии, маркетинг, повышение производительности труда и социального уровня работников и т.д., что может увеличить общий эффект от реализации проекта).

Для планирования устойчивых к рискам проектов необходимо создавать дополнительный запас страховых ресурсов, предназначенный для парирования комплекса возможных рисков [6].

Стоимость обеспечивающих ресурсов на любом из этапов реализации проекта может либо повышаться с момента оценки, либо падать. Это зависит от множества факторов рыночной среды: инфляции, влияния курса банка, уровня дефицита на ресурс и т.д. Для этого в модель дополнительно включаются блоки генерации рисковых ситуаций, настраиваемые на внесение соответствующих изменений в стоимостные параметры модели.

Если система не в состоянии разрешить задачу выбора варианта парирования риска самостоятельно, в автоматическом режиме осуществляется переход в автоматизированный режим с формированием запроса пользователю для выбора дальнейшего направления моделирования.

Организационные риски приводят к невыполнению узлами организационной структуры исполнителей по проекту в полном объеме в установленные сроки и с требуемым качеством своих функций. Блок генерации рисковых ситуаций, связанных с рисками некомпетентности или ухода специалистов, закрепленных за данной задачей, использует следующие механизмы моделирования: формирует коэффициент удлинения времени выполнения работы, создает блок задач или вложенную модель, которая соответствует переподготовке специалистов и повышении их квалификации (поиск и прием на работу новых специалистов), формирует запрос на подключение к выполнению данной задачи одного или нескольких других исполнителей организации. Рис-

ковая ситуация потери узлами трудоспособности моделируется аналогично ситуации полной или временной недоступности обеспечивающих ресурсов, рассмотренной выше.

При моделировании процессов управления проектами с учетом рисков одним из важных аспектов является определение схем распределения финансовых средств и рисков, которые могут привести к убыткам и невозможности завершения проекта в заданные сроки в условиях заданной динамики финансирования. В ходе моделирования реализации проекта формируется фактический профиль поступлений и затрат, в процессе анализа которого может возникнуть либо дефицит денежных средств, либо иметь место наличие временно свободных денежных средств. Во втором случае необходимо сбалансировать и равномерно распределить по работам, либо по этапам проекта финансовые потоки, поскольку средства могут быть обесценены (инфляционное воздействие) со временем и затем возникнет не планируемый дефицит. Эти действия выполняются системой либо автоматически с использованием процедуры сглаживания профиля потребности в ресурсах, либо итерационно (в пошаговом режиме моделирования) с привлечением пользователя. Выравнивание потребления финансовых средств позволяет сгладить профиль функции использования финансовых ресурсов при сохранении заданной продолжительности проекта либо минимизировать длительность проекта при выполнении ограничений на эти ресурсы. В ситуациях, когда возникает дефицит финансирования, возможно либо приостановить («заморозить») выполнение проекта (при этом возникают простои, грозящие штрафными санкциями, а также появляется риск морального или физического старения), либо использовать привлечение заемного финансирования. Привлечение заемных финансовых средств для проекта моделируется схемой погашения кредитов и выплаты дивидендов, таким образом, чтобы процентные ставки по заемным либо

привлеченным средствам были меньше процента прибыли проекта.

В предлагаемой системе моделирования учитывается не только определение возможности покрытия дефицита, который может возникнуть вследствие нехватки оборотных денежных средств, но и возможность покрытия случайного дефицита, который может наступить из-за реализации рисковой ситуации - страхование. Рассматривается три основных механизма страхования, которые определяются важностью риска и размером возможного ущерба: самострахование (формируется резервный фонд для покрытия возможного ущерба за счет средств исполнителя), взаимное страхование (риски перераспределяются между участниками проекта и формируется общий резервный фонд), коммерческое страхование - риски передаются на удержание третьему лицу, которое покрывает ущерб в случае проявления факторов риска, а за это исполнитель выплачивает проценты.

Таким образом, предложенная имитационная модель с механизмами динамического параметрического и структурного изменения позволяет учесть влияние множества внешних и внутренних факторов риска при определении показателей проекта, за счет совместного моделирования процессов реализации проекта и процессов управления риском или реализации мероприятий устранения последствий проявления факторов риска с учетом вероятностного характера их возникновения. При этом обеспечивается сбор статистики по временным, стоимостным и другим параметрам с учетом всех видов основных и страховых обеспечивающих ресурсов, необходимых для реализации проекта в условиях влияния факторов риска и с учетом динамики их проявления (рис. 3).

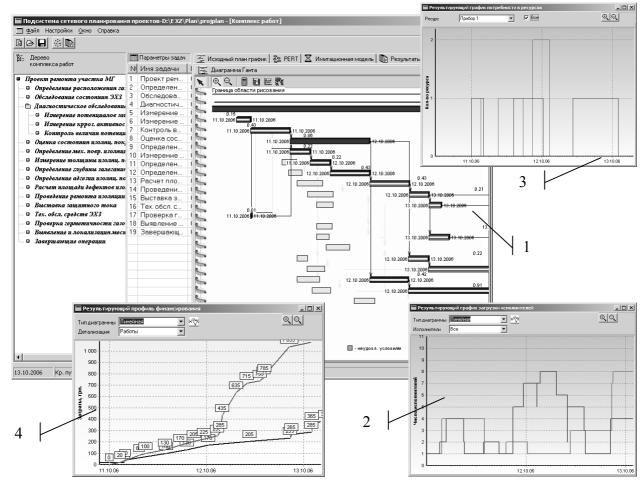


Рис. 3. Результаты моделирования проекта с учетом проявления факторов риска

В процессе обработки результатов моделирования определяются: фактические план-график выполнения работ (рис. 3, поз. 1), загрузки исполнителей (рис. 3, поз. 2), потребности в ресурсах (рис. 3, поз. 3) и профиль финансирования (рис. 3, поз. 4); «рисковые» работы, наиболее загруженные элементы, ненадежные элементы («узкие места»: высокий процент загрузки, возникновение очередей, большое число отказов и т.д.); дефициты в обеспеченности ресурсами и др. В результате может быть сформировано несколько альтернативных сценариев реализации проекта с учетом динамики проявления факторов рисков, с различными механизмами парирования рисков, которые могут быть оценены с помощью подсистемы принятия решений. Также как и в ходе моделирования, на этапе интерпретации результатов используется подсистема принятия решений, в которой на основе базы фактов (полученной в ходе моделирования), сформированной заранее базы правил и базы вопросов происходит анализ полученных результатов моделирования. Взаимодействие с подсистемой принятия решений производится на естественном языке, значительно упрощающее работу с системой моделирования и понимание результатов.

#### Заключение

Представленная системой моделирования информация используется менеджерами проекта для определения «узких мест» проекта, реальных механизмов парирования рисков, обеспечивающих повышение реализуемости проекта с достижением требуемых технико-экономических показателей. Система позволяет провести моделирование проекта с различными вариантами механизмов покрытия и нейтрализации проявления факторов риска: перераспределение финансовых средств; перепланирование хода реализации работ; оптимизация сроков и затрат, форсирование работ; привлечение дополнительных финансовых средств; страхование рисков и

др. Сравнение возможностей предприятия или системы кооперации, задействованной в реализации проекта с принятыми на предыдущем шаге моделирования механизмами парирования рисков, может привести к необходимости перепланирования комплекса работ, изменения профиля финансирования и даже отказа от реализации проекта. Модифицированная таким образом модель подвергается повторному моделированию с целью уточнения характеристик устойчивости проекта к учитываемым рискам.

#### Литература

- 1. Шапкин А.С., Шапкин В.А. Теория риска и моделирование рисковых ситуаций. М.: Дашков и Ко, 2006. 880 с.
- 2. Мазур И.И., Шапиро В.Д., Ольдерогге Н.Г. Управление проектами: Учебное пособие. – М.: Омега-Л, 2005. – 664 с.
- 3. Балдин К.В., Воробьев С.Н. Управление рисками. – М.: Юнити-Дана, 2005. – 512 с.
- 4. Прохоров А.В., Садовничий А.С., Бек В.А. Системное моделирование логистических процессов в распределенных технологических комплексах // Технология приборостроения. 2001. № 1-2. С. 32-39.
- 5. Дружинин Е.А. Основные положения рискориентированного подхода к управлению проектами // Труды Четырнадцатой международной конференции "Новые технологии в машиностроении". Х.: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2004. С. 22-23.
- 6. Системные информационные технологии управления проектами и программами создания сложной наукоемкой продукции: Учеб. пособие / Е.А. Дружинин, М.М. Митрахович, Е.С. Яшина, М.С. Мазорчук. Х.: Нац. аэрокосмический ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2002. 72 с.

Поступила в редакцию 10.01.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Н.В. Ткачук, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.

## Научное наследие профессора И.Г. Немана (1903-1952)

#### Предисловие редколлегии журнала

Журнал публикует шестую, завершающую статью по материалам докторской диссертации И.Г. Немана «Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости», защите которой помешала преждевременная смерть автора.

Как и во всех предыдущих сообщениях, ниже изложены научные результаты И. Г. Немана, полученные им в 1946-48 гг. и ранее не публиковавшиеся, практически без правок авторского текста.

Редколлегия предполагает знакомство читателя с предыдущими сообщениями автора $^{*}$ , что исключает необходимость расшифровки в данной статье символов, уже встречавшихся в предыдущих публикациях.

В материалах диссертации И.Г. Немана содержатся также экспериментальные исследования образцов трехслойной березовой фанеры на продольное сжатие и совместное действие продольного сжатия со сдвигом.

Эти исследования подтверждают в целом удовлетворительное совпадение полученных автором экспериментальных данных с расчетными.

Однако публикация этих материалов, по мнению редколлегии журнала, не представляет интереса с учетом современных технологий экспериментальных исследований.

- \*) 1. Неман И.Г. Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости. Часть 1. Приближенный метод. Устойчивость пластины при одностороннем сжатии // Авиационно-космическая техника и технология. − 2005. − №5 (21). − С. 87-95.
- 2. Неман И.Г. Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости. Часть II. Приближенный метод. Устойчивость пластины при сдвиге и совместном действии сжатия и сдвига // Авиационно-космическая техника и технология. − 2005. − №6 (22). − С. 95-103.
- 3. Неман И.Г. Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости. Точный метод. Часть І. Вывод общих уравнений для коэффициентов критической нагрузки. Устойчивость пластины при совместном действии двухстороннего сжатия и сдвига // Авиационно-космическая техника и технология.— 2006. №1 (27). С. 96-103.
- 4. Неман И.Г. Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости. Точный метод. Часть 2. Частные случаи нагружения пластины // Авиационно-космическая техника и технология. 2006. №3 (29). С. 86-94.
- 5. Неман И.Г. Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости. Точный метод. Часть 3. Частные случаи нагружения пластины (продолжение) // Авиационно-космическая техника и технология. 2006. №5 (31). С. 84-92.

УДК 629.7: 534.1

#### И.Г. Неман

Харьковский авиационный институт, Украина

# УСТОЙЧИВОСТЬ КОНЕЧНЫХ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН С НОРМАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫМИ ГЛАВНЫМИ НАПРАВЛЕНИЯМИ С ДВУМЯ СВОБОДНО ОПЕРТЫМИ И ДВУМЯ ЖЕСТКО ЗАДЕЛАННЫМИ СТОРОНАМИ ПРИ СОВМЕСТНОМ ДЕЙСТВИИ ПОПЕРЕЧНОЙ И ПРОДОЛЬНОЙ НОРМАЛЬНЫХ НАГРУЗОК. УСТОЙЧИВОСТЬ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ СЖАТИИ (ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД)

Решена задача устойчивости ортотропной пластины конечных размеров с двумя свободно опертыми и двумя жестко заделанными сторонами при нормально ориентированных направлениях осей упругости относительно действующих продольных и поперечных нагрузок и устойчивости геодезической пластины при продольном сжатии. Результаты получены автором до 1946 года и ранее не публиковались.

устойчивость, ортотропная пластина конечных размеров, двухстороннее сжатие, частный случай геодезической пластины, продольное сжатие

§1. Рассматривается задача устойчивости ортотропной пластины при двухстороннем сжатии в системе координат, в которой оси х и у совпадают с главными направлениями осей упругости (рис. 1)

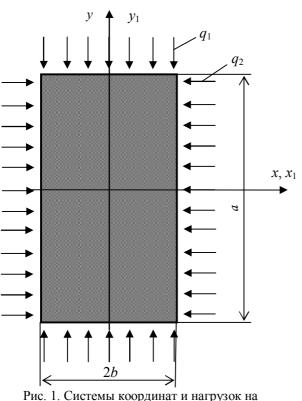


 Рис. 1. Системы координат и нагрузок на ортотропную пластину конечной длины

Данная задача отличается от решенной ранее общей задачи [1] тем, что здесь должны быть удовлетворены еще четыре граничных условия

$$W = M_{y_1} = 0$$
 при  $y_1 = \pm a$ . (1)

Мы удовлетворим этим требованиям, сохранив уравнение связи (30) работы [1], выбирая  $\mu$  таким, чтобы число полуволн, укладывающихся вдоль стороны  $y_1$ , было конечно, а гребни волны были параллельными оси  $x_1$ . Но последнее условие в нашем случае обеспечивается автоматически тем, что мы главные направления связываем с осями  $x_1$  и  $y_1$  (рис. 1).

При совпадении главного направления (несущего максимальную жесткость) с осью  $x_1$   $\beta=0$ , а с осью  $y_1$   $\beta=\infty$ .

Определим константы характеристического уравнения (7) работы [1].

При  $\beta = 0$ :

$$A = C = 0$$
;  $B = \frac{2D_{xy}}{D_x}$ ;  $D = \frac{D_y}{D_x}$ ;  $E = 1$ . (2)

При  $\beta = \infty$ :

$$A = C = 0$$
;  $B = \frac{2D_{xy}}{D_y}$ ;  $D = \frac{D_x}{D_y}$ ;  $E = \frac{D_x}{D_y}$ . (3)

Найдем корни характеристического уравнения.

Из уравнения (8) работы [1]  $\delta_1 = -\delta_2 = \delta$  .

Уравнение (10) работы [1] запишется в следующем виде:

$$2\delta(\xi^2 - \eta^2) = 0, \qquad (4)$$

откуда  $\xi = \pm \eta$ .

Полученные зависимости показывают, что корни  $\lambda_i$  могут быть записаны в следующей форме:

$$\lambda_1$$
;  $\lambda_2$ ;  $\lambda_3 = -\lambda_2$  и  $\lambda_4 = -\lambda_1$ . (5)

Коэффициенты нагрузки определяются из формул (9) и (10) работы [1]:

$$\lambda_1^2 + \lambda_2^2 = EK_{q_1} - B\mu^2; (6)$$

$$\lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 = D\mu^4 - EK_{a_2}\mu^2 \,. \tag{7}$$

Из (6) получим:

$$EK_{q_1} = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + B\mu^2.$$
 (8)

Из (7) следует:

$$EK_{q_2} = \frac{D\mu^4 - \lambda_1^2 \lambda_2^2}{\mu^2} = nEK_{q_1}.$$
 (9)

Установим уравнение связи.

Приняв во внимание (5), получим уравнение связи (30) работы [1] в следующем виде:

$$(\lambda_1 - \lambda_2)^2 \sin^2(\lambda_1 + \lambda_2) =$$

$$= (\lambda_1 + \lambda_2)^2 \sin^2(\lambda_1 - \lambda_2). \tag{10}$$

$$(\lambda_1 - \lambda_2)(\sin \lambda_1 \cos \lambda_2 + \cos \lambda_1 \sin \lambda_2) =$$

$$= \pm (\lambda_1 + \lambda_2) (\sin \lambda_1 \cos \lambda_2 - \cos \lambda_1 \sin \lambda_2). \quad (11)$$

Последнее уравнение дает нам следующие возможные две связи:

$$\lambda_1 t g \lambda_1 = \lambda_2 t g \lambda_2; \tag{12}$$

$$\frac{tg\lambda_1}{\lambda_1} = \frac{tg\lambda_2}{\lambda_2} \,. \tag{13}$$

Оба эти уравнения имеют нетривиальные решения, если их аргументы лежат в разных квадрантах (отличающихся на кратное  $\pi$ ).

Докажем, что уравнение (3) должно быть отброшено. Для этого рассмотрим график тангенсов (рис. 2).

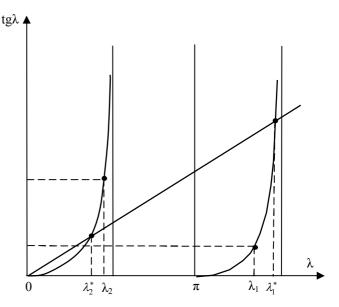


Рис. 2. График тангенсов параметра

Уравнение (2) связывает между собой пару корней  $\lambda$  геометрическим условием равенства площадей прямоугольников, построенных на  $\lambda$  и  $tg\lambda$ .

Уравнение (3) связывает эти корни условием их нахождения на одной прямой, проведенной из начала координат.

Из уравнений (8) и (9) определяем параметр n:

$$n = \frac{1}{\mu^2} \frac{D\mu^4 - \lambda_1^2 \lambda_2^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + B\mu^2} \,. \tag{14}$$

Для определенного n при фиксированном  $\mu$  мы получим из уравнений (2) и (3) разные пары значений  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Но при заданном n та пара  $\lambda$ , которая дает большее произведение, должна дать меньшую сумму квадратов, и наоборот. Из уравнения (8) видим, что нам нужно оставить то уравнение, которое дает меньшую сумму квадратов.

Допустим, одно из уравнений дает пару значений  $\lambda_1 \ \ \text{и} \ \ \lambda_2 \, , \text{а второе} - \lambda_1^* \ \ \text{и} \ \ \lambda_2^* \, .$ 

Если 
$$\lambda_1^2 + \lambda_2^2 < \lambda_1^{*2} + \lambda_2^{*2} \; ,$$

то должно быть  $\lambda_1 \lambda_2 > \lambda_1^* \lambda_2^*$ .

Ho отсюда 
$$(\lambda_1 - \lambda_2)^2 < (\lambda_1^* - \lambda_2^*)^2$$

и 
$$\lambda_1 - \lambda_2 < \lambda_1^* - \lambda_2^*$$
.

Итак, меньшую сумму квадратов дает та пара значений  $\lambda$ , которая лежит ближе между собой.

Рассматривая рис. 2, видим, что при нашем требовании постоянства n уравнение (12) дает пару корней  $\lambda$ , лежащих ближе между собой, чем значения, полученные из уравнений (13).

Следовательно, уравнение (13) может быть отброшено. Из уравнений (8) и (9) определяем  $\lambda_2$ :

$$\lambda_2^2 = \frac{D\mu^4 - n\mu^2 \lambda_1^2 - nB\mu^4}{n\mu^2 + \lambda_1^2} \tag{15}$$

при

$$D\mu^2 - n\lambda_1^2 - nB\mu^2 \ge 0$$
  $\lambda_2$  – вещественно.

при

$$D\mu^2 - n\lambda_1^2 - nB\mu^2 < 0 \qquad \lambda_2 - \text{мнимое.}$$

В последнем случае уравнения (12) и (13) переписываем в следующем виде:

$$\lambda_1 t g \lambda_1 = -\overline{\lambda}_2 t h \overline{\lambda}_2 ; \qquad (16)$$

$$\frac{tg\lambda_1}{\lambda_1} = \frac{th\overline{\lambda}_2}{\overline{\lambda}_2}$$
, где  $\overline{\lambda}_2 = i\lambda_2$ . (17)

При любом  $\overline{\lambda}_2$  нетривиальные решения получаем с минимальным значением  $\lambda_1$  для уравнения (16) при  $\frac{\pi}{2} < \lambda_1 < \pi$ , а для уравнения (17) при  $\pi < \lambda_1 < \frac{3}{2}\pi$ .

Уравнения (8) и (9) показывают, что при определенном  $\overline{\lambda}_2$  меньшие значения обоих коэффициентов  $K_q$  получаются при меньшем  $\lambda_1$ . Следовательно, уравнение (17) может быть отброшено.

Приведем технику подсчета графика совместного действия усилий.

Вычисленные кривые  $\lambda tg\lambda$  для первой и второй четверти,  $(-\lambda tg\lambda)$  – третьей четверти показаны на рис. 3.

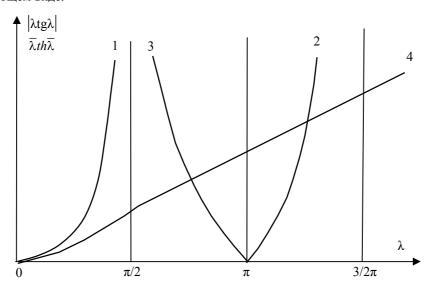


Рис. 3. Графики ( $\lambda tg\pi$ ) для 1, 2 и 3 квадрантов

Пользуясь данным графиком, можно построить графики совместного действия усилий для пластинки с любым соотношением сторон при любом соотношении жесткостей.

Для конечной пластины со сторонами a и 2e имеем

$$\frac{\mu a}{e} = K\pi \,, \tag{18}$$

где K — произвольное целое число, дающее число полуволн. Приняв какое-либо K из уравнения (18), определяем соответствующие ему  $\mu$ . Проводим ряд прямых, параллельных оси абсцисс, и берем отсе-

каемые ими значения на кривой 1 и соответствующие им  $\lambda_1$  кривой 2. Вставив эти значения  $\mu_1$   $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , в уравнения (8) и (9), получаем пару значений коэффициентов устойчивости  $K_{q_1}$ и  $K_{q_2}$ , по которым строим линию совместного действия усилий.

Данное построение нужно вести также и для кривых 3 и 4.

Отметим, что  $\overline{\lambda}_2^2$  в уравнение (8) входит с отрицательным знаком.

Построив линии  $K_{q_1}$  и  $K_{q_2}$  для значений  $K=1,\ 2,\ 3$  , оставляем те отрезки, которые дают их наименьшие значения. При подсчете значений  $K_{q_1}$  и  $K_{q_2}$  удобно пользоваться следующими четырьмя точками, дающими наиболее простое выражение искомых величин.

1.  $K_{q_1}$  изолированного действия нагрузки. В этом случае n =0. Из уравнения (9) получаем:

$$\lambda_1^2 \lambda_2^2 = D \mu^4$$
 или  $\lambda_1 \lambda_2 = \sqrt{D} \mu^2$ . (19)

Параметры  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  находятся следующим построением (рис.4).

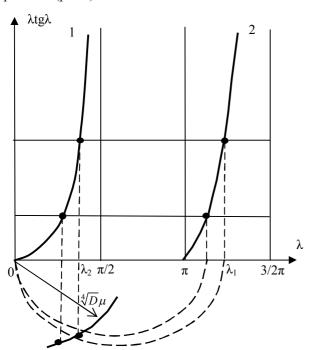


Рис. 4. Определение параметров  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  для квадантов 1 и 2

Проводятся несколько горизонталей и на оси  $\lambda$  строятся полуокружности на диаметрах  $0\lambda_1$ . Радиусом  $\sqrt[4]{D}\mu$  засекаем полуокружности. Берем  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , соответствующие той полуокружности, на которой радиус  $\sqrt[4]{D}\mu$  и нормаль к  $\lambda_2$  пересекаются.

2. 
$$EK_{q_1} = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + B\mu^2$$
  
  $2\lambda_2 = 0$ . (20)

Уравнение связи дает:

$$\lambda_1 t g \lambda_1 = 0$$
.

Отсюда  $tg\lambda_1 = 0$  и  $\lambda_1 = \pi$ ,

$$EK_{q_1} = \pi^2 + B\mu^2 \,, \tag{21}$$

$$EK_{q_2} = D\mu^2 \,. \tag{22}$$

3. 
$$\lambda_2^2 = -\lambda_1^2 \lambda_1 tg\lambda_1 = -\lambda_1 tg\lambda_1$$
.

Отсюда

$$\lambda_1 = 0.753\pi$$
; (23)

$$EK_{q_1} = B\mu^2; (24)$$

$$EK_{q_2} = \frac{D\mu^4 + 0.321\pi^4}{\mu^2} \,. \tag{25}$$

4.  $K_{q_2}$  – изолированное действие нагрузки

В этом случае  $n = \infty$ . Из уравнения (8) получаем:

$$\lambda_2^2 = -\left(\lambda_1^2 + B\mu^2\right);\tag{26}$$

$$\lambda_1 t g \lambda_1 = -\sqrt{\lambda_1^2 + B\mu^2} t h \sqrt{\lambda_1^2 + B\mu^2} , \qquad (27)$$

 $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  находятся следующим построением графика (рис. 5).

Проводим несколько горизонталей, пересекающих кривые 1 и 2, и горизонталь на расстоянии  $\sqrt{B}\mu$  от оси абсцисс. Проводим дуги радиусами  $\overline{\lambda}_2$ . Берем ту пару  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , для которых вертикаль  $\lambda_1$  пересекается с дугой  $\overline{\lambda}_2$  на горизонталь  $\sqrt{B}\mu$ . Используем формулу (9). С большой точностью определение  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  может быть произведено на основании того, что  $th\sqrt{\lambda_1+B\mu^2}$  в этом случае практи-

чески равен 1. Отсюда  $\lambda_1$  находится как точка, для которой ордината  $\lambda_1 t g \lambda_1$  равна отрезку прямой, соединяющей начало координат с точкой пересечения ординаты линией  $\sqrt{B}\mu$ .

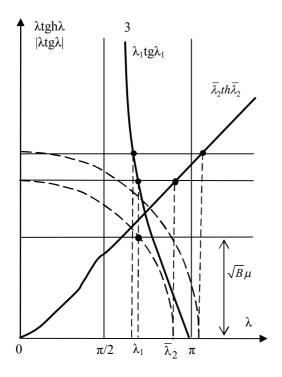


Рис. 5. Определение параметров  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  для третьего кваданта

Проведенные нами построения для нескольких пластин показали, что линия совместного действия  $K_{q_1}$  и  $K_{q_2}$  для какого-либо принятого значения  $\mu$  может практически считаться прямой. Отсюда следует чрезвычайно быстрый способ построения графика стоместного действия усилий. Прямую строим по двум точкам. За таковые принимаем точки, соответствующие  $\lambda_2=0$ ,  $\lambda_2^2=-\lambda_1^2$ ,  $K_{q_1}$  и  $K_{q_2}$  подсчитываются по формулам (21), (22) и (24), (25). Через полученные две точки проводим прямую. Получающаяся ломанная внутренняя (по отношению к началу координат) линия из отрезков этих прямых, подсчитанных для разных  $\mu$ , дает кривую совместного действия.

Наши построения этих графиков показали, что только до тех пор, пока максимальное число волн не

больше трех, имеет смысл рассчитывать специальный график устойчивости пластины. В остальных случаях достаточная инженерная точность получается при пользовании графиком устойчивости для бесконечно длинной пластины.

## §2. Устойчивость геодезической панели при продольном сжатии (приближенный метод)

Положим  $D_y = D_x$ ;  $D_{xy} = 0$ . Такая характеристика с достаточной точностью соответствует решетчатой конструкции Виккерса. Если такую панель рассматривать как ортотропную пластину, то получаем:

$$K_{q_H} = 2\sqrt{\frac{D_y}{D_x}} = 2$$
;  $K_{q_0} = 4\sqrt{\frac{D_y}{D_x}} = 4$ ;  $\beta_0 = 4\sqrt{\frac{D_x}{D_y}} = 1$ . (28)

Т.е. поставив решетку под углом 45° к сторонам заделки, получаем критическую нагрузку в 2 раза выше, чем в переплетах с нормально и горизонтально расположенными стержнями.

### §3. Критическая нагрузка геодезической панели при сдвиге

Характеристики жесткостей те же, что и в случае сжатия. Определим  $K_{t\!\scriptscriptstyle H}$  .

Для  $\beta=0$  ;  $D_{xy}=0$  ;  $D_y=D_x$  уравнения (2) работы [2] дают:

$$\frac{2}{\sqrt{1+\alpha^4}} (1-\alpha^4) + 6 = 0$$

ИЛИ

$$\alpha^8 - 11\alpha^4 - 8 = 0. (29)$$

Отсюда:  $\alpha=\pm\sqrt[4]{5,5+\sqrt{38,25}}$  . Уравнение (1) работы [2] дает:  $K_{th_0}=3,54$  .

То же значение получаем для  $\beta = \infty$ .

Найдем экстремум  $K_{t_2}$ . Для  $\beta_1$  и  $\beta_3$ :

$$\frac{\partial^2 K}{\partial \alpha^2} = \frac{\partial^2 K}{\partial \beta^2} > 0$$

И

$$\frac{\partial^2 \mathit{K}}{\partial \alpha^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathit{K}}{\partial \beta^2} - \left( \frac{\partial^2 \mathit{K}}{\partial \alpha \partial \beta} \right)^2 < 0 \; .$$

Оба экстремума дают максимумы  $K_t$ . В данном случае

$$K_{t_{\beta_1}} = K_{t_{\beta_2}} = 5,65$$
.

Для нахождения минимальных значений разыскиваем добавочные корни из уравнений (8) и (9) работы [2]. Уравнение (9) этой работы дает:

$$\beta^2 + \alpha^2 = \frac{(1 - \beta \alpha)(1 - \beta^2 \alpha^2)}{1 + \beta \alpha}$$

или

$$(1+\beta\alpha)\left[\left(\beta^2+\alpha^2\right)-\left(1-\beta\alpha\right)^2\right]=0. \tag{30}$$

Отсюда имеем следующие возможные связи:

$$(1+\beta\alpha)=0 \quad \text{if } \beta^2+\alpha^2=(1-\beta\alpha)^2.$$
 (31)

Используя первую связь в уравнении (8) работы [2], получаем:

$$(\beta^2 + \alpha^2)^3 - 6(\beta^2 + \alpha^2)^2 - 36(\beta^2 + \alpha^2) - 40 =$$

$$= \left(\beta^2 + \frac{1}{\beta^2} - 10\right) \left[\left(\beta^2 + \frac{1}{\beta^2}\right)^2 + 4\left(\beta^2 + \frac{1}{\beta^2}\right) + 4\right] = 0.$$
(32)

Первый сомножитель равен

$$\beta = \pm \sqrt{5 \pm \sqrt{24}}$$

Соответственно

$$\alpha = \mp \sqrt{5 \pm \sqrt{24}}$$

Эти значения дают

$$\frac{\partial K}{\partial \alpha} = \frac{\partial K}{\partial \beta} = 0.$$

Определяем знак  $\frac{\partial^2 K}{\partial \alpha^2}$ . Для нашего соотноше-

ния  $(1 + \beta \alpha) = 0$ , тогда получаем:

$$\frac{\partial^2 K^*}{\partial \alpha^2} = \frac{\beta \left[ -14\beta^6 - 12\beta^4 + 8\beta^2 - 4 + \frac{2}{\beta^2} \right]}{4\left(1 + \beta^4 \left(\beta - \frac{1}{\beta}\right)^2}.$$
 (33)

Отсюда:

$$\frac{\partial^2 K}{\partial \alpha^2} > 0$$
 при  $\beta_7 = -\sqrt{5 + \sqrt{24}}$  и  $\beta_8 = +\sqrt{5 - \sqrt{24}}$ 

и 
$$\frac{\partial^2 K}{\partial \alpha^2} < 0$$
 при  $\beta = +\sqrt{5+\sqrt{24}}$  и  $\beta = -\sqrt{5-\sqrt{24}}$  .

$$\frac{\partial^2 K^*}{\partial \alpha \partial \beta} = \frac{\beta \left[ -4\beta^6 + 32\beta^4 + 8\beta^2 + 24 + \frac{4}{\beta^2} \right]}{4 \left( 1 + \beta^4 \left( \beta - \frac{1}{\beta} \right)^2 \right)}; \quad (34)$$

$$\frac{\partial^2 K^*}{\partial \beta^2} = \frac{\beta \left[ -2\beta^4 + 4\beta^2 - 8 + \frac{12}{\beta^2} + \frac{14}{\beta^4} \right]}{4\left(1 + \beta^4 \left(\beta - \frac{1}{\beta}\right)^2\right)}, \quad (35)$$

$$(30) \quad \text{и} \ \frac{\partial^2 K}{\partial \alpha^2} \frac{\partial^2 K}{\partial \beta^2} - \left( \frac{\partial^2 K}{\partial \alpha \partial \beta} \right)^2 > 0 \ \text{ как для } \beta_7, \text{ так и для}$$

 $\beta_8$ 

$$K_{t_{\beta_7}} = K_{t_{\beta_8}} = 2,83$$
.

Второй множитель дает мнимые значения β.

Вторая связь приводит уравнение (8) работы [2] к следующему виду:

$$72\beta\alpha(\beta^{2}\alpha^{2}+1)(\beta^{2}\alpha^{2}-4\beta\alpha+1)=0.$$
 (36)

 $\beta \alpha \;$  не дает корней. Действительно, при этом получаем такие значения:

$$\beta = \pm 1$$
,  $\alpha = 0$  или  $\beta = 0$ ,  $\alpha = \pm 1$ .

Но при первых значениях  $\frac{\partial K}{\partial \beta}$ , при вторых  $\frac{\partial K}{\partial \alpha}$  не обращаются в нуль. Второй множитель дает мнимое значение  $\beta$  и  $\alpha$ . Третий множитель дает полученные корни  $\beta_1$  и  $\beta_4$ .

Итак, мы получили два максимума:

$$K_{t_{\text{max}}} = 5,65$$
 при  $\beta_1 = 1,93$  и  $\beta_4 = -0,518$ ,

и два минимума:

$$K_{t_{\min}} = 2,83$$
 при  $\beta_7 == -3,14$  и  $\beta_8 = 0,318$ .

Практические направления  $\beta_1$  и  $\beta_4$  и соответственно  $\beta_7$  и  $\beta_8$  равноценны. Получилось это вследствие одинаковости жесткостей по взаимно перпендикулярным направлениям.

#### §4. Геодезическая панель с жесткостями

$$\frac{D_y}{D_x} = \frac{1}{2} \quad D_{xy} = 0$$

Критическая нагрузка сжатия:

$$K_{qH} = 2\sqrt{\frac{D_y}{D_x}} = 0,578;$$

$$K_{q_0} = 4\sqrt{\frac{D_y}{D_x}} = 1,156;$$

$$\beta_0 = 4\sqrt{\frac{D_x}{D_y}} = 1,86.$$
(36)

Критическая касательная нагрузка  $K_{th}$  .

Для 
$$\beta = 0$$
 ,  $D_{xy} = 0$  и  $\frac{D_y}{D_x} = \frac{1}{12}$  уравнение (2) ра-

боты [2] дает:

$$\frac{\alpha^8}{144} - \frac{11\alpha^4}{12} - 8 = 0. \tag{37}$$

Отсюда:  $\alpha = \pm 3{,}44$  и  $K_{t_{\beta_0}} = 1{,}905$  .

Для  $\beta = \infty$  соответственно получаем:

$$\frac{8\alpha^8}{144} + \frac{11\alpha^4}{12} - 1 = 0. {38}$$

Отсюда  $\alpha = \pm 1{,}007$  и  $K_{t_{H_{co}}} = 0{,}55$  .

Найдем экстремум  $K_{to}$  :

$$\beta = \sqrt{1 + 2\sqrt{13}\cos\left(\frac{1}{3}\arccos\sqrt{\frac{1}{13}}\right)} = 2,75 ,$$

$$\beta_3 = -\sqrt{1 - 2\sqrt{13}\sin\left(\frac{1}{3}\arcsin\sqrt{\frac{1}{13}}\right)} = -0,5695 .$$

$$\frac{\partial^2 K}{\partial \alpha^2} \frac{\partial^2 K}{\partial \beta^2} - \left( \frac{\partial^2 K}{\partial \alpha \partial \beta} \right)^2 < 0 \ \ \, \text{как для } \beta_1 \,, \, \text{так и для } \beta_3 \,.$$

$$\frac{\partial^2 K}{\partial \alpha^2} = \frac{\partial^2 K}{\partial \beta^2} > 0 \ \ \text{как для} \quad \beta_1 \ , \ \text{так и для} \ \ \beta_3 \ .$$

Оба экстремума дают максимум  $K_t$ :

$$K_{t_{\beta_1}} = 0,636$$
:  $K_{t_{\beta_3}} = 5,23$ .

Для нахождения минимальных значений  $K_{t \min}$  разыскиваем добавочные корни из уравнений (8) и (9) работы [2].

Уравнение (8) работы [2] дает:

$$\begin{split} 8 \Big[ \big( 1 - 2\beta \alpha \big)^2 - \big( 1 - 2\beta \alpha \big) \Big( \beta^2 + \alpha^2 \Big) + \beta^2 \alpha^2 \Big] + \\ + 8 T \beta^3 \alpha^3 \Big[ \beta \alpha \big( 2 - \beta \alpha \big)^2 + \big( 2 - \beta \alpha \big) \Big( \beta^2 + \alpha^2 \Big) + \beta \alpha \Big] - \\ - T \Big[ \Big( \beta^2 + \alpha^2 \Big)^3 - \Big( \beta^2 + \alpha^2 \Big)^2 \Big( 1 - 4\beta \alpha + \beta^2 \alpha^2 \Big) + \\ + \Big( \beta^2 + \alpha^2 \Big) \Big( 16\beta \alpha - 52\beta^2 \alpha^2 + 16\beta^3 \alpha^3 \Big) + \\ + 20\beta^2 \alpha^2 - 80\beta^3 \alpha^3 + 20\beta^4 \alpha^4 \Big] = 0 \,. \end{split} \tag{39}$$

Уравнение (9) работы [2] дает:

$$\beta^2 + \alpha^2 = \frac{(1 - \beta \alpha)(1 - T\beta^2 \alpha^2)}{1 + T\beta \alpha}.$$
 (40)

Откуда для  $\beta\alpha$  получаем следующее уравнение:

$$\begin{split} \left(T^{3} - 11T^{4} - 8T^{5}\right)\beta^{7}\alpha^{7} - \left(21T^{3} - 15T^{4} - 24T^{5}\right)\beta^{6}\alpha^{6} - \\ - \left(10T^{2} - 65T^{3} + 71T^{4}\right)\beta^{5}\alpha^{5} + \left(58T^{2} + 91T^{3} + 13T^{4}\right)\times \\ \times \beta^{4}\alpha^{4} + \left(13T + 91T^{2} + 58T^{3}\right)\beta^{3}\alpha^{3} - \\ - \left(71T - 65T^{2} + 10T^{3}\right)\beta^{2}\alpha^{2} + \left(24 + 15T - 21T^{2}\right)\beta\alpha - \\ - \left(8 + 11T - T^{2}\right) = 0 \;. \end{split} \tag{41}$$

Совместные последние два уравнения имеют вещественные корни

$$\beta = 689$$
,  $\alpha = 1,0087$  и  $\beta = 1,0087$ ,  $\alpha = 689$ .

При этих значениях  $K_{t \min} = 0.52$ .

#### Литература

- 1. Неман И.Г. Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости. Точный метод. Часть І. Вывод общих уравнений для коэффициентов критической нагрузки. Устойчивость пластины при совместном действии двухстороннего сжатия и сдвига // Авиационно-космическая техника и технология.— 2006. №1 (27). С. 96-103.
- 2. Неман И.Г. Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости. Часть ІІ. Приближенный метод. Устойчивость пластины при сдвиге и совместном действии сжатия и сдвига // Авиационнокосмическая техника и технология. 2005. №6 (22). С. 95-103.

## Научное наследие профессора И.Г. Немана (1903-1952)

#### Предисловие редколлегии журнала

Журнал публикует шестую, завершающую статью по материалам докторской диссертации И.Г. Немана «Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости», защите которой помешала преждевременная смерть автора.

Как и во всех предыдущих сообщениях, ниже изложены научные результаты И. Г. Немана, полученные им в 1946-48 гг. и ранее не публиковавшиеся, практически без правок авторского текста.

Редколлегия предполагает знакомство читателя с предыдущими сообщениями автора $^{*}$ , что исключает необходимость расшифровки в данной статье символов, уже встречавшихся в предыдущих публикациях.

В материалах диссертации И.Г. Немана содержатся также экспериментальные исследования образцов трехслойной березовой фанеры на продольное сжатие и совместное действие продольного сжатия со сдвигом.

Эти исследования подтверждают в целом удовлетворительное совпадение полученных автором экспериментальных данных с расчетными.

Однако публикация этих материалов, по мнению редколлегии журнала, не представляет интереса с учетом современных технологий экспериментальных исследований.

- \*) 1. Неман И.Г. Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости. Часть 1. Приближенный метод. Устойчивость пластины при одностороннем сжатии // Авиационно-космическая техника и технология. − 2005. − №5 (21). − С. 87-95.
- 2. Неман И.Г. Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости. Часть II. Приближенный метод. Устойчивость пластины при сдвиге и совместном действии сжатия и сдвига // Авиационно-космическая техника и технология. − 2005. − №6 (22). − С. 95-103.
- 3. Неман И.Г. Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости. Точный метод. Часть І. Вывод общих уравнений для коэффициентов критической нагрузки. Устойчивость пластины при совместном действии двухстороннего сжатия и сдвига // Авиационно-космическая техника и технология.— 2006. №1 (27). С. 96-103.
- 4. Неман И.Г. Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости. Точный метод. Часть 2. Частные случаи нагружения пластины // Авиационно-космическая техника и технология. 2006. №3 (29). С. 86-94.
- 5. Неман И.Г. Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости. Точный метод. Часть 3. Частные случаи нагружения пластины (продолжение) // Авиационно-космическая техника и технология. 2006. №5 (31). С. 84-92.

УДК 629.7: 534.1

#### И.Г. Неман

Харьковский авиационный институт, Украина

# УСТОЙЧИВОСТЬ КОНЕЧНЫХ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН С НОРМАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫМИ ГЛАВНЫМИ НАПРАВЛЕНИЯМИ С ДВУМЯ СВОБОДНО ОПЕРТЫМИ И ДВУМЯ ЖЕСТКО ЗАДЕЛАННЫМИ СТОРОНАМИ ПРИ СОВМЕСТНОМ ДЕЙСТВИИ ПОПЕРЕЧНОЙ И ПРОДОЛЬНОЙ НОРМАЛЬНЫХ НАГРУЗОК. УСТОЙЧИВОСТЬ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ СЖАТИИ (ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД)

Решена задача устойчивости ортотропной пластины конечных размеров с двумя свободно опертыми и двумя жестко заделанными сторонами при нормально ориентированных направлениях осей упругости относительно действующих продольных и поперечных нагрузок и устойчивости геодезической пластины при продольном сжатии. Результаты получены автором до 1946 года и ранее не публиковались.

устойчивость, ортотропная пластина конечных размеров, двухстороннее сжатие, частный случай геодезической пластины, продольное сжатие

§1. Рассматривается задача устойчивости ортотропной пластины при двухстороннем сжатии в системе координат, в которой оси х и у совпадают с главными направлениями осей упругости (рис. 1)

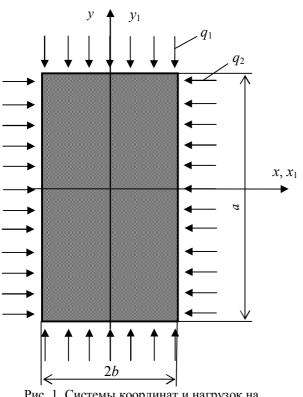


Рис. 1. Системы координат и нагрузок на ортотропную пластину конечной длины

Данная задача отличается от решенной ранее общей задачи [1] тем, что здесь должны быть удовлетворены еще четыре граничных условия

$$W = M_{y_1} = 0$$
 при  $y_1 = \pm a$ . (1)

Мы удовлетворим этим требованиям, сохранив уравнение связи (30) работы [1], выбирая  $\mu$  таким, чтобы число полуволн, укладывающихся вдоль стороны  $y_1$ , было конечно, а гребни волны были параллельными оси  $x_1$ . Но последнее условие в нашем случае обеспечивается автоматически тем, что мы главные направления связываем с осями  $x_1$  и  $y_1$  (рис. 1).

При совпадении главного направления (несущего максимальную жесткость) с осью  $x_1$   $\beta=0$ , а с осью  $y_1$   $\beta=\infty$ .

Определим константы характеристического уравнения (7) работы [1].

При  $\beta = 0$ :

$$A = C = 0$$
;  $B = \frac{2D_{xy}}{D_x}$ ;  $D = \frac{D_y}{D_x}$ ;  $E = 1$ . (2)

При  $\beta = \infty$ :

$$A = C = 0$$
;  $B = \frac{2D_{xy}}{D_y}$ ;  $D = \frac{D_x}{D_y}$ ;  $E = \frac{D_x}{D_y}$ . (3)

Найдем корни характеристического уравнения.

Из уравнения (8) работы [1]  $\delta_1 = -\delta_2 = \delta$  .

Уравнение (10) работы [1] запишется в следующем виде:

$$2\delta(\xi^2 - \eta^2) = 0, \qquad (4)$$

откуда  $\xi = \pm \eta$ .

Полученные зависимости показывают, что корни  $\lambda_i$  могут быть записаны в следующей форме:

$$\lambda_1$$
;  $\lambda_2$ ;  $\lambda_3 = -\lambda_2$  и  $\lambda_4 = -\lambda_1$ . (5)

Коэффициенты нагрузки определяются из формул (9) и (10) работы [1]:

$$\lambda_1^2 + \lambda_2^2 = EK_{q_1} - B\mu^2; (6)$$

$$\lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 = D\mu^4 - EK_{a_2}\mu^2 \,. \tag{7}$$

Из (6) получим:

$$EK_{q_1} = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + B\mu^2.$$
 (8)

Из (7) следует:

$$EK_{q_2} = \frac{D\mu^4 - \lambda_1^2 \lambda_2^2}{\mu^2} = nEK_{q_1}.$$
 (9)

Установим уравнение связи.

Приняв во внимание (5), получим уравнение связи (30) работы [1] в следующем виде:

$$(\lambda_1 - \lambda_2)^2 \sin^2(\lambda_1 + \lambda_2) =$$

$$= (\lambda_1 + \lambda_2)^2 \sin^2(\lambda_1 - \lambda_2). \tag{10}$$

$$(\lambda_1 - \lambda_2)(\sin \lambda_1 \cos \lambda_2 + \cos \lambda_1 \sin \lambda_2) =$$

$$= \pm (\lambda_1 + \lambda_2) (\sin \lambda_1 \cos \lambda_2 - \cos \lambda_1 \sin \lambda_2). \quad (11)$$

Последнее уравнение дает нам следующие возможные две связи:

$$\lambda_1 t g \lambda_1 = \lambda_2 t g \lambda_2; \tag{12}$$

$$\frac{tg\lambda_1}{\lambda_1} = \frac{tg\lambda_2}{\lambda_2} \,. \tag{13}$$

Оба эти уравнения имеют нетривиальные решения, если их аргументы лежат в разных квадрантах (отличающихся на кратное  $\pi$ ).

Докажем, что уравнение (3) должно быть отброшено. Для этого рассмотрим график тангенсов (рис. 2).

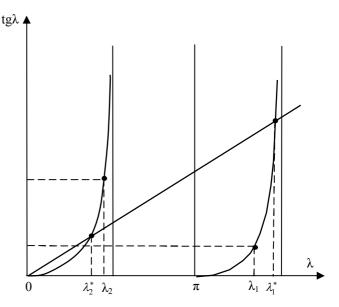


Рис. 2. График тангенсов параметра

Уравнение (2) связывает между собой пару корней  $\lambda$  геометрическим условием равенства площадей прямоугольников, построенных на  $\lambda$  и  $tg\lambda$ .

Уравнение (3) связывает эти корни условием их нахождения на одной прямой, проведенной из начала координат.

Из уравнений (8) и (9) определяем параметр n:

$$n = \frac{1}{\mu^2} \frac{D\mu^4 - \lambda_1^2 \lambda_2^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + B\mu^2} \,. \tag{14}$$

Для определенного n при фиксированном  $\mu$  мы получим из уравнений (2) и (3) разные пары значений  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Но при заданном n та пара  $\lambda$ , которая дает большее произведение, должна дать меньшую сумму квадратов, и наоборот. Из уравнения (8) видим, что нам нужно оставить то уравнение, которое дает меньшую сумму квадратов.

Допустим, одно из уравнений дает пару значений  $\lambda_1 \ \ \text{и} \ \ \lambda_2 \, , \text{а второе} - \lambda_1^* \ \ \text{и} \ \ \lambda_2^* \, .$ 

Если 
$$\lambda_1^2 + \lambda_2^2 < \lambda_1^{*2} + \lambda_2^{*2} \; ,$$

то должно быть  $\lambda_1 \lambda_2 > \lambda_1^* \lambda_2^*$ .

Ho отсюда 
$$(\lambda_1 - \lambda_2)^2 < (\lambda_1^* - \lambda_2^*)^2$$

и 
$$\lambda_1 - \lambda_2 < \lambda_1^* - \lambda_2^*$$
.

Итак, меньшую сумму квадратов дает та пара значений  $\lambda$ , которая лежит ближе между собой.

Рассматривая рис. 2, видим, что при нашем требовании постоянства n уравнение (12) дает пару корней  $\lambda$ , лежащих ближе между собой, чем значения, полученные из уравнений (13).

Следовательно, уравнение (13) может быть отброшено. Из уравнений (8) и (9) определяем  $\lambda_2$ :

$$\lambda_2^2 = \frac{D\mu^4 - n\mu^2 \lambda_1^2 - nB\mu^4}{n\mu^2 + \lambda_1^2}$$
 (15)

при

$$D\mu^2 - n\lambda_1^2 - nB\mu^2 \ge 0$$
  $\lambda_2$  – вещественно.

при

$$D\mu^2 - n\lambda_1^2 - nB\mu^2 < 0 \qquad \lambda_2 - \text{мнимое.}$$

В последнем случае уравнения (12) и (13) переписываем в следующем виде:

$$\lambda_1 t g \lambda_1 = -\overline{\lambda}_2 t h \overline{\lambda}_2 ; \qquad (16)$$

$$\frac{tg\lambda_1}{\lambda_1} = \frac{th\overline{\lambda}_2}{\overline{\lambda}_2}$$
, где  $\overline{\lambda}_2 = i\lambda_2$ . (17)

При любом  $\overline{\lambda}_2$  нетривиальные решения получаем с минимальным значением  $\lambda_1$  для уравнения (16) при  $\frac{\pi}{2} < \lambda_1 < \pi$ , а для уравнения (17) при  $\pi < \lambda_1 < \frac{3}{2}\pi$ .

Уравнения (8) и (9) показывают, что при определенном  $\overline{\lambda}_2$  меньшие значения обоих коэффициентов  $K_q$  получаются при меньшем  $\lambda_1$ . Следовательно, уравнение (17) может быть отброшено.

Приведем технику подсчета графика совместного действия усилий.

Вычисленные кривые  $\lambda tg\lambda$  для первой и второй четверти,  $(-\lambda tg\lambda)$  – третьей четверти показаны на рис. 3.

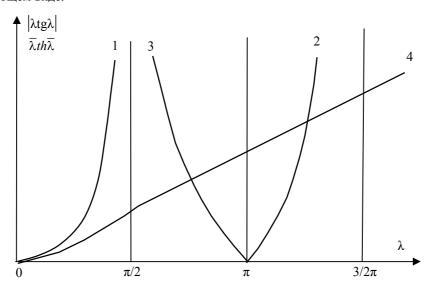


Рис. 3. Графики ( $\lambda tg\pi$ ) для 1, 2 и 3 квадрантов

Пользуясь данным графиком, можно построить графики совместного действия усилий для пластинки с любым соотношением сторон при любом соотношении жесткостей.

Для конечной пластины со сторонами a и 2e имеем

$$\frac{\mu a}{e} = K\pi \,, \tag{18}$$

где K — произвольное целое число, дающее число полуволн. Приняв какое-либо K из уравнения (18), определяем соответствующие ему  $\mu$ . Проводим ряд прямых, параллельных оси абсцисс, и берем отсе-

каемые ими значения на кривой 1 и соответствующие им  $\lambda_1$  кривой 2. Вставив эти значения  $\mu_1$   $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , в уравнения (8) и (9), получаем пару значений коэффициентов устойчивости  $K_{q_1}$ и  $K_{q_2}$ , по которым строим линию совместного действия усилий.

Данное построение нужно вести также и для кривых 3 и 4.

Отметим, что  $\overline{\lambda}_2^2$  в уравнение (8) входит с отрицательным знаком.

Построив линии  $K_{q_1}$  и  $K_{q_2}$  для значений  $K=1,\ 2,\ 3$  , оставляем те отрезки, которые дают их наименьшие значения. При подсчете значений  $K_{q_1}$  и  $K_{q_2}$  удобно пользоваться следующими четырьмя точками, дающими наиболее простое выражение искомых величин.

1.  $K_{q_1}$  изолированного действия нагрузки. В этом случае n =0. Из уравнения (9) получаем:

$$\lambda_1^2 \lambda_2^2 = D \mu^4$$
 или  $\lambda_1 \lambda_2 = \sqrt{D} \mu^2$ . (19)

Параметры  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  находятся следующим построением (рис.4).

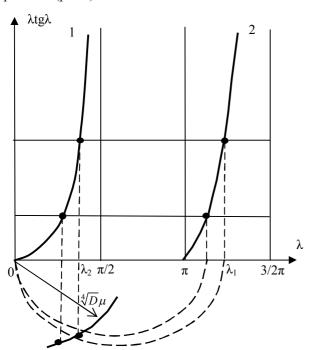


Рис. 4. Определение параметров  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  для квадантов 1 и 2

Проводятся несколько горизонталей и на оси  $\lambda$  строятся полуокружности на диаметрах  $0\lambda_1$ . Радиусом  $\sqrt[4]{D}\mu$  засекаем полуокружности. Берем  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , соответствующие той полуокружности, на которой радиус  $\sqrt[4]{D}\mu$  и нормаль к  $\lambda_2$  пересекаются.

2. 
$$EK_{q_1} = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + B\mu^2$$
  
  $2\lambda_2 = 0$ . (20)

Уравнение связи дает:

$$\lambda_1 t g \lambda_1 = 0$$
.

Отсюда  $tg\lambda_1 = 0$  и  $\lambda_1 = \pi$ ,

$$EK_{q_1} = \pi^2 + B\mu^2 \,, \tag{21}$$

$$EK_{q_2} = D\mu^2 \,. \tag{22}$$

3. 
$$\lambda_2^2 = -\lambda_1^2 \lambda_1 tg\lambda_1 = -\lambda_1 tg\lambda_1$$
.

Отсюда

$$\lambda_1 = 0.753\pi$$
; (23)

$$EK_{q_1} = B\mu^2; (24)$$

$$EK_{q_2} = \frac{D\mu^4 + 0.321\pi^4}{\mu^2} \,. \tag{25}$$

4.  $K_{q_2}$  – изолированное действие нагрузки

В этом случае  $n = \infty$ . Из уравнения (8) получаем:

$$\lambda_2^2 = -\left(\lambda_1^2 + B\mu^2\right);\tag{26}$$

$$\lambda_1 t g \lambda_1 = -\sqrt{\lambda_1^2 + B\mu^2} t h \sqrt{\lambda_1^2 + B\mu^2} , \qquad (27)$$

 $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  находятся следующим построением графика (рис. 5).

Проводим несколько горизонталей, пересекающих кривые 1 и 2, и горизонталь на расстоянии  $\sqrt{B}\mu$  от оси абсцисс. Проводим дуги радиусами  $\overline{\lambda}_2$ . Берем ту пару  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , для которых вертикаль  $\lambda_1$  пересекается с дугой  $\overline{\lambda}_2$  на горизонталь  $\sqrt{B}\mu$ . Используем формулу (9). С большой точностью определение  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  может быть произведено на основании того, что  $th\sqrt{\lambda_1+B\mu^2}$  в этом случае практи-

чески равен 1. Отсюда  $\lambda_1$  находится как точка, для которой ордината  $\lambda_1 t g \lambda_1$  равна отрезку прямой, соединяющей начало координат с точкой пересечения ординаты линией  $\sqrt{B}\mu$ .

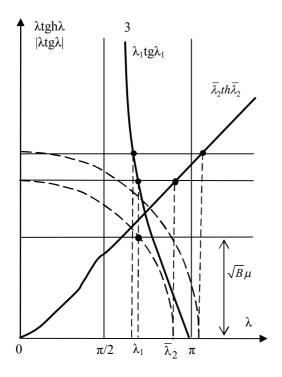


Рис. 5. Определение параметров  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  для третьего кваданта

Проведенные нами построения для нескольких пластин показали, что линия совместного действия  $K_{q_1}$  и  $K_{q_2}$  для какого-либо принятого значения  $\mu$  может практически считаться прямой. Отсюда следует чрезвычайно быстрый способ построения графика стоместного действия усилий. Прямую строим по двум точкам. За таковые принимаем точки, соответствующие  $\lambda_2=0$ ,  $\lambda_2^2=-\lambda_1^2$ ,  $K_{q_1}$  и  $K_{q_2}$  подсчитываются по формулам (21), (22) и (24), (25). Через полученные две точки проводим прямую. Получающаяся ломанная внутренняя (по отношению к началу координат) линия из отрезков этих прямых, подсчитанных для разных  $\mu$ , дает кривую совместного действия.

Наши построения этих графиков показали, что только до тех пор, пока максимальное число волн не

больше трех, имеет смысл рассчитывать специальный график устойчивости пластины. В остальных случаях достаточная инженерная точность получается при пользовании графиком устойчивости для бесконечно длинной пластины.

## §2. Устойчивость геодезической панели при продольном сжатии (приближенный метод)

Положим  $D_y = D_x$ ;  $D_{xy} = 0$ . Такая характеристика с достаточной точностью соответствует решетчатой конструкции Виккерса. Если такую панель рассматривать как ортотропную пластину, то получаем:

$$K_{q_H} = 2\sqrt{\frac{D_y}{D_x}} = 2$$
;  $K_{q_0} = 4\sqrt{\frac{D_y}{D_x}} = 4$ ;  $\beta_0 = 4\sqrt{\frac{D_x}{D_y}} = 1$ . (28)

Т.е. поставив решетку под углом 45° к сторонам заделки, получаем критическую нагрузку в 2 раза выше, чем в переплетах с нормально и горизонтально расположенными стержнями.

### §3. Критическая нагрузка геодезической панели при сдвиге

Характеристики жесткостей те же, что и в случае сжатия. Определим  $K_{t\!\scriptscriptstyle H}$  .

Для  $\beta=0$  ;  $D_{xy}=0$  ;  $D_y=D_x$  уравнения (2) работы [2] дают:

$$\frac{2}{\sqrt{1+\alpha^4}} (1-\alpha^4) + 6 = 0$$

ИЛИ

$$\alpha^8 - 11\alpha^4 - 8 = 0. (29)$$

Отсюда:  $\alpha=\pm\sqrt[4]{5,5+\sqrt{38,25}}$  . Уравнение (1) работы [2] дает:  $K_{th_0}=3,54$  .

То же значение получаем для  $\beta = \infty$ .

Найдем экстремум  $K_{t_2}$ . Для  $\beta_1$  и  $\beta_3$ :

$$\frac{\partial^2 K}{\partial \alpha^2} = \frac{\partial^2 K}{\partial \beta^2} > 0$$

И

$$\frac{\partial^2 \mathit{K}}{\partial \alpha^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathit{K}}{\partial \beta^2} - \left( \frac{\partial^2 \mathit{K}}{\partial \alpha \partial \beta} \right)^2 < 0 \; .$$

Оба экстремума дают максимумы  $K_t$ . В данном случае

$$K_{t_{\beta_1}} = K_{t_{\beta_2}} = 5,65$$
.

Для нахождения минимальных значений разыскиваем добавочные корни из уравнений (8) и (9) работы [2]. Уравнение (9) этой работы дает:

$$\beta^2 + \alpha^2 = \frac{(1 - \beta \alpha)(1 - \beta^2 \alpha^2)}{1 + \beta \alpha}$$

или

$$(1+\beta\alpha)\left[\left(\beta^2+\alpha^2\right)-\left(1-\beta\alpha\right)^2\right]=0. \tag{30}$$

Отсюда имеем следующие возможные связи:

$$(1+\beta\alpha)=0 \quad \text{if } \beta^2+\alpha^2=(1-\beta\alpha)^2.$$
 (31)

Используя первую связь в уравнении (8) работы [2], получаем:

$$(\beta^2 + \alpha^2)^3 - 6(\beta^2 + \alpha^2)^2 - 36(\beta^2 + \alpha^2) - 40 =$$

$$= \left(\beta^2 + \frac{1}{\beta^2} - 10\right) \left[\left(\beta^2 + \frac{1}{\beta^2}\right)^2 + 4\left(\beta^2 + \frac{1}{\beta^2}\right) + 4\right] = 0.$$
(32)

Первый сомножитель равен

$$\beta = \pm \sqrt{5 \pm \sqrt{24}}$$

Соответственно

$$\alpha = \mp \sqrt{5 \pm \sqrt{24}}$$

Эти значения дают

$$\frac{\partial K}{\partial \alpha} = \frac{\partial K}{\partial \beta} = 0.$$

Определяем знак  $\frac{\partial^2 K}{\partial \alpha^2}$ . Для нашего соотноше-

ния  $(1 + \beta \alpha) = 0$ , тогда получаем:

$$\frac{\partial^2 K^*}{\partial \alpha^2} = \frac{\beta \left[ -14\beta^6 - 12\beta^4 + 8\beta^2 - 4 + \frac{2}{\beta^2} \right]}{4\left(1 + \beta^4 \left(\beta - \frac{1}{\beta}\right)^2}.$$
 (33)

Отсюда:

$$\frac{\partial^2 K}{\partial \alpha^2} > 0$$
 при  $\beta_7 = -\sqrt{5 + \sqrt{24}}$  и  $\beta_8 = +\sqrt{5 - \sqrt{24}}$ 

и 
$$\frac{\partial^2 K}{\partial \alpha^2} < 0$$
 при  $\beta = +\sqrt{5+\sqrt{24}}$  и  $\beta = -\sqrt{5-\sqrt{24}}$  .

$$\frac{\partial^2 K^*}{\partial \alpha \partial \beta} = \frac{\beta \left[ -4\beta^6 + 32\beta^4 + 8\beta^2 + 24 + \frac{4}{\beta^2} \right]}{4 \left( 1 + \beta^4 \left( \beta - \frac{1}{\beta} \right)^2 \right)}; \quad (34)$$

$$\frac{\partial^2 K^*}{\partial \beta^2} = \frac{\beta \left[ -2\beta^4 + 4\beta^2 - 8 + \frac{12}{\beta^2} + \frac{14}{\beta^4} \right]}{4\left(1 + \beta^4 \left(\beta - \frac{1}{\beta}\right)^2\right)}, \quad (35)$$

$$(30) \quad \text{и} \ \frac{\partial^2 K}{\partial \alpha^2} \frac{\partial^2 K}{\partial \beta^2} - \left( \frac{\partial^2 K}{\partial \alpha \partial \beta} \right)^2 > 0 \ \text{ как для } \beta_7, \text{ так и для}$$

 $\beta_8$ 

$$K_{t_{\beta_7}} = K_{t_{\beta_8}} = 2,83$$
.

Второй множитель дает мнимые значения β.

Вторая связь приводит уравнение (8) работы [2] к следующему виду:

$$72\beta\alpha(\beta^{2}\alpha^{2}+1)(\beta^{2}\alpha^{2}-4\beta\alpha+1)=0.$$
 (36)

 $\beta\alpha$  не дает корней. Действительно, при этом получаем такие значения:

$$\beta = \pm 1$$
,  $\alpha = 0$  или  $\beta = 0$ ,  $\alpha = \pm 1$ .

Но при первых значениях  $\frac{\partial K}{\partial \beta}$ , при вторых  $\frac{\partial K}{\partial \alpha}$  не обращаются в нуль. Второй множитель дает мнимое значение  $\beta$  и  $\alpha$ . Третий множитель дает полученные корни  $\beta_1$  и  $\beta_4$ .

Итак, мы получили два максимума:

$$K_{t_{\text{max}}} = 5,65$$
 при  $\beta_1 = 1,93$  и  $\beta_4 = -0,518$ ,

и два минимума:

$$K_{t_{\min}} = 2,83$$
 при  $\beta_7 == -3,14$  и  $\beta_8 = 0,318$  .

Практические направления  $\beta_1$  и  $\beta_4$  и соответственно  $\beta_7$  и  $\beta_8$  равноценны. Получилось это вследствие одинаковости жесткостей по взаимно перпендикулярным направлениям.

#### §4. Геодезическая панель с жесткостями

$$\frac{D_y}{D_x} = \frac{1}{2} \quad D_{xy} = 0$$

Критическая нагрузка сжатия:

$$K_{qH} = 2\sqrt{\frac{D_y}{D_x}} = 0,578;$$

$$K_{q_0} = 4\sqrt{\frac{D_y}{D_x}} = 1,156;$$

$$\beta_0 = 4\sqrt{\frac{D_x}{D_y}} = 1,86.$$
(36)

Критическая касательная нагрузка  $K_{th}$  .

Для 
$$\beta = 0$$
 ,  $D_{xy} = 0$  и  $\frac{D_y}{D_x} = \frac{1}{12}$  уравнение (2) ра-

боты [2] дает:

$$\frac{\alpha^8}{144} - \frac{11\alpha^4}{12} - 8 = 0. \tag{37}$$

Отсюда:  $\alpha = \pm 3{,}44$  и  $K_{t_{\beta_0}} = 1{,}905$  .

Для  $\beta = \infty$  соответственно получаем:

$$\frac{8\alpha^8}{144} + \frac{11\alpha^4}{12} - 1 = 0. {38}$$

Отсюда  $\alpha = \pm 1{,}007$  и  $K_{t_{H_{co}}} = 0{,}55$  .

Найдем экстремум  $K_{to}$  :

$$\beta = \sqrt{1 + 2\sqrt{13}\cos\left(\frac{1}{3}\arccos\sqrt{\frac{1}{13}}\right)} = 2,75 ,$$

$$\beta_3 = -\sqrt{1 - 2\sqrt{13}\sin\left(\frac{1}{3}\arcsin\sqrt{\frac{1}{13}}\right)} = -0,5695 .$$

$$\frac{\partial^2 K}{\partial \alpha^2} \frac{\partial^2 K}{\partial \beta^2} - \left( \frac{\partial^2 K}{\partial \alpha \partial \beta} \right)^2 < 0 \ \ \, \text{как для } \beta_1 \,, \, \text{так и для } \beta_3 \,.$$

$$\frac{\partial^2 K}{\partial \alpha^2} = \frac{\partial^2 K}{\partial \beta^2} > 0 \ \ \text{как для} \quad \beta_1 \ , \ \text{так и для} \ \ \beta_3 \ .$$

Оба экстремума дают максимум  $K_t$ :

$$K_{t_{\beta_1}} = 0,636$$
:  $K_{t_{\beta_3}} = 5,23$ .

Для нахождения минимальных значений  $K_{t \min}$  разыскиваем добавочные корни из уравнений (8) и (9) работы [2].

Уравнение (8) работы [2] дает:

$$\begin{split} 8 \Big[ \big( 1 - 2\beta \alpha \big)^2 - \big( 1 - 2\beta \alpha \big) \Big( \beta^2 + \alpha^2 \Big) + \beta^2 \alpha^2 \Big] + \\ + 8 T \beta^3 \alpha^3 \Big[ \beta \alpha \big( 2 - \beta \alpha \big)^2 + \big( 2 - \beta \alpha \big) \Big( \beta^2 + \alpha^2 \Big) + \beta \alpha \Big] - \\ - T \Big[ \Big( \beta^2 + \alpha^2 \Big)^3 - \Big( \beta^2 + \alpha^2 \Big)^2 \Big( 1 - 4\beta \alpha + \beta^2 \alpha^2 \Big) + \\ + \Big( \beta^2 + \alpha^2 \Big) \Big( 16\beta \alpha - 52\beta^2 \alpha^2 + 16\beta^3 \alpha^3 \Big) + \\ + 20\beta^2 \alpha^2 - 80\beta^3 \alpha^3 + 20\beta^4 \alpha^4 \Big] = 0 \,. \end{split} \tag{39}$$

Уравнение (9) работы [2] дает:

$$\beta^2 + \alpha^2 = \frac{(1 - \beta \alpha)(1 - T\beta^2 \alpha^2)}{1 + T\beta \alpha}.$$
 (40)

Откуда для  $\beta\alpha$  получаем следующее уравнение:

$$\begin{split} \left(T^{3} - 11T^{4} - 8T^{5}\right)\beta^{7}\alpha^{7} - \left(21T^{3} - 15T^{4} - 24T^{5}\right)\beta^{6}\alpha^{6} - \\ - \left(10T^{2} - 65T^{3} + 71T^{4}\right)\beta^{5}\alpha^{5} + \left(58T^{2} + 91T^{3} + 13T^{4}\right)\times \\ \times \beta^{4}\alpha^{4} + \left(13T + 91T^{2} + 58T^{3}\right)\beta^{3}\alpha^{3} - \\ - \left(71T - 65T^{2} + 10T^{3}\right)\beta^{2}\alpha^{2} + \left(24 + 15T - 21T^{2}\right)\beta\alpha - \\ - \left(8 + 11T - T^{2}\right) = 0 \;. \end{split} \tag{41}$$

Совместные последние два уравнения имеют вещественные корни

$$\beta = 689$$
,  $\alpha = 1,0087$  и  $\beta = 1,0087$ ,  $\alpha = 689$ .

При этих значениях  $K_{t \min} = 0.52$ .

#### Литература

- 1. Неман И.Г. Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости. Точный метод. Часть І. Вывод общих уравнений для коэффициентов критической нагрузки. Устойчивость пластины при совместном действии двухстороннего сжатия и сдвига // Авиационно-космическая техника и технология.— 2006. №1 (27). С. 96-103.
- 2. Неман И.Г. Устойчивость бесконечно длинной ортотропной пластины с наклонными главными направлениями упругости. Часть ІІ. Приближенный метод. Устойчивость пластины при сдвиге и совместном действии сжатия и сдвига // Авиационнокосмическая техника и технология. 2005. №6 (22). С. 95-103.